

ÇOK KULLANIMLI VE ZAMAN PENCERELİ ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN BİR MATEMATİKSEL MODEL

Çağrı KOÇ^a, İsmail KARAOĞLAN^a

^aSelçuk Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kampüs, Selçuklu, Konya
cagrikoc@selcuk.edu.tr, ikaraoglan@selcuk.edu.tr

(Geliş/Received: 04.07.2011; Kabul/Accepted: 11.05.2012)

ÖZET

Bu çalışmada klasik Araç Rotalama Problemi'nin (ARP) geliştirilmiş bir hali olan Çok Kullanımlı ve Zaman Pencere Araç Rotalama Problemi (ÇK_ZP_ARP) dikkate alınmıştır. ÇK_ZP_ARP'de klasik ARP'den farklı olarak araçların birden fazla rotada kullanılmasına izin verilmektedir. ÇK_ZP_ARP ile genellikle raf ömrünün kısa olduğu ürünlerin dağıtımının yapıldığı ya da dağıtım süresinin kısa olduğu sistemlerde karşılaşılmaktadır. Pratikte sıklıkla karşılaşılan bir problem olmasına rağmen, ÇK_ZP_ARP ile ilgili literatürde çok az sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmada, ÇK_ZP_ARP için bir karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önerilmiştir. Önerilen matematiksel model, literatürden türetilen değişik boyutlarda test problemleri üzerinde en iyi çözüme ulaşma zamanı açısından karşılaştırılmış ve sonuçları sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Araçların Çoklu Kullanımı, Araç Rotalama Problemi, Karma Tamsayılı Doğrusal Programlama Modeli, Zaman Penceresi.

A MATHEMATICAL MODEL FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS AND MULTIPLE USE OF VEHICLES

ABSTRACT

In this paper, the vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles (VRP_TW_MUV) which is the generalized version of the classic vehicle routing problem, is considered. Unlike the classic Vehicle Routing Problem, vehicles are allowed to use more than one route in the VRP_TW_MUV. The VRP_TW_MUV is encountered usually in the distribution systems in which the product's shelf-life is short or duration of the distribution is short. Although, the VRP_TW_MUV is often encountered in practice, there are very few studies in literature. In this study, a mathematical model proposed for the VRP_TW_MUV. The proposed mathematical model is compared in terms of time to reach the best solution on the test problems of various sizes derived from the literature.

Keywords: Multiple Use of Vehicles, Vehicle Routing Problem, Mixed Integer Linear Programming Model, Time Windows.

1.GİRİŞ (INTRODUCTION)

Rekabet psikolojisinin her yerde etkili olduğu şu andaki dünyamızın var olan ve gelecekte de var olmak isteyen işletmelerinin, dağıtım ağı süreçlerini eniyilemek ve etkin bir şekilde yönetmek amacıyla çeşitli kararlar alması gerekmektedir. Bu kararlardan ARP ilk kez 1959 yılında öne sürülmüş ve devamında bu problem için çeşitli araştırmacılar tarafından değişik matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir [1].

en önemlilerinden birisi de tesislerden müşterilere gerçekleştirilecek olan rotalama kararlarıdır. Müşteri ihtiyaçlarını karşılamak için bir araç filosu ile en küçük maliyetli rotaların belirlenmesi problemi olarak tanımlanan Araç Rotalama Problemi (ARP) uzun yıllardır çeşitli çalışmaların yapıldığı bir problem tipi olmuştur.

ARP'nin temel varsayımları şu şekildedir:

- i) Müşteri talepleri belirli, biliniyor ve bölünemez,
- ii) Depo ile müşteri ve müşteriler arasındaki ulaşım süreleri (uzaklıklar) sabit ve biliniyor,
- iii) Araçlar özdeş kapasiteli, kapasitesi biliniyor ve merkezi depoda müşterilere servis için hazır beklemekte.

Bu varsayımlar ışığında ARP'de amaç, bütün müşterilerin ihtiyacını karşılayan en küçük maliyetli rotaların belirlenmesidir. Araç rotalama problemleri sahip olduğu kısıtlara göre farklı türlere sahiptir ve araç rotalama problemleri NP-zor problemlerdir [1].

