

PULS GENİŞLİĞİ MODÜLASYONLU ELEKTROHİDROLİK BİR SERVO SİSTEMİNİN TEORİK İNCELENMESİ

Ömer KELEŞ ve Yücel ERCAN

Makina Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi
Maltepe 06570 Ankara, omer@gazi.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, puls genişliği modülasyonlu elektrohidrolik bir servo sisteminin açık ve kapalı çevrim davranışları teorik olarak incelenmiştir. İlk olarak sistemin matematiksel modeli kurulmuştur. Daha sonra sistemin puls genişliği modülasyonlu girişlere cevabını bulmak için metotlar geliştirilmiştir. Bu metotlar kullanılarak, puls genişliği modülasyonlu basamak, periyodik ve periyodik olmayan girişler için açık ve kapalı çevrim sistemlerin cevapları bulunmuştur. Puls frekansının sistem cevabı üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Puls genişliği modülasyonu, elektrohidrolik sistem, elektrohidrolik servovalf, hidrolik konum kontrolü.

THEORETICAL INVESTIGATION OF A PULSE-WIDTH MODULATED ELECTRO-HYDRAULIC SERVO SYSTEM

ABSTRACT

In this study, the open loop and closed loop behaviours of a pulse-width modulated electro-hydraulic system are investigated theoretically. First a mathematical model is formulated for the system and methods for obtaining system responses to pulse-width modulated inputs are developed. Using these methods, the responses of the open loop and closed loop hydraulic systems to pulse-width modulated step, periodic and aperiodic inputs are calculated. Effect of pulse frequency on the system response is investigated.

Keywords: Pulse-width-modulation, electro-hydraulic system, electro-hydraulic servo valve, hydraulic position control.

GİRİŞ

Bilgisayar teknolojisindeki son gelişmeler neticesinde, sayısal kontrol diğer kontrol uygulamalarında olduğu gibi akışkan gücü kontrolünde da büyük önem kazanmıştır. Sayısal hidrolik sistemler karmaşık kontrol stratejileri ve referans girişleri uygulayabilmekte, kontrol sisteminin parametrelerinin değişimine kolayca olanak vermektedir. Bu tür sistemler PC ve veri toplama/kontrol kartı gibi standart donanımlar sayesinde makul bir fiyata kurulabilmektedir.

Puls genişliği modülasyonu, elektronikte özellikle haberleşme alanında ve motorların hız kontrolünde yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Yükün düşük hızlarda sürüldüğü hidrolik sistemlerde karşılaşılan tutukluk ve hız düşmesi problemlerine çözüm getirdiği ve bilgisayar uygulamalarına uygun olduğu için hidrolik kontrolde da kullanımı gündeme gelmiştir. Bu teknik sayesinde, servovalfa göre daha ucuz bir valf olan, selenoid valflarla servo sistemler oluşturulabilmektedir [1-6]. Bu tekniğin uygulandığı servovalf kullanılan sistemlerde, valf işaret değiştiren darbelerle çalıştığından, yavaş hareketin istendiği durumlarda tutukluğu ortadan kaldırmakta ve valfin içindeki orifislerde mil oluşmasını önleyerek hareketin yavaşlamasına engel olmaktadır [7].

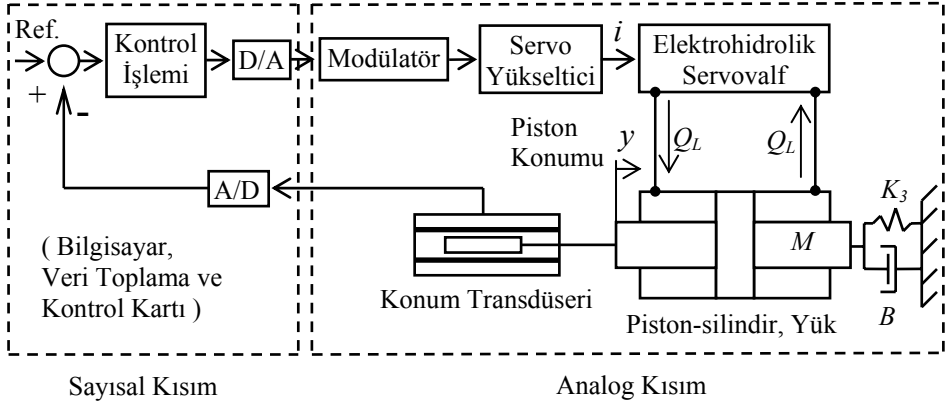
Puls genişliği modülasyonu tekniği 1938 yılında Reeves tarafından bulunmuş [8-10] ve 1950 yılında Jackson tarafından geliştirilmiştir [11]. Bu teknik hidrolik kontrol sistemlerinde ilk olarak 1950'li yılların sonlarına doğru kullanılmıştır. Murtaugh tarafından geribeslemeli bir servovalfin geribesleme bağlantısı ortadan kaldırılmış, makara ve diğer elemanlar arasındaki toleranslar daha büyük tutularak daha düşük maliyetli bir hızlı anahtarlama valfi elde edilmeye çalışılmıştır [12]. Daha sonra Murtaugh elde ettiği bu hızlı anahtarlama valfine puls genişliği modülasyonu tekniğini uygulamış ve başarılı olmuştur. O yıllardaki elektronik teknolojisi günümüzdekinden çok farklı olduğundan, puls genişliği modülasyonlu sinyalin elde edilmesinde lambalı devreler kullanılmıştır. Ikebe ve Nakada basit yapıda bir servovalf elde etmek amacıyla, normal bir servovalfte tork motorlu kanatçığın yerine piezokristalle sürülen bir kanatçık yerleştirmiştir [13]. Piezokristalli kanatçığın lineer olmayan etkilerini gidermek için de kanatçık puls genişliği modülasyonlu sinyallerle sürülmüştür. Yapılan frekans cevabı deneylerinde iyi sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar klasik servovalf cevapları ile karşılaştırılarak, piezokristal kanatçıklı servovalfin klasik bir servovalf kadar iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Suematsu vd. yaptıkları çalışmalarda, iki adet üç yollu selenoid valf tarafından sürülen hidrolik bir piston-silindir, bu piston-silindirin pistonuna direkt bağlı dört yollu hidrolik makaralı bir valf ve makaralı valf tarafından sürülen hidrolik bir yük silindirinden oluşan bir sistem kurmuştur [1,3]. Selenoid valflara puls genişliği modülasyonu tekniği uygulanmıştır. Selenoid valflar tarafından sürülen birinci piston-silindir lineer bir kontrol elemanı gibi düşünülmüştür. Suematsu vd. yaptıkları deneysel çalışmalarla, puls genişliği modülasyonlu sinyal ile sürülen selenoid valflara bağlı birinci piston-silindiri lineer eleman gibi kullanmayı

