

## BİR RÖMORKUN TASARIMINDA GELİŞİGÜZEL TİTREŞİMLERİN ETKİSİ

**Tuncay KARAÇAY ve Nizami AKTÜRK**

Makina Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi  
Maltepe 06570 Ankara, [tkaracay@mmf.gazi.edu.tr](mailto:tkaracay@mmf.gazi.edu.tr) [nakturk@mmf.gazi.edu.tr](mailto:nakturk@mmf.gazi.edu.tr)

### ÖZET

Ülkemizde özellikle son yıllarda kamp tatili olgusunun gelişmesiyle birlikte değişik kullanım amaçlı römorkların kullanımında bir artış görülmektedir. Bu çalışmada genel olarak otomobillerin seyir karakteristiklerinin modellenmesinde kullanılan yarım araç modeli kullanılarak değişik toplam römork kütlesi ile emniyetli taşıma kapasitesi arasındaki ilişki gerçek gelişigüzel yol karakteristiği için araştırılmıştır. Belirlenen römork karakteristikleri için optimum bir römork kütlesi olduğu gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Taşıt dinamiği, titreşimler, istatistiksel analiz

### THE EFFECT OF STOCHASTICAL VIBRATIONS ON A PERSONAL TRAILER DESIGN

#### ABSTRACT

Parallel to the increase in the number of people preferring camp holidays, personal trailer usage have shown an increasing tendency in the last years. In this study, therefore, a relation between the load carriage capacity and loaded weight of a personal trailer is searched for a real road input data. In modeling, a half-car approach, which is used commonly in the research of ride characteristics, is employed in this paper. It is shown that there is an optimum value of the trailer mass for given trailer characteristics.

**Keywords:** Vehicle dynamics, vibrations, stochastic analysis

## 1. GİRİŞ

Bütün mekanik sistemlerde olduğu gibi römorklarda da titreşim hem taşınan yük, hem de römorku oluşturan elemanlar için problem teşkil etmektedir. Hareket eden ilk taşıttan günümüze kadar bu problemin çözülmesi için çeşitli sistemler tasarlanmış ve geliştirilmiştir.

Yol yapımı, taşıt üretim teknikleri ve kullanılan teknolojiler ilk zamanlara göre büyük gelişme göstermiş, bu gelişme taşıtların ve römorkların hızlarına da yansımıştır. Dolayısıyla, ortaya çıkan titreşim problemleri de karmaşıklaşmıştır.

Taşıtların seyahat ettikleri yol profilleri gerçekte çok karmaşıktır. Fakat analizler sırasında genellikle belirli basit girişler kullanılmakta veya bu karmaşık gerçek yol profilleri matematiksel işlemlerle zamana, konuma veya frekansa göre değişen tipik fonksiyonlar şeklinde ifade edilerek taşıta giriş olarak uygulanmaktadır. Gerçeğe en uygun sonuçların elde edilmesi için yol profili bütün özellikleriyle ifade edilmeli ve bu gerçek profile taşıtın verdiği cevap bulunmalıdır.

Aslında zorlama girdileri ve taşıtın dinamik tepki elemanlarının özellikleri birbirinden ayrı düşünülemez, çünkü bir parametrenin değişimi diğer parametreyi bazen iyi, bazen de kötü yönde etkiler. Fakat taşıtın belirli yönlerdeki titreşimleri göz önüne alınarak uygun modeller kullanıldığında ve incelenen titreşim frekans spektrumu uygun seçildiğinde yapılan hatalar azaltılabilir.

Teorik çalışmalarda ilk aşama sistem modelinin çıkarılmasıdır. Literatürde bir serbestlik dereceli taşıttan çok daha yüksek serbestlik derecesine sahip birçok taşıt modeli bulunmaktadır. Bu taşıt modelleri de kullanıldıkları alanlara göre farklılık göstermektedir. Bu tür çalışmalarda genellikle 1, 2, 4 ve 7 serbestlik dereceli temel taşıt modelleri kullanılmaktadır [1,2,3,4].

Sistemin çok serbestlik dereceli olarak kabul edilmesi, çalışmayı ve temel sonuçları oldukça karmaşık hale getireceğinden bu makalede yalnızca römorkun dikey öteleme ve yuvarlanma titreşimleri incelenecektir. Bu modelde gövdenin kütlesi ve atalet momentinin ivmelenmelerinden oluşan kuvvetler ve momentler akslardaki yay ve sönümleyicilerdeki kuvvetler ile hareket yönü doğrultusundaki eksene göre olan ağırlık merkezinde dengelenmektedir. Bu yay ve sönümleyicilerin sırasıyla pozisyon ve hıza göre orantılı kuvvet ürettikleri, yani doğrusal oldukları ve bu kuvvetlerin sadece yay ve sönümleyiciler üzerinden iletiildiği kabul edilmiştir. Dolayısıyla kuvvetler zemine iletilirken, yol pürüzlülüğünün neden olduğu yerdeğiştirmeler de aynı yolla römorka iletilmektedir. Bu nedenle, römorkun titreşimlerinin incelenmesinde taşıtın ilerlediği yolun pürüzlülüğünün önemi büyüktür. Bu pürüzlülük yol üzerindeki çukurlar, kasisler, yapım hataları ve yol malzemelerinin karakteristik özelliklerinden oluşmaktadır [5,6]. Pürüzlülük römorkun ilerlediği tekerlek izinin yükselti profiliyle tanımlıdır ve *geniş bantlı gelişigüzel bir sinyal* biçimindedir. Bu profiller ya doğrudan kendi kendileriyle ya da gelişigüzellik özellikleriyle tanımlanabilir [6,7,8]. Gelişigüzellik özellikleriyle tanımlamanın en uygun yolu Güç Spectral Yoğunluk (GSY) fonksiyonudur.

