

SİLİNDİRİK ROTORLU SENKRON MAKİNA V- VE AYAR EĞRİLERİNİ TAM TANIMLAYAN İKİ YENİ KOORDİNAT SİSTEMİ: KELEBEK KOORDİNAT SİSTEMLERİ (KKS-P & KKS-M)

Osman Gürdal

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Teknoloji Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06500, Ankara,
ogurdal@gazi.edu.tr

(Geliş/Received: 08.09.2011; Kabul/Accepted: 01.08.2012)

ÖZET

Senkron elektrik makinalarının regülasyon karakteristikleri uyarım akımının yük akımına bağımlılığının belirlenmesini gerektirir. Tek veya paralel çalışan senkron elektrik makinalarının teknik ve ekonomik göstergelerinin optimizasyonu senkron makinalardan yararlanmada önemli bir problemdir. Bu nedenlerden dolayı, yuvarlak rotorlu senkron makinanın V- eğrileri ve Ayar eğrilerinin önceden elde edilen analitik ifadeleri farklı bir yolla iki yeni koordinat sisteminde tam tanımlanmak için yeniden ele alınmıştır: Kelebek Koordinat Sistemleri (KKS-P & KKS-M). KKS'ler sadece hiperboller ailesinden oluşan V- eğrileri ve Ayar eğrilerinin yorumlanmasını ve çizilmesini kolaylaştırırken analitik ifadelerin kısa tanımlanmasını sağlamaktadır. KKS'lerin geleneksel ve tersine özellikleri de verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: V-Eğrileri, Karekök Skalalı Çizge, Ayar Karakteristiği, Kelebek Koordinat Sistemi, Senkron Makina.

TWO NEW COORDINATE SYSTEMS FULLY DESCRIBING V- AND COMPOUNDING CURVES OF CYLINDRICAL ROTOR SYNCHRONOUS MACHINES: BUTTERFLY COORDINATE SYSTEMS (BCS-P & BCS-L)

ABSTRACT

Regulating characteristic of synchronous electrical machine requires to specify the dependence of excitation current on the load current. The optimisation of technical and economic indices of synchronous electrical machines, operating alone or in parallel, is an important problem in the exploitation of synchronous machines. Due to these reasons, the analytical expressions of cylindrical rotor synchronous machine obtained previously for V- curves and Compounding curves are reconsidered to be described fully in a different way in two new coordinate systems: Butterfly Coordinate Systems (BCS-P & BCS-L). BCSs provide short definition of analytical equations while facilitating easy commenting and drawing of V- curves and Compounding curves which are only families of hyperbolas. Traditional and inverse properties of BCSs are also given.

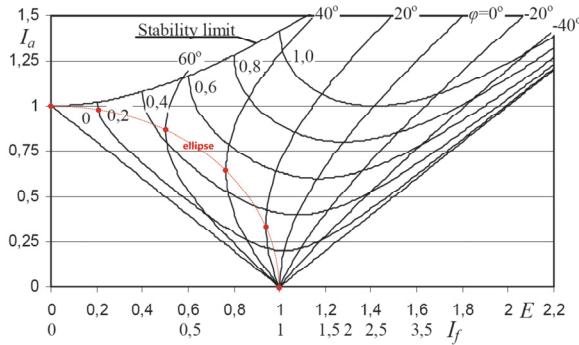
Key Words: V-Curves, Square Root Scaled Chart, Compounding Characteristic, Butterfly Coordinate System, Synchronous Machine.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Senkron makinalar motor, generatör veya kompensatör modunda çalıştırılarak bir elektrik şebekesinden güç çekerler veya şebekeye etkin-tepkin güç verirler. Her durumda şebeke geriliminin güvenilir kararlılıkta olması çok önemlidir. Şebeke ile senkron makina arasındaki güç değişimi V- ve

Ayar eğrileri ile gösterilir. Güç değişiminin sürekli olarak gözlenerek, hatasız olması için uyarım akımının otomatik olarak ayarlanması bu eğrilerin yardımı ile gerçekleştirilir. V- ve Ayar eğrilerinin biçimleri hakkında literatür [1-4] çok zengin gözükmele beraber çoğunlukla yakın zamana kadar olan kaynaklar birbirinin kopyası gibi gözükmekte, kaynakların büyük kısmında sadece V-eğrileri bulunmakta, eğrilerin biçimi hala netliğe

kavuşmamış durumda (eğriler skalasız, düzensiz elips, parabol ve bozuk hiperboller biçiminde), kapsamlı ve doyurucu bir analitik analiz yer almamaktadır. En kapsamlı güncel analitik analiz çok yakın bir zamanda gözükmetedir [5]. Bu çalışmada V- ve Ayar eğrilerinin elipsler biçiminde olmayıp düzenli hiperboller biçiminde olduğu ve bazı ek özellikleri de analitik ve grafiksel olarak doğrulanmaktadır. Grafikler bir grafik yazılımı yardımı ile çizdirilmiş ancak mühendislik pedagojisi açısından hala bir netliğe ve anlaşılabilirliği bakımından senkron makineler hakkında derin bir uzmanlığa gereksinim duyulduğu kolayca anlaşılabilir. Bu çalışmada V- ve Ayar eğrileri, kendilerini tam, kısa ve net olarak tanımlayan, çizim ve yorum kolaylığı sağlayan, geleneksel ve tersine özellikleri de elde edilen iki yeni koordinat sistemiyle ifade edilmektedir. KKŞÇ üzerine çizilen ve KKS'leri adı verilen bu koordinat sistemlerinde konumları ve büyüklükleri farklı hiperboller ailesi bulunmaktadır. Bu koordinat sistemlerinin yeniliği, literatüre henüz girmemiş olmasının yanında (literatürün iyice tarandığı düşünülerek), iyi bilinen hiperbollerin kısa tanımlı geometrik ilişkilerinde ve ortogonal olmayan eğriler ailesi ile tanımlanmasında yatmaktadır. KKS'lere bir potansiyel teori problemine çözüm arayışında karşılaşılmıştır. Sonraki kısımda Senkron Makina Eşdeğer Devreleri ve Genel Eşitlikleri yer almakta, bunlardan V- ve Ayar eğrilerinin nasıl elde edildiği ve bazı ek özellikler yer almaktadır.