başarıklarını göstermiştir. Muto vd. çalışmalarında, iki adet yüksek hızlı üç yollu solenoid valf tarafından sürülen hidrolik bir piston-silindirden oluşan sistemi ele almıştır [2]. Solenoid valfların lineer olmayan valf karakteristiklerini ve ölü bölge problemini giderebilmek için sisteme puls genişliği modülasyonu tekniği uygulanmıştır. Yapılan deneysel çalışmalarla, puls genişliği modülasyonu tekniği kullanılarak bu problemlerin minimuma indirebildiği gösterilmiştir. Bu sistemle, 15 µm hata payı ile konum kontrolü yapılmıştır. Muto vd. diğer bir çalışmalarında iki adet solenoid valf kullanan sayısal kontrollü bir hidrostatik transmisyon sistemine puls genişliği modülasyonu tekniğini uygulamış ve yapılan deneylerde iyi kontrol performansı elde etmişler [5]. Sakai vd. solenoid valflar kullanılan, bağımsız üç üniteye sahip, 6 serbestlik dereceli elektrohidrolik bir manipülatöre puls genişliği modülasyonunu uygulamıştır [4]. 2050 mm uzunluğunda ve 92 kg ağırlığında olan bu manipülatörle, 35 kg'lık yükün 3 mm hassasiyetle konum kontrolü yapılmıştır. Jeronymo vd. düşük maliyetli hidrolik servo sistemleri elde etmek amacıyla hızlı anahtarlama özelliğine sahip solenoid valflar üzerine çalışmıştır [6]. Solenoid valfların lineer olmayan ve kesikli valf karakteristiklerinin sisteme olan etkilerini bertaraf etmek veya en aza indirmek için solenoid valflara puls genişliği modülasyonu tekniği tatbik edilmiş ve başarılı olunmuştur. Mansfeld bilya tipi oturma elemanlı valfların tork motoru yolu ile çok hızlı anahtarlama (1 ms mertebelerinde) üzerine çalışmıştır [14]. Bu valfların sürülmesinde puls genişliği modülasyonu tekniği uygulanmış ve başarı sağlanmıştır.

Son yıllarda yeni tasarımı yapılan hidrolik servo sistemlerde, sayısal teknolojinin getirdiği avantajlar ve puls genişliği modülasyonu tekniği sayesinde servovalfların yerini yüksek hızlı solenoid valfların aldığı görülmektedir [1-6]. Ancak, günümüzde servovalf kullanılan analog hidrolik servo sistemlerin yaygın olarak kullanıldığı da bir gerçektir. Bu nedenle bu çalışmada, mevcut analog hidrolik servo sistemlerin sayısal hidrolik servo sistem haline dönüştürülerek kabiliyetlerinin ve performanslarının artırılması düşünülmüş ve servovalf kullanılan puls genişliği modülasyonlu hidrolik bir servo sistem incelenmiştir.

SİSTEM YAPISI

Bu çalışmada ele alınan sistem, analog puls genişliği modülasyonlu sistemlere göre daha üstün özelliklere sahip olan sayısal bir puls genişliği modülasyonlu elektrohidrolik servo sistem olup, yapısı şekil 1'de şematik olarak verilmiştir. Sistem sayısal ve analog olmak üzere iki ana kısımdan oluşmaktadır. Sayısal kısım bilgisayar, veri toplama ve kontrol kartından oluşmaktadır. Kontrol işleminin seçimi, kontrol parametrelerinin belirlenmesi, istenen referans girişinin sağlanması sayısal ortamda yapılmaktadır. Analog kısım ise puls genişliği modülatörü devresi, akım kaynağı (servo yükseltici), elektrohidrolik servovalf, piston-silindir ve yük grubu ile konum transdüserinden meydana gelmiştir. Böylece, sayısal kontrolün sağladığı kullanım esnekliği ile puls genişliği modülasyonunun sağladığı performans özellikleri bir araya getirilmektedir.

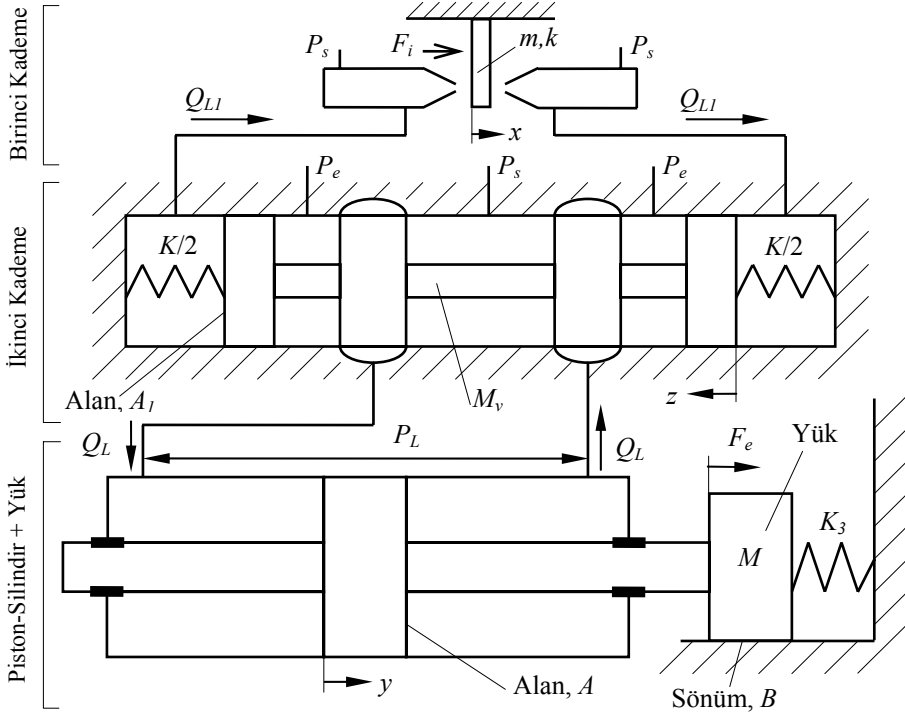


Şekil 1. Puls genişliği modülasyonlu sayısal elektrohidrolik servo sistemin yapısı

Bu sistemde, analog/sayısal (A/D) ve sayısal/analog (D/A) dönüşümleri yapabilmesi amacıyla normal bir bilgisayarın içine bir veri toplama ve kontrol kartı takılmıştır. Böyle bir sistemin çalışması sırasında analog transdüser çıkışı bilgisayar tarafından A/D dönüştürücü kullanılarak belli zaman aralıklarıyla okunur. Okunan değer sayısal hale getirilir ve bir sonraki okumaya kadar saklanır. Bu değer bilgisayarın hafızasında bulunan ya da yine örnekleme yoluyla bilgisayar tarafından okunan referans değeri ile karşılaştırılarak hata bulunur. Hataya kontrol işlemi uygulanarak sisteme gönderilecek kontrol girişi önce sayısal olarak elde edilir, sonra da bilgisayardaki D/A dönüştürücüyle analog bir gerilim haline getirilir. Bu gerilim yeni bir kontrol çıkışı hesaplanıncaya kadar sabit tutulur. Bilgisayardan elde edilen bu analog gerilim, sistemin analog kısmına kontrol girişi olarak beslenir. Sinyal önce puls genişliği modülatörü ile puls genişliği modülasyonlu bir gerilim sinyali haline dönüştürülür, sonra da akım kaynağına gönderilerek puls genişliği modülasyonlu bir akım sinyaline dönüştürülür. Bunun için akışkan gücü kontrol sistemlerinde kullanılan normal bir servo yükselticiden yararlanılabilir. Akım kaynağından çıkan sinyal elektrohidrolik servovalfi tahrik eder. Servovalf de piston-silindiri tahrik ederek yükün sürülmesini sağlar.