Taşıt dinamiğiyle ilgili dikkat çeken ilk çalışmalar 1920'lerde, yönlendirme, kararlılık ve süspansiyon konusundaki ilk yayınlar da 1930'larda yapılmıştır. Yol pürüzlülüğü bu kadar önemli olmasına rağmen, düzgün olmayan yolun karakteristiği

ve bu yol üzerinde ilerleyen tekerlekli taşıtların dinamik tepkileri ve sürüş karakteristikleriyle ilgili ilk çalışmalar ancak 1960'lı yıllarda uçakların iniş takımları üzerinde gerçekleştirilmiştir. Taşıt dinamiğindeki ilk yayınlardan 90'lı yıllara taşıt dinamiğindeki temel gelişmeler Segel [9] ve Crolla [10] tarafından özetlenmiştir.

Crandal ve Mark'ın [11] temelini oluşturduğu gelişigüzel titreşimlerle ilgili çalışmalar Healey vd.'nin [12] yol pürüzlülüğünden kaynaklanan dikey yöndeki taşıt titreşimi üzerine teorik ve deneysel çalışmaları ile ivme kazanmıştır. Bu çalışmalar sonucunda teorik ve deneysel sonuçlar arasındaki en önemli hatanın yol pürüzlülüğünde yapılan kabullerden kaynaklandığı ispatlanmıştır. Çalışmalar iki, dört ve yedi serbestlik dereceli taşıt modelleriyle tekrarlanmış ve sonuç olarak iyi tanımlanmış yol pürüzlülükleriyle çalışıldığında yedi serbestlik dereceli taşıt modelinin deneysel ölçüm sonuçlarıyla düşük frekanslarda uyduğu gösterilmiştir. Fakat cevabın yüksek frekans bileşenlerinde bu uyuşma tam olarak yakalanamamıştır.

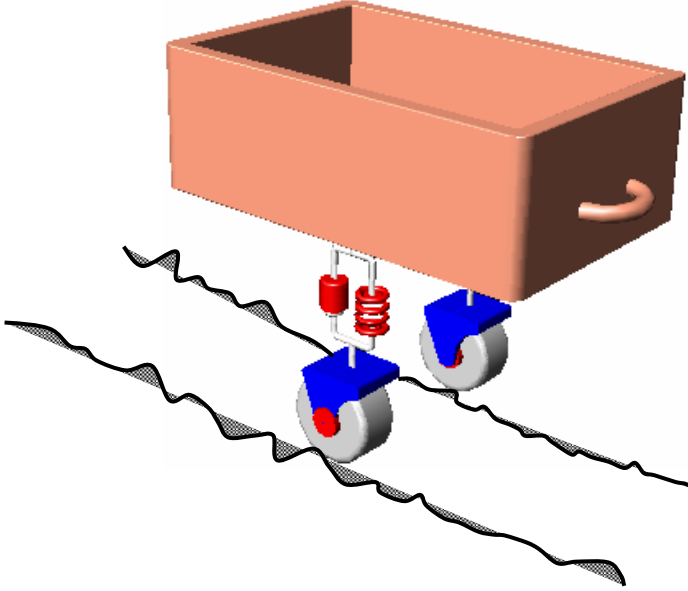
Bu makalede genel bir yaklaşım ve kabuller yardımıyla basit bir taşıt modeli kullanılarak, gelişigüzel yol zorlamasına maruz kalan bir römorkun kütlesi ile taşıma emniyeti arasındaki ilişki kurulmuştur.

## 2. RÖMORKUN MATEMATİKSEL MODELİ

Gelişigüzel kabul edilmiş bir yüzey üzerinde hareket eden bir römork Şekil 1'de görülmektedir. Bu tür bir römorkun basit titreşim modeli Şekil 2'deki gibi kabul edilebilir. Bu modelde her iki tekere farklı yol zorlamalarının girdi olarak verildiği kabul edilmekte, römorkun yalnızca yola dik yönde bir öteleme ve kütle merkezinden geçen hareket yönündeki eksen etrafında açılmal salınım (yuvarlanma) yaptığı kabul edilmektedir. Ayrıca aşağıdaki kabuller yapılmıştır;

- Sönümleme elemanlarının ve tekerlerin kütlesi römorkun kendi kütlesi yanında ihmal edilebilecek kadar küçüktür.
- Römorkun kütle merkezi ile geometri merkezi çakışıktır.
- Hem sönümleyici, hem de yayların doğrusal olmayan özellikleri ihmal edilebilir seviyededir.
- Lastiğin elastikliğinden kaynaklanan yay sabiti süspansiyon sistemindeki yay sabitine göre çok yüksektir.
- Tekerlerin yüzeyleri yola noktasal olarak temas etmektedir ve sürekli yol ile temas halindedir.
- Römorkun içine herhangi bir yük ilave edildiğinde bu ilave yükün kütle merkezi, römorkun kütle merkeziyle çakışık halde olup, römork içerisinde düzgün olarak yayılmıştır.
- Yol pürüzlülüğünden doğan gelişigüzel zorlama bütün römork hızları için Gaussian, durağan ve ergodiktir.
- Sistem karakteristikleri dar-bant analizine uygundur.

- i) Her iki taraftaki süspansiyon sistemi karakteristikleri aynıdır.
- j) Römorkun ağırlık merkezi aks eksenindedir.
- k) Römork bağlantı noktası, taşıt titreşimlerinin römorkun dikey titreşimlerini etkilemeyeceği kadar uzaktadır.



