[Araştırma Makalesi / Research Article]

Kastamonu Eğitim Dergisi
Kastamonu Education Journal

Temmuz 2019 Cilt:27 Sayı:4
kefdergi.kastamonu.edu.tr

Başvuru Tarihi/Received: 06.08.2018
Kabul Tarihi/Accepted: 31.10.2018
DOI: 10.24106/kefdergi.3263

Matematik Öğretmen Adaylarının, 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Örüntüleri Genellemelerine İlişkin Farkındalıkları[1]

Prospective Mathematics Teachers' Noticing On The Algebraic Pattern Generalisations Made By 6th Grade Students

Seval Deniz KILIÇ[2]

Öz

Matematik öğretmeninin sahip olması gereken bilgi, temel konu ve kavramları bilmenin ötesinde ayrıcalıklı bir bilgi türüdür. Bu bilginin bileşenlerinden birisi de öğrencinin matematiksel düşüncesini farketmektir. Özel olarak cebir alanında öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerini anlamlandırmak ve hata kaynaklarını belirlemek için öğretmenin bu türde bir farkındalığa sahip olması gereklidir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerine ilişkin farkındalığını araştırmaktır. Bu amaca yönelik veri toplama aracı olarak farklı tipte yaklaşım ve stratejilerden oluşan gerçek öğrenci yanıtları kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinin benimsendiği çalışmanın katılımcıları 2015-2016 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği bölümüne devam eden ve "cebirsel kavramlar ve öğretimi dersi"ni almakta olan 35 öğretmen adayıdır. Araştırma bulgularına göre, öğretmen adayları öğrencilerin görünür stratejilerini fark etme konusunda başarılı sayılabilirler. Ne var ki, adayların öğrencilerin hatalarının altında yatan nedenleri belirlemeye yönelik açıklamaları yeterli bulunmamıştır.

Anahtar Kelimeler: matematik öğretmen adayı, öğrenci bilgisi, örüntü genelleme

Abstract

The knowledge that the mathematics teachers should have is a privileged knowledge beyond the basic concepts and concepts. One of the components of this knowledge is noticing students' mathematical thinking. In particular, in the field of algebra, it is necessary for the teacher to have this kind of awareness in order to make sense of pattern generalization processes and to identify sources of errors. The aim of this study is to investigate the awareness of mathematics teacher candidates about students pattern generalization processes. For this purpose, students' real answers consisting of different types of approaches and strategies were used as the data collection tool. This study employs the qualitative research methods and the participants are 35 prospective teachers taking the "teaching algebraic concepts" course in mathematics teaching department at a state university in 2015 – 2016 academic year. According to the research findings, prospective teachers can be considered successful in recognising students' visible strategies; nevertheless the explanations provided by the prospective teachers on finding out the reasons that lie beneath the student mistakes are unsatisfactory.

Keywords: prospective mathematics teacher, student knowledge, pattern generalization

1. Bu çalışma 26-28 Ekim tarihlerinde Muğla'da düzenlenen 5. Uluslar arası Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi'nde sunulan sözlü bildirinin genişletilmiş halidir.

2.. Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Muğla, Türkiye; https://orcid.org/0000-0001-8855-4179

Atıf / Citation:Kılıç, S. D., (2019). Matematik Öğretmen Adaylarının, 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Örüntüleri Genellemelerine İlişkin Farkındalıkları. Kasta*monu Education Journal, 27*(4), xxx-xxx. doi:10.24106/kefdergi.3263

Extended Abstract

Introduction: Algebra, one of the learning fields of basic mathematics, has been a subject for several researches conducted in various dimensions in course of time. Algebra teaching, supported by the curriculum changes inspired by various studies, has been restructured along with the zeitgeist. Within the scope of the renovation of the mathematics program, the subject of patterns in the 2005 secondary school programs has a significant role in achieving the generalisation. Despite the diverse studies conducted, scores of the national or international exams that are used for the assessment of the student learning clearly reveal that the problems faced in algebra teaching have not been overcome yet (Erbaş, Çetinkaya, & Ersoy, 2009). The subject of the generalisation of patterns, which has a significant role in the development of the algebraic way of thinking, provides substantial tips in revealing the processes of students' algebraic way of thinking. This research analyses the ways the prospective teachers identify the strategies and frames of mind used by the 6th graders in generalising the algebraic patterns. There have been numerous researches conducted on how the algebraic patterns are generalised. Some of those researches are focused on the generalisation processes of students studying at different levels of the basic education, and some are focused on the prospective mathematics teachers. Apart from those, there are studies that teachers at public schools conducted on their students' way of generalising the patterns. However, in terms of body of national literature, there are no studies conducted on the prospective teachers' pedagogical content knowledge regarding the student tasks. Therefore, the study in question is significant in that it analyses not only the prospective teachers' but also the students' knowledge regarding the processes of algebraic thinking.

Method: This study, the objective of which is to define the pedagogical content knowledge of prospective teachers within the context of students' answers, utilises the qualitative research methods in the collection, analysis and interpretation of the data, and uses a case study design.

The selection of participants was two-phased, and of the purposive sampling methods, the criterion sampling method was used while the study groups were being formed (Yıldırım ve Şimşek, 2003). It is the 6th grade curriculum that students come across the algebraic concepts first. Therefore, a state secondary school in a neighbourhood of middle-socioeconomic level was chosen, and the initial data was collected within the extent of a weekly 2-hour Mathematics classes of the 6th grade students. The participants of the study in the second phase are 35 prospective teachers attending their 3rd grade in Elementary School Mathematics Teaching Department. The criteria used in the selection of the participants require the secondary school students to have studied the patterns subject, and the prospective teachers to be taking or have taken the course of Algebraic Concepts and Approaches in Teaching, in that they know and understand the basic concepts. The implementation of the study was conducted towards the end of the 2nd term. Privacy of the participants was assured and names of participants were encrypted as S1, S2 for students, and PT1, PT2 for prospective teachers.

A three-question student task paper, which was inspired from a previously developed activity on generalisation (Becker&Rivera, 2006; as cited in Baş, Erbaş, Çetinkaya, 2011) was used as the data collection tool. The questions were formed from linear patterns to comply with the level of the students overall. As for the validity of the data collection tool, the opinions of the mathematics teacher of the students to be given the task were consulted as well as another mathematics teachers' and a lecturers' in the field. The implementation of the study was conducted after confirming that the questions in the data collection tool were suitable for the level of the students overall and the specific acquisition. After completing the lesson on Modelling Algebraic Patterns, 4 different sample answers of students were chosen in accordance with the purpose of the study and made into a worksheet for prospective teachers to study. Below is how the analysis of the data was made:

All written data was reread and checked a couple of times. Data which was thought to be meaningful from the point of main research question was defined, and the content of the data was also analysed. The findings were categorised according to their themes as; recursive strategy, assuming the next term, single variational thinking, covariational thinking, numeric strategy, visual strategy, multiplication strategy, abduction strategy, inductive strategy. After confirming the themes and codes, the frequency of each theme's codes and percentage values were presented numerically on a diagram. Sample explanations to each theme were cited with direct excerpts.

Findings, Discussion and Conclusion: When the answers are analysed in the first student's task, it can be said that prospective teachers are good at diagnosing the students' pattern generalisation process correctly. However explanations provided by prospective teachers on the reason of the student mistakes are less satisfactory. The analysis of the answers from the second student's task points out that prospective teachers managed to diagnose the visible strategies correctly. The student made use of the numeric strategies and prospective teachers could observe it from the answer. Besides, the student could not even correlate between two figures, let alone correlating between the number of steps and the figure. The explanations of prospective teachers lay emphasis on the lack of correlation between the figures. In other words, prospective teachers did not mention the fact that the student should be able to correlate between the number of steps and the figure. This situation suggests that the prospective teachers' expectations of the student is limited to the level of “single variational thinking” only. However the prospective teachers would be expected to make comments in such a way that they could help the student reach a more valid answer. Thus, it can be inferred that the prospective teachers do not know the importance of covariational thinking and why it is necessary. When the comments on the third student’s answers were analysed, it was clear that almost all prospective teachers could diagnose the visible strategies correctly. Besides, as observed in the analysis of the second student’s answer, prospective teachers could analyse and define the student’s single variational thinking correctly. However, there was no comment made on the fact that the student should employ covariational thinking approach, which was what would actually be expected from prospective teachers. On the other hand, it was only one prospective teacher that mentioned a specific question, which was highly likely to be answered correctly by means of visual approach. This means the prospective teachers ignore such a prospect. When the comments on the fourth student’s answers were analysed, it was observed that the prospective teachers could identify the abduction process, the main reason of which is the “visibility” of this strategy. Almost half of the prospective teachers could identify that the students employed only single variational thinking. Besides this, it is meaningful that prospective teachers lay the most emphasis on the covariational thinking for this specific task. The main reason of it is the student, who approaches the abduction thinking and thus displays that way of thinking clearly. In compliance with the previous results, it can be reconfirmed that prospective teachers tend to focus on the visible strategies.

As a brief generalisation of what can be concluded from the study, it can be claimed that prospective teachers tend to pay more attention to the visible strategies employed by the students and cannot focus enough on different ways of thinking. This is because they do not know the difference between the covariational way of thinking and single variational way of thinking. Besides, prospective teachers failed to identify the visual strategies. However, Rivera (2007), states that students who can make use of visual strategies are good at making generalisations as well. Thus, it can be suggested that studies should be made so as to raise prospective teachers’ awareness on this.