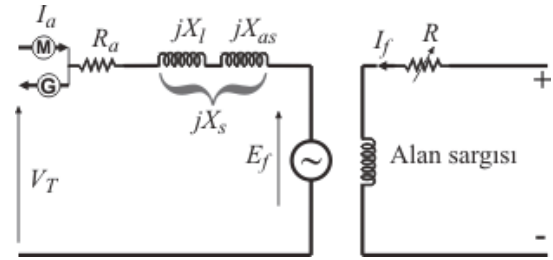
Şekil 1 Karşılaştırma kolaylığı amacıyla [5] nolu referansa ait V- ve Ayar eğrileri grafikleri (Elips çizgisi sonradan eklenmiştir) (Fig.1 V- and Compounding curves belonging to reference [5] for comparison purposes) (Ellipse curve is added later)

2. SENKRON MAKİNA EŞDEĞER DEVRELERİ VE GENEL EŞİTLİKLER

(Synchronous Machine Equivalent Circuits and General Equations)

Senkron makina eşdeğer devresi şekil 1'de ve fazör diyagramları şekil 2'de görülmektedir. Burada, R_a = armatür direnci (Ω /faz), X_l = armatür kaçak reaktansı (Ω /faz), X_{as} = armatür reaktansı (Ω /faz),

X_s = senkron reaktans (Ω /faz), Z_s = senkron empedans (Ω /faz), V_T = Terminal gerilimi (V), E_f = Armatür emf (V), I_a = armatür akımı (A), θ yük açısı, $\rho = \tan^{-1} R_a / X_s$, $\alpha = \rho + \theta + \pi / 2$ dir.



Şekil 1 Bir faz senkron makina (G-Generatör ve M-Motor) armatürü eşdeğer devresi (Fig.1 Equivalent circuit model for one phase of synchronous machine armature)

Şekil 2'deki fazör diyagramlarından generatör durumu için

$$E_f = I_a R_a + \overbrace{j I_a X_l + j I_a X_{as}}^{j I_a X_s} + V_T \quad (1)$$

ve motor durumu için

$$V_T = I_a R_a + \overbrace{j I_a X_l + j I_a X_{as}}^{j I_a X_s} + E_f \quad (2)$$

fazör eşitlikleri yazılır.

V-eğrilerinin analitik olarak elde edilmesi için sadece generatör durumunu dikkate alalım. Generatör durumu için eşitlik (1)

$$E_f^2 = V_T^2 + I_a^2 (X_s^2 + R_a^2) + 2V_T I_a \sqrt{X_s^2 + R_a^2} \sin(\phi + \rho) \quad (3)$$

analitik biçiminde veya etkin güç, P dikkate alınarak

$$E_f^2 = V_T^2 + I_a^2 (X_s^2 + R_a^2) + 2PR_a + 2X_s \sqrt{V_T^2 I_a^2 - P^2} \quad (4)$$

ve

$$E_f^2 = V_T^2 + I_a^2 (X_s^2 + R_a^2) + 2PR_a - 2X_s \sqrt{V_T^2 I_a^2 - P^2} \quad (5)$$

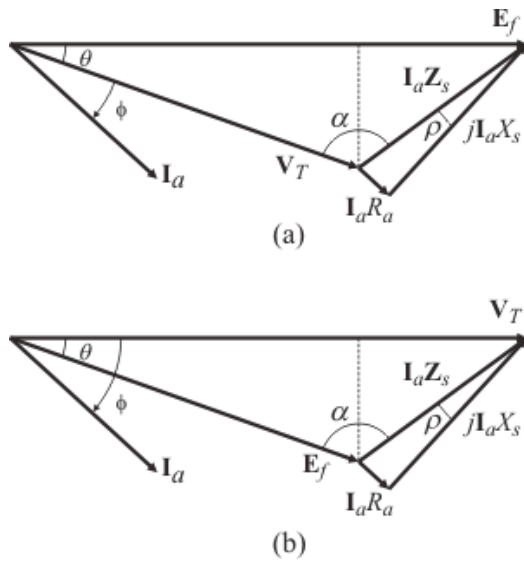
orta ve büyük güçlü senkron makineler için $R_a = 0$ alınarak

$$E_f^2 = V_T^2 + I_a^2 X_s^2 + 2X_s \sqrt{V_T^2 I_a^2 - P^2} \quad (6)$$

ve

$$E_f^2 = V_T^2 + I_a^2 X_s^2 - 2X_s \sqrt{V_T^2 I_a^2 - P^2} \quad (7)$$

olarak yazılır. (6) nolu eşitlik V-eğrilerini oluşturan hiperbollerin sağ (yoruma veya bakışa göre ileri veya geri çalışma) tarafı için ve (7) nolu eşitlik hiperbollerin sol (yoruma veya bakışa göre geri veya ileri çalışma) tarafı içindir. Deneysel olarak ise V-eğrileri laboratuvarında, sabit yükte, I_f değiştirilerek I_a ve I_f 'nin değerleri kaydedilerek çizilir.



Şekil 2 Eşdeğer devre modeli fazör diyagramı, (a) Generatör ve (b) Motor (Fig.2 Phasor diagram corresponding to the equivalent-circuit model, (a) Generator and (b) Motor)

(3) nolu eşitlik

$$\sin(\phi + \rho) = \frac{V_T^2 - E_f^2 + I_a^2 (X_s^2 + R_a^2)}{2V_T I_a \sqrt{X_s^2 + R_a^2}} \quad (8)$$

biçiminde yazılır ve $R_a \ll X_s$ ise

$$\sin \phi = \frac{V_T^2 - E_f^2 + I_a^2 X_s^2}{2X_s V_T I_a} \quad (9)$$

olur. (9) eşitliği ile Ayar eğrileri çizdirilir. Deneysel olarak ise Ayar eğrileri laboratuvarında, ayarlanabilen omik, indüktif ve kapasitif yüklerde, sabit $\cos \phi$ altında I_f değiştirilerek I_a ve I_f 'nin değerleri kaydedilerek çizilir. $\phi = 0$ yani $\cos \phi = 1$ iken

(9) eşitliği

$$I_a^2 = \frac{E_f^2}{X_s^2} - \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (10)$$

olarak yazılır ve bir hiperbolü ifade etmektedir. Stabilite sınırı [5]

$$I_a^2 = \frac{E_f^2}{X_s^2} + \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (11)$$

ile ifade edilir ve minimum değeri $dI_a / dE_f = 0$ eşitliğinden

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (12)$$

olarak bulunur. Ayar eğrilerini oluşturan hiperbollerin köşelerinin temas noktalarının bir elips veya uygun skalada bir çember oluşturduğu (9) eşitliğinden $dE_f / dI_a = 0$ ile

$$I_a = \frac{V_T}{X_s} \sin \phi \quad (13a)$$

veya grafiksel olarak

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} - \frac{E_f^2}{X_s^2} \quad (13b)$$

ile tanımlanır.