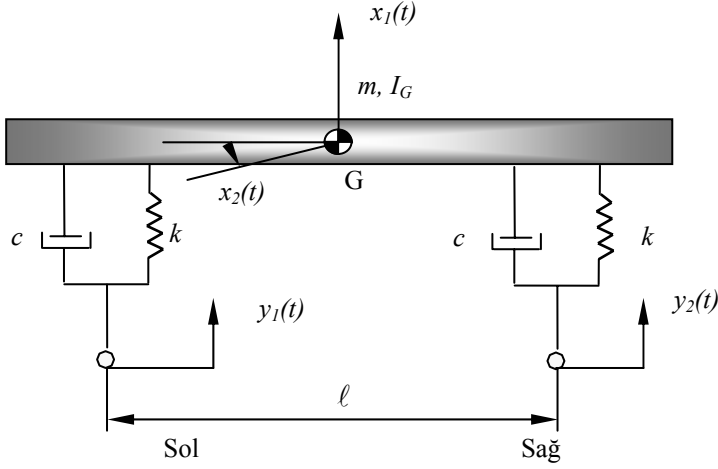
**Şekil 1.** Modellenen römork ve gelişigüzel yol girdisi

Yukarıdaki kabüller çerçevesinde sistemin matematik modeli aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$m\ddot{x}_1 + 2c\dot{x}_1 + 2kx_1 = ky_1 + c\dot{y}_1 + ky_2 + c\dot{y}_2 \quad (1)$$

$$I_c\ddot{x}_2 + \frac{\ell^2}{2}c\dot{x}_2 + \frac{\ell^2}{2}kx_2 = \frac{\ell}{2}[ky_2 - ky_1] + \frac{\ell}{2}[c\dot{y}_2 - c\dot{y}_1] \quad (2)$$

Bu ifadelerde girdi sadece bir fonksiyon olarak alınmıştır. Sisteme olan girdi yoldan geleceği için girdinin gerçek fonksiyon hali bir sonraki bölümde verilecektir.



Şekil 2. Römorkun matematiksel modeli (arkadan görünüş)

Eşitlik 1 ve Eşitlik 2 yardımıyla girdiler ve çıktılar arasındaki frekans cevap fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$y_1(t) = e^{i\omega t}$  ve  $y_2(t) = 0$  ise,  $x_{11} = H_{11}(\omega)e^{i\omega t}$  olur. Burada  $H_{11}(\omega)$  aşağıdaki gibidir:

$$H_{11}(\omega) = \frac{k + ic\omega}{(2k - m\omega^2) + i(2c\omega)} \quad (3)$$

$y_1(t) = 0$  ve  $y_2(t) = e^{i\omega t}$  ise  $x_{12} = H_{12}(\omega)e^{i\omega t}$  olur. Burada  $H_{12}(\omega)$  aşağıdaki gibidir:

$$H_{12}(\omega) = \frac{k + ic\omega}{(2k - m\omega^2) + i(2c\omega)} \quad (4)$$

$y_1(t) = e^{i\omega t}$  ve  $y_2(t) = 0$  ise  $x_{21} = H_{21}(\omega)e^{i\omega t}$  olur. Burada  $H_{21}(\omega)$  aşağıdaki gibidir:

$$H_{21} = \frac{-\frac{\ell}{2}(k + ic\omega)}{\left[ k \frac{\ell^2}{2} - I_G \omega^2 \right] + i \left[ c \frac{\ell^2}{2} \omega \right]} \quad (5)$$

$y_1(t) = 0$  ve  $y_2(t) = e^{i\omega t}$  ise  $x_{22} = H_{22}(\omega)e^{i\omega t}$  olur. Burada  $H_{22}(\omega)$  aşağıdaki gibidir:

$$H_{22} = \frac{-\frac{\ell}{2}(k + ic\omega)}{\left[ k \frac{\ell^2}{2} - I_G \omega^2 \right] + i \left[ c \frac{\ell^2}{2} \omega \right]} \quad (6)$$

Eşitlikler 3-6 yardımıyla çift taraflı giriş spektral yoğunluklar kullanılarak çift taraflı çıkış spektral yoğunlukları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$S_{x_1} = H_{11}^*(\omega)H_{11}(\omega)S_{y_1y_1}(\omega) + H_{11}^*(\omega)H_{12}(\omega)S_{y_1y_2}(\omega) + H_{12}^*(\omega)H_{11}(\omega)S_{y_2y_1}(\omega) + H_{12}^*(\omega)H_{12}(\omega)S_{y_2y_2}(\omega) \quad (7)$$

ve benzer şekilde,

$$S_{x_2} = H_{21}^*(\omega)H_{21}(\omega)S_{y_1y_1}(\omega) + H_{21}^*(\omega)H_{22}(\omega)S_{y_1y_2}(\omega) + H_{22}^*(\omega)H_{21}(\omega)S_{y_2y_1}(\omega) + H_{22}^*(\omega)H_{22}(\omega)S_{y_2y_2}(\omega) \quad (8)$$

Sistemin iki titreşim modu için tabii frekanslar ve sönüm oranları da aşağıdaki eşitliklerle verilmiştir.

$$(\omega_n)_{x_1} = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \zeta_{x_1} = \frac{c}{(\omega_n)_{x_1} m} \quad (9)$$

$$(\omega_n)_{x_2} = \sqrt{\frac{k\ell^2}{2I_G}} \quad \zeta_{x_2} = \frac{c\ell^2}{(\omega_n)_{x_2} 4I_G} \quad (10)$$