1. Giriş

Öğretmen bilgisinin sadece alandaki temel kavram ve konuları bilmekten öte özel bir bilgi türü olduğunun anlaşılmasıyla birlikte, matematik öğretmeninin ne bildiği ve bu bilgisini sınıf ortamında nasıl kullandığı matematik eğitimindeki önemli konulardan birisi haline gelmiştir (Ponte and Chapman 2006). Ancak, Morris'in(2006) de ifade ettiği gibi, matematik öğretmeyi öğrenmek kolay değildir; dolayısıyla öğretmen adayları nadiren fakülteden işlerinin uzmanı olarak mezun olurlar ve genellikle öğretmenlikleri süresince öğrenme süreçleri devam eder. Edinmeleri gereken bilginin türü tartışıldığında ise, aday öğretmenin matematik bilgisi kadar, öğrencilerinin matematiksel kavramları nasıl anladığını da bilmesinin (Morris, 2006; Ball, Thames & Phelps, 2008) gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Çünkü matematik öğretmeninin öğrenme durumlarının önemli özelliklerini tanımlama ve öğrencisinin gözünden bunları yorumlama becerisi, ders içeriklerine karar verilmesi açısından öğrenme deneyimlerinin önemli bir bileşeni olarak nitelendirilir. (Mason, 2002; Sherin, Jacobs & Philipp, 2010). Literatürde "farketme" (noticing) olarak adlandırılan bu tanımlama ve yorumlama sürecinin bir parçası da, öğretmenin öğrencisinin matematiksel düşüncesini anlama becerisidir (Sánchez-Matamoros vd., 2014). Öğrenci yanıtlarının ve dolayısı ile düşünce süreçlerinin bilinmesinin öğretimde kullanılacak yönergeler açısından önemli olduğu söylemek yanlış olmaz. Öğretim sürecinde uygun kararların verilebilmesi için, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiği nasıl anladığını bilmesinin gerekliliği daha önceki çalışmalarda da vurgulanmıştır (Bartell, Webel, Bowen & Dyson,2013; Fernandez, Llinares & Valls, 2013; Wilson, Mojica & Confrey, 2013; Spitzer, Phelps, Beyers, Johnson & Sieminski, 2011).

Bu noktada öne çıkan en önemli soru, öğretmenin öğrenci anlamasını nasıl "farkedeceği"dir. Öğretmenlerin, öğrencilerinin matematiği anlayıp anlamadıklarına dair işaretleri fark etmelerinin bir yolu olup olmadığı ile ilgili çok sayıda soru sorulmuştur (An & Wu, 2012; Fernández, Llinares & Valls, 2012; Magiera, van den Kieboom & Moyer, 2013). Öğrencinin matematiksel düşüncesini anlayabilmek ve analiz edebilmek için öğrencinin yazdığı, yaptığı ve söylediği şeyleri ele almak ve bunlardan sonuç çıkarmak gereklidir (Lniares, 2013). Öğretmenin, öğrencisinin matematiksel düşüncesini fark etme becerisi için cevabın sadece doğru ya da yanlış olduğunu bilmesinden daha fazlası gereklidir (Hines & McMahon, 2005; Holt, Mojica & Confrey, 2013). Bu nedenle öğretmenin öğrenci yanıtlarını daha derinden ele alması ve yanıtların altında yatan düşünce ve stratejilere inmesi yerinde olacaktır. İleriki meslek hayatlarında öğretmenlerde bu tür yaklaşımların gözlenebilmesine katkı sağlaması açısından, henüz göreve başlamamış öğretmen adaylarının, öğrenci yanıtlarının her yönü ile ele alındığı çalışmalara katılmaları faydalı olacaktır.

Öğretmen adaylarının, öğrenci yanıtlarını farklı boyutlarıyla incelediği çeşitli araştırmalara rastlanmaktadır. Bartell, Webel, Bowen ve Dyson (2013) öğretmen adaylarının öğrencilerin kavramsal anlama göstergelerini tanıma yeteneklerini ve öğretmen adaylarının sahip oldukları alan bilgilerinin, öğrenci çalışmalarını analiz etmedeki rolünü incelemiştir. Bunun yanında; Schack ,Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell, ve Yoder (2013) öğretmen adaylarının öğrencilerin kullandığı yaklaşımları anlama, öğrencinin matematiksel anlamasını yorumlama ve öğrenci anlamasının nasıl yanıtlanacağına karar verme becerisini araştırmıştır. Özel olarak farklı matematik konularında da çalışmalara rastlanmaktadır. Buna göre, Fernandez, Llinares ve Valls (2013) öğretmen adaylarının orantısal düşünmenin işaretlerini nasıl farkettiğini; Sa´nchez-Matamoros, Ferna´ndez ve Llinares(2014) de öğretmen adaylarının, öğrencilerin türev kavramını anlamaya yönelik kanıtlarını farketme becerisinin gelişimini araştırmıştır.

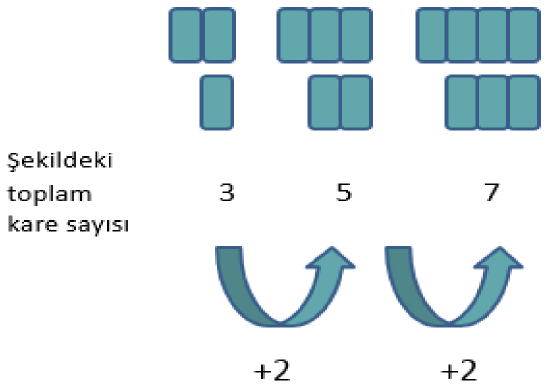
Cebir alanına inildiğinde de; Magiera, Kieboom ve Moyer'in (2013) çalışmalarında "zihnin cebirsel alışkanlıkları" nı çerçeve olarak kullandıkları ve cebirsel düşünmeye, öğretmen adayı becerilerinin ölçümüne ve öğrencilerin cebir ödev kağıtlarındaki çözümlerinin yorumlanmasına odaklanmış oldukları görülmektedir. Örüntülerin genellenmesi konusuna bakıldığında da, Mouhayar ve Jurdak'ın (2012) ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğrencilerinin cebirsel örüntü oluşturmak için yaptıkları çalışmaları, örüntü genelleme sürecinde kullanılabilir stratejiler açısından tanımlama ve açıklama becerilerini araştırdıkları gözlenmektedir.

Öğretmenin cebir öğretimi süreci boyunca alacağı kararların etkili olabilmesi için, öğrencisinin bilgi ve düşünce sürecini anlaması gereklidir. Cebir bilgisi güçlü olan öğretmenin daha başarılı öğrenciler yetiştirdiği bilinmektedir (Magiera vd., 2013). Bu düşünceden hareketle, cebirsel düşünmenin ve özel olarak genelleme sürecinin yapısını bilen bir öğretmen, öğrencilerinden gelen çözümleri daha bilinçli olarak değerlendirecek ve daha doğru eğitim kararları verecektir. Bu nedenle, cebirsel düşünmenin ne olduğunu ve genelleme sürecinin nasıl ilerlediğini açıklamakta fayda vardır.

Cebirsel Düşünme ve Genelleme Süreci

Cebir, matematiğin en temel alanlarından birisidir. Bu temel alana girişte genelleme önemli bir yaklaşım olarak kabul edilir (Köse, Tanışlı, 2011). Çünkü genelleme, öğrencilerin sembolik gösterimleri anlamalarına ve aritmetik ile cebir arasında köprü kurabilmelerine yardımcı olur (Lannin, 2005). Matematik eğitiminde genellemeyi ilk kez tanımlayan

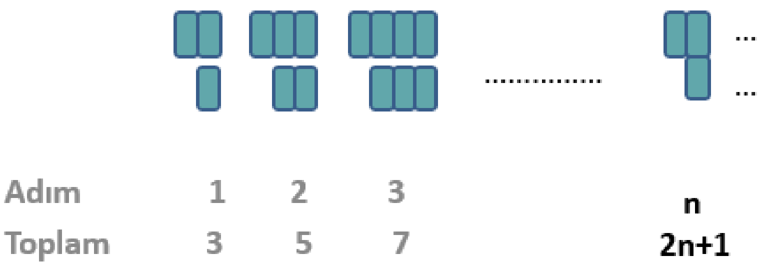
Polya (1957), bu kavramı matematiksel etkinliklerin merkezi ve matematiksel bilgi gelişiminin temeli olarak nitelerken, Krutetskii (1976) de genellemeyi, matematik öğrenen kişinin sergilediği en yüksek bilişsel yeteneklerden birisi olarak sınıflandırmaktadır. Örüntüler ise genellemenin biçimlenmesinde önemli bir basamak olarak nitelendirilmektedir (Jones, 1993; akt: Danışlı, Köse; 2011). Radford (2008)'e göre, örüntüleri genellemenin içinde; ortak bir nokta kavrama, bu ortaklığı dizinin tüm terimlerine yayma ve dizinin herhangi bir terimini direk bulduran bir kural oluşturma yer alır (Mouhayar ve Jurdak, 2012). Örüntüleri genelleme, çocukların cebirsel düşünmesinde ve özellikle de değişken ve fonksiyon kavramlarının geliştirilmesinde önemli bir öğedir (Lesley ve Freiman, 2004). Bu görüşü destekler biçimde Waren (2005), öğrencilerin cebirsel örüntüleri genellerken temelde iki farklı düşünce biçimiyle hareket ettiklerini savunmaktadır. "Tek varyasyonel düşünme" ve "kovaryasyonel düşünme" olarak adlandırılan bu düşünme süreçleri ve devamında bunların farklı stratejilerle entegrasyonu, aşağıda şekil 1-2-3-4 yardımı ile ifade edilmiştir:



Şekil 1. Tek varyasyonel düşünce yapısına göre sayısal strateji

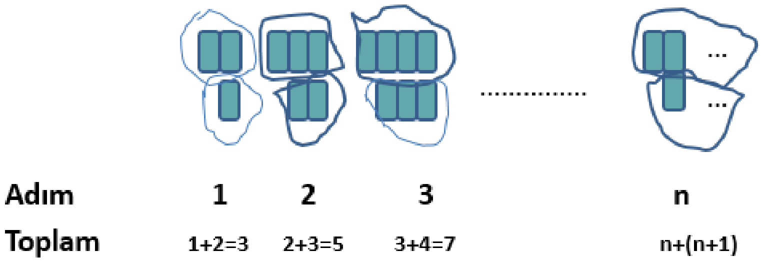
Şekil 1'de görüldüğü üzere, tek varyasyonel düşünce yapısına göre modellemede, şekillerdeki blokların ardışık olarak artışı dikkate alınmıştır. Artışın 2'şer 2'şer olduğu gözlemlenmiş ve ifade edilmiştir. Burada, sayısal bir gözlem üzerinden hareket edilmiş olması sayısal strateji kullanıldığı anlamına gelmektedir. Şeklin yapısı ya da şeklin bütünsel değişiminin bir anlamı olup olmadığı dikkate alınmamış, sadece blok artışının miktarına odaklanılmıştır.

Kovaryasyonel düşünme yapısına sahip öğrenciler ise, bir örüntünün içindeki bağımlı ve bağımsız değişkeni belirlemek suretiyle örüntü modeline ulaşırlar. Bunun için, adım sayısı ile şekildeki sayısal verilerin ya da yine adım sayısı ile şeklin görselinin birbiriyle ilişkilendirilmesi sonucu bir kural oluşturmaya çalışırlar. Bunlardan birincisi kovaryasyonel düşünce yapısına göre sayısal strateji, ikincisi de kovaryasyonel strateji ile görsel strateji kullanımı anlamına gelmektedir. Kovaryasyonel düşünce yapısına göre sayısal ve görsel strateji kullanılarak genellenen iki farklı örüntü örneği şekil 2 ve şekil 3'teki gibi ifade edilebilir.



Şekil 2. Kovaryasyonel düşünce yapısına göre sayısal strateji

Şekil 2 incelendiğinde, her bir şekilde yer alan blok sayısı ile adım sayısının ilişkilendirildiği gözlenmektedir. Adım sayısı bağımsız değişken, her bir şekildeki toplam blok sayısı da bağımlı değişken görevi görmektedir. 1. adımda 3 blok, 2. adımda 5 blok, …gibi bir ilişki kurulması söz konusudur. Bu durum, şekil 1'deki gözlemden farklı olarak, şekillerin ardışık olarak artışının fark edilmesinden daha derin bir gözlemin sonucudur. Bunun yanında, şeklin yapısı ya da şeklin bütünsel değişiminin bir anlamı olup olmadığı dikkate alınmamıştır. Bu da kullanılan stratejinin sayısal strateji olduğu anlamına gelmektedir. Bu düşünce sürecinin görsel strateji ile birlikte ifadesi de aşağıda şekil 3 ile açıklanmaktadır:



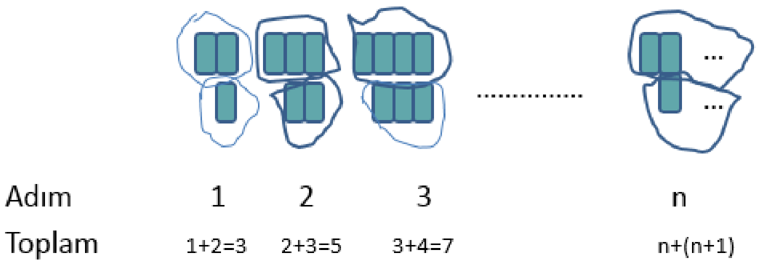
Şekil 3. Kovaryasyonel düşünce yapısına göre görsel strateji

Şekil 3 incelendiğinde, ilişkilendirmenin adım sayısı ile şeklin bütünü arasında yapıldığı gözlenmektedir. Bunun yanında, her bir şekil parçalara ayrılarak blok yığınının görsel olarak nasıl değiştiğine de vurgu yapılmaktadır. Bu nedenle her bir şekil için toplam blok sayısı ifade edilirken iki parçanın toplamından yararlanılmaktadır. 1. adım için 1+2, 2. adım için 2+3 gibi ifadelere yer verilmekte ve oluşturulan modelin ifadesi de buna bağlı olarak değişmektedir.

Waren (2005), tek varyasyonel düşünce yapısına sahip öğrencilerin daha çok sayısal stratejileri tercih ettiğini ifade etmektedir. Literatürde bu görüşü destekler biçimde (Lannin, Barker, &Townsend, 2006; Rivera&Becker, 2007; Stacey, 1989) çok sayıda çalışma mevcuttur (Baş, Erbaş, Çetinkaya;2011). Bu öğrenciler yakın terimleri bulabilmekte fakat uzak terimleri bulmada güçlük yaşamaktadırlar.

Örüntülerin genellenmesi üzerine ilgili alan yazın incelendiğinde, kullanılan stratejilerin temelde değişkene ve örüntünün farklı temsil biçimlerine göre yorumlanması üzerine sınıflandırıldığı göze çarpmaktadır. Örneğin, Stacey (1989) ve Amit ve Neria, (2008) genelleme stratejilerini; yinelemeli, fonksiyonel ilişki arama ve orantısal akıl yürütme(bütüne genişletme) olarak sıralarken Lanin(2005)'e göre bu stratejiler belirgin olmayan(yinelemeli, sayma) ve belirgin (bütüne genişletme, tahmin ve kontrol, bağlamsal) olarak ikiye ayrılır. Diğer taraftan, Becker ve Rivera (2005) araştırmalarında, lineer şekil örüntülerini genelleme sürecinde sayısal, görsel ve pragmatik (şartlara göre davranan) şeklinde yaklaşımlar olarak tanımlamaktadırlar.

Bunların yanında, Rivera'ya (2010) göre genelleme; geri çıkarım(abduction)-tümevarım(induction) adı verilen birbirine bağlı iki eylemden oluşur: 1- Ayrık şekillerin farklı biçimlerde yapılandırılmasıyla cebirsel olarak kullanışlı kıvama getirilen geri çıkarım(abduction)-tümevarım(induction) yaklaşımı ve 2- Örüntülerin cebirsel olarak genellenmesini sağlayan sembolik yaklaşım. Burada sözü edilen geri çıkarım süreci; bir yapıyı keşfetme ve ilerletme, tümevarım süreci ise bu yapıyı test etme, doğrulama ve kullanılabilir genel bir şekil oluşturma, genelleme süreci ise geri çıkarım ve tümevarım birleşiminin bir ürünü olarak kullanılabilir genel şekli onaylama anlamına gelmektedir(Tanışlı, Köse;2013). Mouhayar ve Jurdak (2012) geri çıkarımı (abduction) aşağıdaki şekil ile ifade etmiştir:



Şekil 4. Geri çıkarım(Abduction)-Tümevarım(Induction)

Şekil 4 incelendiğinde, öğrenci ilk üç adımı saymış ve kendisine göre yapılandırmıştır. Toplam için, adım sayısına adım sayısının bir fazlasını eklemiştir. Buna göre, geri çıkarımı cebirsel genellemeye transfer etmesi durumunda, n adım sayısı olmak üzere genelleme n+(n+1) biçiminde olacaktır. Bu ifadeye ulaşırsa süreç tümevarım olarak adlandırılacak, ulaşamaması durumunda ise ifade geri çıkarım olarak kalacaktır. Yani bu süreç, öğrencinin girişimde bulunma ve sonuca ulaşma adımını ifade etmektedir.

Araştırmamız, bu yaklaşım ve stratejiler ekseninde, adayların öğrenci farkındalıklarını araştırmaya odaklanmıştır.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmen adaylarının, cebirsel genelleme görevlerindeki öğrenci yanıtlarına ilişkin "farkındalıklarını"(noticing) incelemektir. Literatürde "Farkındalık" tan (noticing) kastedilen öğrencinin düşünce sürecini anlamak ve anlamlandırmak olduğu için, bu süreçleri açığa çıkarmak amacıyla aşağıdaki iki soruya yanıt aranmıştır:

- Öğretmen adayları öğrenci yanıtlarını doğru teşhis edebiliyorlar mı?
- Öğretmen adayları, öğrenci hatalarının altında yatan nedenleri belirleyebiliyorlar mı?

