

# TEK SİLİNDİRLİ DÖRT ZAMANLI BİR DİZEL MOTORUNUN DİNAMİK MODELİ VE TİTREŞİMLERİNİN İNCELENMESİ

**Halit KARABULUT, Erkan ÖZTÜRK ve Can ÇINAR**

Otomotiv Mühendisliği Bölümü, Teknoloji Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06500 Teknikokullar Ankara  
[halitk@gazi.edu.tr](mailto:halitk@gazi.edu.tr), [erkanozturk@gazi.edu.tr](mailto:erkanozturk@gazi.edu.tr), [cancinar@gazi.edu.tr](mailto:cancinar@gazi.edu.tr)

(Geliş/Received: 02.06.2010; Kabul/Accepted: 28.01.2011)

## ÖZET

Bu çalışmada tek silindrikl dört zamanlı bir dizel motorunun dinamik modellemesi yapılarak, motorun hızlanma sürecinde yüklü ve yüksüz koşullarda sergilediği davranışlar, motor bloğunun titreşimleri ve krank milinin açısız hızının değişimleri incelenmiştir. Dinamik model; piston, krank mili, motor bloğu ve biyelini hareket denklemlerinden oluşmaktadır. Bloğun ve diğer dinamik elemanların hareketleri krank eksenine dik bir düzlemde tanımlanmıştır. Motor bloğunun hareketi iki serbestlik derecesine sahiptir ve bunlardan birisi silindrikl eksenine doğrultusundaki öteleme hareketi, diğeri ise krank eksenine etrafındaki dönme hareketidir. Sunulan çalışmada sayısal analiz işlemleri, başlangıç koşulları altında zaman değişkenine göre yapılmıştır. Simülasyonda kullanılan gaz basıncı değişimi tek silindrikl dört zamanlı bir dizel motorundan deneysel yöntemle elde edilmiştir. Farklı sertlik ve sönümleme sabitleri için bağlantı takozlarında oluşan kuvvetler ve motor parçalarının titreşim karakteristikleri grafik olarak sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Motor dinamiği, krank mili açısız hız dalgalanmaları, blok titreşimleri

## DYNAMIC MODELING AND INVESTIGATION OF VIBRATIONS OF A SINGLE CYLINDER FOUR-STROKE DIESEL ENGINE

### ABSTRACT

In this study, by performing a dynamic modeling of a four-stroke single cylinder engine, its dynamic behavior in acceleration period under loaded and unloaded conditions, vibrations of engine block and angular velocity fluctuations of the crankshaft were investigated. The dynamic model consisted of motion equations of piston, connecting rod, crankshaft and engine block. The motions of the engine block and the other moving elements were described on a plane perpendicular to the crank shaft axis. The block of the engine has two degree of freedom; one is translational motion on the direction of the cylinder axis and the other is angular vibration around the crank axis. Numerical solution was performed on time domain by means of using initial conditions. The working gas pressure exerting on the piston was obtained experimentally from a four-stroke single cylinder diesel engine. The vibration characteristics of the engine components and forces occurring on the mounts were graphically presented.

**Keywords:** Engine dynamics, angular velocity fluctuations of crankshaft, block vibrations

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Pistonlu motorlarla yürütülen taşıtların en önemli sorunlarından birisi titreşimler ve titreşimlerden kaynaklanan gürültülerdir. Frekansı ve genliği yüksek olan bu titreşimler hem motor, hem taşıt, hem de insanlar üzerinde olumsuz etkiler yapmaktadır. Örneğin motor ve taşıt üzerinde; malzeme yorulması nedeni ile bazı parçaların kırılması, perçinli ve vidalı bağlantıların gevşeyip çözülmesi, ikaz ve aydınlatma sistemlerinde bulunan ampullerin bozulması,

elektrikli cihazların ve elektrik devrelerinin arızalanması, direksiyon sisteminde bulunan küresel mafsallardaki boşluğun artması ve sonuçta rot başı çıkması olarak adlandırılan olayın görülmesi, yağ sızdırmazlık elemanlarının bozulması gibi çeşitli arızalara yol açmaktadır. Taşıt titreşimlerinin insan vücudu üzerindeki etkileri titreşimin frekansına, genliğine ve etki süresine bağlı olarak değişir ve yorgunluk, sırt ağrısı, konsantrasyon azalması, tansiyon ve sinir bozulması gibi fizyolojik ve psikolojik rahatsızlıklara yol açar. Aynı zamanda,

taşıtlardaki mekanik titreşimler; kullanışlı bir enerji olan mekanik enerjiyi kullanışsız bir enerji olan ısıya dönüştürerek atmosfere atılmasına neden olur.

Taşıtlardaki titreşimlerin büyük bir bölümü motor tarafından üretilmektedir. Tamamen titreşimsiz olarak çalışan pistonlu motorların tasarımı mümkün olmamakla birlikte, bir dinamik simülasyon yardımıyla dinamik parçaların iyi bir optimizasyonu yapılarak düşük titreşimli motorların tasarlanması olanaklıdır [1,2]. Motorların ürettiği titreşimlerin iki ana kaynağı vardır ve bunlardan biri yanma boyunca oluşan ani basınç değişimleri, diğeri ise değişken ivmeli doğrusal ve dairesel hareket yapan parçaların eylemsizliğinden ve dengesizliğinden doğan kuvvetlerdir [2,3-5]. Motorda ortaya çıkan titreşimlerin taşıtın şasisine aynı şiddetle geçmesini engellemek için motorla şasi arasında kullanılmak üzere muhtelif bağlantı elemanları geliştirilmiştir [3]. Güncel olarak otomobillerde kullanılmakta olan bağlantı elemanlarının çoğu kauçuk esaslı takozlardan oluşmakta ve geniş frekans aralıklarında kullanılmak üzere tasarlanamamaktadırlar. Frekans yükseldikçe kauçuk takozların sertliğinin artması ve buna karşın yüksek frekanslarda sertliği düşük olan elemanların gerekmesi nedeniyle, geniş frekans aralıklarında kullanılmak üzere yarı kauçuk yarı hidrolik bağlantı elemanları geliştirilmiştir. Bu tip bağlantı elemanları yüksek frekanslı düşük genlikli uyarımlara karşı yumuşak bir kauçuk takoz gibi, düşük frekanslı yüksek genlikli uyarımlara karşı ise hidrodinamik bir genlik sınırlayıcı gibi tepki vermektedir [3].

Bir taşıtın titreşim analizinin yapılmasında kullanılabilecek en sağlıklı yöntem taşıtı ve motoru oluşturan dinamik elemanların tamamının dinamik model kapsamına alınmasıdır. Fakat bu tür bir dinamik modelin oluşturulması oldukça zahmetli ve zaman alıcı olduğundan motorun ve taşıtın ayrı ayrı modellenmesi yoluna gidilmektedir [3,6,7]. Motoru ve motorun taşıta bağlamasında kullanılan esnek bağlantı elemanlarını kapsayan bir dinamik model aracılığı ile taşıtı titreştiren dinamik kuvvetler belirlenmektedir [4,6-8].