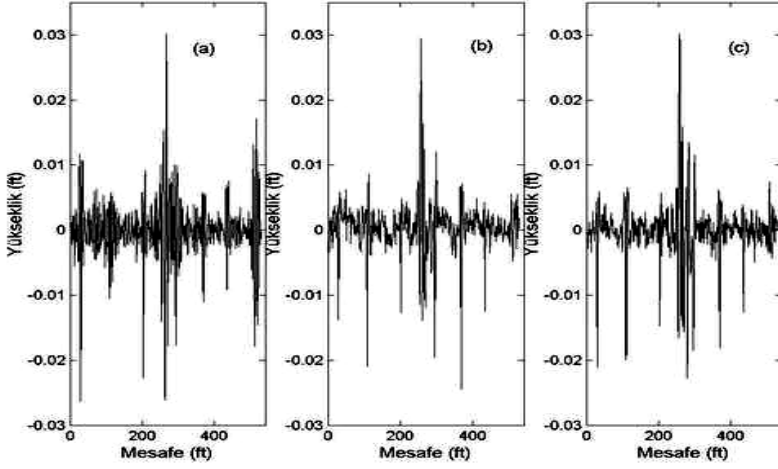
### 3. YOLUN SPEKTRAL YOĞUNLUĞU

Römorkun titreşim davranışını incelemek için öncelikle sistemin tanımlanması ve daha sonra mevcut zorlamalara olan cevabının bulunması gereklidir. Bir önceki bölümde sistemin hareket denklemleri ve transfer fonksiyonları sistemin girdileri ve çıktıları cinsinden elde edilmişti. Fakat girdinin yapısından bahsedilmemişti. Bu bölümde römorkun maruz kaldığı zorlamayı veren gerçek yol profili karakteristiği belirlenecek ve bu profilin araç hızıyla römork üzerinde oluşturacağı etkilerin bulunabileceği matematiksel bir Spektral Yoğunluk Fonksiyonu elde edilerek sisteme girdi olarak verilecektir.

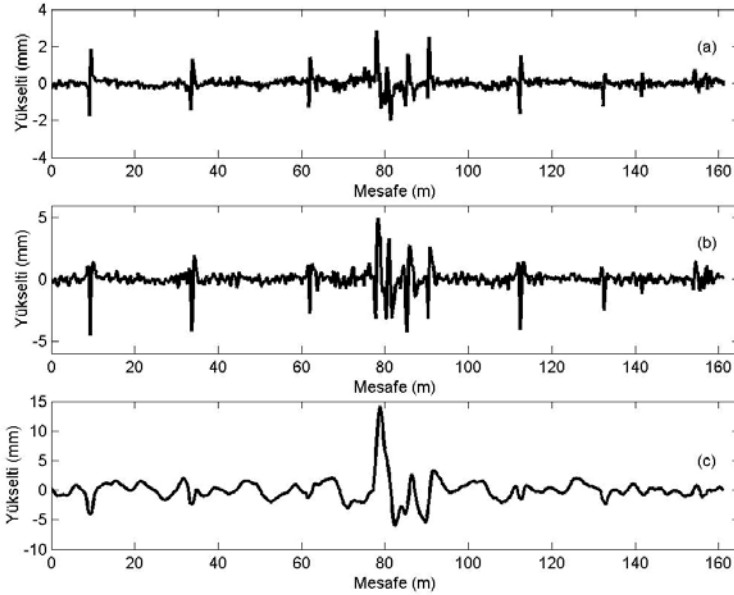
Yol pürüzlülüğü yol kaplamasının bölgesel bozulmalarından oluşan çukurlardan, yolun yapım ve bakımında ulaşılabilecek hassasiyetin uygulamadaki sınırına kadar bütün gelişigüzel bozuklukları kapsamaktadır. Pürüzlülük taşıtın geçtiği teker izlerindeki yükselti profilleri üzerinde tanımlanmıştır. Yol profili yol yüzeyinin bir sanal çizgiden alınan iki boyutlu kesitidir. Yatay çizgide alınan profiller yol tasarımının kademeli yükseltilerini, başka bir ifadeyle taç şeklini göstermekle beraber taşıtlar tarafından oluşturulan teker izlerini ve diğer yatay gerilme bozukluklarını da ifade eder. Yol boyunca alınan profiller tasarım eğimini, pürüzlülüğü ve yüzey şeklini gösterir. Bu çalışmada taşıtın hareketi sırasındaki dikey titreşimler inceleneceği için sadece yol boyunca alınan profiller incelenmiş ve kullanılmıştır.

Üç ayrı metot ile alınmış gerçek bir yol profilinin filtrelendikten sonraki görüntüleri Şekil 3'te [13] verilmiştir. Bu grafiklere temel olan veriler Michigan Üniversitesi Ulaştırma Araştırma Enstitüsü'nden (University of Michigan Transportation Research Institute- UMTRI) [14] elde edilmiştir.

Yol profili karışık ve dalgalı çizgiler gurubu olmaktan daha öte özelliklere sahip olmalıdır. Bir profil cihazı tarafından çıkarılan profilin geçerli olabilmesi için gerçek profille belirli bir derecede ilişkiye sahip olması gereklidir. Gerçek yol profili; yolun yokuş yukarı veya aşağı olması, pürüzlülüğü ve yapısı gibi çok fazla bilgi içermektedir. Bunlar bizim ihtiyacımız olan bilgilerden çok daha fazlasıdır. Dolayısıyla gerçek profilin sadece belirli bir kısmını ölçmek birçok çalışma için yeterlidir. Ölçüm cihazlarıyla alınan profil verileri matematiksel filtrelerden geçirilerek sadece istenilen bilgilerin olduğu yeni veri setleri elde edilir. Bir sayı serisini yeni bir sayı serisine dönüştüren dijital filtreler bilgisayar ortamındaki algoritmalarıdır. Bütün uygulamalar için kullanılan tek bir filtre yoktur. Bu işlem sayı serilerini değiştiren bir matematiksel dönüştürme işlemi olduğuna göre, sonsuz sayıda filtre düşünülebilir ve programlanabilir. Filtreleme sonucu ya detaylandırma, ya da düzgülleştirme sağlanabilir. Şekil 4'te [13] ataletsel profillemeye cihazıyla alınmış bir yolun değişik filtrelerden geçirildiği durumlar görülmektedir, her bir sonuç değişik bilgiler içermektedir.