III. KELEBEK KOORDİNAT SİSTEMLERİ (BUTTERFLY COORDINATE SYSTEMS)

KKS-P'yi oluşturan iki adet eğriler ailesinden biri (V-eğrileri)

$$y^2 - \left(x - a\lambda \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{\lambda^2}} \right)^2 = a^2 \lambda^2 \quad (14a)$$

veya

$$y^2 - \left(x - a\sqrt{1+\lambda^2} \right)^2 = a^2 \lambda^2 \quad (14b)$$

ile kesilmeyen hiperboller ailesi ve diğeri (Ayar eğrileri)

$$x^2 - (y - a\mu)^2 = a^2(1 - \mu^2) \quad (15)$$

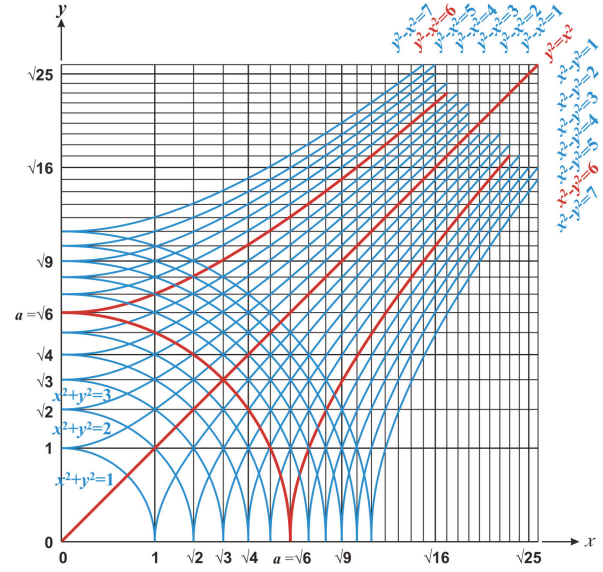
ile kesişen hiperboller ailesi olarak tanımlanır. KKŞÇ [6] üzerine çizilen bu eğriler ailesini tanımlayan grafikler şekil 3'te görülmektedir. Bu çalışmada üretilen KKŞ-P'nin adı, biçim olarak kelebeğe benzemesinden kaynaklanmakta, P uzantısı ise KKŞ-M arasındaki farkın vurgulanması içindir. (14b) nolu eşitliğin tanımladığı hiperboller ailesi iyi bilinen çift kutuplu (bipolar) koordinat sistemindeki çemberlerin hiperbollere dönüşmüş halidir. Bu hiperboller grafiksel olarak silindirik koordinat sisteminin $z = 0$ düzlemindeki karşılıkları ile Şekil 3'te verilmiştir.

Şekil 3'te, $a = \sqrt{6}$ ve λ 'nin 0 , $\lambda = 1/\sqrt{6}$, $\lambda = \sqrt{2}/\sqrt{6}$, $\lambda = \sqrt{3}/\sqrt{6}$, $\lambda = \sqrt{4}/\sqrt{6}$, $\lambda = \sqrt{5}/\sqrt{6}$, $\lambda = 1$ değerleri için

$x^2 + y^2 = r^2 = a^2\lambda^2$ ile tanımlanan çemberler:
 $x^2 + y^2 = 0$, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 2$,
 $x^2 + y^2 = 3$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 5$,
 $x^2 + y^2 = 6$;

$x^2 - y^2 = r^2 = a^2\lambda^2$ ile tanımlanan hiperboller (x yönünde ıraksama): $x^2 - y^2 = 0$, $x^2 - y^2 = 1$,
 $x^2 - y^2 = 2$, $x^2 - y^2 = 3$, $x^2 - y^2 = 4$,
 $x^2 - y^2 = 5$, $x^2 - y^2 = 6$;

$y^2 - x^2 = r^2 = a^2\lambda^2$ ile tanımlanan hiperboller (y yönünde ıraksama): $y^2 - x^2 = 0$, $y^2 - x^2 = 1$,
 $y^2 - x^2 = 2$, $y^2 - x^2 = 3$, $y^2 - x^2 = 4$,
 $y^2 - x^2 = 5$, $y^2 - x^2 = 6$ olarak yazılır.
 $x^2 + y^2 = r^2 = a^2\lambda^2$ yazılış biçimi KKŞ-P ve KKŞ-M'deki çember ve hiperbollerle olan benzerliğin ve geçişin vurgulanması için tercih edilmiştir.



Şekil 3 KKŞÇ üzerinde Silindirik Koordinat Sisteminin $z = 0$ düzlemindeki geleneksel çember ve hiperbollerin grafiksel gösterimi (Fig.3 Graphical representation of the circles and hyperbolas of the plane of $z = 0$ of Cylindrical Coordinate System on the SRSC)

KKŞÇ üzerinde, estetik açıdan dolayı $a = \sqrt{6}$ alınmıştır. Herhangi bir nedenle gerek duyulduğunda (15) eşitliğindeki μ 'nün işareti değiştirilirse aşağıdaki biçimi alır.

$$x^2 - (y + a\mu)^2 = a^2(1 - \mu^2) \quad (16)$$

(14b) ve (15) eşitliklerinin eş zamanlı çözümü ile geleneksel özellikler

$$x^2 = a^2 \left(\sqrt{1 + \lambda^2} - \frac{\lambda\mu}{\sqrt{1 + \lambda^2 - \mu^2}} \right)^2 \quad (17)$$

ve

$$y^2 = a^2 \lambda^2 \frac{(1 + \lambda^2)}{(1 + \lambda^2) - \mu^2} \quad (18)$$

ile tersine özellikler

$$\mu^2 = \left(\frac{a^2 + y^2 - x^2}{2ay} \right)^2 \quad (19)$$

ve

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2} + \frac{y^2}{2a^2} + \frac{x\sqrt{2(a^2 + y^2) - x^2}}{2a^2} \quad (20)$$

elde edilir. Bu eşitliklerde kısa ve öz olması ve KKSÇ'ye uygunluk sağlaması bakımından karesel yazım biçimi tercih edilmiştir (örneğin, y yerine y^2).

KKS-P'nde x ve y aralarında değiştirilerek yeni eğriler ailesi yani KKS-M elde edilir. Bu durumda (14) ve (15) nolu eşitlikler

$$x^2 - \left(y - a\lambda \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{\lambda^2}} \right)^2 = a^2 \lambda^2 \quad (21a)$$

veya

$$x^2 - \left(y - a\sqrt{1+\lambda^2} \right)^2 = a^2 \lambda^2 \quad (21b)$$

ile kesişmeyen hiperboller ailesi ve

$$y^2 - (x - a\mu)^2 = a^2(1 - \mu^2) \quad (22)$$

ile kesişen hiperboller ailesi olur. KKS-M'nin KKS-P'den farkı koordinat sisteminin bir bakışla 90° döndürülmüş halidir. Bu eğriler ailesini tanımlayan grafikler şekil 5'de görülmektedir. KKS-P ve KKS-M'nin beraber kullanımı bir yorum kolaylığı sağlamanın yanında geleneksel olarak V- eğrileri için KKS-P tercih edilirken Ayar eğrileri için KKS-M'nin tercih edilmesidir. KKS-P için yapılan bütün yorumlar KKS-M için de geçerlidir.

(21b) ve (22) eşitliklerinin eş zamanlı çözümü ile geleneksel özellikler

$$x^2 = a^2 \lambda^2 \frac{(1+\lambda^2)}{(1+\lambda^2) - \mu^2} \quad (23)$$

ve

$$y^2 = a^2 \left(\sqrt{1+\lambda^2} - \frac{\lambda\mu}{\sqrt{1+\lambda^2 - \mu^2}} \right)^2 \quad (24)$$

ile tersine özellikler

$$\mu^2 = \left(\frac{a^2 + x^2 - y^2}{2ax} \right)^2 \quad (25)$$

ve

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2} + \frac{x^2}{2a^2} + \frac{y\sqrt{2(a^2 + x^2) - y^2}}{2a^2} \quad (26)$$

elde edilir.