Araç Rotalama Probleminin birçok çeşidi bulunmaktadır. Bunlardan birisi de Çok Kullanımlı ve Zaman Pencerele ARP (ÇK_ZP_ARP)'dir. Klasik ARP'den farklı olarak ÇK_ZP_ARP'de araçların birden fazla rotada kullanılmasına izin verilmektedir. Zaman penceresinde ise, klasik ARP'den farklı olarak her bir müşteriye kendisi için tanımlanmış bir zaman aralığında hizmet verme zorunluluğu vardır. Genellikle raf ömrünün kısa olduğu ürünlerin dağıtımının yapıldığı ya da dağıtım süresinin kısa olduğu sistemlerde ÇK_ZP_ARP ile karşılaşılmaktadır.

ÇK_ZP_ARP'ye örnek olarak, dayanıksız tüketim mallarının evlere dağıtımını verilebilir. Bu dağıtım işleminde rotalar kısa süreli, bir iş günü içerisinde tamamlanacak şekilde olmalıdır [2]. Pratikte oldukça sıklıkla karşılaşılan bu problem, artan bir ivmeyle önem kazanmaya devam etmektedir. Günlük hayatta bu problemle ilgili birçok örnekle karşılaşabiliriz. Müşterilerin siparişlerini internet üzerinden vererek gün içerisinde teslim aldıkları e-market sistemleri bu probleme en güzel örneklerden birisidir.

Bu çalışmada, ÇK_ZP_ARP için bir karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önerilmiş ve literatürden türetilen değişik boyutlarda test problemleri üzerinde en iyi çözüme ulaşma zamanı açısından karşılaştırılmıştır.

Makalenin geri kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir. İkinci bölümde, ÇK_ZP_ARP ile ilgili literatürde yapılmış çalışmalar kısaca açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, önerilen matematiksel model ayrıntılarıyla tanımlanmıştır. Dördüncü bölümde, problem tanımı ve geliştirilen matematiksel model, beşinci bölümde test problemleri üzerinde yapılan deneysel çalışmalar ve elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Son bölümde ise sonuçlar sunulmuş ve ileride yapılabilecek çalışmalar önerilmiştir.

2. LİTERATÜR TARAMASI (LITERATURE REVIEW)

Araçların birden fazla rotada kullanılması kavramı ilk olarak 1987 yılında Salhi'nin [3] doktora tezinde ortaya atılmıştır. Bu çalışmada problem sezgisel yöntemle çözülmüş ve problem literatüre tanıtılmıştır.

1990 yılında Fleischman'ın [4] yaptığı çalışmada Salhi tarafından ortaya atılan problem, farklı açıdan ele alınarak açgözlü sezgisel yöntem kullanılarak çözülmüştür.

Brandão ve Mercer [5], Olivera ve Viera [6], Petch ve Salhi [7, 8], Taillard vd. [9] yaptıkları çalışmalarda zaman penceresini içermeyen Çok Kullanımlı ARP'ye (ÇK_ARP) sezgisel olarak yaklaşmışlardır. Petch ve Salhi [8], üç aşamalı bir sezgisel önermişlerdir. Brandão ve Mercer [5] ise başlangıç çözümünün ilk olarak bir ekleme sezgiseliyle oluşturulduğu bir üç aşamalı sezgisel önermişlerdir. Brandão ve Mercer [10] bir sonraki çalışmalarında karma filoyu ve en yüksek fazla mesaiyi içeren ÇK_ARP'nin çok daha karmaşık bir şeklini göz önüne almışlardır. Olivera ve Viera [6] uyumlu hafıza tabanlı (adaptive memory-based) sezgisel geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu sezgiselde hafıza, çoklu rota çözümlerinden elde edilmiştir.

Azi, Gendreau ve Potvin'in [11] 2007 yılındaki çalışmalarında problemin literatürde ilk olarak zaman pencerele şeklini ele almışlar ve problemin tek araçlı şeklini çözmek için bir kesin algoritma önermişlerdir. Bu algoritma baskın olmayan bütün olurlu çözümlerin ilk olarak üretildiği iki aşamalı bir metottur.

Azi, Gendreau ve Potvin [2], 2010 yılında yaptıkları çalışmada ise bir önceki çalışmalarından [11] farklı olarak birden fazla aracın bulunduğu problemleri ele almışlardır ve bu problem için bir kesin algoritma olan Dal-Fiyat algoritması önermişlerdir. Problem boyutlarındaki kısıtlamalara ve problemin karakteristik sınırlamalarına rağmen önerdikleri Dal-Fiyat algoritması, 25 müşterilik problemleri rahatlıkla çözebilmiş ve birkaç istisnaıyla 50 müşterilik problemlere kadar en iyi çözümlere ulaşılmıştır.