Motoru ve bağlantı elemanlarını içeren dinamik modellerin bir bölümünde motorun tek parçadan oluşan bir katı cisim gibi ele alındığı, bazısında ise çok elemanlı bir dinamik sistem olarak ele alındığı görülmektedir. Bunlardan birincisine “katı cisim modeli” denmektedir ve burada söz konusu katı cismin titreşiminin dışardan uygulanan uyarıcı kuvvetlerin etkisi ile oluştuğu varsayılmaktadır. Ayrıca göz önünde tutulan katı cismin altı serbestlik derecesine sahip bir titreşim yaptığı, cismin kütle merkezinin bir x, y, z koordinat sisteminin eksenleri doğrultusunda öteleme ve aynı eksenler etrafında dönme hareketleri yaptığı düşünülmektedir [4,5]. Modeli oluşturan hareket denklemleri arasında bağlantı olmadığından bu model “bağlantısız model” olarak adlandırılmaktadır. Katı cisim modellerinde

harmonik frekanslı uyarıcı kuvvetler kullanılmaktadır [9,10] ve bu kuvvetlerin matematiksel modeli tek silindirli ve bloğu titreşmeyen bir motorun dinamik ve termodinamik analizinden elde edilebilmektedir [2,4,11]. Uyarıcı kuvvetlerin hesaplanmasında; silindir içi gaz basıncı kuvvetinin doğru biçimde belirlenmesinin yanında [12]; piston, biyel ve krank mili mekanizmasının doğru bir dinamik modelinin yapılması da şarttır [4,5,13].

Çok elemanlı sistem modelinde motor elemanlarının her biri için ayrı hareket denklemleri türetilmektedir [5]. Bu modeli oluşturan denklemler birbiriyle ilişkili olduğu için söz konusu modele “bağlantılı model” adı da verilmektedir [4]. Bu modelin kapsadığı ana elemanlar; pistonlar, biyeler, krank mili ve motor bloğudur. Dinamik parçaların öteleme hareketini tanımlamak için orijini sabit olan bir kartezyen koordinat sistemi kullanılmakta ve bloğun dönme merkezi olarak krank eksenini alınmaktadır. Bir dinamik sistemin enerji balansının gerçekleştirilmesi için o sistemin dinamik modelinin bağlantılı tipten olması ve esnek bağlantı elemanlarında açığa çıkan sönümleme enerjisinin enerji balansında kullanılması gerekir [4].

Motorun dinamik modelinin oluşturulmasında dikkate alınması gereken sürtünme kuvvetlerinin bir bölümünün hidrodinamik viskoz sürtünmelerden oluştuğu, diğer bir bölümünün ise hıza göre değişmeyen ancak sürtünen yüzeyler arasındaki değme basıncı ile orantılı olan, kuru sürtünme olarak adlandırılan, sürtünmelerden oluştuğu belirtilmektedir [14]. Piston ile silindir yüzeyi arasında oluşan sürtünme kuvveti ile piston üzerindeki yağ ve kompresyon segmanlarının neden olduğu sürtünmeler kuru sürtünme kapsamında değerlendirilmektedir ve deneysel çalışmalar sonucunda önemleri kanıtlanmıştır [14-16]. Kuru sürtünmelerden kaynaklanan kuvvetlerin işaretini pistonun hareket yönüne göre değiştirmek gerekmektedir. Pistona etki eden gaz basıncı motor çevriminin termodinamik analizi sonucu [5,17] veya bir motordan deneysel yöntemle elde edilmektedir [7,18]. Gaz kuvvetlerinin özellikle yanmanın gerçekleştiği üst ölü nokta civarında gerçeğe yakın bir şekilde tahmin edilmesi gerekmektedir [2].

Motor bloğu içerisindeki hareketli parçaların eylemsizliklerinden kaynaklanan titreşimlerin, özellikle dinamik sistemin ikincil rezonanslarının belirlenmesinde, önemli olduğu vurgulanmaktadır [10,13,19,20]. Biyel dinamiğinin karmaşıklığından dolayı, birçok araştırmada biyelin kütlesi dinamik açıdan eşdeğer iki bölüme ayrılarak krank mili ve pistonu paylaştırılmıştır [10,11,16-18,21].

Motor bağlantı kulaklarının geliştirilmesi amacı ile yapılan bazı çalışmalarda lineer olmayan yay ve damper kuvvetleri kullanılmıştır [22-25]. Lineer

olmayan yay ve damper kuvvetleri kendi aralarında ilişkili olduğundan, bu durumda sistemin hareket denklemleri ele alınamayacak kadar karmaşıklaşmaktadır. Lineer olmayan yay ve damper kuvvetlerinin kullanıldığı sayısal analizlerde dinamik model tek bir bağlantı kulağı için yazılmakta, bağlantı kulağının üzerine rijit bir kütle konularak tabandan harmonik uyarım kuvvetleri uygulanmaktadır. Bununla birlikte, motor takozlarındaki hareketlerin birbirini etkilemesi nedeniyle takozların yerlerinin ve bağlantı açılarının titreşime etkileri göz ardı edilemeyecek kadar önemlidir [9].

Sunulan çalışmada tek silindirli dört zamanlı bir dizel motorunun dinamik modeli oluşturulmuştur. Dinamik model krank eksenine dik bir (x,y) düzleminde tanımlanmaktadır. Motor bloğu hem krank mili ekseninde etrafında dönel titreşim yapmakta hem de krankla birlikte silindir eksenine doğrultusunda öteleme titreşimi yapmaktadır. Krankın bloğa göre serbestliği yalnızca dönme serbestliğinden oluşmaktadır. Dinamik sistemin bir piston, bir biyel, krank mili ve blok olmak üzere dört dinamik parçadan oluştuğu düşünülmüştür. Pistona uygulanan gaz basıncı değerleri bir deney motorundan tam-gaz ve tam-yük koşullarında ölçüm yapılarak elde edilmiştir. Parçaların kütleleri, eylemsizlik momentleri ve hidrodinamik sürtünme katsayıları için gerçeğe yakın istatistiksel veriler kullanılmıştır.

## 2. DİNAMİK, KİNEMATİK VE TERMODİNAMİK İLİŞKİLER (DYNAMIC, KINEMATIC AND THERMODYNAMIC RELATIONS)

Dinamik sistemin modellenmesinde kullanılan yerel koordinat sistemleri Şekil 1'de görülmektedir. Pistonun hareketini tanımlamada kullanılan (x,y) koordinat takımının orijini olarak piston piminin (pernosunun) hareket başlangıcındaki konumu seçilmiştir. Bu koordinat takımının y eksenini, silindir ekseninin başlangıçtaki pozisyonu ile örtüşmektedir. Bloğun hareketini tanımlamada kullanılan (x<sub>c</sub>,y<sub>c</sub>) koordinat takımının orijini olarak krank ekseninin başlangıçtaki konumu seçilmiştir. Krank milinin açısal pozisyonunu göstermek için krank muylusunun silindir eksenine yaptığı açı (θ), bloğun açısal pozisyonunu göstermek için silindir ekseninin başlangıçtaki silindir eksenine yaptığı saat ibresinin tersi yönündeki açı (φ) seçilmiştir.