Şekil 4'te KKS-P üzerinde V-eğrilerinin türevlerinin sıfır (0) olduğu $\mu = 0$ durumunun (14b) eşitliği ve $dy/dx = 0$ 'dan

$$x^2 = a^2 + y^2 \quad (27)$$

ile bir hiperbol, Ayar eğrilerinin türevlerinin sonsuz (∞) olduğu durumun (15) eşitliği ve $dy/dx = \infty$ 'dan

$$x^2 + y^2 = a^2 \quad (28)$$

ile bir çember ve senkron makina durumunda stabilite sınırının

$$x^2 = y^2 + a^2 \quad (29)$$

olduğu ve şekil 5'de KKS-M üzerinde V-eğrilerinin türevlerinin sonsuz (∞) olduğu durumun (21b) eşitliği ve $dy/dx = \infty$ 'dan

$$y^2 = a^2 + x^2 \quad (30)$$

Ayar eğrilerinin türevlerinin sıfır (0) olduğu durumun (22) eşitliği ve $dy/dx = 0$ 'dan

$$x^2 + y^2 = a^2 \quad (31)$$

ile bir çember ve senkron makina durumunda stabilite sınırının

$$y^2 = x^2 + a^2 \quad (32)$$

ile bir hiperbol olduğu kolaylıkla hesaplanabilir ve gözlenebilir.

KKS-P ve KKS-M üzerinde örnek koordinat saptamaları ve hesaplamaları ile KKS-P üzerinde $x = 1$ ve $y = \sqrt{5}$ iken (19) eşitliğinden

$$\mu = \frac{a^2 + y^2 - x^2}{2ay} = \frac{6 + 5 - 1}{2\sqrt{6}\sqrt{5}} = \sqrt{5/6}$$

ve (20) eşitliğinden

$$\begin{aligned}\lambda &= \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{y^2}{2a^2} + \frac{x\sqrt{2(a^2 + y^2)} - x^2}{2a^2}} \\ &= \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2 \cdot 6} + \frac{\sqrt{2(6+5)} - 1}{2 \cdot 6}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{7} - \frac{1}{2}}{6}} \approx \sqrt{\frac{1,8}{6}}\end{aligned}$$

ve KKS-M üzerinde $\mu = 0$ ve $\lambda = \sqrt{1/6}$ iken (23) eşitliğinden

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{a\lambda \frac{(1 + \lambda^2)}{(1 + \lambda^2) - \mu^2}} \\ &= \sqrt{\sqrt{6}\sqrt{1/6} \frac{(1 + 1/6)}{(1 + 1/6)}} = 1\end{aligned}$$

ve (24) eşitliğinden

$$\begin{aligned}y &= a\sqrt{1 + \lambda^2} - \frac{a\lambda\mu}{\sqrt{1 + \lambda^2 - \mu^2}} \\ &= \sqrt{6}\sqrt{1 + 1/6} - 0 = \sqrt{7}\end{aligned}$$

olduğu kolaylıkla hesaplanarak doğrulanabilir.

3. KKS-P VE KKS-M'NİN SENKRON MAKİNAYA UYGULANMASI (APPLICATION OF KKS-P & KKS-M TO SYNCHRONOUS MACHINE)

KKS-P ve KKS-M'nin senkron makinalara uygulanmasında, karşılaştırma amacıyla en güncel olan [5] nolu kaynaktaki analitik çalışmalar referans alınmıştır.

Senkron makina karakteristikleri için KKS-P'nin kullanımında (14) ve (15) eşitliklerinde x eksenine yerine I_a (Anma akımının yüzdesi veya per ünit) ve y eksenine yerine E_f (veya deneysel uygulamada I_f) (Anma emf değerinin yüzdesi veya per ünit) konulur. Eşitliklerde λ değişkeni P 'ye (güç) ve μ ise küçük bir manipülasyonla $\cos\phi$ 'ye karşılık gelmektedir.

KKS-P'yi oluşturan iki adet eğriler ailesinden biri (V-eğrileri)

$$I_a^2 X_s^2 - (E_f - V_T \sqrt{1 + P^2})^2 = V_T^2 P^2 \quad (33)$$

ile diğeri (Ayar eğrileri)

$$E_f^2 - (I_a X_s - V_T \mu)^2 = V_T^2 (1 - \mu^2) \quad (34)$$

ile tanımlanır. (6) ve (7) eşitliklerindeki değişkenlerle uygunluk sağlaması bakımından (33)

eşitliğinde $a = V_T$ ve (34) eşitliğinde ise $y = I_a X_s$ alınmıştır. KKS-P'yi oluşturan hiperboller tam elde edebilmek ve (15) eşitliği ile ifade edilen hiperbollerin köşelerinin temas noktalarının bir çember oluşturması istenilirse X_s ve V_T değerleri uygun skalada dikkate alınır. Burada (Şekil 6 ve 7) X_s ve V_T değerleri 1 pu olarak dikkate alınmıştır. $0 < X_s < 1$ ve $1 < X_s$ için hiperbollerin köşelerinin temas noktaları bir elips oluşturur.

KKS-P üzerinde, estetik açıdan per ünit anma akım değeri sayısal olarak $a = \sqrt{6}$ alınmıştır. $a = \sqrt{6}$ olduğundan λ 'nın $0, \sqrt{1/6}, \sqrt{2/6}, \sqrt{3/6}, \sqrt{4/6}, \sqrt{5/6}, 1, \sqrt{7/6}, \dots$ değerleri doğrudan P 'nin yüzdesi olarak alınabilir. Bu durumda P değerleri % 0; % 40,82; % 57,73; % 70,71; % 81,65; % 91,28; % 100; % 108,01; ... 'e karşılık gelmektedir. μ 'nün $-1, -\sqrt{5/6}, -\sqrt{4/6}, -\sqrt{3/6}, -\sqrt{2/6}, -\sqrt{1/6}, 0, \sqrt{1/6}, \sqrt{2/6}, \sqrt{3/6}, \sqrt{4/6}, \sqrt{5/6}, 1$ değerlerinin $\cos\phi$ 'ye karşılık gelmesi için $0, -\sqrt{1/6}, -\sqrt{2/6}, -\sqrt{3/6}, -\sqrt{4/6}, -\sqrt{5/6}, 1, \sqrt{5/6}, \sqrt{4/6}, \sqrt{3/6}, \sqrt{2/6}, \sqrt{1/6}, 0$ biçiminde sıralanması gerekir. Kısaca μ 'nün pozitif değerleri için $\cos\phi = 1 - \mu^2$ ve negatif değerleri için $\cos\phi = -1 + \mu^2$ olarak hesaplanır. Bu ifadelerin (34) eşitliğine eklenmesi, eğri ailesinin değişkenlerinin sürekliliğinden dolayı mümkün gözükmemektedir. μ 'nün yeni değerleri için ϕ açılarının $-90^\circ; -65,91^\circ; -54,73^\circ; -45^\circ; -35,26^\circ; -24,09^\circ; 0; 24,09^\circ; 35,26^\circ; 45^\circ; 54,73^\circ; 65,91^\circ; 90^\circ$ olduğu kolaylıkla hesaplanabilir.