ÇK_ZP_ARP ile ilgili literatürde yapılmış çalışmalar incelendiğinde Azi, Gendreau ve Potvin'in [11, 2] 2007 ve 2010 yıllarında yaptıkları çalışmalar dışında yapılan bütün çalışmalarda sezgisel yöntemler kullanıldığı ve zaman penceresinin göz önüne alınmadığı görülmektedir. Sadece bu iki çalışmada zaman penceresi göz önüne alınarak üstel büyüklükte karar değişkenine sahip birer matematiksel model ve ardından birer kesin algoritma önerilmiştir.

ÇK_ZP_ARP ile pratikte oldukça sıklıkla karşılaşılmaya ve önemine rağmen, yukarıda görüldüğü gibi literatürdeki çalışma sayısı oldukça azdır.

3. PROBLEM TANIMI VE MATEMATİKSEL MODEL (PROBLEM DEFINITION and MATHEMATICAL MODEL)

ÇK_ZP_ARP bir graf olarak şu şekilde tanımlanabilir: $G(N,A)$ tam bağlı (bütün düğümler arasında doğrudan bir hattın mevcut olduğu durum)

bir şebeke olsun. Burada $N=\{0, \dots, n\}$ düğüm kümesi, A ise bu düğümler arasında tanımlanan hat kümesidir. Düğüm kümesinde '0' düğümü depoyu, $1, \dots, n$ düğümleri ise müşterileri temsil etmektedir. ÇK_ZP_ARP tanımlanan bu şebeke üzerinde aşağıdaki kısıtları sağlayan en küçük maliyetli rotaları araştırır:

- i) Her müşteriye kesinlikle bir kez uğranmalı,
- ii) Bir rota depodan başlamalı ve tekrar depoda son bulmalı,
- iii) Rota üzerindeki müşterilerin talepleri toplamı araç kapasitesini geçmemeli,
- iv) Her müşteriye zaman pencereleri içerisinde hizmet verilmeli,
- v) Her bir rota, en fazla izin verilen süre içerisinde tamamlanmalıdır.

Önerilen matematiksel modelde, ARP için kullanılan ve Miller, Tucker, Zemlin (MTZ) kısıtları olarak bilinen alt tur eleme ve kapasite kısıtları ÇK_ZP_ARP'ye uyarlanmıştır. Bu kısıtlar ilk olarak Gezgin Satıcı Problemi (GSP) için Miller vd. [12] tarafından geliştirilmiş, Kulkarni ve Bhave [13] tarafından ARP'ye uyarlanmış, Desrochers ve Laporte [14] tarafından kuvvetlendirilmiş ve Kara vd. [15] tarafından düzeltme yapılmıştır. Buna ek olarak Kara [16] tarafından kullanılan yardımcı değişkenlerin sınırları üzerinde yeni kuvvetlendirmeler gerçekleştirilmiş ve bu değişkenlere kesin anlamlar yüklenmiştir.

ÇK_ZP_ARP için, ilk olarak notasyonlar ve sonrasında geliştirilen matematiksel model aşağıda tanımlanmıştır:

3.1. Notasyonlar (Notations)

Kümeler

N tüm düğümlerin kümesi ($N = '0' \cup N_c$)

K araç kümesi

Parametreler

FC araç sabit maliyeti

Q araç kapasitesi

c_{ij} i müşterisinden j müşterisine geçiş maliyeti ($\forall i, j \in N$)

d_i i müşterisinin talebi ($\forall i \in N_c$)

A_i i düğümünde servise en erken başlama zamanı

B_i i düğümünde servise en erken başlama zamanı

$MaxRouteTime$ Her rota için en fazla izin verilen süre

İkili karar değişkenleri

$x_{ijr} : \begin{cases} 1 & (i, j) \text{ ayrıtı } r \text{ rotası üzerinde ise} \\ & (\forall i, j \in N; \forall r \in R) \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$

$w_r : \begin{cases} 1 & \text{araç } r \text{ rotasını tamamladıktan sonra} \\ & (r + 1) \text{ rotasına başlarsa } (\forall r \in R) \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$

Ek karar değişkenleri

u_i i müşterisine girmeden hemen önce araçtaki dağıtılacak ürün miktarı ($\forall i \in N_c$)

s_{ir} i müşterisi r rotası üzerinde ise i müşterisinde servise başlama zamanı, aksi takdirde "0" ($\forall i \in N_c; \forall r \in R$)

$start_r$ r rotasının servise başlama zamanı ($\forall r \in R$)

$finish_r$ r rotasının servisi bitirme (depoya dönüş) zamanı ($\forall r \in R$)