Modellenen dinamik sistemin başlangıç pozisyonu ile herhangi bir t anındaki durumu Şekil 1'de karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

Pistonun x ve y doğrultularında yaptığı ötelemeler:

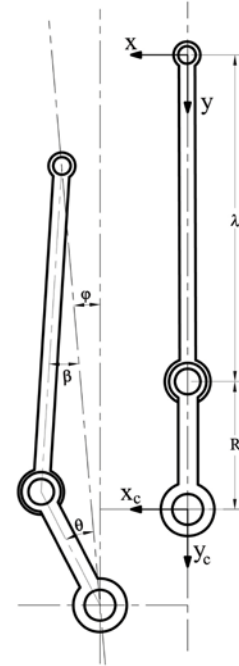
$$x = x_c + (R \cos \theta + \lambda \cos \beta) \sin \varphi, \quad (1)$$

$$y = R + \lambda + y_c - (R \cos \theta + \lambda \cos \beta) \cos \varphi \quad (2)$$

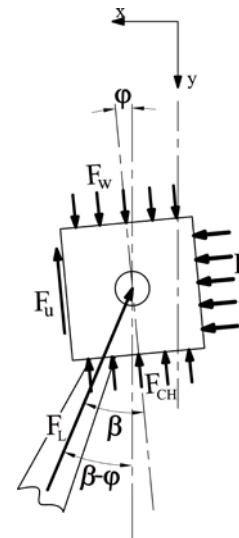
şeklinde ifade edilebilir. Burada biyel silindir eksenine yaptığı açı

$$\beta = \arcsin \left( \frac{R}{\lambda} \sin \theta \right) \quad (3)$$

dır. Pistonun herhangi bir t anındaki pozisyonu ve pistona etki eden kuvvetler Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 1. Krank ve biyel başlangıç pozisyonu ile anlık bir pozisyonunun karşılaştırılması (Comparison of the initial and an instantaneous positions of the crank shaft and connecting rod)



Şekil 2. Pistonun anlık bir pozisyonu ve etkiyen kuvvetler (An instantaneous position of the piston and forces exerting on it)

Pistonun x ve y doğrultularındaki hareket denklemleri ise

$$m_p \frac{d^2x}{dt^2} = C_p \left( \frac{dx}{dt} - \frac{dx_c}{dt} - s \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) + F_s \cos \varphi - F_L \sin(\beta - \varphi) - (F_w - F_{CH} - F_u) \sin \varphi \quad (4)$$

$$m_p \frac{d^2y}{dt^2} = -C_p \left( \frac{dy}{dt} - \frac{dy_c}{dt} - s \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) + F_s \sin \varphi + (F_w - F_{CH} - F_u) \cos \varphi - F_L \cos(\beta - \varphi) \quad (5)$$

dır. 4 ve 5 numaralı eşitliklerde bulunan s,

$$s = R \cos \theta + \lambda \cos \beta \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Pistonun x doğrultusundaki hareket denkleminde yani Eşitlik 4'te eylemsizlik ve viskoz sürtünme terimleri, diğer terimlerin yanında çok küçük olduklarından, yok varsayılarak pistona etki eden yan yüzey kuvveti

$$F_s = F_L \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} + (F_w - F_{CH} - F_u) \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \quad (7)$$

şeklinde elde edilebilir. Pistonun y doğrultusundaki hareket denkleminde yani Eşitlik 5'ten yararlanarak biyelde oluşan kuvvet

$$F_L = -\frac{C_p}{\cos(\beta - \varphi)} \left( \frac{dy}{dt} - \frac{dy_c}{dt} - s \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) + F_w \frac{\cos \varphi}{\cos(\beta - \varphi)} - F_{CH} \frac{\cos \varphi}{\cos(\beta - \varphi)} - \frac{\cos \varphi}{\cos(\beta - \varphi)} F_u - \frac{m_p}{\cos(\beta - \varphi)} \frac{d^2y}{dt^2} \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Piston ile silindir arasındaki kuru sürtünme

$$F_u = F_s C_s \operatorname{sgn}(\dot{y}) \quad (9)$$

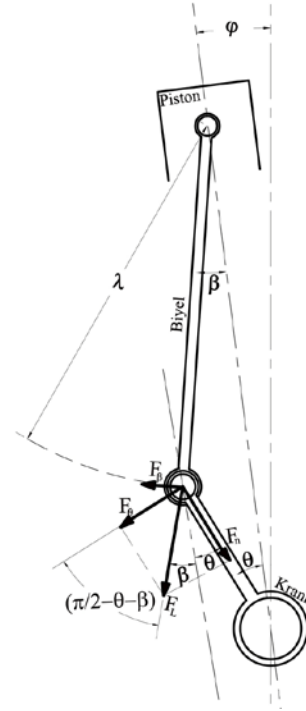
şeklinde gösterilebilir [26]. Biyelın piston pimi etrafındaki dönme hareketinin denklemi ise

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} \int_0^\lambda r^2 dm = \lambda F_\beta \quad (10)$$

şeklinde yazılabilir ve buradaki  $F_\beta$  kuvveti Şekil 3'te gösterilmiştir. Krank milini saat ibresinin tersi yönünde dönmeye zorlayan kuvvet ve momentler Şekil 3'te gösterilmiştir. Böylece krank milinin dönme hareket denklemi,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left( \frac{R}{I_{CR}} \right) \cos \left[ \frac{\pi}{2} - (\beta + \theta) \right] F_L - \frac{M_Q}{I_{CR}} + \frac{M_S}{I_{CR}} - \frac{M_\mu}{I_{CR}} - \left( \frac{R}{I_{CR}} \right) \cos(\beta + \theta) F_\beta \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir. Son eşitlikte bulunan  $I_{CR}$  krankın ve volanın toplam kütsel eylemsizlik momentini göstermektedir.



**Şekil 3.** Krankın açılal momentumuna katkı yapan kuvvetler ve doğruyu açılıları (Forces contributing to the angular momentum of the crankshaft and their angles of directions)

Şekil 2'de görülen FS kuvvetinden başka, motor bloğuna hayali bir burulma yayı ve sönümleyicinin etkidiği kabul edilerek motor bloğunun dönme hareketinin denklemi,

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{C_c}{I_c} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{K_c}{I_c} \varphi - (R \cos \theta + \lambda \cos \beta) \frac{F_s}{I_c} + \frac{M_\mu}{I_c} \quad (12)$$

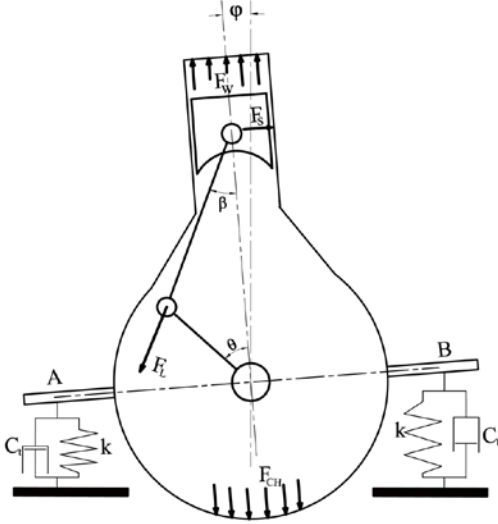
şeklinde yazılabilir. Son eşitliğin türetilmesinde göz önünde bulundurulmuş hayali burulma yayının ve sönümleyicinin görevini gerçekte kauçuk takozlar yapmaktadır. Şekil 4'te bloğun açılal dönmesi ve doğrusal ötelemesi ile takozlardaki deformasyonların ilişkisi gösterilmiştir. Hayali burulma yayının momenti ile takozlarda oluşan yay kuvvetlerinin krank merkezine göre momentinin eşit olması gerekir. Bu varsayımdan yola çıkarak hayali yayın yay sabiti ile takozların yay sabiti arasındaki ilişki

$$K_c = 2k(D/2)^2 \quad (13)$$

şeklinde bulunabilir. Benzer şekilde takozların sönümleme sabiti ile hayali sönümleyicinin sabiti arasındaki ilişki

$$C_c = 2C_t (D/2)^2 \quad (14)$$

şeklinde elde edilmiştir.