Şekil 3. Filtrelenmiş yol profilleri [13], (a) Dipstick®, (b) ICC Laser (c) K.J. Law

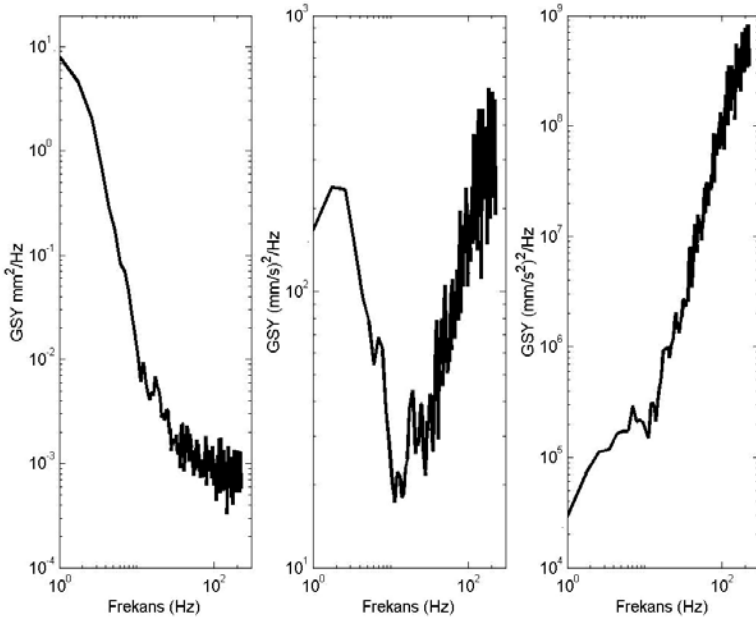


Şekil 4. Aynı yol profilinin değişik filtrelerden geçirilmiş durumları, [13]  
 (a) detaylandırma, 1 m taban genişliği, (b) detaylandırma 5 m taban genişliği, düzgünleştirme 1 m taban genişliği, (c) detaylandırma 25 m taban genişliği, düzgünleştirme 5 m taban genişliği



Modellemede GSY kullanılacağı için yol profilinin de mevcut halinden GSY haline dönüştürülmesi gerekir. Bunun için yol profilinin Fourier dönüşümü yapıldıktan sonra GSY hesaplanacaktır [6].

Yolların frekansı ile genliği arasındaki gerçek ilişki birbirinden farklıdır, fakat aralarında benzerlik vardır. Genel olarak artan frekansla birlikte genlik hızla düşer (Şekil 5.a). Bir profilin hız ve ivme GSY elde edilmek istendiğinde hız için bir, ivme için iki kez zamana göre türevi alınır. Her yol profilinin GSY birbirine benzediğine göre aynı durum hız ve ivme GSY'ları için de geçerlidir (Şekil 5.b,c).

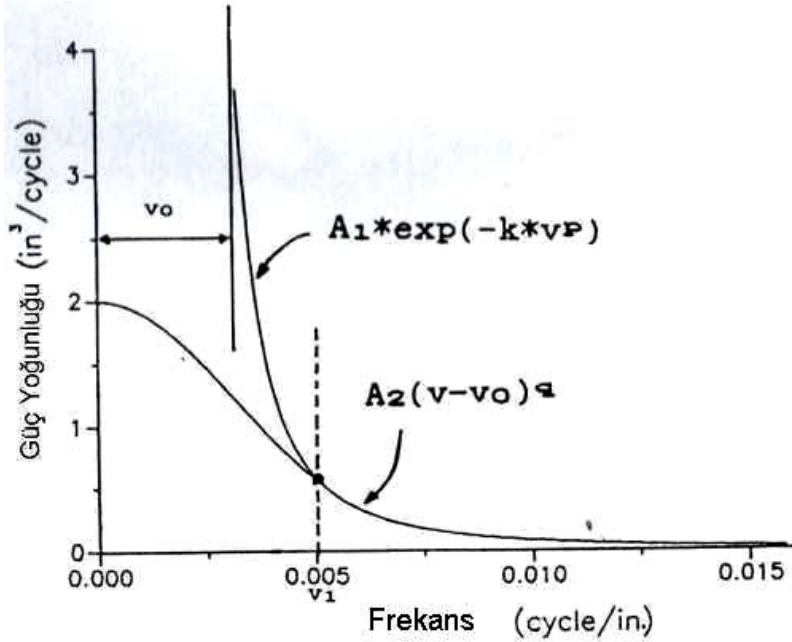


**Şekil 5.** Yol profilinin güç spektral yoğunlukları (80 km/sa sabit hız için)  
(a) yerdeğiştirme, (b) hız, (c) ivme

Yol profilinin GSY hesaplanırken römorkun hareket hızı sadece grafiklerin ölçeğini değiştirir, fakat grafiklerin temel şekli çok fazla değişmez [13]. Yol pürüzlülüğünün neden olduğu ivme giriş olarak alındığında römork hızının etkisi kolaylıkla görülebilir. Şekil 5'te görüldüğü gibi ivme GSY'nun genliği hızın karesiyle artmaktadır.

Yapılan yol profil ölçümlerinin ardından sabit hızda yol pürüzlülüğünün normal dağılım gösterdiği ve durağan bir gelişigüzel süreç olarak gösterilebileceği anlaşılmıştır. Buna göre deneysel ölçümlere yakın sonuçlar veren değişik formüller geliştirilmiş ve bu formüller birçok taşıt titreşim probleminde kullanılmıştır. Burada

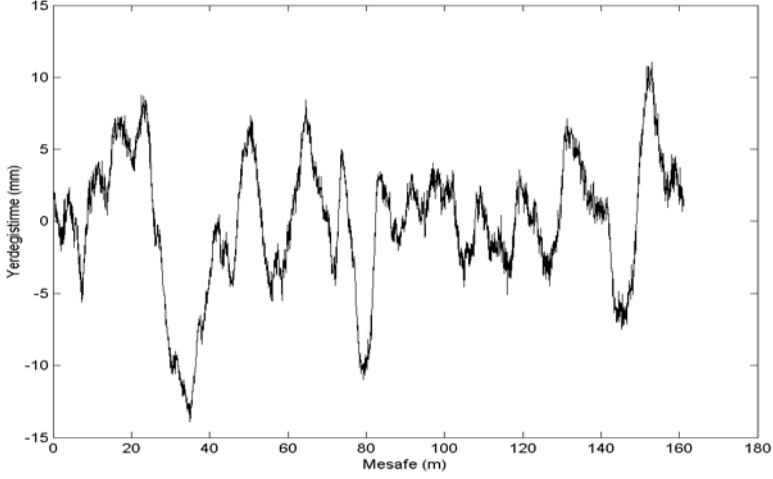
amaç genel bir ifade elde ederek analitik çalışmalarda işlem kolaylığı sağlamaktır. Yıllar içerisinde bu çalışmalar mükemmel doğru gitmiş ve günümüzde en fazla Marcondes vd.'nin [15] geliştirdiği ve yol profilinin GSY'nu tam olarak tanımlayan, özellikle yüksek dalga boyları için spektral ayrımın yeterli olduğu model, bu makaledeki çalışmada da kullanılmıştır. Bu modelde tipik yolun GSY iki kısma ayrılmış ve bu iki kısım ayrı ayrı modellenerek bu modeller birleştirilmiştir (Şekil 6).