3.2. Matematiksel Model (Mathematical Model)

Amaç fonksiyonu

Enküçük

$$\sum_{(i,j \in N)} \sum_{r \in R} c_{ij} x_{ijr} + \sum_{j \in N} \sum_{r \in R} FC x_{0jr} - \sum_{r \in R} FC w_r \quad (1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i \in N} \sum_{r \in R} x_{ijr} = 1 \quad (\forall j \in N_c) \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijr} = \sum_{j \in N} x_{jir} \quad (\forall i \in N, \forall r \in R) \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N_c} x_{0jr} \leq 1 \quad (\forall r \in R) \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N_c} x_{0jr} \geq \sum_{j \in N_c} x_{0j,r+1} \quad (\forall r \in R: r < |R|) \quad (5)$$

$$u_j - u_i + Q \sum_{r \in R} x_{ijr} + (Q - d_i - d_j) \sum_{r \in R} x_{jir} \leq Q - d_i \quad (\forall i, j \in N_c, i \neq j) \quad (6)$$

$$u_i \geq d_i + \sum_{\substack{j \in N_c \\ j \neq i}} \sum_{r \in R} d_j x_{ijr} \quad (\forall i \in N_c) \quad (7)$$

$$u_i \leq Q - (Q - d_i) \sum_{r \in R} x_{i0r} \quad (\forall i \in N_c) \quad (8)$$

$$s_{ir} - s_{jr} + (M1_i + t_{ij}) x_{ijr} \leq M1_i \quad (\forall i, j \in N_c, i \neq j, \forall r \in R) \quad (9)$$

$$s_{jr} \leq B_j \sum_{i \in N} x_{ijr} \quad (\forall j \in N_c, \forall r \in R) \quad (10)$$

$$s_{jr} \leq A_j \sum_{i \in N} x_{ijr} \quad (\forall j \in N_c, \forall r \in R) \quad (11)$$

$$s_{jr} \geq start_r + (M2 + t_{0j}) x_{0jr} - M2 \quad (\forall j \in N_c, \forall r \in R) \quad (12)$$

$$w_r \leq \sum_{i \in N_c} x_{i0r} \quad (\forall r \in R) \quad (13)$$

$$w_r \leq \sum_{j \in N_c} x_{0j,r+1} \quad (\forall r \in R: r < |R|) \quad (14)$$

$$start_{r+1} \geq finish_r - M2(1 - w_r) \quad (\forall r \in R: r < |R|) \quad (15)$$

$$finish_r \geq s_{ir} + t_{i0} - M3(1 - x_{i0r}) \quad (\forall j \in N_c, \forall r \in R) \quad (16)$$

$$finish_r - start_r \leq MaxRouteTime \quad (\forall r \in R) \quad (17)$$

$$x_{ijr} \in \{0,1\} \quad (\forall i, j \in N, \forall r \in R) \quad (18)$$

$$w_r \in \{0,1\} \quad (\forall r \in R) \quad (19)$$

$$u_i \geq 0 \quad (\forall i \in N_c) \quad (20)$$

$$s_{ir} \geq 0 \quad (\forall i \in N_c, \forall r \in R) \quad (21)$$

$$start_r, finish_r \geq 0 \quad (\forall r \in R) \quad (22)$$

Burada; $M1_i = B_i$, $M2 = \max_{i \in N} \{B_i\}$ ve $M3_i = B_i + t_{i0}$ almak yeterlidir.

Matematiksel modelde (1) numaralı eşitlik amaç fonksiyonu toplam taşıma maliyetinin en küçüklenmesidir.

(2) ve (3) numaralı kısıtlar ARP için geliştirilmiş atama kısıtlarıdır ve bir müşteriye mutlaka bir kere hizmet verilmesini garantilemekte, buna ek olarak düğümün girdi çıktı dengesini sağlamaktadır. (4) numaralı kısıt depodan her düğüme en fazla bir çıkış olabileceğini sağlamaktadır. (5) numaralı kısıt r rotası tamamlanmadan $r+1$ rotasının başlayamayacağını göstermektedir.

(6–8) numaralı kısıtlar kapasite ve alt tur eleme kısıtlarıdır. (6) numaralı kısıt bir rota üzerinde dağıtım taleplerinin toplamının kapasiteyi geçmemesini sağlamakla beraber alt turların oluşmasını da engellemektedir. (7–8) numaralı kısıtlar yardımcı karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtlardır.