Araştırmanın Önemi

Cebirsel örüntülerin genellenmesi sürecine ilişkin çok sayıda araştırma yapılmıştır. Bu çalışmaların bir bölümü ilk ve orta öğretimin farklı sınıf seviyelerinde eğitim gören öğrencilerin, bir bölümü de öğretmen adaylarının genelleme süreçlerini incelemeye yöneliktir. Bunun yanında, hali hazırda görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinin de genelleme yaklaşımlarını ve genellemeye yönelik öğrenci bilgi ve farkındalıklarını araştıran çalışmalara da rastlanmaktadır (Baş vd., 2011; Kılıç, 2017;Tanışlı ve Köse, 2013). Ancak yurt içi alan yazında matematik öğretmen adaylarının öğrenci görevlerindeki çözümlerine ilişkin farkındalıklarını inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırmada, öğretmen adaylarının cebirsel örüntüleri genelleme sürecindeki öğrenci yaklaşımlarına ilişkin farkındalıkları araştırılmıştır. Örüntü genelleme sürecinde başarılı olan öğrencilerin, bu süreçle bağlantılı ileriki matematik konularını anlamada daha az zorlandıkları bilinmektedir (Lannin, 2005; Lesley ve Freiman, 2004). Bununla birlikte; öğrencilerin bu süreçte başarılı olabilmeleri, öğretmenlerin öğrencilerin örüntü genelleme yaklaşımlarını anlamalarına ve yorumlamalarına bağlıdır. Farklı düşünme biçimlerinin ve yaklaşımların kullanımını destekleyen öğretmenler, öğrenci becerilerinin gelişimine katkı sağlayacaktır. Bu nedenle, hizmet öncesi dönemde henüz eğitim almakta olan öğretmen adaylarının farkındalıklarını belirlemek ve olası eksiklerini ortaya çıkarmak, öğretmen eğitiminde alınacak kararlara ışık tutacaktır. Tüm bu nedenlerden dolayı, araştırmanın ulusal yazındaki mevcut açığı kapatacağı ve konuyu başka bir perspektife taşıyacağı düşünülmektedir.

2. Yöntem

Araştırmanın Modeli

Öğretmen adaylarının öğrenci yanıtlarına ilişkin farkındalıklarının belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmanın verilerinin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemlerinden yararlanılmış ve durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Durum çalışması bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall, Borg ve Gall, 1996).

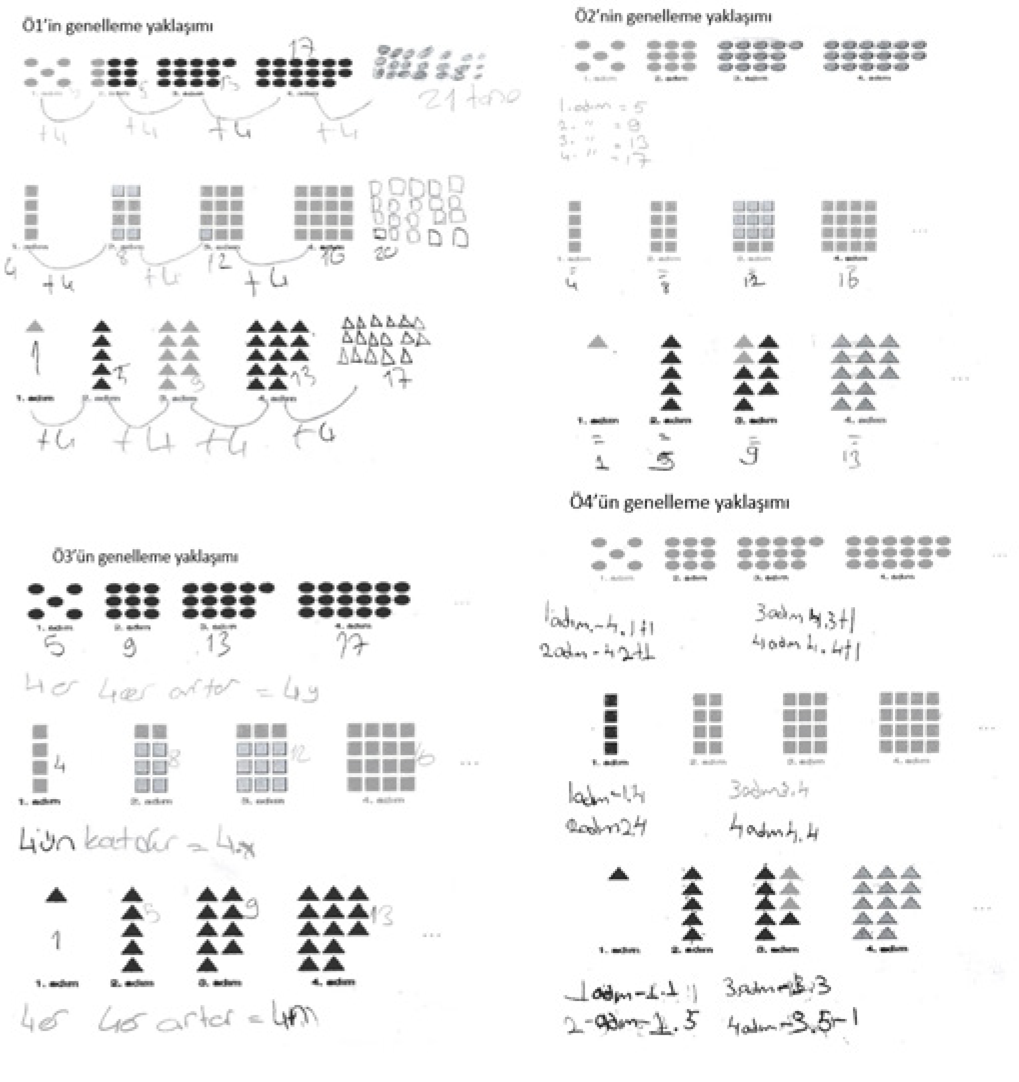
Araştırmanın Katılımcıları

Araştırma için katılımcı seçimi iki aşamada gerçekleşmiştir. Çalışma grupları seçilirken, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır(Yıldırım ve Şimşek, 2013).Cebirsel kavramlara ortaokul müfredatında ilk olarak 6. sınıfta yer verilmektedir. Bu nedenle ilk veriler, İzmir İli'ndeki orta sosyoekonomik seviyede yer alan bir devlet ortaokulunun 6. sınıf öğrencilerinden 2 saatlik matematik dersi kapsamında toplanmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasındaki katılımcıları, ilköğretim matematik öğretmenliği 3. sınıfa devam eden 35 öğretmen adayıdır. Katılımcıların seçiminde kullanılan ölçüt, ortaokul öğrencilerinin örüntü konusunu işlemeleri ve öğretmen adaylarının da temel kavramları bilmeleri açısından "cebirsel kavramlar ve öğretim yaklaşımları" dersini almakta olmaları olarak belirlenmiştir. Uygulama 2016-2017 eğitim öğretim yılı güz dönemi sonuna doğru yapılmıştır. Gizlilik esas alınmış, öğrenci isimleri yerine Ö1, Ö2,… ve öğretmen adayları için de ÖA1, ÖA2,… gibi kodlar kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Analizi

Veri toplama aracı olarak, daha önceden geliştirilmiş (Becker&Rivera, 2006) bir genelleme etkinliğinden esinlenilerek oluşturulmuş üç soruluk bir öğrenci görev kâğıdı kullanılmıştır. Sorular, sınıf seviyesine uygun olarak lineer örüntülerden oluşturulmuştur. Veri toplama aracının geçerliliğini sağlamak için, uygulanacak öğrencilerin matematik öğretmeninin, başka bir matematik öğretmeninin ve bir alan eğitimcisinin görüşlerine başvurulmuştur. Veri toplama aracında yer alan soruların sınıf seviyesine ve ilgili kazanıma uygun olduğunun anlaşılmasından sonra uygulama gerçekleştirilmiştir. Cebirsel örüntülerin modellenmesi dersi işlendikten sonra, sınıftaki öğrencilerin örnek çözümlerinden farklı 4 tanesi seçilmiş (öğrenci çözümlerinin ayrı ayrı tek varyasyonel, kovaryasyonel düşünce yapısını ve geri çıkarım-tümevarım süreçlerinin her birini ve sayısal-görsel stratejileri içermesine dikkat edilerek) ve öğretmen adaylarına sunulmak üzere bir çalışma kâğıdı haline getirilmiştir. Adaylardan, şekil 6'da yer alan öğrenci çözümlerini incelemeleri ve şu sorulara yanıt vermeleri istenmiştir:" 1- Her bir öğrencinin genelleme yaklaşımını gözlemleyiniz ve bildiğiniz yaklaşım ve stratejilere dayanarak kendinizce açıklayınız. 2- Eğer varsa, çözüm çalışmalarına bağlı olarak öğrencinin hatasının olası nedenlerini açıklayınız".

Öğretmen adaylarına uygulanan veri toplama aracında yer alan örnek öğrenci çözümleri şekil 6'daki gibidir:



Şekil 6. Öğrencilerin genelleme yaklaşımları

Şekil 6'ya göre; Ö1'in genelleme yaklaşımı incelendiğinde, eklemeli (yinelemeli) strateji kullandığı ve genellemenin yakın terimini bulduğu gözlenmektedir. Öğrenci, tek varyasyonel düşünce yapısına sahiptir ve sayısal strateji kullanmıştır.

Ö2'in genelleme yaklaşımı incelendiğinde, sayısal listeleme stratejisi kullandığı göze çarpmaktadır. Öğrenci, tek varyasyonel düşünce yapısına sahiptir.

Ö3'ün genelleme yaklaşımı incelendiğinde, öğrencinin 1. ve 3. Örüntüde sayısal veriler arasında ilişki kurduğu fakat eklemeli stratejiyi çarpım stratejisi gibi yorumladığı gözlenmektedir. 2. Örüntüyü doğru genellemesi ise, görsel yaklaşımda bulunduğu ve şekli bütünsel olarak ele aldığı için (örüntünün düzgün genişlemesinden dolayı) genellemeyi doğru yaptığını göstermektedir. Öğrenci, tek varyasyonel düşünce yapısına sahiptir ve hem sayısal hem de görsel strateji kullanmıştır.