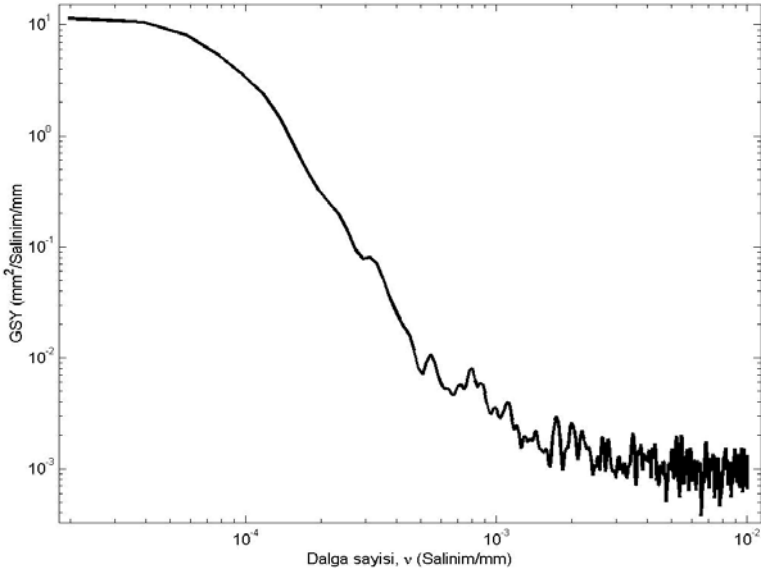
Şekil 6. Yol profili güç spektral yoğunluğunun analitik modeli [15]

#### 4. YOLUN RÖMORKA UYGULADIĞI STOKASTİK ZORLAMA

Bu çalışmada UMTRI'den elde edilen gerçek yol profili kullanılmıştır. Alınan ham verilerin, UMTRI'nin ABD Federal Karayolları Yönetimi (Federal Highway Administration-FHWA) için geliştirmiş olduğu RoadRuf® yol profili analiz programı ile yüksek geçirgen filtreden geçirilmiş hali Şekil 7'de görülmektedir. Bu makalede yalnızca yerdeğiştirme ile ilgilendiği için ticari yazılım MATLAB® yardımıyla bu yerdeğiştirme verisinin GSY Şekil 8'deki gibi elde edilmiştir. Bir önceki bölümde verilen modelleme kullanılarak bu GSY'na Şekil 9'da görülen iki adet eğri uydurulmuştur. Bu eğrileri tanımlayan fonksiyonlar aşağıdaki şekilde bulunmuştur.



Şekil 7. Yol profilinin yüksek geçirgen filtreden geçirilmiş hali

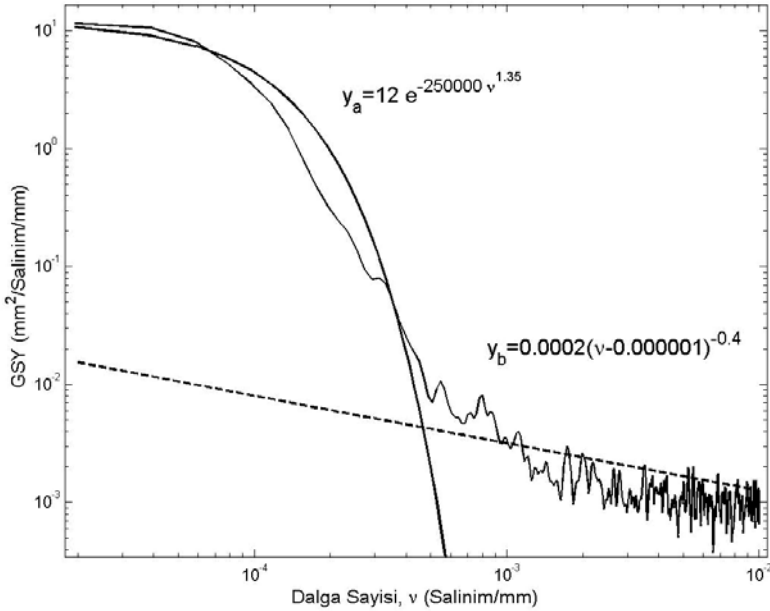


Şekil 8. Şekil 7'deki verinin güç spektral yoğunluğu.

$$y_a = 12 e^{-250000 v^{1.35}} \quad v \leq 4.65 \times 10^{-4} \quad (11)$$

$$y_b = 0.0002(v - 0.000001)^{-0.4} \quad v > 4.65 \times 10^{-4} \quad (12)$$

Şekil 9’da eğrilerin kesişme noktası  $4.65 \times 10^{-4}$  salınım/mm’dir. Bu ve bundan küçük değerler için Eşitlik 11 ve bu kesişme noktasından büyük değerler için Eşitlik 12 kullanılacaktır.



Şekil 9. Güç spektral yoğunluğuna uydurulan eğriler

Şekil 9’daki GSY,  $y_1(t)$  ve  $y_2(t)$  girdileri olarak tek taraflı GSY fonksiyonu şeklinde ifade edilmiştir.