SERVOVALF, PİSTON-SİLİNDİR VE YÜKÜN MODELLENMESİ

Bu sistemde kullanılan servovalf, piston-silindir ve yük grubu basitleştirilmiş olarak şekil 2'de görülmektedir. Elektrohidrolik servovalf, birinci kademesi kanat-nozul tipinde olan iki kademeli bir servovalftur ve P_3 sabit basıncındaki hidrolik akışkanla beslenmektedir. Akım kaynağından gelen akım sinyali ile tahrik edilen moment motoru birinci valf kademesini, birinci valf kademesinin hidrolik çıkışı da ikinci valf kademesini tahrik etmektedir. Valfin ikinci kademesiyle birinci kademesi arasında geribesleme elemanları yoktur. Servovalfin ikinci kademe çıkışı piston-silindir grubunu tahrik etmektedir.



Şekil 2. Servovalf, piston-silindir ve yük grubu

Servovalf ve yükün, çalışma noktası etrafındaki dinamik davranışını tanımlayan lineerleştirilmiş temel denklemler aşağıda verilmiştir.

Valf karakteristiği:

$$Q_L = K_h x - K_2 P_L$$

Giriş akımı ile makara konumu arasındaki ilişki:

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{K_h \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

Yük debisi:

$$Q_L = A \dot{y} + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{\beta} + K'_e \right) \dot{P}_L + C_2 P_L$$

Yük kütlesi için Newton'un ikinci kanunu:

$$M \ddot{y} + B \dot{y} + K_3 y - F_e = P_L A$$

Bu denklemlerden, giriş akımı i ve piston konumu y arasındaki transfer fonksiyonu,

$$\frac{Y(s)}{I(s)} = G(s) = \frac{K_h \omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(E_3 s^3 + E_2 s^2 + E_1 s + E_0)} \quad (1)$$

şeklinde bulunur. Burada,

$$\begin{aligned} E_3 &= \left[\frac{M}{2A} \left(\frac{V}{\beta} + K'_e \right) \right] & E_2 &= \left[\frac{B}{2A} \left(\frac{V}{\beta} + K'_e \right) + \frac{M}{A} (C_2 + K_2) \right] \\ E_1 &= \left[\frac{K_3}{2A} \left(\frac{V}{\beta} + K'_e \right) + A + \frac{B}{A} (C_2 + K_2) \right] & E_0 &= \left[\frac{K_3}{A} (C_2 + K_2) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Sabit bir akım değeri i_{ss} için piston konumunun durağan değeri y_{ss} denk.(1)'den,

$$\frac{y_{ss}}{i_{ss}} = \frac{K_h}{E_0} = \frac{AK_h}{K_3(C_2 + K_2)}$$

olarak elde edilir. Bu denklem, piston konumunun $K_3 \neq 0$ olması durumunda kontrol edilebileceğini göstermektedir. $K_3 = 0$ olması halinde ise sistem pistonun hızını kontrol etmektedir. Bu durumda, giriş akımı ile piston hızı arasındaki transfer fonksiyonu

$$\frac{V(s)}{I(s)} = G_v(s) = \frac{K_h \omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(E_3 s^2 + E_2 s + E_1)}$$

olur. Buradan sabit bir akım değeri i_{ss} için piston hızının durağan değeri v_{ss}

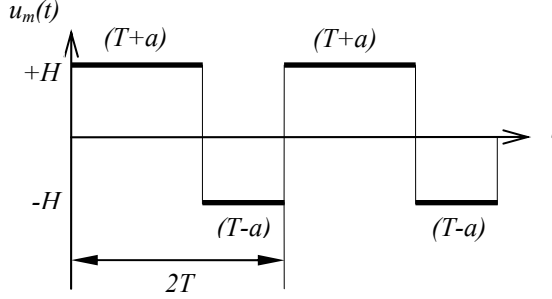
$$\frac{v_{ss}}{i_{ss}} = \frac{K_h}{E_1}$$

şeklinde bulunur.

PULS GENİŞLİĞİ MODÜLASYONLU AÇIK ÇEVİRİM SİSTEMİN BASAMAK GİRİŞE CEVABI

Açık çevrim sistem modülatör, servo yükseltici, servovalf, piston-silindir ve yükten oluşmaktadır. Referans giriş fonksiyonu $u(t) = r_0$ yüksekliğinde sabit bir basamak

fonksiyonu ise, bunun modülasyonu hali $u_m(t)$ Şekil 3'deki gibi periyodik bir fonsiyonla gösterilebilir.



Şekil 3. Basamak giriş için puls genişliği modülasyonu

Burada puls genişliğini tayin eden faktör a ,

$$a = \frac{T r_0}{H}$$

ifadesinden bulunabilir. $u_m(t)$ fonksiyonunun Fourier serisi açılımı,

$$u_m(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos\left(\frac{n\pi t}{T}\right) + B_n \sin\left(\frac{n\pi t}{T}\right) \right] \quad (3)$$

Őekindedir. Burada A_0 , A_n ve B_n katsayıları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{H a}{T} \\ A_n &= \frac{2H}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi(T+a)}{T}\right) \quad (n = 1, \dots, \infty) \\ B_n &= \frac{2H}{n\pi} \left[1 - \cos\left(\frac{n\pi(T+a)}{T}\right) \right] \quad (n = 1, \dots, \infty) \end{aligned} \quad (4)$$

$u_m(t)$ 'nin Laplace transformu alınarak,

$$U_m(s) = \frac{A_0}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \frac{s}{s^2 + \left(\frac{n\pi}{T}\right)^2} + B_n \frac{\left(\frac{n\pi}{T}\right)}{s^2 + \left(\frac{n\pi}{T}\right)^2} \right] \quad (5)$$

bulunur. Açık çevrim sistemin puls genişliği modülasyonlu basamak girişe cevabı $y(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s) U_m(s)]$ ifadesinden,

$$\begin{aligned} y(t) = & d_0 + d_1 e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + d_2 e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) \\ & + d_3 e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + d_4 e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) + d_5 e^{-a_3 t} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left(d_{6n} e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + d_{7n} e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) + \right. \\ & \left. d_{8n} e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + d_{9n} e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) + \right. \\ & \left. d_{10n} e^{-a_3 t} + d_{11n} \cos\left(\frac{n\pi}{T} t\right) + d_{12n} \sin\left(\frac{n\pi}{T} t\right) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

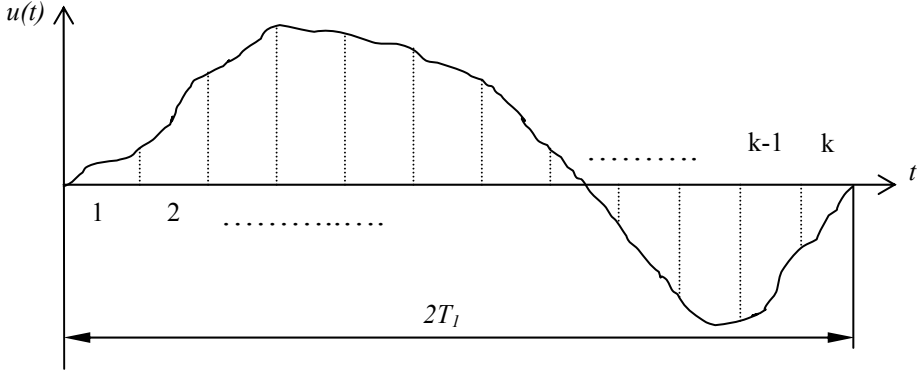
şeklinde bulunur. Burada a_1 , a_2 ve a_3 , $G(s)$ 'in kutuplarının reel kısımları, b_1 ve b_2 de sanal kısımlarıdır. d katsayıları ise $Y(s)$ 'nin ters Laplace transformu alınırken ortaya çıkan sabitlerdir. Eğer $K_3=0$ ise piston hızı,

$$\begin{aligned} v(t) = & e_0 + e_1 e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + e_2 e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) \\ & + e_3 e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + e_4 e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left(e_{5n} e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + e_{6n} e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) + \right. \\ & \left. e_{7n} e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + e_{8n} e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) + \right. \\ & \left. e_{10n} \cos\left(\frac{n\pi}{T} t\right) + e_{11n} \sin\left(\frac{n\pi}{T} t\right) \right) \end{aligned}$$

ifadesinden bulunabilir. Burada e 'ler sabit katsayılarıdır.