Ö4'ün genelleme yaklaşımı incelendiğinde, öğrencinin adım sayısı ile şekilden elde ettiği sayısal veriyi ilişkilendirdiği gözlenmektedir. Aslında öğrenci şekilden elde ettiği sayısal veriyi adım sayısı ile ilişkilendirmiş fakat bunu cebirsel forma kavuşturamamıştır. Bu, geri çıkarım(abduction)-tümevarım(induction) sürecine (Rivera, 2010) karşılık gelmektedir. Öğrenci, kovaryasyonel düşünce yapısına sahiptir ve sayısal strateji kullanmıştır.

Öğretmen adaylarından gelen verilerin analizi şu şekilde gerçekleştirilmiştir: Yazılı veriler birkaç kez okunmuştur. Araştırma problemi açısından anlamlı olan veriler belirlenmiş ve verilerin içeriği incelenmiştir. Bulgular; eklemeli(yinelemeli) strateji, yakın terimini bulma, tek varyasyonel düşünce yapısı, sayısal strateji, görsel strateji, çarpım stratejisi geri çıkarım(abduction)-tümevarım, temalarına göre sınıflandırılmıştır. Temalar ve kodlar kesinleştirildikten sonra, her temanın kodlarına ait frekans ve yüzdelik değerleri, sayısal olarak tablo halinde sunulmuştur. Her temaya ait örnek açıklamalar, doğrudan alıntılarla aktarılmıştır.

3. Bulgular

Bu bölümde, alt problemlere bağlı olarak bulgular ele alınacaktır. Birinci alt probleme ilişkin bulgular öğretmen adaylarının düşünce süreci ve stratejilerinin teşhisinden, ikinci alt probleme ilişkin bulgular ise hataların nedenlerine ilişkin açıklamalarından oluşmaktadır.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Birinci alt probleme yönelik olarak öğretmen adaylarının öğrenci çalışmasını nasıl teşhis ettiği ortaya konulmuştur. Her bir öğrenci görevi için elde edilen temalar ve kodlar, tablo 1, tablo 2, tablo 3 ve tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 1. Birinci öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Eklemeli (Yinelemeli)	Adımların kaçar kaçar arttığını bulmuş, farkın sabit olduğunu bulmuş, 4'er 4'er artış göstermiş, adımlar arası farkı görmüş, üstüne ekleme yaparak örüntüyü bulmaya çalışmış.	25	71
Yakın Terimini Bulma	5. adımı bulmuş, sıradaki şekli çizmiş, bir sonraki adımı hesaplıyor, bir sonraki örüntüyü oluşturmuş, sonraki adımı sorsak yapabilir, örüntünün nasıl devam edeceğini bilmektedir.	26	74
Sayısal Strateji	Harf kullanmadan sayarak örüntü yakalamış	1	3
Tek varyasyonel	Adım sayısı ile şekil arasında ilişki kuramamış	1	3

Tablo 1'de yer alan bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının %71'inin "eklemeli (yinelemeli)" stratejiyi, %74'ünün ise "yakın terimini bulma" stratejisini doğru teşhis ettiği görülmektedir. Ancak; sayısal strateji ve tek varyasyonel düşünme yapısını teşhis eden öğretmen adayı sadece %3'te kalmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının öğrencinin düşünme yapısını analiz etmeye yönelik bir yaklaşım içinde olmadığını göstermektedir. Bu bulguları örneklemek amacıyla yapılan doğrudan alıntılar aşağıda yer almaktadır:

> ÖA4:"Örüntüyü gayet iyi yakalamış. Sembollerin hepsinin 4'er 4'er arttığını göstermiş ve sıradaki şekli çizmiş".

Açıklamasından da görüldüğü gibi, ÖA4 kodlu öğrenci tabloda yer alan temalardan eklemeli (yinelemeli) stratejiyi ve yakın terimini bulma stratejisini açıklamıştır. Eklemeli (yinelemeli) stratejiyi ve yakın terimini bulma stratejisini ve tek varyasyonel stratejiyi açıklayan ÖA 10'un ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

> ÖA 10:"Öğrenci adımlar arasındaki farkı görebilmiş, 5. adımda kaç tane şekil olabileceğini bulmuş. Doğru yolda ilerlemiş fakat kuralı harfle ifade edememiş. Adım sayısı ile şekil sayısı arasında ilişki kuramamış".

Sayısal stratejiyi örnekleyen öğretmen adayı(ÖA34) görüşü de aşağıda yer almaktadır:

> ÖA 34: "Harf kullanmadan sayarak aritmetik olarak sonuca ulaşmış. Fakat bu şekildeyken n. adımı bulması çok zor olabilir. Toplamsal olarak düşünmüş".

Tablo 2. İkinci öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Sayısal Listeleme	Miktar, şekil sayılarını belirtmiş, materyal sayısını yazmış, sembol sayısını yazmış, basamaklardaki pulları yazmış, şekil sayısını bulmuş	33	94
Tek Varyasyonel	Toplama odaklı düşünmüş, adımlar arası farkı görememiş, 100. adımı sorsalar yapamaz, aralarındaki ilişkiyi bulamamış, adımlar arası ilişkiyi fark edememiş, 5.adımı bulamamış çünkü şekiller arası ilişkiyi yakalayamamış	16	46

Tablo 2'ye göre, öğretmen adaylarının %94'ü öğrencinin "sayısal listeleme" stratejisini kullandığını, %46'sı ise "tek varyasyonel düşünce yapısı" ile hareket ettiğini ifade edebilmişlerdir. Bu durum tablo 1'deki durum ile paralellik göstermektedir. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin kullandığı görünür stratejilerin üzerinde durduğu ve düşünce yapıları üzerine fazla odaklanmadıkları söylenebilir. Yine de tek varyasyonel düşünce yapısı en fazla bu ödev için teşhis edilmiştir. Bu durumu örnekleyen doğrudan alıntılar aşağıdaki gibidir:

Aşağıda doğrudan alıntısı yer alan ÖA25 kodlu öğretmen adayı, tabloda yer alan her iki temayı da kapsayacak biçimde bir açıklama getirmiştir:

> ÖA 25:"Bu öğrenci adımlarda toplam birimleri yazmıştır. Fakat birimler arası artışı bile gösterememiştir. Aslında a seçeneğinde adımları çok güzel yazmıştır. Bundan sonra cebirsel olarak anlamlandırması kalmıştır. Anlaşılan öğrencide genel ifade ya da kural bulabilme (cebirsel düşünebilme) yoktur".

ÖA5 kodlu öğretmen adayı sadece sayısal listeleme stratejisine vurgu yapan bir açıklama getirmiştir:

> ÖA 5: "Öğrenciler sadece basamaklardaki pulları yazmışlar. Basamak aralarındaki artış miktarını göremiyorlar. Verileni yazabiliyorlar. 5. basamağı yazamamışlar, örüntüyü bulamıyorlar".

Tablo 3. Üçüncü öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Eklemeli Strateji	Artış miktarı ile orantılı kurar	33	94
Çarpım Stratejisi	Kat olarak yazmış	29	83
Görsel Yaklaşım	Katı olarak ilerlediğinin farkında, tesadüfen, Şans eseri	1	3
Tek Varyasyonel	Artışla katı karıştırmış, x değişkeninin adım sayısı olduğunu bilmiyor, aradaki farkı kural olarak yazmış, hangi sayıdan başladığına bakmamış, değişkenin anlamını bilmiyor, örüntüyü iyi incelememiş, aritmetik dizinin genel terimini elde edecek bilgisi yok	24	68

Tablo 3'te yer alan bulgular incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının %94'ünün "eklemeli (yinelemeli)" stratejiyi, %83'ünün "çarpım" stratejisini doğru teşhis ettiği görülmektedir. Ancak; öğrencinin görsel yaklaşımda bulunduğunu ifade eden tek bir öğretmen adayına (%3) rastlanmıştır. Tek varyasyonel düşünme yapısını teşhis eden öğretmen adayı ise %68'dir. Bu durum, öğretmen adaylarının hata ve yaklaşımları analiz etmede çok yönlü yaklaşamadıklarını göstermektedir. Elde edilen bulguları örneklemek amacıyla yapılan doğrudan alıntılar aşağıda yer almaktadır:

Buna göre, ÖA5 kodlu öğrenci tabloda yer alan temalardan eklemeli strateji ve tek varyasyonel düşünme yapısına yönelik açıklamalar yapmıştır:

> ÖA 5: "Öğrenci artış miktarını görebiliyor. Ancak a ve c'de adım 4 ile başlamadığı için 4y diye yanlış düşünüyor. 4'er arttığını görebiliyor. Fakat 5 ve 1'den başladığını ihmal ediyor. b'de 4'ten başladığı için oluyor. Ancak x değişkeni ile tanımladığı şeyin adım sayısı olduğunu bilmiyoruz".

Tek varyasyonel düşünme yapısına ve görsel stratejiye gönderme yapan ÖA5 kodlu adayın açıklamaları ise şu şekildedir:

> ÖA 15: "Adımlar arasındaki artışı gözlemleyip, cebirsel ifadeye dönüştürürken bunu kullanabileceğini fark etmiş, fakat bulduğu kuralı yerine koyduğunda yanlış olduğunu fark edememiş. 4x, 4y ifadelerindeki x ve y kavramlarının ise ne anlama geldiğini bile bilmiyor olabilir".

ÖA19 kodlu öğretmen adayı ise çarpım stratejisi ve tek varyasyonel yapıyı açıklamıştır.