## 5. YOL PÜRÜZLÜLÜĞÜNÜN NEDEN OLDUĞU GELİŞİGÜZEL TİTREŞİMLER

Römorkun titreşimleri incelenirken bu çalışmanın ilgi alanına giren iki önemli titreşim tipi mevcuttur. İlki en büyük dikey titreşimlerin oluşma durumudur. Bu durumda römork herhangi bir yuvarlanma yapmadan yalnızca dikey yönde salınım yapmaktadır. Diğer önemli titreşim tipi ise römork merkezi herhangi bir dikey titreşim yapmazken römorkun yuvarlanma yapma durumudur. Bu ikinci durumda yuvarlanma salınım açığı en büyük olacaktır.

### 5.1. En Büyük Dikey Titreşimler

Dikey yöndeki titreşimin en büyük değerini alabilmesi için römorkun her iki tekerleğinin maruz kaldığı zorlamanın tamamen korale olması gereklidir. Bu durumda korelasyon katsayısı

$$\rho_{y_1 y_2} = 1 \quad (13)$$

olmalıdır. Bu özel durum için Eşitlik 3 ve Eşitlik 4'teki  $H_{11}$  ve  $H_{12}$  birbirine eşit olacağından,

$$H_{11}^*(\omega)H_{11}(\omega) = H_{11}^*(\omega)H_{12}(\omega) = H_{12}^*(\omega)H_{11}(\omega) = H_{12}^*(\omega)H_{12}(\omega) \quad (14)$$

ve

$$S_{y_1 y_1}(\omega) = S_{y_1 y_2}(\omega) = S_{y_2 y_1}(\omega) = S_{y_2 y_2}(\omega) \quad (15)$$

olur. Dolayısıyla,  $S_{x_1}(\omega)$  aşağıdaki gibi elde edilir:

$$S_{x_1}(\omega) = 4H^*(\omega)H(\omega)S_y(\omega) \quad (16)$$

Hesaplamaları daha da kolaylaştırmak için bu istatistiksel işlemlerin “*dar bant*” olduğu kabul edilmiştir, yani römorkun rezonansa girdiği durumlarda çıkış spektrasının rezonans frekansının bölgesiyle sınırlı olduğu kabul edilmiştir.

Bu çalışmada römorkun dikey yönündeki ivmesinin taşınan yükler için kritik bir değer olan yerçekim ivmesini geçme ihtimali araştırıldığından  $x_1(t)$ 'nin varyansı hesaplanmalıdır. Bunun için kullanılacak ilk yaklaşım aşağıdaki gibi verilebilir [6]:

$$\sigma_{x_1}^2 = \left[ \begin{array}{l} W_y(f) \text{ in } f_n \text{ bölgesindeki} \\ \text{ortalama değeri} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} H(f) \text{ in en} \\ \text{büyük değeri} \end{array} \right]^2 [\text{Kalite bant genişliği}] \quad (17)$$

Burada,  $W_y(f)$  aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$W_y(f) = \frac{1}{V} \left( W_y \left( \frac{1}{\lambda} \right) \right) \quad (18)$$

Eşitlik 18’de verilen  $W_y \left( \frac{1}{\lambda} \right)$  yol yüzeyinin tek taraflı GSY’dur ve birimi  $\text{mm}^2/\text{salınım}/\text{mm}$ ’dir. Bu değer bu çalışmada kullanılan yol profili için bir önceki bölümde yolun gerçek GSY’na uydurulan eğrilerden, yani Eşitlik 11 ve Eşitlik 12’den doğrudan elde edilebilir.

Tabii frekansta frekans cevabının en büyük değeri (dar bant analizi kabulü ile, fakat işlemin geniş banda doğru kaydığı düşünülerek kalite bant genişliği  $\pi\zeta\omega_n$  alınmıştır) aşağıdaki şekilde bulunabilir [6]:

$$H(\omega_n)_{peak} = \frac{1}{4\zeta} \quad (19)$$

Sonuç olarak varyans

$$\sigma_{x_1}^2 \cong \left[ 4 \frac{W_y \left( \frac{1}{\lambda} \right)}{V} \right] \left[ \frac{1}{4\zeta} \right] [\zeta\pi f_n] \quad (20)$$

Şeklinde verilebilir. Görüldüğü gibi Eşitlik 20 römorkun hızına ve kütlesine (tabii frekans dolayısıyla) bağlıdır. Dolayısıyla römorkun hızı bu çalışmada bağımsız değişken gibi kabul edildiğinden ihtimal hesapları yalnızca römorkun farklı kütleleri için yapılmıştır.

Römorkun dikey yöndeki titreşimlerinin 1 g’yi geçme ihtimali [6]:

$$P(\ddot{x}_1 > 9.81) = 100e^{-9.81^2 / 2\sigma_x^2} \quad (21)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,  $\sigma_x^2$  aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_x^2 = \omega^4 \sigma_x^2 \quad (22)$$

Yukarıdaki hesaplamalarda her iki tekerin takip ettiği yol profillerinin korale olduğu varsayılmıştır. Korelasyonun olmayacağı durum için varyans yarıya inecektir [6]. Dolayısıyla,

$$P_{uc}(\ddot{x} > 9.81) = [P_c(\ddot{x} > 9.81)]^2$$

römorkun 1 g ivme değerini aşma ihtimalini verecektir.