(33) ve (34) eşitliklerinin eş zamanlı çözümü ile

$$E_f^2 = V_T^2 \left(\sqrt{1 + P^2} - \frac{P\mu}{\sqrt{1 + P^2 - \mu^2}} \right)^2 \quad (35)$$

ve

$$I_a^2 = P^2 \frac{V_T^2 (1 + P^2)}{X_s^2 (1 + P^2) - \mu^2} \quad (36)$$

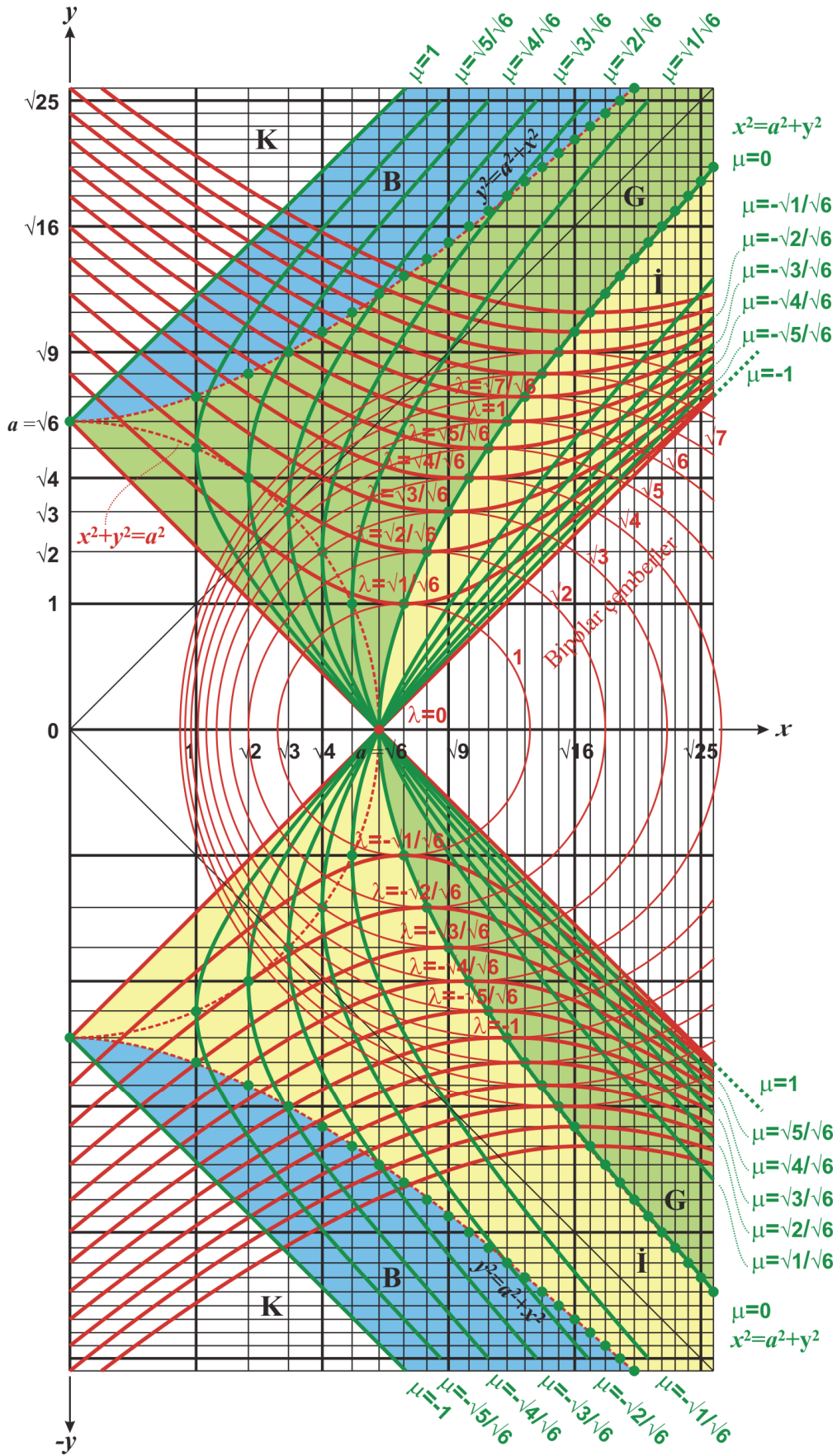
ile

$$\mu^2 = \left(\frac{V_T^2 + I_a^2 X_s^2 - E_f^2}{2V_T I_a X_s} \right)^2 \quad (37)$$