> ÖA 19: "Bu bölümde de a ve be şıkkında yapılan çözümler benzerdir. Burada öğrenciler yine her bir adımdaki şekil sayısını tek tek alt kısımlarına yazmıştır. Yazdıklarında genelleme yapmıştır. 4'er artar demiştir ama bunu a'da 4y, c'de de 4n diye kural bulmuştur. 4'er artar değil de, her bir adımda 4 kat artar demeliydi. Yani ifade ettiği ile yazımı uymamıştır. B şıkkında ise yine her bir adımdaki şekil sayısını saymıştır. 4'ün katıdır diye bir sonuca ulaşmıştır ve bunu 4x diye ifade etmiştir".

ÖA26 ve ÖA11 kodlu öğrencilerin açıklaması ile tek varyasyonel yapıyı destekler niteliktedir:

> ÖA 26: "Öğrenci, Ç1'deki öğrenciye nazaran bir kural bulması gerektiğinin bilincinde. A seçeneğinde adımların 4'er 4'er farklılaştığını görüp 4y diyerek örüntü kuralı oluşturmaya çalışmış. Fakat y'nin hangi değeri için 1. Adımdaki 5'i elde edebileceğini sorgulamamış. 5-9-13-17 şeklinde giden örüntüye 4y kuralını koyması, örüntüyü iyi incelememesi ve biraz da konu eksikliği olmasından kaynaklanmaktadır. B seçeneğinde ise tamamen tesadüf olarak 4x kuralını bulduğunu düşünüyorum. Yine burada da artışın 4 olduğunu görüp düşünmeden verdiği bir cevaptır. C seçeneği de bu durumu destekler niteliktedir".

> ÖA 11: "Bilgisi tamamen eksik diyemeyiz. a ve c'de dörder dörder arttığını fark ediyor. Fakat y yerine 1 koysa 4 edecek

ama 1. Adımda 5 taneymiş. Bunun farkında değil. Örüntüyü bu şekilde bulamaz. B seçeneğinde ise katı olarak ilerlediğinin farkında, örüntüyü yakalamış".

Tablo 4. Dördüncü öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Geri çıkarım	Genelleyememiş, örüntü yapmak için öylesine işlem yapmış, doğru bir yolla gidip her adımı nasıl elde edebileceğini bulmuş, örüntünün adımları rakamsal olarak doğru gösterilmiş, örüntüyü bulmuş ama harfli olarak ifade edememiş, harflendirme yapamamış, örüntüyü işlemsel olarak çok iyi açıklamış ama adım sayılarına göre değişen durumu harflerle ifade edememiş	30	86
Sayısal strateji	Her örüntünün kendine has kuralı olduğunu görememiş	3	9
Kovaryasyonel	Genelleme için çok uygun bir yol ama sembole dökememiş, adım sayısı ile kutucuk arasında ilişki kurabiliyor, değişken kullanımını ihmal etmiş, cevaba en yakın öğrencidir, küçük bir düzeltme ile öğrencinin anlamlı öğrenmesi sağlanır, adım sayısı ile kuralı ilişkilendirmeye çalışmış, küçük bir düzeltme ile öğrencinin anlamlı öğrenmesi sağlanabilir.	12	34
Tek Varyasyonel	Değişken kavramında sorun olabilir, ilk adımda sadece 1 olması yüzünden kafası karıştı, 4 arttığını görememiş, bilinmeyenin değişken anlamını görememiş, adımla arası artışa gereken dikkati vermemiş, harfli örüntü ile örüntüyü ilişkilendirememiş, yaptıklarının biribiriyle bir bağlantısı olduğu söylenemez	15	43

Tablo 4'e göre, öğretmen adaylarının %86'sı öğrencinin "geri çıkarım" yöntemini kullandığını ifade edebilmişlerdir. Bu yüksek bir orandır. Bunun nedeni, "geri çıkarım" yönteminin görünür bir yöntem olması olabilir. Bunun yanında, sayısal strateji kullanıldığını fark eden öğretmen adayının oranı %9'dur.%43'ü"tek varyasyonel düşünce yapısı" ile hareket edildiğini belirtirken, %34'ü ise kovaryasyonel düşünce yapısına vurgu yapmıştır. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin kullandığı görünür stratejilerin üzerinde daha fazla durduğu burada da ortaya çıkmaktadır. Bu durumu örnekleyen doğrudan alıntılar aşağıdaki gibidir:

ÖA 22 kodlu öğrenci tabloda yer alan temalardan geri çıkarım sürecini doğru gözlemlenmiştir:

ÖA 22: "Cevaba en yakın öğrenci bu öğrencidir çünkü hem örüntüler arası ilişkiyi belirtmiş, hem de adım sayısı ile artış sayısı arasında kural yazımını açık olarak matematik dili ile yazmıştır. Harfi nerede kullanacağını gözlemleyememiştir. Mantığı ve adımları doğrudur. Sadece aritmetik ile cebir arasındaki "değişken kullanımını" ihmal etmiştir. Bu öğrenci a ve b basamağında doğru ilişkiler yakalamıştır. Ancak c basamağında üçgen sayısı ile adım arasında ilişki kurmaya çalışmış ve afallamıştır".

ÖA 30 kodlu öğrenci ise sayısal strateji ve geri çıkarım sürecini doğru açıklamıştır:

ÖA 30: "Öğrenci burada örüntüyü keşfetmiş ve cebirsel olarak örüntüyü ifade etmeye yöneliyormuş gibi görülüyor. Fakat adımları ve örüntüyü yazmış cebirsel olarak ifade edemiyor. Harfli ifade ile örüntüyü ilişkilendirememiş. B şıkkında da aynı a şıkkında yaptığını yapmış, örüntüyü cebirsel olarak harfli ifadeye çevirememiş. C şıkkında öğrencinin örüntülerden yaptığı çıkarımın sadece adım adım gittiği biliyor yalnız adımlardaki artış veya azalışın sabit olup olmadığını bilmiyor".

ÖA 7 kodlu öğrenci ise sayısal strateji ve geri çıkarım ve tek varyasyonel düşünme sürecini doğru teşhis etmiştir:

ÖA 7: "a şıkkında doğru bir yolla gidip her adımı nasıl elde edebileceğini bulmuş. Örüntünün artış miktarını görmüş ancak son olarak bunun harfli ifadesini yazmamış. B de aynı şekilde artışı görüp her basamağı elde etme yolunu bulmuş ama genel formülü elde edememiş. C de ise yine aynı adımları elde etmiş ancak buradan anlıyoruz ki öğrenci bu işlemleri genel bir formül bulma çabası ile değil, o anda elinde olan örüntüleri keşfetmek için kullanıyor".

ÖA 3 kodlu öğrenci sayısal strateji, kovaryasyonel düşünme ve geri çıkarım süreçlerini açıklayabilmiştir:

ÖA3: "a'da öğrenci kuralı adım adım ifade etmiştir, ama genelleyememiştir. Öğrenciye n. adımda nasıl olabilirdi diye sorulabilir. b'de de öğrenci kuralı adım adım ifade etmiş ama genelleştirememiştir. c'de öğrenci kural bulacağım diyerek kendince farklı farklı şekilde sayıları ifade etmiş. Bu öğrenciye de n. adım sorulabilir. Bulamazsa da kuralın ne olabileceği sorgulatılabilir".

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde ikinci alt probleme yönelik olarak, öğretmen adaylarının, öğrenci hatalarının altında yer alan nedenleri nasıl açıkladığı ortaya konulmuştur. Her bir öğrenci görevi için elde edilen temalar ve kodlar, tablo 5, tablo 6, tablo 7 ve tablo 8'te sunulmuştur.

Tablo 5. Birinci öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Eklemeli (Yinelemeli)	-	0	0
Yakın Terimini Bulma	-	0	0
Sayısal Strateji	Harf kullanmadan sayarak örüntü yakalamış	1	3
Tek varyasyonel	Adım sayısı ile şekil arasında ilişki kuramamış	1	3

Tablo 5'e bakıldığında, hata kaynağı olarak sayısal strateji ve tek varyasyonel düşünme yapısındaki eksikliklere gönderme yapıldığı görülmektedir. Her iki tema için de sadece 1'er öğretmen adayı görüş bildirmiştir. Adaylardan birisinin açıklaması şu şekildedir:

ÖA 10:"Öğrenci adımlar arasındaki farkı görebilmiş, 5. adımda kaç tane şekil olabileceğini bulmuş. Doğru yolda ilerlemiş fakat kuralı harfle ifade edememiş. Adım sayısı ile şekil sayısı arasında ilişki kuramamış".

Bu adayın ifadesi tek varyasyonel düşünce yapısındaki eksikliğin hataya neden olduğunu açıklar niteliktedir.

İkinci öğrenci çözümüne ilişkin adaylardan gelen hata kaynakları açıklamalarına yönelik olarak elde edilen kod ve temalar tablo 6'da sunulmuştur:

Tablo 6. İkinci öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Sayısal Listeleme	-	0	0
Tek Varyasyonel	Toplama odaklı düşünmüş, 5.adımı bulamamış çünkü şekiller arası ilişkiyi yakalayamamış	4	11

Bu görev için de öğretmen adayları sadece tek varyasyonel düşünme sürecine ilişkin hataların kaynağından bahsetmişlerdir. ÖA25 kodlu adayın açıklamaları bu durumu örnekler niteliktedir:

> ÖA 25:"Bu öğrenci adımlarda toplam birimleri yazmıştır. Fakat birimler arası artışı bile gösterememiştir. Aslında a seçeneğinde adımları çok güzel yazmıştır. Bundan sonra cebirsel olarak anlamlandırması kalmıştır. Anlaşılan öğrencide genel ifade ya da kural bulabilme (cebirsel düşünebilme) yoktur".