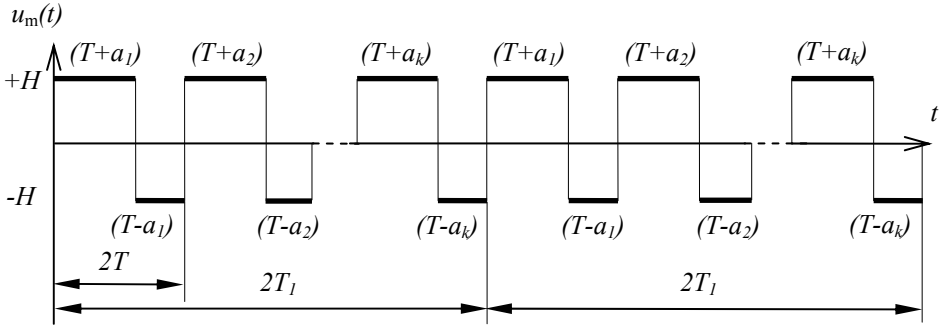
PULS GENİŞLİĞİ MODÜLASYONLU AÇIK ÇEVİRİM SİSTEMİN PERİYODİK GİRİŞE CEVABI

Periyodik girişler puls genişliği modülasyonu şeklinde ifade edilirken, periyodik giriş fonksiyonu $u(t)$ 'nin bir periyodu, k sayıda eşit zaman aralığına bölünür (şekil 4).



Şekil 4. Periyodik giriş fonksiyonu

Her bir aralığa bir puls çifti karşılık gelecek şekilde puls çiftleri yerleştirilir. Puls çiftlerini oluşturan pozitif ve negatif pulsların genişlikleri, puls çiftlerinin ortalama değerleri giriş fonksiyonunun aynı aralıktaki başlangıç değerine eşit olacak şekilde belirlenir.



Şekil 5. Periyodik giriş için puls genişliği modülasyonu

Şekil 5'te verilen $u_m(t)$ fonksiyonu $2T_1$ periyotlu periyodik bir fonksiyon olduğu için,

$$u_m(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos\left(\frac{n\pi t}{T_1}\right) + B_n \sin\left(\frac{n\pi t}{T_1}\right) \right]$$

şeklinde Fourier serisi açılımı bulunur. Burada A_0 , A_n ve B_n katsayıları aşağıdaki gibidir:

$$A_0 = \frac{H}{T_1} \sum_{i=1}^k a_i$$

$$A_n = \frac{H}{n\pi} \sum_{i=1}^k \left[\begin{array}{l} 2 \sin\left(\frac{n\pi}{T_1}((i-1)2T + T + a_i)\right) \\ - \sin\left(\frac{n\pi}{T_1}(i-1)2T\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{T_1}i2T\right) \end{array} \right]$$

$$B_n = \frac{H}{n\pi} \sum_{i=1}^k \left[\begin{array}{l} -2 \cos\left(\frac{n\pi}{T_1}((i-1)2T + T + a_i)\right) \\ + \cos\left(\frac{n\pi}{T_1}(i-1)2T\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{T_1}i2T\right) \end{array} \right]$$

$u(t)$ 'nin sinüzoidal bir fonksiyon olması durumunda a_i 'ler,

$$a_i = \frac{T}{H} X \sin(\omega i 2T) \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots, k$$

ifadesinden bulunur. Açık çevrim sistemin puls genişliği modülasyonlu periyodik girişe cevabı $y(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s) U_m(s)]$ ifadesinden,

$$y(t) = f_0 + f_1 e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + f_2 e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) + f_3 e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + f_4 e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) + f_5 e^{-a_3 t} \quad (7)$$

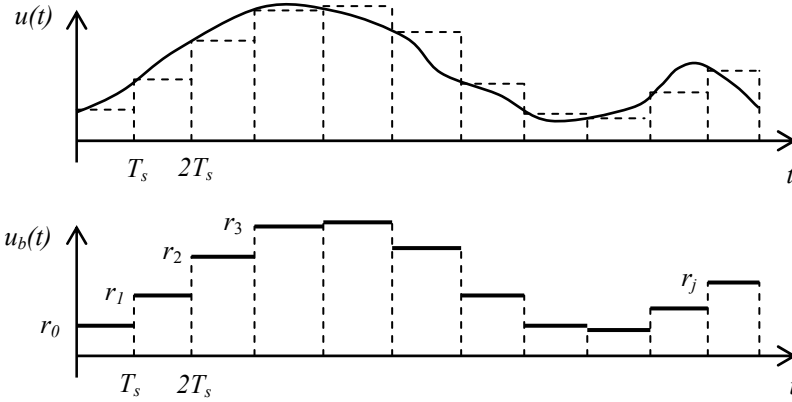
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{array}{l} f_{6n} e^{-a_1 t} \cos(b_1 t) + f_{7n} e^{-a_1 t} \sin(b_1 t) + \\ f_{8n} e^{-a_2 t} \cos(b_2 t) + f_{9n} e^{-a_2 t} \sin(b_2 t) + \\ f_{10n} e^{-a_3 t} + f_{11n} \cos\left(\frac{n\pi}{T_1} t\right) + f_{12n} \sin\left(\frac{n\pi}{T_1} t\right) \end{array} \right)$$

şeklinde elde edilir. Burada f 'ler sabit katsayılardır.

PULS GENİŞLİĞİ MODÜLASYONLU AÇIK ÇEVİRİM SİSTEMİN PERİYODİK OLMAYAN GİRİŞE CEVABI

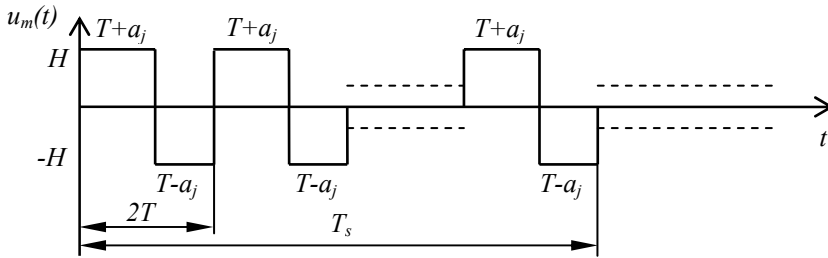
Periyodik olmayan bir girişin puls genişliği modülasyonlu hali de periyodik olmadığından Fourier serisi açılımı ile ifade edilemez. Bu nedenle, süperpozisyon

prensibine dayanılarak bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem ile sistem cevabı bulunurken, giriş fonksiyonu $u(t)$, T_s genişliğinde basamaklar cinsinden ifade edilir; giriş olarak $u(t)$ yerine basamaklar cinsinden elde edilen $u_b(t)$ fonksiyonu kullanılır (şekil 6).