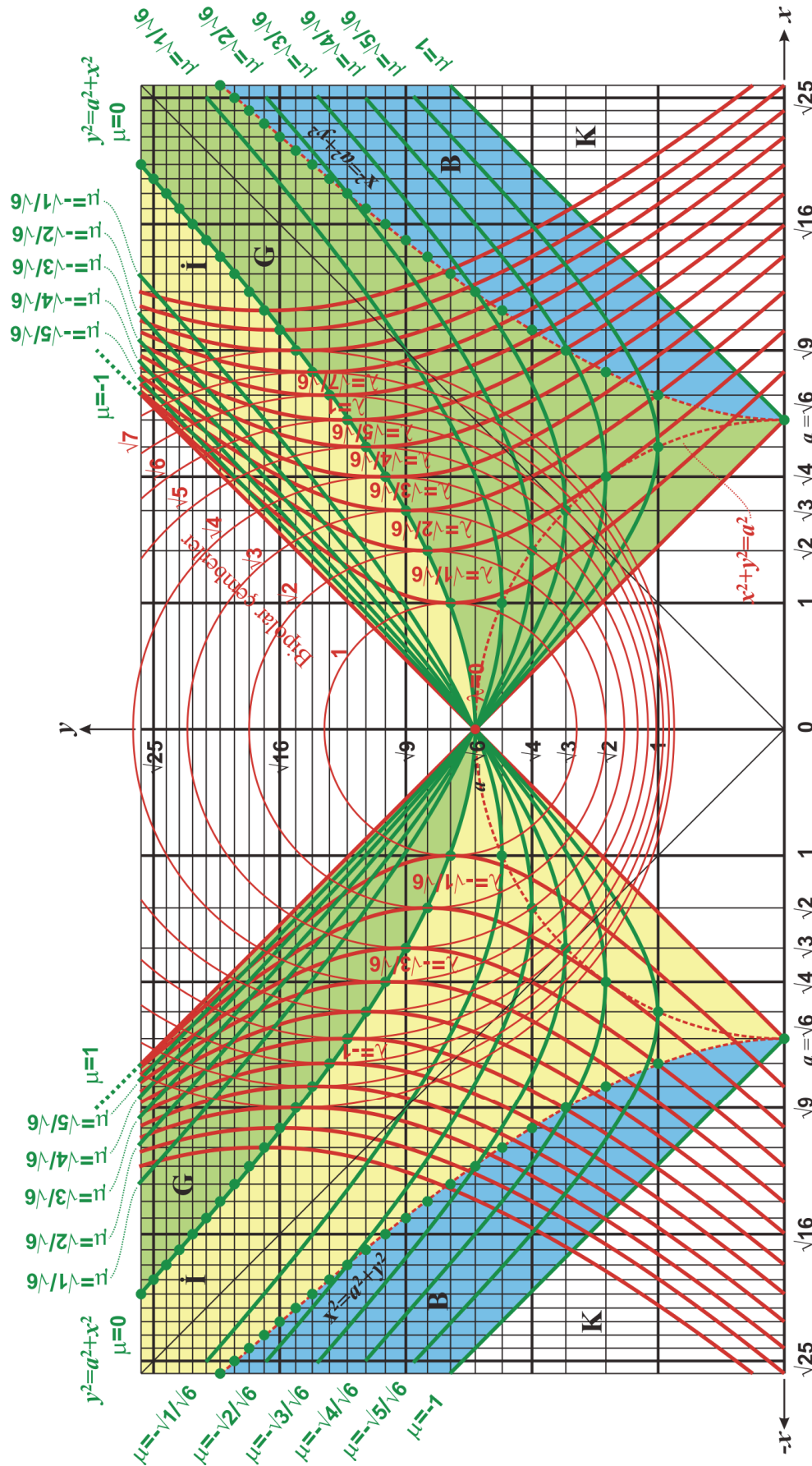
ve

$$P^2 = -\frac{1}{2} + \frac{I_a^2 X_s^2}{2V_T^2} + \frac{E_f \sqrt{2(V_T^2 + I_a^2 X_s^2) - E_f^2}}{2V_T^2} \quad (38)$$

elde edilir.



Şekil 4 KKŞÇ üzerinde KKS-P'nin grafiksel gösterimi (Fig.4 Graphical representation of the BCS-P on the SRSC)



Şekil 5 KKŞÇ üzerinde KKS-M'nin grafiksel gösterimi (Fig.5 Graphical representation of the BCS-L on the SRSC)

KKS-P'nde E_f ve I_a aralarında değiştirilerek yeni eğriler ailesi yani KKS-M elde edilir. Bu durumda (33) ve (34) nolu eşitlikler

$$I_a^2 X_s^2 - \left(E_f - V_T \sqrt{1+P^2} \right)^2 = V_T^2 P^2 \quad (39)$$

ve

$$E_f^2 - \left(I_a X_s - V_T \mu \right)^2 = V_T^2 (1 - \mu^2) \quad (40)$$

olur. (39) ve (40) eşitliklerinin eş zamanlı çözümü ile

$$I_a^2 = P^2 \frac{V_T^2}{X_s^2} \frac{(1+P^2)}{(1+P^2) - \mu^2} \quad (41)$$

ve

$$E_f^2 = V_T^2 \left(\sqrt{1+P^2} - \frac{P\mu}{\sqrt{1+P^2 - \mu^2}} \right)^2 \quad (42)$$

ile

$$\mu^2 = \left(\frac{V_T^2 + I_a^2 X_s^2 - E_f^2}{2V_T I_a X_s} \right)^2 \quad (43)$$

ve

$$P^2 = -\frac{1}{2} + \frac{I_a^2 X_s^2}{2V_T^2} + \frac{E_f \sqrt{2(V_T^2 + I_a^2 X_s^2) - E_f^2}}{2V_T^2} \quad (44)$$

elde edilir.

Şekil 6 ve 7'de Ayar eğrilerinin motor generatör modu arasında sürekli olduğu kolaylıkla gözlenebilir. Şekiller üzerinde motor ve generatör çalışmasında ileri (İ) geri (G) çalışma durumları farklı renklerle işaretlenmiştir. Örneğin motor durumunda ileri çalışma aralığı generatör durumunda geri çalışma aralığına ve generatör durumunda ileri çalışma aralığı motor durumunda geri çalışma aralığına karşılık gelmektedir. Şekillerde B bölgesi senkron makina karakteristiklerinde yer almayan boş bölge ve K bölgesi ise içinde V- eğrileri olan ancak Ayar eğrileri olmayan ve KKS tanımlamasında yer almayan kullanım dışı bir bölge olarak işaretlenmiştir.

Şekil 6'da KKS-P üzerinde V-eğrilerinin türevlerinin sıfır (0) olduğu $\mu = 0$ durumunun (33) eşitliği ve $dy/dx = 0$ 'dan

$$I_a^2 = \frac{E_f^2}{X_s^2} - \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (45)$$

ile bir hiperbol, Ayar eğrilerinin türevlerinin sonsuz (∞) olduğu durumun (34) eşitliği ve $dy/dx = \infty$ 'dan

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} - \frac{E_f^2}{X_s^2} \quad (46)$$

ile bir çember ve stabilite sınırının

$$I_a^2 = \frac{E_f^2}{X_s^2} + \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (47)$$