(9–12) numaralı kısıtlar zaman penceresi kısıtlarıdır. (13–17) numaralı kısıtlar rota başlangıç kısıtlarıdır ve aracın r rotasını tamamlayıp $r+1$ rotasına başlamasını sağlayarak, aracın birden fazla rotada kullanılmasına izin vermektedir. (18–22) numaralı kısıtlar ise işaret kısıtlarıdır.

ÇK_ZP_ARP için (1–22)'de sunulan yeni matematiksel model, $O(|N|^2|R|)$ karmaşıklığında 0–1 karar değişkeni, $O(|N||R|)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N|^2|R|)$ karmaşıklığında kısıt sahibidir.

4. DENEYSSEL ÇALIŞMALAR (COMPUTATIONAL STUDIES)

Deneysel çalışmalarda Solomon'un [17] 25 müşterilik test kümesi kullanılmıştır. Bu test kümesinde müşteriler 100×100 'lük grid yüzey üzerinde değişik yerleşim parametrelerine göre yerleştirilmiştir. Bu parametrelere göre R tipi problemlerde müşteriler tamamen rassal, C tipi problemlerde müşteriler belirli bölgelerde yoğunlaştırılarak, RC tipi problemlerde ise müşterilerin bir kısmı rassal kalan kısmı ise belirli bölgelerde yoğunlaştırılarak yerleştirilmiştir. Buna ek olarak, iki çeşit zaman penceresi genişliği ve araç kapasitesi göz önüne alınmıştır. Buna göre Tip 1 test problemlerinde zaman pencereleri dar ve araç kapasitesi küçük iken, Tip 2 test problemlerinde zaman pencereleri daha geniş ve araç kapasitesi daha büyüktür. Her grupta 8 ile 12 arasında değişen sayılarda test problemi yer almaktadır. Toplamda, 56 test problemi bulunmaktadır.

Solomon'un [17] test problemlerini, bu çalışmada ele alınan problem tipine dönüştürmek amacıyla her bir problem için Maksimum İzin Verilen Süre (MİS) değeri hesaplanmış, bu sürenin 1, 2, 3 katı ve sınırlandırılmamış hali her bir rota için izin verilen en fazla süre olarak kabul edilmiştir. Böylelikle, her bir problemde 4 yeni problem üretilmiş ve toplamda 224

test problemi elde edilip çözülmüştür. MİS değeri şu şekilde hesaplanmıştır:

$$MIS = \max_{i \in N} \{t_{oi} + s_i + t_{io}\}$$

Performans ölçütü olarak Yüzde Sapma Değeri (YSD) kullanılmıştır. Bu değer, matematiksel modelden elde edilen üst sınırın ($Z^{ÜS}$), yine matematiksel modelden elde edilen alt sınırdan (Z^{AS}) uzaklığını göstermektedir. Bu değer "0" a ne kadar yakın olursa elde edilen sonuç en iyi çözüme o kadar yakın olmaktadır. YSD değeri şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$YSD = 100 * \left(\frac{Z^{ÜS} - Z^{AS}}{Z^{AS}} \right)$$

Önerilen matematiksel model GAMS ara yüzünde kodlanmış ve matematiksel model çözücüsü olarak CPLEX 10.2 kullanılmıştır. Bütün koşullarda çözücünün varsayılan parametre seviyeleri kullanılmıştır. Her bir koşul Intel Xeon 3.16 Ghz hızında 1 GB ara belleğe sahip, "Windows 7" işletim sistemi ile çalışan bilgisayarlarda gerçekleştirilmiştir. Bütün koşullar 1 saat (3600 saniye) ile sınırlandırılmıştır. Matematiksel model çözücüsüyle gerçekleştirilen deneysel çalışmaların özet sonuçları Tablo 1'de sunulmuştur. Her bir problem için elde edilen sonuçlar ise EK 1-3'de sunulmaktadır.