**Şekil 4.** Bloğun anlık bir pozisyonu ve bloğun açısal momentum denkleminde katkı yapan kuvvet ve momentler (An instantaneous position of the engine block and forces and moments contributing to its momentum equation of angular motion)

Motor bloğuna  $y_c$  doğrultusunda silindir içi gaz basıncı, blok basıncı, ana yatak kuvvetleri ve takoz kuvvetleri etkimektedir. Ana yatak kuvvetleri; kranktaki balanssızlıklardan ve biyel tarafından iletilen kuvvetlerden oluşmaktadır. Krank ile blok arasında bir boşluk olmadığı için, krank ile iletilen kuvvet bloğa aynı büyüklükte iletilmektedir. Takoz kuvvetlerinin yerine hayali bir yay ve bir damper kuvveti alırsak bloğun  $y_c$  doğrultusundaki hareket denklemini

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_c}{dt^2} = & \frac{1}{m_e} F_L \cos(\beta - \varphi) + \frac{1}{m_e} F_{CH} \cos \varphi \\ & - \frac{1}{m_e} F_w \cos \varphi + \frac{1}{m_e} \cos \Omega m_u \omega^2 R_u \\ & - \frac{K_y}{m_e} y_c - \frac{C_y}{m_e} \frac{dy_c}{dt} \end{aligned} \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir. Bloğun  $m_e$  kütlesi; pistonun kütlesi ve biyelin pistona bağlanan kısmının kütlesinin (biyel kütlesinin yaklaşık 1/3'ü) dışında kalan kütlelerin tamamını kapsamaktadır [27]. Bununla birlikte burada motorun toplam kütlesinin kullanılmasının da bir sakıncası görülmemektedir.

Çünkü pistonun kütlesi ve biyelin kütlesinin 1/3'ünün toplamı ancak blok kütlesinin 1/50'si kadardır. Eşitlik 15'te kullanılan hayali yayın bloğa uyguladığı kuvvet ile takozların uyguladığı kuvvetlerin eşitliğinden

$$K_y = 2k \quad (16)$$

sonucuna ulaşılır. Yine Eşitlik 15'te bloğun  $y_c$  doğrultusundaki doğrusal titreşimini sönümlemek için kullanılan hayali sönümleyicinin bloğa uyguladığı kuvvet ile takozların uyguladığı kuvvetlerin eşitliğinden

$$C_y = 2C_t \quad (17)$$

olduğu görülmektedir.

A ve B takozlarındaki şekil değişiklikleriyle bloğun açısal dönmesinin ilişkisi,

$$\varphi(t) = \frac{y_A(t) - y_B(t)}{AB} \quad (18)$$

şeklinde yazılabilir. Bloğun  $y_c$  doğrultusundaki ötelemesi ile A ve B takozlarındaki şekil değişikliklerinin ilişkisi

$$y_c(t) = \frac{y_A(t) + y_B(t)}{2} \quad (19)$$

olarak gösterilebilir. Önceki bağıntılardan elde edilen  $\varphi(t)$  ve  $y_c(t)$  değerleri son iki eşitlikte kullanıldığında  $y_A(t)$  ve  $y_B(t)$  şekil değişiklikleri bulunabilir. Bu elde edilen şekil değişiklikleri

$$F_A = -k_A y_A - C_A \frac{dy_A}{dt} \quad (20)$$

$$F_B = -k_B y_B - C_B \frac{dy_B}{dt} \quad (21)$$

bağıntılarında kullanılarak A ve B takozlarında oluşan kuvvetler belirlenebilir.

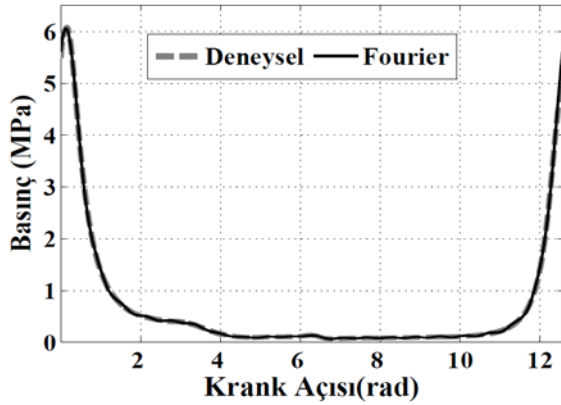
Sunulan çalışmanın sayısal analiz bölümünde kullanılan silindir içi gaz basıncı değişimi, tek silindirli bir dizel motorundan AVL 8QP500c su soğutmalı quartz basınç sensörü, Cussons P4110 model yanma analiz cihazı ve devir başına 1000 veri alabilen Koyo TRD J1000-RZ model artımsal enkoder ile ölçülmüştür. Quartz basınç sensörünün hassasiyeti 11,96 pC/bar ve ölçüm aralığı maksimum 150 bar'dır. Analog silindir içi basınç sinyalleri, Cussons P4110 model yanma analiz cihazının piezo elektrik şarj amplifikatör kanalı ile yükseltilmiş ve 0,36° krank açısı aralıkları ile, National Instruments USB 6259

veri toplama kartı kullanılarak dijital ortama kayıt yapılmıştır. Hesaplarda kullanımını kolaylaştırmak için silindir içi gaz basıncı değerlerinin Fourier serisi ile;

$$P(\theta) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\theta + B_k \sin k\theta) \quad (22)$$

açılımı yapılmıştır.

Silindir içi gaz basıncının krank açısına bağlı olarak değişimi ve Fourier dönüşümü karşılaştırmalı olarak Şekil 5'te görülmektedir. Eşitlik 22'deki  $A_k$  ve  $B_k$  katsayıları Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 5. Silindir içi gaz basıncının krank açısına göre değişimi (Variation of working gas pressure with crank angle)

### 3. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ (EVALUATION OF RESULTS)

Tablo 2'de verilen özel değerlere göre, krank mili hızının yüksüz durumda ve farklı yüklerde zamana bağlı olarak sergilediği değişim ve dalgalanmalar Şekil 6'da görülmektedir.

Sistem statik konumda iken, piston üst ölü noktada bulunmaktadır ve sistem iş sürecinin başındadır. Krank mili 50 Nm'lik bir moment ile 1 radyan döndürüldükten sonra kendi haline bırakıldığında, genişleyen gaz tarafından krank milinin hızlanması devam ettirilmektedir. Yükleme işlemi krank milinin açısal anma hızı yaklaşık olarak 230 rad/s'ye ulaştıktan sonra yapılmıştır. Yükleme yapılmayacak olursa krank milinin hızı 2 saniye içerisinde 550 rad/s'yi geçmekte ve lineerden biraz küçük bir hız artışı görülmektedir. Artışın lineerden biraz küçük olmasının nedeni viskoz sürtünmelerin yol açtığı enerji kaybıdır. Sisteme 19,25 Nm'lik bir yük uygulanırsa krank milinin hızlanmadığı ve 230 rad/s anma hızıyla dönmeye devam ettiği görülmektedir. Uygulanan yük 19,25 Nm'nin altında olduğunda ise sistem yük altında hızlanmaya devam etmektedir.

Krank milinin hızındaki çevrimlik dalgalanmaların; hem yük, hem de hıza bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Düşük hızlarda daha çok, yüksek hızlarda daha az dalgalanma, ayrıca düşük yüklerde daha az, yüksek yüklerde ise daha fazla dalgalanma görülmektedir. Sisteme 19,25 Nm'lik bir yük uygulandığında %12 büyüklüğünde bir çevrimlik hız dalgalanması oluşmaktadır. Bu çevrimlik hız dalgalanmasının daha da azaltılması mümkündür ancak bu durumda volanın eylemsizlik momentindeki büyük artışlara karşılık hız dalgalanmasında küçük iyileşmeler görülmektedir. Söz konusu özellik tek silindirli motorların doğal bir sorunudur.