ile bir hiperbol ve minimum değerinin $dI_a/dE_f = 0$ eşitliğinden

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (48)$$

ve stabilite sınır çizgisi üzerinde (47) eşitliği (37)'de yerine konularak

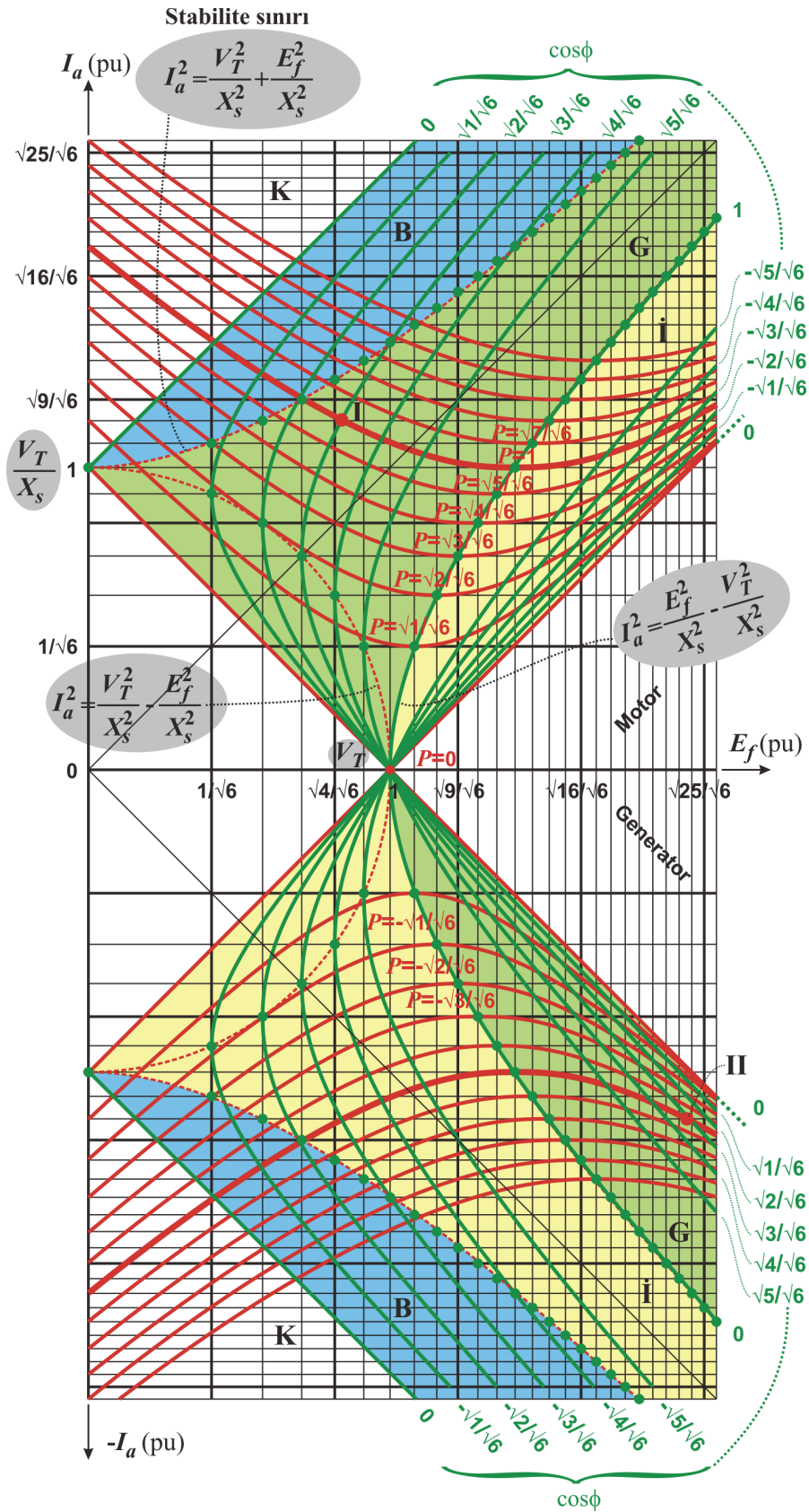
$$\mu^2 = \frac{V_T^2}{E_f^2 + V_T^2}$$

ve (47) eşitliği (38)'de yerine konularak

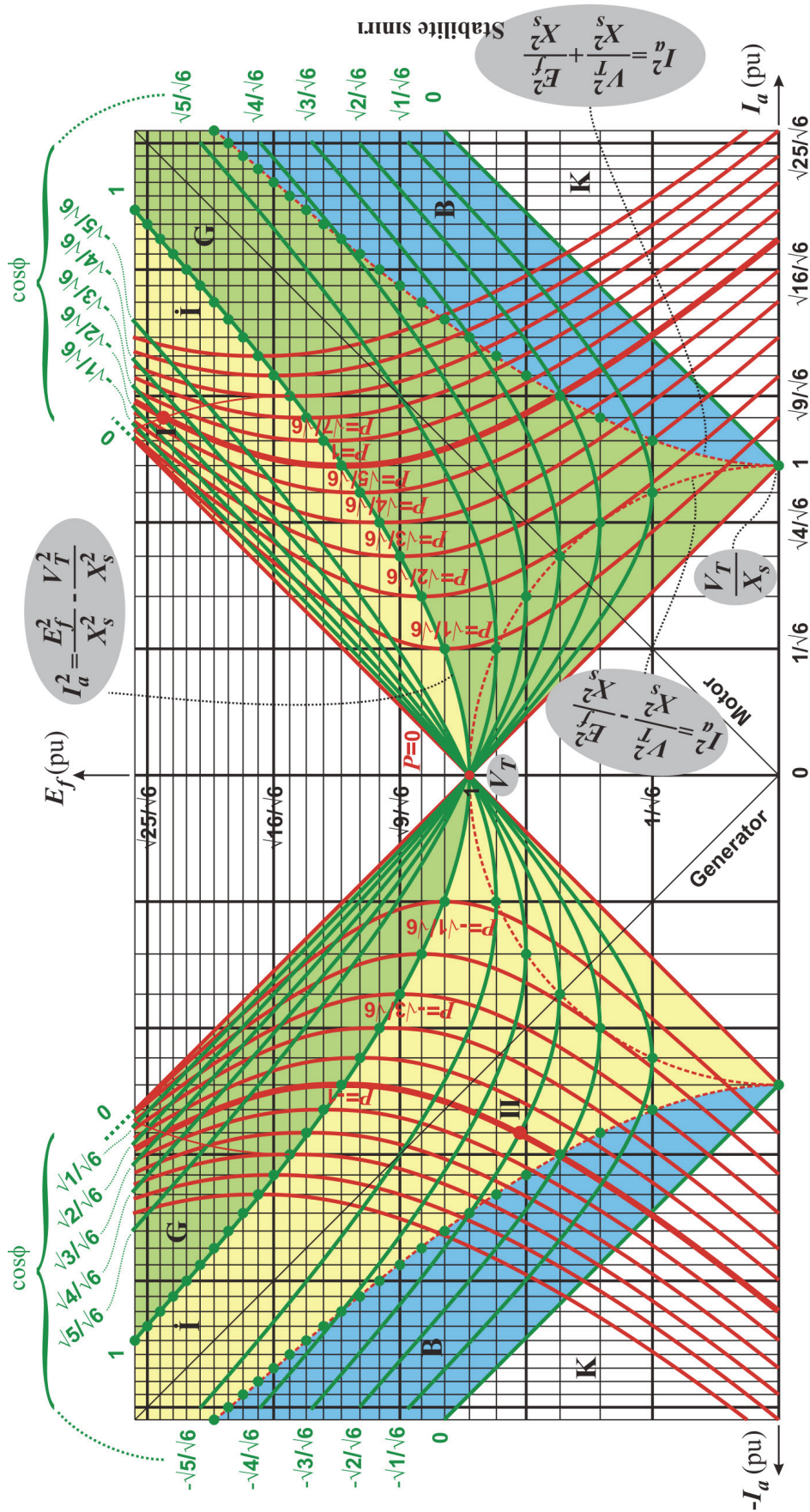
$$P^2 = -\frac{1}{2} + \frac{E_f^2 + V_T^2}{2V_T^2} + \frac{E_f \sqrt{4V_T^2 + E_f^2}}{2V_T^2}$$

hesaplanır. (10-13.b) eşitlikleri ile (45-48) eşitliklerinin karşılaştırılmasıyla ([5] nolu referansta elde edilen V- ve ayar eğrileri) yeni koordinat sistemi, KKS-P kolaylıkla doğrulanabilir. Daha ileri bir doğrulama için (45) eşitliğinde $I_a = 0$ iken $E_f = V_T$ ve (46) eşitliğinde $E_f = 0$ iken $I_a = V_T / X_s$ olduğu kolaylıkla doğrulanabilir. Çok sayıda benzer doğrulamalar (41-44) eşitlikleri kullanılarak μ ve P 'nin farklı değerleri için de yapılabilir.