Tablo 1. Ortalama yüzde sapma değerleri (Average value of percentage gaps)

Maksimum Rota Uzunluğu	Yerleşim Parametreleri			Ort.
	C	R	RC	
1	84,97	82,65	94,17	86,65
2	86,60	78,02	90,98	84,33
3	83,10	77,27	90,42	82,80
UnLimited	63,28	74,30	87,25	74,65
Ortalama	79,49	78,06	90,71	82,11

Tablodan sonuçlar incelendiğinde; rotalar için izin verilen maksimum rota süresi değeri arttıkça yüzde sapma değerinin düştüğü görülmektedir. Buna göre, rota sürelerindeki kısıtlamalar azaldıkça problemin çözümünün kolaylaştığı görülmektedir. Yerleşim parametrelerine göre bir karşılaştırma yapıldığında ise, RC tipi problemlerinde elde edilen ortalama YSD, R ve C tipi problemlere göre yüksek olduğu gözlenmektedir. Buna göre müşterilerin bir kısmının rassal, geri kalanının ise kümelenmiş şekilde dağılmış olduğu problemlerin daha zor çözüldüğü görülmektedir.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER (CONCLUSION and SUGGESTIONS)

Bu çalışmada ARP'nin geliştirilmiş bir hali olan ÇK_ZP_ARP tanımlanmış ve bu problem için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önerilmiştir. Önerilen matematiksel modelde, çok kullanım kavramının mantığı gereği araçların birden fazla rotada kullanılması amaçlanmıştır. Matematiksel model literatürde sıklıkla kullanılan göz önüne alınarak 25 müşterilik test problemleri çözülmüş ve sonuçları sunulmuştur.

ÇK_ZP_ARP, NP-Zor sınıfında bir problem tipi olduğu için, orta ve büyük boyutlu problemlerde matematiksel modeller ile en iyi çözümlere ulaşmak mümkün değildir. Bu nedenle, ileri çalışma olarak öncelikle kısa sürede iyi çözümler sunacak sezgisel/meta-sezgisel bir yöntem geliştirilebilir. Sonraki aşamada, en iyi çözümleri elde edebilmek amacıyla, önerilen matematiksel model, sezgisel yöntem ve geçerli eşitsizlikler (valid inequalities) yardımıyla bir kesin algoritma geliştirilebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Toth, P., Vigo, D., **The Vehicle Routing Problem**, SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, 2002.
- Azi, N., Gendreau, M., Potvin, J.-Y., "An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles", **European Journal of Operational Research**, 202, 756-763, 2010.
- Salhi, S., **The integration of routing into the location-allocation and vehicle composition problems**, Ph.D. Thesis, University of Lancaster, 198-208, 1987.
- Fleischmann, B., "The vehicle routing problem with multiple use of vehicles", **Working paper**, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg, 1990.
- Brandão, J.C.S., Mercer, A., "The multi-trip vehicle routing problem", **Journal of the Operational Research Society**, 49, 799-805, 1998.
- Olivera, A., Viera, O., "Adaptive memory programming for the vehicle routing problem with multiple trips", **Computers & Operations Research**, 34, 28-47, 2007.
- Petch, R.J., Salhi, S., "A GA based heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips." **Journal of Mathematical Modelling and Algorithms**, 6, 591-613, 2007.
- Petch, R.J., Salhi, S., "A multi-phase constructive heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips", **Discrete Applied Mathematics**, 133, 69-92, 2004.
- Taillard, É.D., Laporte, G., Gendreau, M., "Vehicle routing with multiple use of vehicles", **Journal of the Operational Research Society**, 47, 1065-1070, 1996.
- Brandão, J.C.S., Mercer, A., "A Tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem" **European Journal of Operational Research**, 100, 180-191, 1997.
- Azi, N., Gendreau, M., Potvin, J.-Y., "An exact algorithm for a single vehicle routing problem with time windows and multiple routes", **European Journal of Operational Research**, 178, 755-766, 2007.
- Miller, C.E., Tucker, A. W., Zemlin, R. A., "Integer programming formulations and traveling salesman problems", **Journal of the ACM**, 7, 326-329, 1960.
- Kulkarni, R. V., Bhave, P. R., "Integer programming formulations of vehicle routing problems", **European Journal of Operational Research**, 20, 58-67, 1985.
- Desrochers, M., Laporte, G., "Improvements and extensions to the Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination constraints", **Operations Research Letters**, 10, 27-36, 1991.
- Kara, İ., Laporte, G., Bektas, T., "A note on the lifted Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem", **European Journal of Operational Research**, 158, 793-795, 2004.
- Kara, İ., "Two indexed polynomial size formulations for vehicle routing problems", **Technical Report**, Ankara-Türkiye, 2008.
- Solomon, M.M., "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints". **Operations Research**, 35, 254-265, 1987.