Krank milinin 230 rad/s anma hızıyla 19,25 Nm yük altında dönerken sergilediği açısal hız dalgalanması Şekil 6'daki büyütülmüş kısımda görülmektedir. Krank açısının  $0 \leq \theta \leq \pi$  aralığı iş zamanına karşı gelmektedir ve krankın hızındaki artış iş üretiminden kaynaklanmaktadır. Krank açısının  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$  aralığı egzoz zamanına karşı gelmektedir ve krankın hızındaki

Tablo 1. Çalışma gazı basıncının Fourier açılımının katsayıları (Coefficients of Fourier expansion of working gas pressure)

k	$A_k$	$B_k$	k	$A_k$	$B_k$	k	$A_k$	$B_k$
0	1349,81	-	7	271,190	127,997	14	39,4693	44,8044
1	1030,20	193,499	8	217,845	114,023	15	25,7947	38,2066
2	801,032	203,204	9	161,010	102,304	16	20,5036	32,4737
3	657,437	166,924	10	127,082	85,1441	17	11,3209	27,8923
4	564,255	165,394	11	93,6647	73,4749	18	8,55318	24,0568
5	434,054	176,483	12	74,8611	63,1907	19	3,13542	20,1315
6	339,754	143,554	13	50,1225	54,4842	20	2,59868	17,2838

Tablo 2. Analizde kullanılan özel değerler (Specific values used in the analysis)

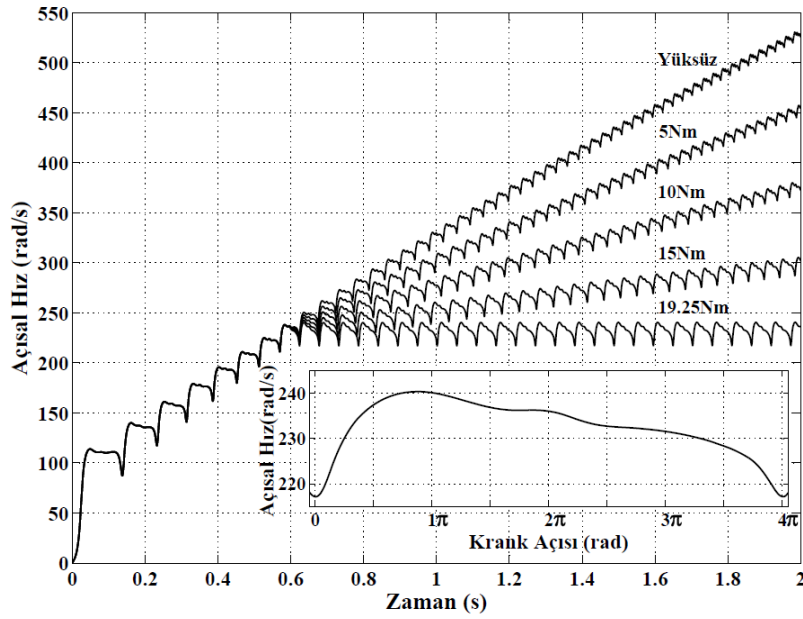
Tek takozun yay sabiti (N/m)	250000	Biyelin piston pimi eksenine göre dönme eylemsizlik momenti ( $m^2kg$ )	0,002
Tek takozun sönümleme sabiti (Ns/m)	2000	Bloğun krank merkezi etrafında dönmesinin toplam kütle eylemsizlik momenti ( $m^2kg$ )	2,5
Takozlar arasındaki mesafe (m)	0,24	Krankın ve volanın toplam kütle eylemsizlik momenti ( $m^2kg$ )	0,08
Krank yarıçapı (m)	0,034	Denge ağırlığının krank merkezinden kaçıklığı (m)	0,034
Biyel uzunluğu (m)	0,118	Motorun toplam kütlesi (kg)	75
Piston çapı (m)	0,086	Pistonun hidrodinamik sürtünme sabiti (Ns/m)	1
Piston kütlesi (kg)	0,7	Krankın ana yatağındaki burulma hidrodinamik sürtünme sabiti (Nms/rad)	0,01
Karter basıncı (bar)	101325	Piston yüzeyi kuru sürtünme katsayısı	0,05



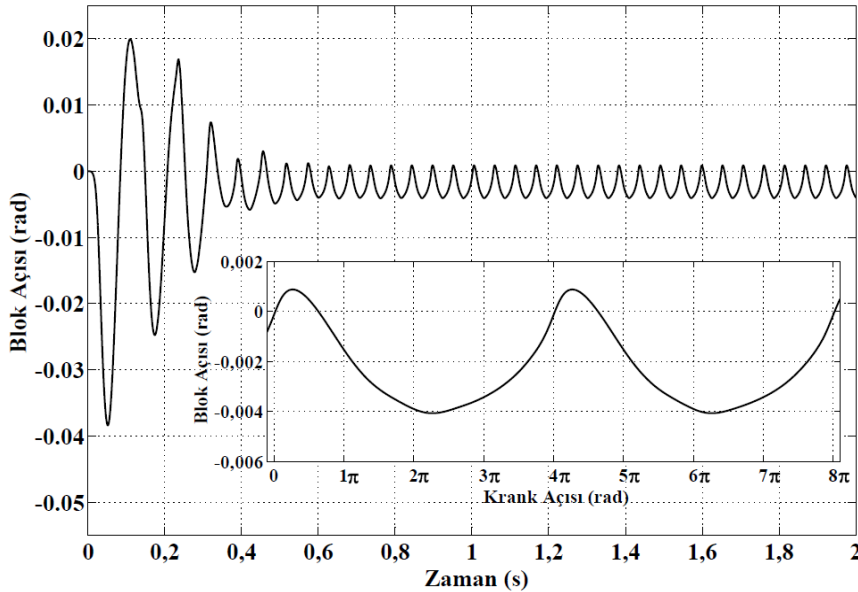
azalma dış yükten kaynaklanmaktadır. Aynı aralıkta görülen ikincil hız dalgalanması pistonla krank arasındaki momentum transferinden ileri gelmektedir. Krank açısının  $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$  aralığı emme zamanına karşı gelmektedir ve bu aralıkta görülen hız azalması yine dış yükten kaynaklanmaktadır. Bu aralıkta görülen ikincil dalgalanma da yine pistonla krank arasındaki momentum transferinden doğmaktadır. Krank açısının  $3\pi \leq \theta \leq 4\pi$  aralığı sıkıştırma zamanına karşılık gelmektedir ve bu aralıkta görülen aşırı hız azalması silindir içindeki gazların sıkıştırılması boyunca kullanılan enerji transferinden kaynaklanmaktadır. Böylece elde edilen açısal hızın çevrimlik değişiminin

Hoffmann ve Dowling [4] tarafından elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

Şekil 7’de silindir bloğunun krank mili eksenine etrafında yaptığı açısal titreşimlerin genliğinin zamana göre değişimi ve bir periyotluk bir sürecin büyütülmüş bir görüntüsü verilmektedir. Şekil 7’de kullanılan sayısal veriler sönümlenme sabiti 2000 Ns/m, yay sabiti 250000 N/m olan takozlar için elde edilmiştir. Büyütülmüş bölümde ise;  $2\pi$ - $3\pi$  aralığı iş zamanını,  $3\pi$ - $4\pi$  aralığı egzoz zamanını,  $4\pi$ - $5\pi$  aralığı emme zamanını,  $5\pi$ - $6\pi$  aralığı sıkıştırma zamanını göstermektedir. Büyütülmüş bölümde  $4\pi$ - $5\pi$