Şekil 6. Periyodik olmayan girişin örneklenmesi

$u_b(t)$ 'nin oluşturulması için, $u(t)$ fonksiyonunun değerleri T_s 'nin katları olan anlarda örneklenir ve bir sonraki örnekleme anına kadar sabit tutulur. T_s örnekleme aralığı ne kadar kısaysa, $u_b(t)$ fonksiyonu da orjinal giriş fonksiyonu $u(t)$ 'yi o kadar iyi tanımlar. Giriş basamaklar şeklinde ifade edildikten sonra her bir örnekleme aralığındaki basamak fonksiyonu puls genişliği modülasyonu ile ifade edilir. Şekil 7'de bir örnekleme aralığı için modülasyonun nasıl yapıldığı görülmektedir. Örnekleme aralığı T_s , k tam sayıda puls çifti aralığına ayrılmıştır.



Şekil 7. Periyodik Olmayan Girişin Puls Genişliği Modülasyonu

$u_b(t)$ fonksiyonunun j 'inci örnekleme aralığındaki değeri r_j ise, puls çifti periyodundaki pozitif ve negatif pulslerin genişliğini tayin eden a_j değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$a_j = \frac{T r_j}{H}$$

$u_m(t)$ basamak fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u_m(t) = \sum_{j=0}^{m-1} \left\{ \sum_{i=0}^{k-1} \left[2H h(t - (jT_s + i2T)) \right. \right. \\ \left. \left. - 2H h(t - (jT_s + i2T + T + a_j)) \right] \right\} \\ + \sum_{i=0}^{z-1} \left\{ 2H h(t - (mT_s + i2T)) \right. \\ \left. - 2H h(t - (mT_s + i2T + T + a_j)) \right\} - H h(t - 0)$$

Bu ifadeden görüldüğü gibi, $u_m(t)$ fonksiyonu zamana göre kaydırılmış pozitif ve negatif basamakların toplamı olarak elde edilmektedir. Sistemin $u_m(t)$ girişine cevabını bulmak için her bir basamak girişine cevabı bulunur ve bu cevaplar süperpozisyon prensibi uyarınca toplanarak sistemin cevabı elde edilir. Aşağıda geliştirilen yöntemde bu cevap matris işlemleriyle bulunmaktadır.

Transfer fonksiyonu $G(s)$ olarak verilen tek giriş ve tek çıkışlı lineer sistemin durum denklemleri ve çıkış ifadesi matris formunda aşağıdaki gibi olsun.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b} u \quad \text{ve} \quad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

Burada \mathbf{A} durum matrisi, \mathbf{b} giriş matrisi, \mathbf{c} çıkış matrisi, \mathbf{x} durum değişkenleri matrisi, u sistem girişi, y ise sistem çıkışıdır. Bu sisteme $t=t_0$ anında H yüksekliğinde bir basamak giriş uygulanırsa, durum değişkenleri ve sistem çıkışı sırasıyla

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - t_0) - \mathbf{I}] \mathbf{b} H h(t - t_0) \\ y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - t_0) - \mathbf{I}] \mathbf{b} H h(t - t_0) \quad (8)$$

olarak elde edilir. Burada $\Phi(t - t_0)$ sistemin durum geçiş matrisidir. Denk.(8), $u_m(t)$ 'yi oluşturan tüm basamak fonksiyonları için uygulanırsa ve süperpozisyon prensibi kullanılırsa, sistemin $u_m(t)$ girişine olan cevabı aşağıdaki gibi bulunur.

$$y(t) = \sum_{j=0}^{m-1} \left\{ \sum_{i=0}^{k-1} \left[\begin{array}{l} \left(\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - (jT_s + i2T)) - \mathbf{I}] \mathbf{b} 2H h(t - (jT_s + i2T)) \right) \\ - \left(\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - (jT_s + i2T + T + a_j)) - \mathbf{I}] \right) \\ \left(\mathbf{b} 2H h(t - (jT_s + i2T + T + a_j)) \right) \end{array} \right] \right\} \\ + \sum_{i=0}^{z-1} \left\{ \begin{array}{l} \left(\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - (mT_s + i2T)) - \mathbf{I}] \mathbf{b} 2H h(t - (mT_s + i2T)) \right) \\ - \left(\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - (mT_s + i2T + T + a_j)) - \mathbf{I}] \right) \\ \left(\mathbf{b} 2H h(t - (mT_s + i2T + T + a_j)) \right) \end{array} \right\} \\ - \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} [\Phi(t - 0) - \mathbf{I}] \mathbf{b} H h(t - 0)$$

Burada j, i, m, k, z aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$j = 0, 1, 2, 3, \dots, (m-1) \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, (k-1) \\ m = \text{int}\left(\frac{t}{T_s}\right) \quad k = \frac{T_s}{2T} \quad z = \text{int}\left(\frac{t - mT_s}{2T}\right)$$

PULS GENİŞLİĞİ MODÜLASYONLU KAPALI ÇEVİRİM SİSTEMİN CEVABI

Şekil 1'de verilen kapalı çevrim sistemin cevabını bulmak için bir nümerik simülasyon yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemde çözüm, referans girişin örnekleme zamanı olan Δt zaman adımlarıyla ($\Delta t >$ puls periyodu) yürütülmekte ve servovalfa sağlanan giriş akımının her bir adım esnasında $i(t) = i_j$ şeklinde sabit kaldığı kabul edilmektedir. Dolayısıyla $i(t)$ 'nin j 'inci adım süresi boyunca değeri olan i_j bir önceki adımın sonundaki referans giriş $r(t)$ ve çıkış $y(t)$ değerleri cinsinden,

$$i_j = K_p (r_{j-1} - K_t y_{j-1})$$

ifadesinden elde edilmektedir. Adım boyunca i_j sabit olduğundan, adım süresi zarfında $y(t)$ 'nin değişimi; puls modülatörü ve $G(s)$ 'den oluşan açık çevrim sistemin basamak cevabı olarak bulunur. Ancak bu basamak cevabı bulunurken sistemin bir önceki adım sonunda geldiği durum bir sonraki adım için başlangıç şartları olarak kullanılmalıdır. i_j büyüklüğündeki basamak fonksiyonunun puls genişliği modülasyonlu şekilde ifade edilmesi için gerekli olan a_j değeri,

$$a_j = \frac{T i_j}{H}$$

ifadesinden belirlenir. Basamak girişin modülasyonlu hali ise denk.(3-5)'den $a = a_j$ alınarak bulunur. Sistemin başlangıç şartları sıfır değilken, bu girişe Δt zaman aralığında vereceği cevabı bulmak için $i_m(t)$ ile $y(t)$ arasındaki diferansiyel denklemin kullanılması gereklidir. Bu diferansiyel denklem beşinci mertebedir.