Tablo 7. Üçüncü öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Eklemeli Strateji	-	0	0
Çarpım Stratejisi	-	0	0
Görsel Yaklaşım	Şans eseri	1	3
Tek Varyasyonel	Artışla katı karıştırmış, x değişkeninin adım sayısı olduğunu bilmiyor, aradaki farkı kural olarak yazmış, hangi sayıdan başladığına bakmamış, değişkenin anlamını bilmiyor, örüntüyü iyi incelememiş, aritmetik dizinin genel terimini elde edecek bilgisi yok	24	69

Üçüncü öğrenci görevi için de, öğretmen adayları baskın olarak(%69) tek varyasyonel düşünme sürecine ilişkin hataların kaynağından bahsetmişlerdir. Görsel yaklaşıma değinen tek bir öğretmen adayı olmuştur fakat bu aday da aslında yaklaşımın görsel yaklaşım olduğunu düşünememiştir. Öğrencinin yaklaşımının tesadüfî olduğunu belirtmiştir. Bu durumu ÖA26 kodlu öğretmen adayı şu şekilde ifade etmiştir:

> ÖA 26: "Öğrenci, Ö1'deki öğrenciye nazaran bir kural bulması gerektiğinin bilincinde. A seçeneğinde adımların 4'er 4'er farklılaştığını görüp 4y diyerek örüntü kuralı oluşturmaya çalışmış. Fakat y'nin hangi değeri için 1. Adımdaki 5'i elde edebileceğini sorgulamamış. 5-9-13-17 şeklinde giden örüntüye 4y kuralını koyması, örüntüyü iyi incelememesi ve biraz da konu eksikliği olmasından kaynaklanmaktadır. B seçeneğinde ise tamamen tesadüf olarak 4x kuralını bulduğunu düşünüyorum. Yine burada da artışın 4 olduğunu görüp düşünmeden verdiği bir cevaptır. C seçeneği de bu durumu destekler niteliktedir".

Tablo 8. Dördüncü öğrenci görevine ilişkin açıklamalar

Temalar	Kodlar	Frekans	%
Geri çıkarım	Genelleyememiş, örüntü yapmak için öylesine işlem yapmış, örüntüyü bulmuş ama harfli olarak ifade edememiş, harflendirme yapamamış, örüntüyü işlemsel olarak çok iyi açıklamış ama adım sayılarına göre değişen durumu harflerle ifade edememiş	25	71
Sayısal strateji	Her örüntünün kendine has kuralı olduğunu görememiş	3	9
Kovaryasyonel	Genelleme için çok uygun bir yol ama sembole dökememiş, değişken kullanımını ihmal etmiş,	4	11
Tek Varyasyonel	Değişken kavramında sorun olabilir, ilk adımda sadece 1 olması yüzünden kafası karıştı, 4 arttığını görememiş, bilinmeyenin değişken anlamını görememiş, adımla arası artışa gereken dikkati vermemiş, harfli örüntü ile örüntüyü ilişkilendirememiş,	13	37

Dördüncü öğrenci görevine ilişkin açıklamalara bakıldığında, öğretmen adaylarının nispeten büyük oranda “geri çıkarım” ve “tek varyasyonel” düşünce yapısına ilişkin hatalardan bahsettikleri gözlenmektedir. Bu stratejilerin “görünür” olması buna neden olabilir. Diğer görevlerden farklı olarak ilk kez bu görev için kovaryasyonel düşünce yapısından söz eden adaylar olması sevindiricidir. Ancak burada da buna vurgu yapan aday sayısı çok az (%11) ve hata kaynağına ilişkin yorumlar yüzeysel kalmaktadır. Bunlara göre, ÖA 3 kodlu öğretmen adayı sayısal strateji, kovaryasyonel düşünme ve geri çıkarım süreçlerine ilişkin hata kaynaklarını kısmen açıklayabilmiştir. ÖA3’ün kendi ifadesi şu şekilde olmuştur:

> ÖA3: “a’da öğrenci kuralı adım adım ifade etmiştir, ama genelleyememiştir. Öğrenciye n. adımda nasıl olabilirdi diye sorulabilir. b’de de öğrenci kuralı adım adım ifade etmiş ama genelleştirememiştir. c’de öğrenci kural bulacağım diyerek kendince farklı farklı şekilde sayıları ifade etmiş. Bu öğrenciye de n. adım sorulabilir. Bulamazsa da kuralın ne olabileceği sorgulatılabilir”.

Elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlar sonraki bölümde ele alınmaktadır.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının 6. sınıf öğrencilerinin örüntü problemlerine ilişkin çözümlerini yorumlamalarına odaklanılmıştır. Dört farklı tipteki öğrenci yanıtını inceleyen öğretmen adaylarından, öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerini “teşhis” ve “hata kaynakları” bazında analiz etmeleri istenmiştir. “Teşhis” aşaması öğrencinin kullandığı yöntem ve düşünce yapısı olarak nitelendirilirken, yorum aşamasında adaylardan öğrenci hatalarının nedenlerini açıklamaları istenmiştir.

“Teşhis” aşaması için, adaylardan gelen birinci öğrenci ödevine ilişkin yanıtlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük oranda öğrencinin örüntü genelleme sürecini doğru teşhis ettiği görülmektedir. Öğrencinin sayısal strateji kullandığını ve dolaylı biçimde de olsa tek varyasyonel düşünme yapısına sahip olduğunu ifade eden aday sayısı her iki durum için de 1’er kişi ile sınırlı kalmaktadır. İkinci öğrenci ödevine verilen yanıtların analizi ise, aynı şekilde öğretmen adaylarının görünür stratejileri doğru teşhis ettiğini göstermektedir. Öğrenci, sayısal stratejilerden yararlanmış ve adaylar da bu durumu yanıttan gözlemlemeyi başarmışlardır. Bunun yanında; öğrenci, adım sayısı ile şekil arasında ilişki kurmak bir yana, iki şekil arasında dahi ilişki kuramamıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları da öğrencinin şekiller arasında ilişki kurmamasına vurgu yapmaktadır. Yani adaylar, öğrencinin adım sayısı ile şekil arasında ilişki kurması gerektiği yönünde bir ifadede bulunmamışlardır. Bu durum, adayların öğrenciden beklentilerinin “tek varyasyonel düşünme yapısı” seviyesinde kaldığını göstermektedir. Oysaki öğretmen adaylarının öğrencinin daha geçerli çözüme ulaşmasına yönelik bir yorumda bulunması beklenirdi. Buradan, öğretmen adaylarının çok varyasyonel düşünme yapısının gerek ve önemini bilmediği sonucuna ulaşabiliriz. Üçüncü öğrencinin çözümü için yapılan yorumlar incelendiğinde, yine görünür stratejilerin adayların neredeyse tamamı tarafından doğru teşhis edildiği ortaya çıkmıştır. Bunun yanında, ikinci öğrenci yanıtının analizinde gözlemlendiği üzere, öğretmen adayları öğrencinin tek varyasyonel düşünce yapısını doğru analiz etmişlerdir. Fakat yine asıl beklenen, öğrencinin kovaryasyonel yaklaşımda bulunması gerektiğine dair bir yoruma rastlanmamıştır. Diğer taraftan, görsel yaklaşım nedeniyle doğru çözülmüş olması olası olan bir soruya bir aday hariç hiç kimse değinmemiştir. Bu durum, adayların böyle bir ihtimali yok sayması anlamına gelmektedir. Dördüncü öğrenci yanıtlarının yorumlanması incelendiğinde, öğretmen adaylarının geri çıkarım sürecini fark ettikleri göze çarpmaktadır. Bunun en büyük nedeni, bu stratejinin “görünür” olması denilebilir. Adayların yarıya yakını tek varyasyonel düşünce yapısı ile hareket edildiğini ifade edebilmiştir. Bunun yanında, adayların kovaryasyonel düşünce şekline en fazla bu ödev için vurguda bulunmaları manidardır. Bunun en önemli nedeni, geri çıkarım yöntemine yaklaşan öğrencinin bu düşünce yapısını görünür biçimde sergilemesidir. Bu da, önceki sonuçlarla uyumlu olarak, adayların görünür stratejilere odaklanma eğiliminde olduklarını bir kez daha doğrulamaktadır.

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin “hata kaynaklarına” ilişkin açıklamalarına bakıldığında, açıklamaların az ve yüzeysel olduğu göze çarpmaktadır. Adayların açıklamaları çoğunlukla öğrencinin tek varyasyonel düşünme sürecindeki yetersizliklerine gönderme yapmaktadır. Oysaki önceki çalışmalar, (Lannin, 2005; Lesley ve Freiman, 2004) örüntü genelleme sürecinde kovaryasyonel düşünme yapısı ile hareket etmenin öğrencinin ileride bu konu ile bağlantılı konularda daha başarılı olacağını ifade etmektedir. Sayısal strateji kullanımındaki hatalar için de; hata kaynaklarının açıklanması yüzeysel kalmakta, işlem hatası ile ilişkilendirmenin ötesine geçilmemektedir. Üçüncü öğrenci görevinde yer alan görsel strateji kullanımına ilişkin olarak tek bir adayın bunu fark etmesi ama hata kaynağı açıklamasını da “tesadüfi” olarak nitelendirmesi göze çarpmaktadır. Hâlbuki önceki çalışmalar, görsel yaklaşımdan yararlanan öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde daha başarılı olduklarını ifade etmektedir (Rivera, 2007).

Elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğretmen adaylarının öğrencilerin kullandığı görünür stratejilerin üzerinde durduğu ve düşünce yapıları üzerine fazla odaklanmadıkları söylenebilir. Bunun nedeni, çok varyasyonel düşünce yapısı ile tek varyasyonel düşünce yapısı arasındaki ayırımı bilmemeleri olabilir. Bunun yanında, öğretmen adayları görsel stratejileri de teşhis edememiştir. Tüm bu sonuçlara dayanarak öğretmen adaylarının bu kavramlara yönelik farkındalıklarının arttırılmasına yönelik çalışmalar yapılmalıdır.

Öğretmen adayları hem aynı öğrencinin farklı yanıtlarını, hem de farklı öğrencilerin aynı soruya verdiği yanıtları inceleme fırsatı bulmuşlardır. Bu durum; Wilson vd. (2013) vurguladığı gibi, öğretmen adayının, öğrencinin örüntü genellemesini nasıl yaptığını fark etmesine ve matematik ve öğrenciye ilişkin bilgisini geliştirmesine imkân tanımaktadır. Öğretmen adayları yanıtlarını ne kadar fazla detaylandırırlarsa, öğrenci yanıtlarına ilişkin farkındalıklarının gelişimini gözlemlememiz o denli kolay olacaktır(Callejo, Alberto, 2013).

Alan yazında, matematik öğretmen adaylarının, öğrencilerin örüntüleri genellemesine ilişkin farkındalığının çalışıldığı sınırlı sayıda çalışma yer almaktadır. Fakat giriş kısmında da ifade edildiği gibi, farklı konularda öğretmen adayı farkındalığının incelendiği çeşitli çalışmalar literatürde yer bulmaktadır. Bartell, Webel, Bowen ve Dyson (2013) öğretmen adaylarının çocukların kavramsal anlama kanıtlarını tanıma yeteneklerini ve öğretmen adaylarının alan bilgilerinin öğrencinin matematiksel anlamalarını teşhis etmedeki rolünü incelediği çalışmalarında, öğretmen adayının alan bilgisinin, öğrencisinin matematiksel anlamasını keşfetmekte rol oynadığını bulmuştur. Çalışmanın başında kullanılan alan bilgisi ölçümüne göre, öğrenci anladığını tamamen yansıttığında ya da kavram yanılgısı gösterdiğinde, öğretmen adayı bunu analiz edebilmektedir. Fakat öğretmen adayının alan bilgisi öğrencinin çözüm sürecini anlamlandırmada yeterli değildir. Buna benzer biçimde öğrencinin anladığının belli olduğu fakat buna uygun açık bir kanıt bulunamadığı zamanlarda yine öğretmen adayının alan bilgisi yetersiz kalmaktadır. Bu sonuç, bizim çalışmamızda aday öğretmenlerin neden görünür stratejileri teşhis etmede başarılı iken, görünmeyenleri açıklama konusunda yetersiz olduklarının bir yanıtı olabilir. Fernandez, Llinares ve Valls (2013), öğretmen adaylarının orantısal düşünmenin işaretlerini nasıl fark ettiğini araştırdıkları çalışmalarında, adayların bu becerisinin, kanıtları fark etme ile mümkün olduğunu bulmuşlardır. Bu kanıtlar çok net olabileceği gibi, üstü kapalı da olabilir. Bu durum, bizim çalışmamızda adayların kanıtları fark etmesine yönelik eksiklikler olması ile örtüşmektedir.

Gözlemlenen eksikliklerin giderilebilmesi ve öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştirilebilmesi için Sa´nchez-Matamoros, Ferna´ndez ve Llinares'in (2014) çalışması yol gösterici olabilir. Söz konusu çalışmada, öğretmen adaylarının türev kavramını anlamaya yönelik öğrenci kanıtlarını fark etme becerilerinin gelişimi araştırılmıştır. Sonuçlara göre, bu becerinin gelişimi, öğretmen adaylarının öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları matematiksel unsurları aşamalı olarak anlaması ile ilintilidir. Çalışmadan elde edilen bu sonuç, "öğretim modüllerinin" öğretmen adaylarının öğrenci anlama göstergelerini fark etme becerilerini geliştirebileceğini göstermektedir. Dolayısıyla, Schack vd. (2013) tarafından da ifade edildiği gibi, öğretmen adaylarından yapmaları istenen çalışma görevleri bu becerinin gelişimine katkı sağlayabilir. Bunu destekler biçimde, bir başka çalışmada (Jacobs vd., 2010) öğretmen adaylarının öğrenci görevlerini inceleyerek farkındalıklarını arttırabilecekleri belirtilmektedir. Bu gelişim için, fakültedeki alan eğitimi derslerinde periyodik olarak öğrenci görevlerinin incelenmesi yararlı olacaktır.

Bu araştırmada, öğretmen adaylarının öğrenci çözümlerini keşfetmeleri için örüntü genelleme problemleri kullanılmıştır. Bu araçlar (Callejo, Alberto, 2013) ve çalışılacak konular çeşitlendirilebilir. Bu çeşitlilik, bizim elde edilen verileri net ifadelerle sınırlandırmamızın yerine, yanıtların değişim ve gelişimine odaklanmamıza imkân sağlayacaktır. Bu sayede adayların farkındalıklarının gelişimini gözlemleme şansı yakalayabiliriz. Bunun yanında, öğretmen adaylarının öğrenci farkındalıklarının periyodik olarak incelenmesi, adayların bu yönde gelişimine de katkıda bulunacaktır (Schack vd., 2013; Sa´nchez-Matamoros, vd. 2014). Çünkü Jacobs, Lamb, ve Philipp'in (2010) de belirttiği gibi, öğrenci farkındalığını belirlemek ve geliştirmek önemli bir eğitim faaliyetidir.

5. Kaynakça

Amit, M &Neria, D. (2008). Rising to the challenge: using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM Mathematics Education, 40*, 111–129.

An, S. & Wu, Z. (2012). Enhancing mathematics teachers' knowledge of students' thinking from assessing and analysis misconceptions in homework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 717–753.

Ball, D.L.,Thames, M.H., &Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59(5)*, 389–407.

Baş, S., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. *Eğitim ve Bilim, 36(159),* 41-55.

Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B., Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*.16:57–79

Becker, J. R.& Rivera, F. (2005). Generalizationstrategies of beginning high school algebra students. ınchick, h. l. &vincent, j. l. (eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 121-128. Melbourne: PME.

Becker, J. R., & Rivera, F. (2006). Sixth graders' figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra (1). In Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., & Méndez, A. (Eds), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2 (pp. 95-101). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Callejo, M.L. & Zapatera, A. (2016). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 20(4), 309-333.

Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM Mathematics Education*, 44, 747–759

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary teacher's Professional noticing of students' mathematical thinking. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 441-468.

Gall, M. D.,Borg, W. R., &Gall, J. P.(1996). *Educational Research*(6th ed.). White Plains, NY:Longman Publishers USA.

Hines, E., & McMahon, M. T. (2005). Interpreting middle school students' proportional reasoning strategies:observations from prospective teachers. *School Science and Mathematics*, 105(2), 88–105.

Holt, P., Mojica, G., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. Journal of Mathematical Behavior, 32, 103-121.

Jacobs, V. A., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41(2)*, 169–202.

Kılıç, Ç. (2017). Analyzing middle school students' figural pattern generating strategies considering a quadratic number pattern. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,17* (1), 250-267.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. *Chicago: University of Chicago Press.*

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: Thechallenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(3), 231-258.

Lesley, L. &Freiman, V. (2004). Tracking primary students' understanding of patterns. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*(Vol. 2, pp. 415-422). Bergen, Norway: PME.

Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional noticing.*Sisyphus Journal of Education*, 1(3), 76–93.

Magiera, M., van der Kieboom, L., & Moyer, J. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93–113.

Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. *London: Routledge-Falmer.*

Morris, A. K. (2006). Assessing pre-service teachers' skills for analyzing teaching. Journal of Mathematics Teacher Education, 9:471–505.m

Mouhayar, R.R. & Jurdak, M.E. (2012). Teachers' ability to identify and explain students' actions in near and far figural pattern generalization tasks. *Educational Studies in Mathematics, 82,* 379-396.

Polya, G. (1957). How to solve it (2nd ed.). *Princeton: Princeton University Press.*

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: understanding figural generalization. *MathematicsTeacher*. *101(1),* 69–75.

Rivera, F. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 297–328.

Sa´nchez-Matamoros, G., Ferna´ndez, C., & Llinares, S. (2014). Developing Prospective Teachers' Noticing of Students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education.* doi:10.1007/s10763-014-9544-y.

Schack, E., Fisher, M., Thomas, J., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 379-397.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.) (2010). Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes. *New York, NY: Routledge.*

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15(2),* 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge andteaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Spitzer, S., Phelps, C. M., Beyers, J. E. R., Johnson, D. Y. & Sieminski, E. M. (2011). Developing prospective elementary teachers' ability to identify evidence of student mathematical achievement. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 67–87

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics, 20 (2),* 147–164.

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, *36(160),* 184-198.

Tanışlı, D. ve Köse, N.(2013) Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*. *12(44),* 255-283.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Warren, E.(2005). In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns**.** *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 305-312. Melbourne: PME.

Wilson, P. H.,Mojica, G., &Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teachereducation: supportingteachers' understanding of students' mathematicalthinking. *Journal of Mathematical Behavior*, *32,* 103–121.