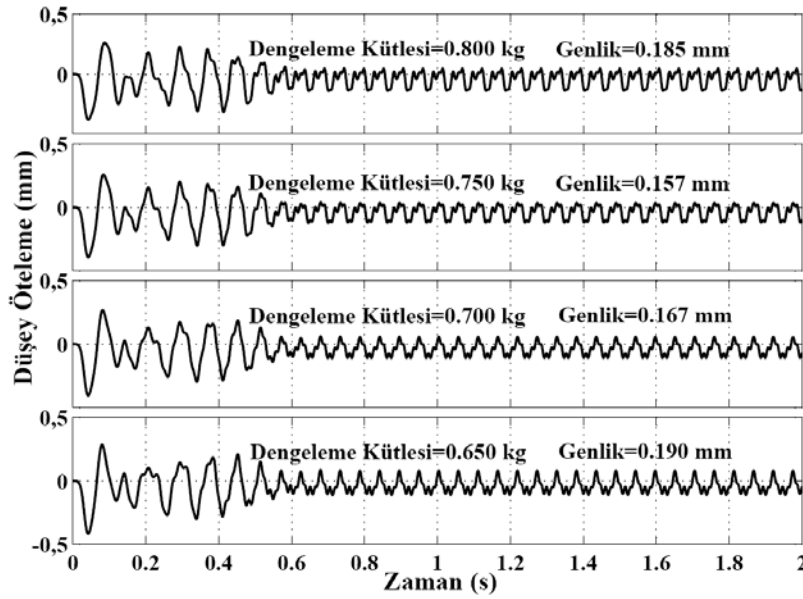
Şekil 6. Krank hızının dış yüklerle ve zamana göre değişimleri ve çevrimlik dalgalanmalar (Variations of crankshaft speed with external loads and time and its cyclic fluctuations)



Şekil 7. Bloğun açısal titreşiminin genlik ve frekans değişimleri (Variations of amplitude and frequency of angular vibrations of engine block)

aralığında görülen hafif ikincil dalgalanmanın pistonun eylemsizliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Pistonun eylemsizliğinin blok titreşimine diğer aralıklardaki etkisi belirgin değildir. Böylece, bloğun açısıl titreşiminin daha çok gaz basıncı tarafından şekillendirildiği anlaşılmaktadır. Genliği en büyük olan titreşim ilk hareket anında oluşmakta, zaman ilerledikçe genlik düzgün bir şekilde azalarak belirli bir değerde sabitlenmektedir. Genliğin düzgün biçimde azalması ve bütün titreşimlerin şekil olarak benzer karakterde olması yay ve damper sabitlerinin uygun seçildiğini göstermektedir. Şekil 7'de görüldüğü üzere sürekli çalışma koşullarında motorun açısıl titreşiminin

genliği 0,005 radyan kadardır. Krank eksenini ile silindir kapağı arasındaki uzaklığın 30 cm olduğu varsayılırsa; silindir kapağının 1,5 mm civarında bir öteleme titreşimi yapacağı anlaşılır. Açısıl titreşimin statik denge çizgisinin iki tarafındaki genliği eşit değildir. Bunun yük ile ilgili olduğu, yüksüz çalışmada statik denge çizgisi ile dinamik denge çizgisinin örtüştüğü, dış yük arttıkça dinamik denge çizgisinin statik denge çizgisinden uzaklaştığı görülmektedir. Bloğun burulma doğal frekansı 50 Hz civarındadır ve bu değer motorun çalışma frekansından yeterince uzak olduğu için rezonans yaratma olasılığının bulunmadığı söylenebilir.



**Şekil 8.** Bloğun silindir eksenini doğrultusundaki titreşiminin genlik ve frekans değişimleri (Amplitude and frequency variations of the block vibration on the cylinder axis)

Şekil 8'de 75 kg'lık bir bloğun, 250000 N/m yay sabiti 2000 Ns/m sönüm sabiti olan takozlar kullanarak elde edilen titreşim karakteristikleri görülmektedir. Genliği en yüksek olan salınım ilk harekette ortaya çıkmakta, ardından salınımların genliği düzgün biçimde azalmaktadır. Dengeleme kütlelerinin krank merkezinden kaçıklığı krank yarıçapına eşit alındığında piston kütlelerine eşit bir dengeleme kütlesi ile bloğun düşey titreşimlerinin genliğinin hemen hemen minimum seviyeye indirildiği görülmektedir. Bu analizde biyelinin kütlesi ikiye ayrılarak bir parçası piston kütlelerine eklendiği için, burada sözü edilen piston kütlesi yalnız pistonun kütlesi değil, piston kütlesi ile biyelinin kütlesinin yaklaşık 1/3'ünün toplamı olarak alınmıştır [27]. Şekil 8'de verilen blok titreşimi eğrilerinin tümü 0,7 kg'lık bir piston için elde edilmiştir. Piston kütlesi 0,7 kg iken, 0,7 kg'lık bir denge ağırlığının sürekli çalışma koşullarında bloğun düşey titreşimlerinin genliğini 0,16 mm civarına çektiği görülmektedir.

Yazarlar tarafından üretilen [28] ve Şekil 9 da görülmekte olan bir prototip motorun krank

tasarımında denge ağırlığının kütlesi ile pistonun kütlesi eşit alınmış ve 3500 d/d'nın altındaki hızlarda yüksüz test edildiğinde bloğun düşey titreşimlerinin genliğinin zararsız düzeyde olduğu, ancak yatay titreşimlerin genliğinin daha büyük olduğu gözlenmiştir. Piston üst ölü noktada ya da alt ölü noktada iken denge ağırlığının eylemsizlik kuvveti ile pistonun eylemsizlik kuvveti aynı doğrultuda ancak zıt yönlere olduğu için birbirini yok etmektedir. Ancak, piston kendi strokunun yarısında iken pistonun eylemsizlik kuvveti sıfıra inmekte, denge ağırlığının eylemsizlik kuvveti ise aynı büyüklükte kalmakta ve bloğa yatay doğrultuda etkiyerek yatay titreşimler yaratmaktadır. Bu nedenle pistonlu motorlarda denge ağırlığı kullanarak titreşimleri tamamen yok etmek olanaklı değildir. Krank ekseninden uzaklığı krank yarıçapına denk olmak koşulu ile, eğer kütlesi piston kütlelerinin yarısına denk olan bir denge ağırlığı kullanılırsa düşey eksenindeki titreşimin genliği belirli ölçüde azalacak ancak yatay ekseninde aynı ölçüde bir genlik yaratılacaktır. Bu nedenle pratikte piston kütlelerinin yarısına denk bir dengeleme ağırlığının kullanılması daha yararlı görülmektedir.





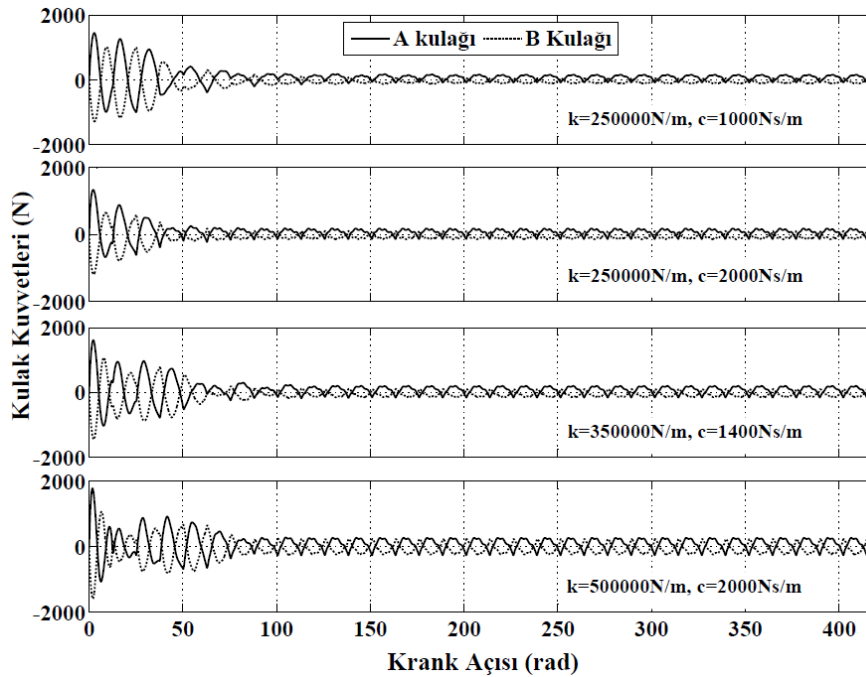
Şekil 9. Prototip motor (Prototype engine)