Hesaplanan zaman aralığının başından itibaren ölçülen zaman t' ile gösterilirse ($t=j\Delta t+t'$) ve $t'=0$ 'daki başlangıç koşulları sıfır değilken diferansiyel denklemin Laplace transformu alınarak, elde edilen ifadeden $Y(s)$ çözümlerse,

$$Y(s) = \frac{K_h \omega_n^2}{E_3} \frac{1}{\left(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2\right) \left(s^3 + \frac{E_2}{E_3} s^2 + \frac{E_1}{E_3} s + \frac{E_0}{E_3}\right)} \cdot \left[\frac{A_0}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \frac{s}{s^2 + \left(\frac{n\pi}{T}\right)^2} + B_n \frac{\left(\frac{n\pi}{T}\right)}{s^2 + \left(\frac{n\pi}{T}\right)^2} \right] \right] \quad (9)$$

$$+ \frac{\left(\begin{aligned} &\left(s^4 + A_4 s^3 + A_3 s^2 + A_2 s + A_1\right) y(0) \\ &+ \left(s^3 + A_4 s^2 + A_3 s + A_2\right) y'(0) \\ &+ \left(s^2 + A_4 s + A_3\right) y''(0) + (s + A_4) y'''(0) + y''''(0) \end{aligned} \right)}{\left(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2\right) \left(s^3 + \frac{E_2}{E_3} s^2 + \frac{E_1}{E_3} s + \frac{E_0}{E_3}\right)}$$

elde edilir. Burada E_3 , E_2 , E_1 ve E_0 katsayıları daha önce denk.(2)'de verildiği gibidir. A_4 , A_3 , A_2 , A_1 , A_0 katsayıları ise aşağıdaki gibidir:

$$A_4 = \left(\frac{E_2}{E_3} + 2\xi\omega_n \right) \quad A_3 = \left(\frac{E_1}{E_3} + \frac{E_2}{E_3} 2\xi\omega_n + \omega_n^2 \right)$$

$$A_2 = \left(\frac{E_0}{E_3} + \frac{E_1}{E_3} 2\xi\omega_n + \frac{E_2}{E_3} \omega_n^2 \right)$$

$$A_1 = \left(\frac{E_0}{E_3} 2\xi\omega_n + \frac{E_1}{E_3} \omega_n^2 \right) \quad A_0 = \left(\frac{E_0}{E_3} \omega_n^2 \right)$$

Denk.(9)'un ters Laplace transformu alınarak $y(t')$ bulunur.

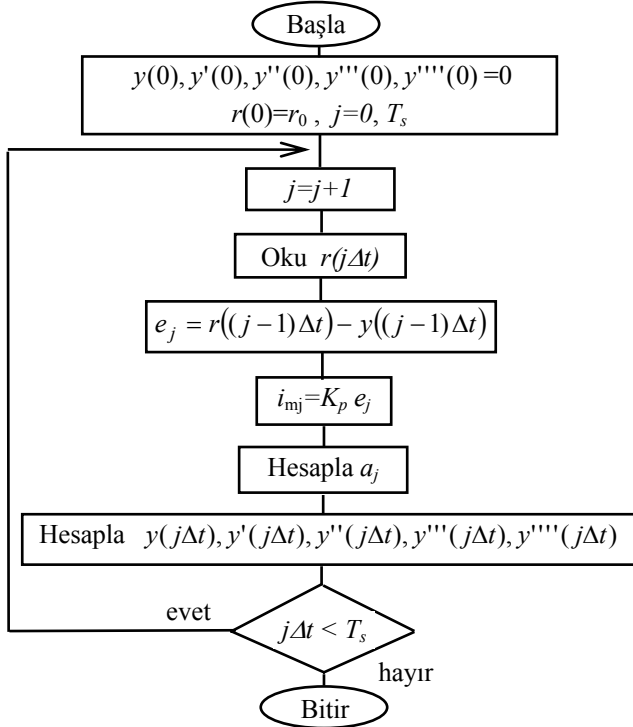
$$y(t') = K_0 + K_1 e^{-a_1 t'} \cos(b_1 t') + K_2 e^{-a_1 t'} \sin(b_1 t') +$$

$$K_3 e^{-a_2 t'} \cos(b_2 t') + K_4 e^{-a_2 t'} \sin(b_2 t') + K_5 e^{-a_3 t'} \quad (10)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} &K_{6n} e^{-a_1 t'} \cos(b_1 t') + K_{7n} e^{-a_1 t'} \sin(b_1 t') + \\ &K_{8n} e^{-a_2 t'} \cos(b_2 t') + K_{9n} e^{-a_2 t'} \sin(b_2 t') + \\ &K_{10n} e^{-a_3 t'} + K_{11n} \cos\left(\frac{n\pi}{T} t'\right) + K_{12n} \sin\left(\frac{n\pi}{T} t'\right) \end{aligned} \right)$$

Burada a_1 , a_2 ve a_3 $G(s)$ 'in kutuplarının reel kısımları, b_1 ve b_2 de sanal kısımlarıdır. K katsayıları ise $Y(s)$ 'nin ters Laplace transformu alınırken ortaya çıkan sabitlerdir. Hesaplanan zaman aralığının sonundaki y ve y' 'nin türevlerinin değerleri denk.(10) ve türevlerinde $t' = \Delta t$ alınarak bulunur.

Bu çalışmada incelenen sistemin kapalı çevrim cevabını, geliştirilen nümerik simülasyon yöntemi ile bulmak için akış şeması şekil 8'de verilen bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu program ile puls genişliği modülasyonlu kapalı çevrim sistemin basamak, periyodik ve periyodik olmayan girişlere cevabı bulunabilmektedir.



Şekil 8. Bilgisayar programının akış şeması

TEORİK HESAPLAMALAR

Bu çalışmada incelenen sistemin parametre değerleri aşağıda verilmiştir:

$$A = 2.69 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$K_c' \cong 0 \text{ m}^3/\text{Pa}$$

$$B = 295 \text{ N}/(\text{m}\cdot\text{s})$$

$$V = 3.43 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\beta = 1.72 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$M = 0.85 \text{ kg}$$

$$C_2 \cong 0 \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$$

$$K_3 = 0 \text{ N}/\text{m}$$

$$\omega_n = 1256.64 \text{ rad/s}$$

$$\xi = 0.7 \quad I_{\max} = H = 13.25 \text{ mA} \quad K_1 = 0.06768 \text{ V/mm}$$

$$K_h = 2.478 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/(\text{s mA}) \quad K_2 = 1.724 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/(\text{s Pa})$$

Puls Frekansındaki Salınımların Genliği

Puls frekansından kaynaklanan salınımların genliğini tesbit etmek amacıyla, sisteme sıfır girişe karşılık gelen bir modülasyon sinyali (şekil 3’de $a=0$) verilerek, farklı puls frekanslarındaki sistem cevapları denk.(6)’dan bulunmuştur. Bu cevaplardan hesaplanan genlikler tablo 1’de verilmiştir. Bu tabloda puls frekansı arttıkça puls frekansından kaynaklanan salınımların genliğinin düştüğü görülmektedir.

Tablo1. Puls frekansındaki salınımların genliği

Puls Frekansı (Hz)	Puls Frekansındaki Salınımların Genliği (mm)
10	5.83
20	2.86
30	1.93
50	1.13
80	0.68
100	0.54
200	0.21
400	0.09
600	0.012
1000	0.0005

Açık Çevrim Sistemin Frekans Cevabı

Açık çevrim sistemin frekans cevabını incelemek amacıyla, 400 Hz sabit puls frekansıyla modüle edilmiş siüüzoidal girişler uygulanmış ve sistemin zaman cevapları denk.(7)’den bulunmuştur. Bu cevaplardan elde edilen referans frekansı bileşeninin genlikleri ve faz açıları şekil 9’da verilen eğrilerle gösterilmiştir.