Benzer yolla, şekil 5'de KKS-M üzerinde V- eğrilerinin türevlerinin sonsuz (∞) olduğu durumun (39) eşitliği ve $dy/dx = \infty$ 'dan



Şekil 6 V- ve Ayar eğrilerini tanımlayan KKS-P'nin grafiksel gösterimi (Fig.6 Graphical representation of the BCS-P describing V- and Compounding Curves)



Şekil 7 V- ve Ayar eğrilerini tanımlayan KKS-M'nin grafiksel gösterimi (Fig.7 Graphical representation of the BCS-L describing V- and Compounding Curves)

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} - \frac{E_f^2}{X_s^2} \quad (50)$$

ile bir çember ve stabilite sınırının

$$I_a^2 = \frac{E_f^2}{X_s^2} + \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (51)$$

ile bir hiperbol ve minimum değerinin $dE_f / dI_a = 0$ eşitliğinden

$$I_a^2 = \frac{V_T^2}{X_s^2} \quad (52)$$

ve stabilite sınır çizgisi üzerinde (50) eşitliği (43)'de yerine konularak

$$\mu^2 = \frac{V_T^2}{E_f^2 + V_T^2}$$

ve (51) eşitliği (44)'de yerine konularak

$$P^2 = -\frac{1}{2} + \frac{E_f^2 + V_T^2}{2V_T^2} + \frac{E_f \sqrt{4V_T^2 + E_f^2}}{2V_T^2}$$

hesaplanır.

KKS-P'de örnek hesaplamalar ile $\cos \phi = \sqrt{3}/6$ veya $\mu = \sqrt{3}/6$, $P = 1$ ve $P = -1$ (şekil 6'da I ve II noktaları) iken (35) ve (36) eşitliklerinden

$P = 1$ iken

$$\begin{aligned} E_f &= V_T \left(\sqrt{1+P^2} - \frac{P\mu}{\sqrt{1+P^2-\mu^2}} \right) \\ &= 1 \cdot \left(\sqrt{1+1^2} - \frac{1\sqrt{3}/6}{\sqrt{1+1^2-(3/6)}} \right) \\ &= (\sqrt{6}-1)/\sqrt{3} \approx 0,837 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_a &= P \frac{V_T}{X_s} \frac{\sqrt{1+P^2}}{\sqrt{1+P^2-\mu^2}} = 1 \frac{1}{1} \frac{\sqrt{1+1^2}}{\sqrt{(1+1^2)-(3/6)}} \\ &= \sqrt{8/6} \text{ pu} \end{aligned}$$

$P = -1$ iken

$$E_f = (\sqrt{6}+1)/\sqrt{3} \approx 1,99 \text{ pu}$$

$$I_a = -\sqrt{8/6} \text{ pu}$$

hesaplanır. Beklenildiği gibi motor ve generatör durumunda I_a 'nın büyüklüğü değişmediği halde motor durumunda $E_f \approx 0,837 \text{ pu}$ iken

($E_f < V_T$) generatör durumunda $E_f \approx 1,99 \text{ pu}$

($E_f > V_T$) olmaktadır. Benzer hesaplamalar (41)

ve (42) eşitlikleri kullanılarak, şekil 7'deki I ve II noktaları için de yapıldığında ve E_f ve I_a değerlerinin işaret farklılığı dışında aynı büyüklüklere sahip olduğu görülür.

V. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Senkron makina V- ve Ayar Eğrileri için yapılan güncel analitik ifadelerin [5] benzerleri kendilerini tam, kısa ve net olarak tanımlayan iki yeni koordinat sistemi, KKS-P ve KKS-M olarak ele alınmış, çizim ve yorum kolaylığı sağlayan KKŞÇ üzerinde gösterilmiştir. KKS-P ve KKS-M'nin geleneksel ve tersine özellikleri de elde edilmiştir. Analitik yaklaşımda V- Eğrileri hiperbollerin sağ ve sol tarafı için iki eşitlik ile elde edilirken KKS'de sadece bir eşitlik yeterli olmaktadır. Kararlılık veya stabilite sınır çizgisinin bir hiperbol olduğu, Ayar eğrileri hiperbollerinin köşelerinin temas noktalarının (türevlerinin KKS-P'de sonsuz ve KKS-M'de sıfır olduğu noktaların) bir elips veya uygun skalada bir çember oluşturduğu, V- eğrilerinin türevlerinin KKS-P'de sıfır ve KKS-M'de sonsuz olduğu noktaların bir hiperbol oluşturduğu net olarak gösterilmiştir. Ayar eğrilerinin motor generatör modu arasında sürekli olduğu ve motor çalışmasında ileri durumun generatör çalışmasında geri durumu temsil ettiği KKS-P ve KKS-M üzerinde farklı renklerle işaretlenmiştir. Senkron makinaların yüksüz ve yük altındaki ideal ve ideal olmayan davranışlarının iyi bilinmesine öncülük etme potansiyeli taşıdığı düşünülen bu çalışma V- ve Ayar eğrilerinin geometrik açıdan kısa-net tanımlanması ve kavranılmasıyla senkron makinaların uygulama, kontrol ve tasarımı yönüyle mühendislik ve mühendislik pedagojisi açısından önem taşımaktadır. Gelecekteki çalışmalarda KKS-P ve KKS-M'ne $R_a > 0$ durumu ve ayrıca $d-q$ eksenleri ile tanımlanan çıkıntılı kutuplu senkron makinaya ait V- ve Ayar Eğrilerinin eklenmesi planlanmaktadır.

KISALTMALAR (ABBREVIATIONS)

KKSC: Kare Kök Skalalı Çizge
SRSC: Square Root Scaled Chart
KKS: Kelebek Koordinat Sistemi
KKS-P: Kelebek Koordinat Sistemi - Portre
KKS-L: Kelebek Koordinat Sistemi - Manzara
BCS: Butterfly Coordinate System
BCS-P: Butterfly Coordinate System - Portrait
BCS-L: Butterfly Coordinate System - Landscape

VI. KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Ion Boldea, **Synchronous Generators**, Taylor & Francis, London, 4-40, 2006
2. Richard H. Engelmann, William H. Middendorf, **Handbook of Electric Motors**, Marcel Dekker Inc., New York, 334, 1995
3. Langsdorf, A. S., **Contributions to Synchronous-Machine Theory**, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Cilt: 56, 41-48, 1937
4. Douglas, John F. H., Engeset, Eric D., Jones, Robert H., **Complete Synchronous Motor Excitation Characteristics**, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Cilt: XLIV, 164 – 171, 1925
5. P. Kostrauskas, A. Kalvaitis, A. Degutis, L. Andriušienė, **V-Characteristics Analysis of Non-Salient Pole Synchronous Electrical Machines**, Kaunas University of Technology - The Journal Electronics and Electrical Engineering, 5(61), 18-22, 2005
6. Gürdal, O., **A New Approach to Graphically Reveal Some Unknown Properties of The Orthogonal Coordinate Systems in Quadric Form, by Using the Square Root Scaled Chart**, Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, Cilt: 23, (2), 317-327, 2008