Bu çalışmada; silindir içi gaz basıncının blok titreşimine etkisinin dolaylı olduğu, piston kütlesi küçülürken gaz basıncının titreşime etkisinin de azaldığı belirlenmiştir. Sayısal analizde kullanılan bağıntıların eş zamanlı bağıntılar olmalarına karşın krankın açısal hızının dalgalanmalarının bloğun düşey titreşimini etkilemediği görülmektedir. Sonuç olarak bloğun düşey titreşimlerinin piston kütlesi tarafından yönetildiği ancak ikisinin arasındaki ilişkinin lineer olmadığı, piston kütlesi artırıldığında gaz basıncının etkisinin de arttığı görülmektedir.

Şekil 10'da takoz kuvvetlerinin krank açısı ile değişimleri görülmektedir. İlk hareket anında oluşan ilk 5-6 titreşim modunun genliği ve bunların takozlarda doğurduğu kuvvetler aşırı olmakla birlikte,

sayıları az olduğundan bunların yolcular açısından önemli bir sorun oluşturmayacağı söylenebilir. İlk harekette oluşan bu titreşimlerin taşıt ve motorun kendisi açısından olumsuz etkiler yaratacağı açıkça bellidir. İlk hareket anında oluşan bu titreşimler ve takoz kuvvetleri bir motoru tam-gazda ilk harekete geçirmenin ne derece sakıncalı olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte bu simülasyonda kullanılan silindir-içi gaz basıncı değerleri tam-gaz ve tam-yük için elde edilmiş değerlerdir ve aslında, pratikte bir motorun ilk harekete geçişinde ve diğer gazlarda bu derecede büyük gaz basınçları olmamaktadır.

Takozların yay ve sönümlenme sabitlerini iyice küçültürken ilk hareket anında oluşan kuvvetleri kabul edilebilir düzeylere indirmek mümkün olmamaktadır. Yay ve damper sabitleri iyice küçültüldüğünde; sürekli çalışma rejiminde oluşan titreşimlerin üzerinde ikincil titreşimler de oluşmaktadır. İlk hareket anında takozlarda oluşan büyük kuvvet dalgalanmalarının üzerinde motorun burulma titreşiminin etkin faktör olduğu görülmektedir. Sayısal analizde kullanılan hayali burulma yayının sertliği takozun sertliğinden bağımsız olarak artırıldığında kuvvet titreşimlerinin genliğinin 400 N'a kadar düştüğü görülmektedir. Sürekli çalışma rejiminde takozlarda oluşan kuvvet titreşimlerinin yapısı;  $a \cos \omega t$  ve  $b \cos \omega t$  fonksiyonlarına benzememektedir. Bu nedenle; taşıtın motordan ayrı bir titreşim modelinin oluşturulmasında basit harmonik uyarım kuvvetlerinin kullanılmasının pek doğru olmayacağı anlaşılmaktadır.



Şekil 10. Takoz kuvvetlerinin krank açısı ile değişimleri (Variations of mount forces with crank angle)

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS)

Bu çalışmada tek silindirli dört zamanlı bir dizel motorunun dinamik modeli yapılmış ve titreşimleri incelenmiştir. Sayısal uygulamalardan elde edilen başlıca bulgular ve öneriler aşağıda özetlenmiştir.

- Sistemde kütle eylemsizlik momenti  $0,08 \text{ m}^2\text{kg}$  olan bir volan kullanıldığında krank hızının çevrimlik dalgalanmasının anma hızına oranının %12 olduğu belirlenmiştir. Çevrimlik dalgalanmanın azalması volan kütlesi ile doğru orantılı değildir ve daha da azaltılabilmesi için volan kütlesinin aşırı derecede büyütülmesi zorunluluğu vardır.
- Bloğun açısal titreşiminin daha çok silindir içi gaz basıncı tarafından, bloğun silindir eksenine doğrultusundaki titreşiminin ise daha çok pistonun kütlesi tarafından yönetildiği görülmektedir.
- İlk hareket anında ortaya çıkan büyük takoz kuvvetlerinin bloğun açısal ve doğrusal titreşimlerinin ortak etkileri ile oluştuğu ancak hakim katkıyı bloğun açısal titreşiminin yaptığı görülmektedir.
- Biyel muylusunun krank ekseninden kaçıklığı ile dengeleme kütlesinin krank ekseninden kaçıklığı eşit olmak şartı ile, dengeleme ağırlığının kütlesi piston kütlesine eşit seçildiğinde, düşey titreşimin genliği minimum düzeye inmekte, ancak bu durumda yatay ekseninde yeni bir titreşim oluşmaktadır. Bu nedenle pratikte dengeleme ağırlığının piston kütlesinin yarısı kadar seçilmesi uygun görülmektedir. Bu durumda piston kütlesine bağlı olarak blok, belirli ölçüde, her iki doğrultuda minimum genlikte öteleme titreşimleri yapacaktır.
- İlk hareket esnasında oluşan öteleme titreşimlerinin ve açısal titreşimlerin motora vereceği zararların minimuma indirilebilmesi için motora ilk hareketin düşük gazda verilmesinin yararlı olacağı anlaşılmaktadır.
- Bloğun hem düşey hem de yatay doğrultudaki titreşimlerinin genliğinin belirlenmesi ve daha gerçekçi bir simülasyon için bloğun üç serbestlik dereceli bir dinamik modelinin oluşturulması gerekmektedir.

#### SEMOLLER (NOMENCLATURE)

$A_k, B_k$	Fourier dönüşüm katsayıları
$C_A, C_B$	A ve B takozlarının sönümleme sabitleri (Şekil 4) (Ns/m)
$C_C$	Burulma sönümleme sabiti (Nms/rad)
$C_P$	Pistonun hidrodinamik sürtünme sabiti (Ns/m)
$C_t$	Takozun sönümleme sabiti (Ns/m)
$C_Y$	Bloğun $y_c$ doğrultusundaki titreşiminin yay sabiti (Ns/m)
D	Takozlar arası mesafe (m)