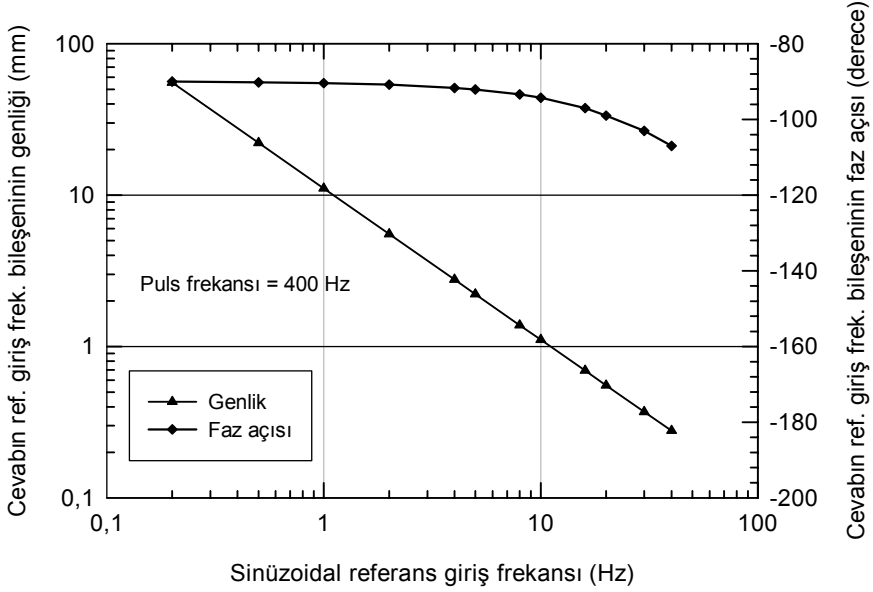
Kapalı Çevrim Sistemin Basamak Girişe Cevabı

Kapalı çevrim sistemin basamak cevapları geliştirilen nümerik simülasyon yöntemi ile değişik puls frekansları ve farklı oransal kazançlar için bulunmuş ve sonuçlar tablo 2’de verilmiştir. Bu tablo incelendiğinde, sistem cevabındaki puls frekansından kaynaklanan salınımların genliğinin 0.21 mm’den az olması için puls frekansının 200 Hz’in üzerinde seçilmesi gerektiği görülmektedir.

Kapalı Çevrim Sistemin Sinüzoidal Girişe Cevabı

Puls frekansının sistem cevabı üzerindeki etkisini incelemek amacıyla, hidrolik sistemlerde kullanılan tipik frekans bölgesi içinde yer alan iki ayrı sabit sinüzoidal referans giriş frekansı için puls frekansı taraması yapılmıştır. Sonuçlar grafik halinde

şekil 10 ve 11’de verilmiştir. Ayrıca sabit puls frekansında, kapalı çevrim sistemin frekans cevabı bulunmuş ve şekil 12’de gösterilmiştir.

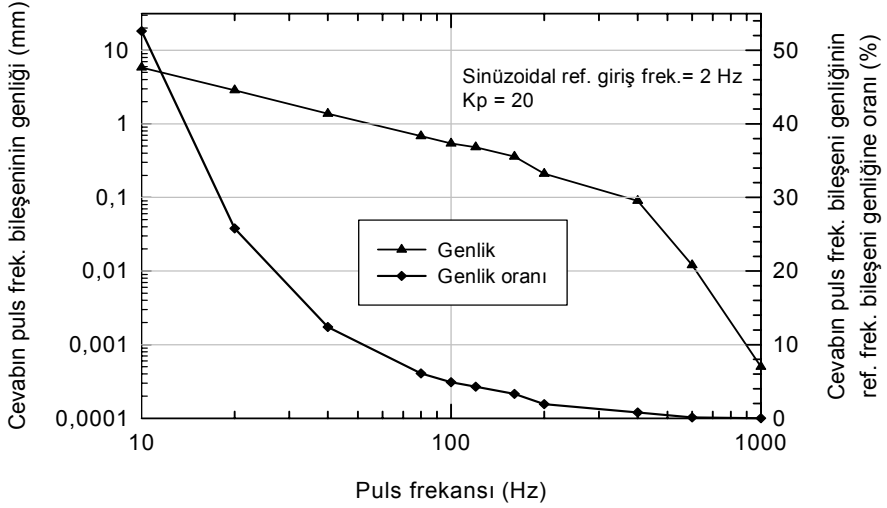


şekil 9. Puls genişliği modülasyonlu açık çevrim sistemin frekans cevabı

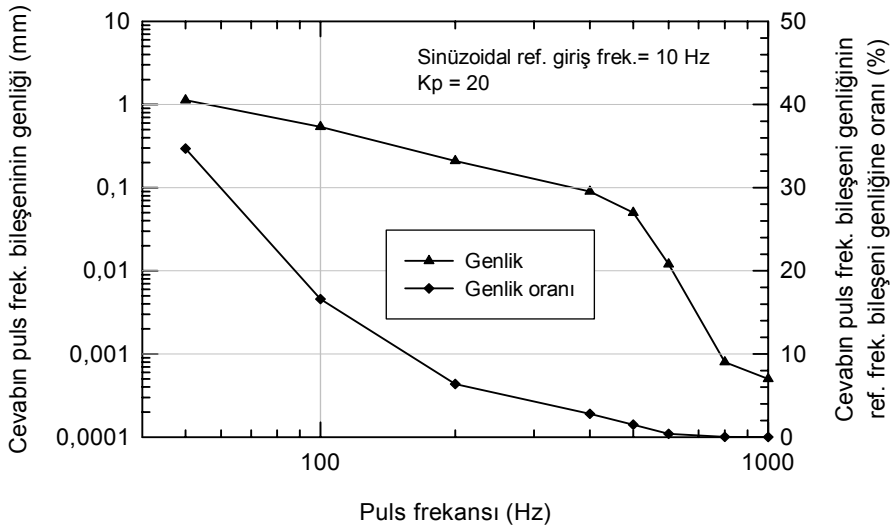
Tablo 2. Kapalı çevrim sistemin basamak cevabı

Puls Frekansı (Hz)	Oransal Kazanç, K_p	Basamak Giriş (mm)	Cevabın Durağan Değeri (mm)	Zaman Sabiti* (s)	Puls Frekansındaki Salınımın Genliği (mm)
10	3.9	13.80	13.793	0.36	5.83
10	20	14.04	14.039	0.07	5.83
10	40	7.00	6.99	0.028	5.83
50	3.9	13.80	13.784	0.38	1.13
50	20	14.04	14.034	0.07	1.13
50	40	7.00	6.999	0.035	1.13
100	3.9	13.80	13.744	0.37	0.54
100	20	14.04	14.03	0.08	0.54
100	40	7.00	6.998	0.039	0.54
200	3.9	13.80	13.682	0.355	0.21
200	20	14.04	14.02	0.07	0.21
200	40	7.00	6.995	0.035	0.21