EKLER (APPENDICES)

EK 1. C sınıfı veriler için matematiksel modelin çözümü (Appendices 1. Solution of the mathematical model for C class datas)

Problem Adı	Kap. Tipi	YSD	Problem Adı	Kap. Tipi	YSD
C101_25_1	1	17,00	C109_25_3	3	92,09
C101_25_2	2	70,61	C109_25_UnLimited	UnLimited	91,85
C101_25_3	3	62,32	C201_25_1	1	86,71
C101_25_UnLimited	UnLimited	27,27	C201_25_2	2	81,74
C102_25_1	1	87,28	C201_25_3	3	82,91
C102_25_2	2	85,89	C201_25_UnLimited	UnLimited	13,68
C102_25_3	3	85,82	C202_25_1	1	91,39
C102_25_UnLimited.txt	UnLimited	47,27	C202_25_2	2	92,77
C103_25_1	1	87,65	C202_25_3	3	88,94
C103_25_2	2	85,67	C202_25_UnLimited	UnLimited	62,53
C103_25_3	3	79,25	C203_25_1	1	91,59
C103_25_UnLimited	UnLimited	72,77	C203_25_2	2	88,56
C104_25_1	1	86,45	C203_25_3	3	92,66
C104_25_2	2	88,28	C203_25_UnLimited	UnLimited	80,26
C104_25_3	3	88,75	C204_25_1	1	89,89
C104_25_UnLimited	UnLimited	69,85	C204_25_2	2	92,61
C105_25_1	1	87,23	C204_25_3	3	90,77
C105_25_2	2	86,86	C204_25_UnLimited	UnLimited	87,13
C105_25_3	3	69,89	C205_25_1	1	85,99
C105_25_UnLimited	UnLimited	38,62	C205_25_2	2	88,46
C106_25_1	1	83,37	C205_25_3	3	85,61
C106_25_2	2	70,32	C205_25_UnLimited	UnLimited	58,33
C106_25_3	3	56,69	C206_25_1	1	90,92
C106_25_UnLimited	UnLimited	28,10	C206_25_2	2	90,19
C107_25_1	1	88,82	C206_25_3	3	84,89
C107_25_2	2	88,61	C206_25_UnLimited	UnLimited	91,35
C107_25_3	3	82,17	C207_25_1	1	88,52
C107_25_UnLimited	UnLimited	46,51	C207_25_2	2	84,56
C108_25_1	1	94,72	C207_25_3	3	84,82
C108_25_2	2	94,78	C207_25_UnLimited	UnLimited	87,13
C108_25_3.	3	93,46	C208_25_1	1	91,34
C108_25_UnLimited	UnLimited	89,02	C208_25_2	2	86,80
C109_25_1	1	95,64	C208_25_3	3	91,61
C109_25_2	2	95,47	C208_25_UnLimited	UnLimited	84,05

EK 2. R sınıfı veriler için matematiksel modelin çözümü (Appendices 2. Solution of the mathematical model for R class datas)

Problem Adı	Kap. Tipi	YSD	Problem Adı	Kap. Tipi	YSD
R101_25_1	1	49,67	R112_25_3	3	78,83
R101_25_2	2	49,83	R112_25_UnLimited	UnLimited	78,83
R101_25_3	3	49,32	R201_25_1	1	77,67
R101_25_UnLimited	UnLimited	49,32	R201_25_2	2	64,82
R102_25_1	1	80,82	R201_25_3	3	79,09
R102_25_2	2	68,09	R201_25_UnLimited	UnLimited	66,35
R102_25_3	3	71,44	R202_25_1	1	84,50
R102_25_UnLimited	UnLimited	71,44	R202_25_2	2	84,50
R103_25_1	1	88,06	R202_25_3	3	85,38
R103_25_2	2	78,54	R202_25_UnLimited	UnLimited	80,16
R103_25_3	3	86,61	R203_25_1	1	83,26
R103_25_UnLimited	UnLimited	86,61	R203_25_2	2	81,65
R104_25_1	1	88,34	R203_25_3	3	76,55
R104_25_2	2	85,49	R203_25_UnLimited	UnLimited	81,12
R104_25_3	3	81,95	R204_25_1	1	84,22
R104_25_UnLimited	UnLimited	81,95	R204_25_2	2	73,94
R105_25_1	1	78,66	R204_25_3	3	77,76
R105_25_2	2	55,00	R204_25_UnLimited	UnLimited	73,24
R105_25_3	3	50,81	R205_25_1	1	79,32
R105_25_UnLimited	UnLimited	50,81	R205_25_2	2	82,31
R106_25_1	1	86,18	R205_25_3	3	82,31
R106_25_2	2	78,58	R205_25_UnLimited	UnLimited	67,94
R106_25_3	3	77,17	R206_25_1	1	83,15
R106_25_UnLimited	UnLimited	78,28	R206_25_2	2	81,62
R107_25_1	1	85,66	R206_25_3	3	79,14
R107_25_2	2	79,90	R206_25_UnLimited	UnLimited	71,93
R107_25_3	3	72,84	R207_25_1	1	83,49
R107_25_UnLimited	UnLimited	72,84	R207_25_2	2	76,08
R108_25_1	1	87,15	R207_25_3	3	88,93
R108_25_2	2	91,73	R207_25_UnLimited	UnLimited	69,78
R108_25_3	3	78,39	R208_25_1	1	82,89
R108_25_UnLimited	UnLimited	78,39	R208_25_2	2	81,84
R109_25_1	1	83,76	R208_25_3	3	79,60
R109_25_2	2	76,94	R208_25_UnLimited	UnLimited	77,61
R109_25_3	3	78,81	R209_25_1	1	83,92
R109_25_UnLimited	UnLimited	78,81	R209_25_2	2	79,20
R110_25_1	1	87,34	R209_25_3	3	74,75
R110_25_2	2	82,51	R209_25_UnLimited	UnLimited	66,72
R110_25_3	3	87,79	R210_25_1	1	84,90
R110_25_UnLimited	UnLimited	87,79	R210_25_2	2	84,76
R111_25_1	1	87,73	R210_25_3	3	84,90
R111_25_2	2	87,05	R210_25_UnLimited	UnLimited	77,63
R111_25_3	3	78,63	R211_25_1	1	82,91
R111_25_UnLimited	UnLimited	78,63	R211_25_2	2	82,87
R112_25_1	1	87,27	R211_25_3	3	76,17
R112_25_2	2	87,29	R211_25_UnLimited	UnLimited	82,74