$F_A, F_B$	A ve B takozlarında oluşan kuvvetler (N)
$F_{CH}$	Karter basınç kuvveti (N)
$F_L$	Biyel kuvveti (N)
$F_S$	Piston yan yüzey kuvveti (N)
$F_U$	Piston-silindir arası kuru sürtünme kuvveti (N)
$F_W$	Silindir içi gaz kuvveti (N)
$F_\beta$	Biyelin krank miline uyguladığı kuvvet (Şekil 3) (N)
$I_C$	Bloğun krank eksenine göre toplam kütle eylemsizlik momenti ( $\text{m}^2\text{kg}$ )
$I_{CR}$	Krank milinin ve volanın toplam kütle eylemsizlik momenti ( $\text{m}^2\text{kg}$ )
k	Tek takozun yay sabiti (N/m)
$k_A, k_B$	A ve B takozlarının yay sabitleri (Şekil 4) (N/m)
$K_C$	Burulma yay sabiti (Nm/rad)
$K_Y$	Bloğun doğrusal titreşiminin yay sabiti (Ns/m)
$m_e$	Motorun toplam kütlesi (kg)
$m_p$	Pistonun kütlesi (kg)
$m_u$	Dengeleme ağırlıklarının kütlesi (kg)
$M_Q$	Dış yük (moment olarak) (Nm)
$M_S$	İlk hareket momenti (Nm)
$M_\mu$	Ana muyluda oluşan hidrodinamik sürtünme momenti (Nm)
P	Silindir içi basınç (Pa)
R	Krank yarıçapı (m)
$R_u$	Dengeleme ağırlıklarının krank merkezinden uzaklığı (m)
s	Pistonun krank merkezinden uzaklığı (m)
ÜÖN	Üst Ölü Nokta
x	Pistonun x doğrultusundaki yer değiştirmesi (m)
$x_c$	Krank merkezinin x doğrultusundaki yer değiştirmesi (m)
y	Pistonun y doğrultusundaki yer değiştirmesi (m)
$y_A, y_B$	A ve B takozlarındaki yer değiştirmeler (m)
$y_c$	Krank ekseninin y doğrultusundaki yer değiştirmesi (m)
$\beta$	Biyelin silindir eksenine yaptığı açı (rad)
$\varphi$	Bloğun statik silindir eksenine yaptığı açı (rad)
$\theta$	Krank milinin silindir eksenine yaptığı açı (rad)
$\lambda$	Biyel uzunluğu (m)
$\Omega$	Dengeleme ağırlıklarının merkezkaç kuvvetinin $y_c$ eksenine yaptığı açı (rad)

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Hartog, J.P.D., **Mechanical Vibrations**, Third Edition, McGraw Hill Book Company Inc., 1947.
2. Wang, R., **A Study of Vibration Isolation of Engine Mount System**, MsD Thesis, Concordia University, The Department of Mechanical and Industrial Engineering, 2005.

3. Yu, Y., Naganathan, N.G. ve Dukkipati, R.V., "A Literature Review of Automotive Vehicle Mounting Systems" **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 36, 123-142, 2001.
4. Hoffmann D.M.W. ve Dowling, D.R., "Modeling Fully-Coupled Rigid Engine Dynamics and Vibrations", **SAE Paper**, No:1999-01-1749, 1-11, 1999.
5. Boysal, A. ve Rahnejat, H., "A Torsional Vibration Analysis of a Multi-Body Single Cylinder Internal Combustion Engine Model", **Applied Mathematical Modelling**, Cilt 21, 481-493, 1997.
6. Foumani, M.S., Khajepour, A., Durali, M., "Optimization of Engine Mount Characteristics Using Experimental/Numerical Analysis", **Journal of Vibration and Control**, 9, 1121-1139, 2003.
7. Winton, D.M. ve Dowling, D.R., "Modal Content of Heavy-Duty Diesel Engine Block Vibration", **SAE Paper**, No: 971948, 621-630, 1997.
8. Muller, M., Siebler, T.W. ve Gortner, H., "Simulation of Vibrating Vehicle Structures as Part of the Design Process of Engine Mount Systems and Vibration Absorbers", **SAE Paper**, No: 952211, 1995.
9. Tao, J.S., Liui, G.R. ve Lam, K.Y., "Design Optimization of Marine Engine Mount System", **Journal of Sound and Vibration**, Cilt 235, No 3, 477-494, 2000.
10. Pasricha, M.S. ve Hashim, F.M., "Effect of the Reciprocating Mass of Slider Crank Mechanism on Torsional Vibrations of Diesel Engine Systems", **Asean Journal on Science and Technology for Development**, Cilt 23, No 1, 71-81, 2006.
11. Hadi, R., **The Identification of The Inertial Characteristics of An ICE Through Steady State Vibration Measurement**, PhD. Thesis, Wayne State University, Mechanical Engineering, 2002.
12. Ostman, F. ve Toivonen, H.T., "Model-Based Torsional Vibration Control of Internal Combustion Engines", **IET Control Theory and Applications**, 2, 11, 1024-1032, 2008.
13. Hesterman, D.C. ve Stone, B.J., "A Systems Approach to the Torsional Vibration of Multi Cylinder Reciprocating Engines and Pumps.", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, Cilt 208, 395-408, 1994.
14. Guzzomi, A.L., Hesterman, D.C. ve Stone, B.J., 'The Effect of Piston Friction on Engine Block Dynamics', **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi Body Dynamics**, Cilt 221, 277-289, 2007.
15. Ciulli, E., Rizzoni, G. ve Dawson, J., "Numerical and Experimental Study of Friction on A Single Cylinder CFR Engine", **SAE International**, International Congress and Exposition, Michigan, 960357, 181-188, 1996.
16. Zweiri, Y.H., Whildborne, J.F. ve Seneviratne, L.D., "Detailed Analytical Model of A Single-Cylinder Diesel Engine in The Crank Angle Domain", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, Cilt 215, 1197-1216, 2001.
17. Adiletta, G. ve Guido, A.R., "Dynamical Behaviour of Torsional System with Parametric and External Excitations", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, Cilt 214, 955-973, 2000.
18. Rezeka, S.F., **A Mathematical Model of Reciprocating Combustion Engine Dynamics for The Diagnosis of Deficient Energy Conversion**, PhD. Thesis, Wayne State University, Mechanical Engineering, 1984.
19. Drew., S.J., Hesterman, D.C. ve Stone, B.J., "The Torsional Excitation of Variable Inertia Effects in A Reciprocating Engine", **Mechanical Systems and Signal Processing**, Cilt 13, No 1, 125-144, 1999.
20. Li, H. ve Stone, B.J., "Time Domain Modelling of A Reciprocating Engine", **Mechanical System and Signal Processing**, Cilt 13, No 1, 169-178, 1999.
21. Metallidis P. ve Natiavas S., "Linear and Nonlinear Dynamics of Reciprocating Engines", **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Cilt 38, 723-738, 2003.
22. Christopherson, J. ve Jazar, G.N., "Dynamics Behaviour Comparison of Passive Hydraulic engine Mounts, Part 1: Mathematical Analysis", **Journal of Sound and Vibration**, Cilt 290, 1040-1070, 2006.
23. Hillis, A., J., Harrison, A.J., L. ve Stoten, D.P., "A Comparison of Two Adaptive Algorithms for The Control of Active Engine Mounts", **Journal of Sound and Vibration**, Cilt 286, 37-54, 2005.
24. Jazar, G.N., Houim, R., Narimani, A. ve Golnaraghi, M.F., "Frequency Response and Jump Avoidance in A Nonlinear Passive Engine Mount", **Journal of Vibration and Control**, Cilt 12, No 11, 1205-1237, 2006.
25. Nakaji, Y., Satoh, S., Kimura, T., Hamabe, T., Akatsu, Y. ve Kawazoe, H., "Development of an Active Control Engine Mount System", **Vehicle System Dynamics**, Cilt 32, 185-198, 1999.
26. Meirovitch, L., **Elements of Vibrations Analysis**, Second Edition, McGraw Hill International Editions, 1986.
27. Palavan, S., **Pistonlu Makinalar Dinamiği**, Altı Baskı, İ.T.Ü. Makine Fakültesi Ofset Atölyesi, 38-39, 1975.
28. Karabulut, H., Salman, M.S., Çınar, C., Öztürk, E., Sarıdemir, S., **Dört Zamanlı, İki Silindirli, Buji ile Ateşlemeli Bir Benzin Motorunun Geliştirilmesi**, Gazi Üniversitesi Rektörlüğü Bilimsel Araştırma Projesi, Proje No: 07/2006-11, 2009