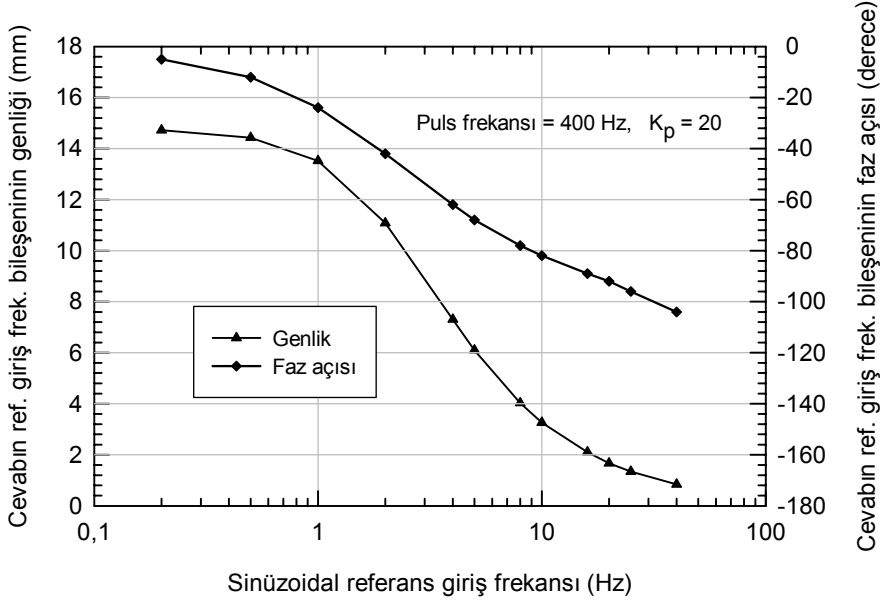
* Sistem cevabının, durağan değerin %63’üne erişmesi için geçen süre



Şekil 10. Puls genişliği modülasyonlu kapalı çevrim sistemin sinüzoidal cevap karakteristikleri (2 Hz)



Şekil 11. Puls genişliği modülasyonlu kapalı çevrim sistemin sinüzoidal cevap karakteristikleri (10 Hz)



Şekil 12. Puls genişliği modülasyonlu kapalı çevrim sistemin frekans cevabı

SONUÇ

Bu çalışmada, puls genişliği modülasyonu tekniği sayısal elektrohidrolik servo sistemlere başarılı bir şekilde uygulanmıştır. İncelenen sayısal elektrohidrolik servo sistemin matematiksel modeli kurularak puls genişliği modülasyonlu basamak, periyodik ve periyodik olmayan girişlere açık ve kapalı çevrim cevaplarını bulmak için metotlar geliştirilmiştir. Bu metotlarla sistemin dinamik davranışı incelenmiş ve puls genişliği modülasyonlu bir sistemin en önemli parametresinin puls frekansı olduğu tesbit edilmiştir. Puls frekansından kaynaklanan salınımların sistem cevabı üzerindeki olumsuz etkisini minimuma indirmek için puls frekansı seçimine dikkat edilmelidir. Bu çalışmada incelenen sistemin basamak girişlere cevabındaki puls frekansından kaynaklanan salınımların genliğinin 0,2 mm'den az olması için puls frekansının 200 Hz ve üzerinde olması gerektiği görülmüştür. Sinüzoidal girişlerde ise, cevabın puls frekansı bileşeni genliğinin referans frekansı bileşeni genliğine oranının %1'den az olması için, 2 Hz'lik referans giriş için puls frekansı 200 Hz ve zeri, 10 Hz'lik referans giriş için de puls frekansı 500 Hz ve üzeri seçilmelidir.

SEMBOLLER

A	Piston alanı
B	Yük sönüm sabiti
C_2	Sızıntı katsayısı
F_e	Bozucu giriş
H	Puls yüksekliği
i	Servovalf giriş akımı
i_{ss}	Servovalf giriş akımının durağan değeri
k	Puls frekansının referans giriş frekansına oranı
K_e	Yapısal esneklik katsayısı
K_2	Yük basıncı hassasiyeti
K_3	Yay sabiti
K_h	Çalışma noktasındaki valf kazancı
K_p	Oransal kazanç
K_t	Transdüser katsayısı
M	Yük kütlesi
P_L	Yük basıncı
Q_L	Yük debisi
r_0	Basamak yüksekliği
$2T$	Puls periyodu
$2T_1$	Referans giriş periyodu
u	Kontrol girişi
u_m	Modülasyonlu kontrol girişi
V	$\frac{1}{2}$ silindir hacmi
x	Kanatçık açıklığı
X	Sinüzoidal giriş genliği
v	Piston hızı
y	Piston konumu
y_{ss}	Piston konumunun durağan değeri
v_{ss}	Piston hızının durağan değeri
β	Hidrolik akışkanın bulk modülü
ξ	Servovalf sönüm oranı
ω_n	Servovalf tabii frekansı

KAYNAKLAR

1. Suematu, Y., Yamada, H., Muto, T., "Digital control of hydraulic actuator system by the method of differential pulse-width modulation", **Nippon Kikai Gakkai Robunshu, C Hen/Transactions of the JSME Part C**, Cilt 55, 2053-2060, 1989.
2. Muto, T., Yamada, H., Suematsu, Y., "Digital control of hydraulic actuator system operated by differential pulse-width modulation", **JSME Int. Journal Series 3**, Cilt 33, 641, 1990.

3. Suematsu, Y., Yamada, H., Tsukamoto, T., “Digital control of electro-hydraulic servo system operated by differential pulse-width modulation”, **JSME Int. Journal Series 3**, 36, Cilt 61-68, 1993.
4. Sakai, T., Tanaka, H., Sato, Y., “Switching-valve operated servomechanism for articulated construction-manipulator (inertia-load control by PWM energized fluid-pulse flow)”, **Nippon Kikai Gakkai Robunshu, C Hen/Transactions of the JSME Part C**, Cilt 61, 1078-1083, 1995.
5. Muto, T., Kato, H., Sakamoto, K., “Digital control of hydrostatic transmission system driven by differential pulse-width modulation”, **Nippon Kikai Gakkai Robunshu, C Hen/Transactions of the JSME Part C**, Cilt 61, 3983-3990, 1995.
6. Jeronymo, C.E., Yamada, H., Muto, T., “Application of unified predictive control to on/off control of hydraulic system driven by fast-switching solenoid valves”, **JSME International Journal Series C-Dynamics Control Robotics Design and Manufacturing**, Cilt 39, 515-521, 1996.
7. Keleş, ., Puls genişliği modülasyonu ile hidrolik konum kontrolunun teorik ve deneysel incelenmesi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstits, 1998.
8. Reeves, A.H., *French Patent*, No 852183, 1938.
9. Reeves, A.H., *British Patent*, No 535860, 1939.
10. Reeves, A.H., *U.S.A. Patent*, No 2272070, 1942.
11. Jackson, K.R., *U.S.A. Patent* No 2655940, 1950.
12. Murtaugh, S.A., “An introduction to the time modulated acceleration switching electro-hydraulic servomechanism”, **Transaction of the ASME Journal of Basic Engineering**, June, 263-271, 1959.
13. Ikebe, Y., Nakada, T., “On a piezoelectric flapper type servo valve operated by a pulse-width-modulated signal”, **Transaction of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, March, 88-94, 1974.
14. Mansfeld, G., “Fast switching ball valve as digital control elements for an electro-hydraulic servo actuator”, **Sixth International Fluid Power Symposium**, Cambridge, UK, 335-348, 1981.