EK 3. RC sınıfı veriler için matematiksel modelin çözümü (Appendices 3. Solution of the mathematical model for RC class datas)

Problem Adı	Kap. Tipi	YSD	Problem Adı	Kap. Tipi	YSD
RC101_25_1	1	86,68	RC201_25_1	1	86,10
RC101_25_2	2	61,44	RC201_25_2	2	84,83
RC101_25_3	3	65,12	RC201_25_3	3	74,66
RC101_25_UnLimited	UnLimited	65,17	RC201_25_UnLimited	UnLimited	31,94
RC102_25_1	1	95,91	RC202_25_1	1	95,12
RC102_25_2	2	93,02	RC202_25_2	2	93,43
RC102_25_3	3	93,06	RC202_25_3	3	91,03
RC102_25_UnLimited	UnLimited	93,06	RC202_25_UnLimited	UnLimited	90,68
RC103_25_1	1	96,55	RC203_25_1	1	95,49
RC103_25_2	2	95,28	RC203_25_2	2	94,27
RC103_25_3	3	96,30	RC203_25_3	3	94,91
RC103_25_UnLimited	UnLimited	96,30	RC203_25_UnLimited	UnLimited	88,97
RC104_25_1	1	96,77	RC204_25_1	1	95,49
RC104_25_2	2	95,77	RC204_25_2	2	94,91
RC104_25_3	3	97,04	RC204_25_3	3	94,35
RC104_25_UnLimited	UnLimited	97,12	RC204_25_UnLimited	UnLimited	94,79
RC105_25_1	1	90,34	RC205_25_1	1	92,13
RC105_25_2	2	83,87	RC205_25_2	2	92,23
RC105_25_3	3	79,00	RC205_25_3	3	88,63
RC105_25_UnLimited	UnLimited	79,00	RC205_25_UnLimited	UnLimited	89,71
RC106_25_1	1	96,18	RC206_25_1	1	94,72
RC106_25_2	2	93,81	RC206_25_2	2	93,76
RC106_25_3	3	95,38	RC206_25_3	3	94,78
RC106_25_UnLimited	UnLimited	95,38	RC206_25_UnLimited	UnLimited	90,73
RC107_25_1	1	97,02	RC207_25_1	1	95,57
RC107_25_2	2	96,47	RC207_25_2	2	95,42
RC107_25_3	3	96,93	RC207_25_3	3	95,68
RC107_25_UnLimited	UnLimited	96,93	RC207_25_UnLimited	UnLimited	95,72
RC108_25_1	1	96,97	RC208_25_1	1	95,75
RC108_25_2	2	96,96	RC208_25_2	2	90,28
RC108_25_3	3	96,19	RC208_25_3	3	93,72
RC108_25_UnLimited	UnLimited	96,19	RC208_25_UnLimited	UnLimited	94,23