## 5.2. En Büyük Yuvarlanma Titreşimleri

Yukarıdaki çalışmalar benzer şekilde en büyük yuvarlanma titreşimlerini bulmak için tekrarlanmıştır. Yuvarlanma titreşimlerinin (ağırlık merkezi etrafındaki salınımların) en büyük değerini alabilmesi için römorkun her iki tekerinin ilerlediği yol profillerinin negatif korale ( $\rho_{y_1 y_2} = -1$ ) olması gereklidir. Bu durumda daha önce kullanılan yaklaşımla,

$$S_{x_2}(\omega) = 4H^*(\omega)H(\omega)S_y(\omega) \quad (24)$$

elde edilir. Yine dar bant analizi kabul edilir ise (kalite bant genişliği  $\pi\zeta\omega_n$  alınmıştır) tabii frekansta frekans cevabının en büyük değeri aşağıdaki şekilde bulunabilir [6]:

$$H(\omega_n)_{peak} = \frac{1}{\zeta\ell} \quad (25)$$

Sonuç olarak varyans

$$\sigma_{x_2}^2 \cong \left[ \frac{\ell}{2} \right]^2 \left[ 4 \frac{W_y \left( \frac{1}{\lambda} \right)}{V} \right] \left[ \frac{1}{\zeta\ell} \right] [\zeta\pi f_n] \quad (26)$$

şeklinde verilebilir. Görüldüğü gibi Eşitlik 26 römorkun hızına ve atalet momentine (tabii frekanstan dolayı) bağlıdır. Dolayısıyla bu çalışmada atalet momentlerindeki değişimin etkisi incelenmiştir. Fakat bu eşitlikte yalnızca yuvarlanmanın varyansı incelenmektedir. Diğer taraftan bu yuvarlanmanın tekerler üzerine karşılık gelen noktalarda (kütle merkezinden  $\ell/2$  uzaklıkta) neden olacağı dikey titreşimlerin varyansı

$$\sigma_{x_2'}^2 = \sigma_{x_2}^2 \frac{\ell^2}{4} \quad (27)$$

olacaktır.

Römorkun yuvarlanma titreşimlerinden dolayı römorkun her iki tekerinin üzerine gelen noktalardaki salınımların 1 g'yi geçme ihtimali (Eşitlik 27 dikkate alınarak),

$$P(\ddot{x}'_2 > 9.81) = 100e^{-9.81^2 / 2\sigma_{\ddot{x}'_2}^2} \quad (28)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\sigma_{\ddot{x}'_2}^2$  aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_{\ddot{x}'_2}^2 = \omega^4 \sigma_{x_2}^2 \quad (29)$$

Yukarıdaki hesaplamalarda her iki tekerin takip ettiği yol profillerinin negatif korale olduğu varsayılmıştı. Korelasyonun olmayacağı durum için varyans yarıya inecektir, dolayısıyla

$$P_{uc}(\ddot{x} > 9.81) = [P_c(\ddot{x} > 9.81)]^2 \quad (30)$$

römorkun tekerlek üzerine karşılık gelen noktalarının 1 g ivme değerini aşma ihtimalini verecektir.

## 6. UYGULAMA VE TARTIŞMA

Aracın ve dolayısıyla römorkun hızı 10-80 km/sa ve römorkun kütlesinin de 50 ila 250 kg arasında değiştiği kabul edilerek MATLAB® [16] yazılımı yardımıyla bir program geliştirilmiştir. Program sonuçlarının dikey yöndeki titreşimler için olanı Şekil 10'da verilmiştir.

Şekil 10'da görüldüğü gibi kütle artması ile sistem daha kararlı bir hale gelip römorkun üzerindeki yükün 1 g'yi geçme (yükün zarar görme) ihtimali düşmektedir. Bütün kütleler için yaklaşık 40 km/sa hıza kadar herhangi bir zarar ihtimali olmamakla birlikte bu noktadan sonra bir ayırım söz konusudur. Kütle 50 kg olması durumunda hız 40 km/sa'yi geçtikten sonra hızlı (eksponansiyel) bir şekilde ihtimal artmakta ve 60 km/sa hıza çıkıldığında ihtimal yaklaşık %35'e yükselmektedir ki bu oldukça yüksek bir ihtimaldir. Fakat aracın daha yüksek hızlara (80 km/sa) çıkması durumunda yükün zarar görme ihtimali (%55 civarı) kabul edilemeyecek kadar yükselmektedir.

Kütle artışıyla birlikte yükün zarar görme ihtimali hızla düşmekte ve örneğin 150 kg'lık bir kütle için 80 km/sa hızla giden römorkta yükün zarar görme ihtimali %8 gibi oldukça düşük bir seviyede kalmaktadır. Kütle daha da artırılması ihtimali %1'ler seviyesine düşürmektedir.

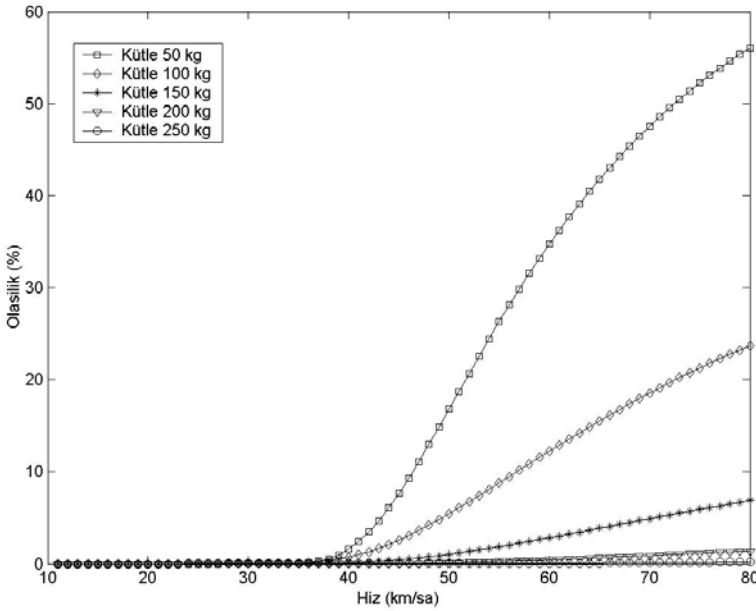
Modelleme sonucunda elde edilen bu durum fiziki olarak karşılaşılan durumla da uyum içerisindedir. Çünkü kütle düşük olması durumunda düşük hızlarda araca gelen gelişigüzel zorlamalar neticesinde oluşan ivmelenme kütleli hareket



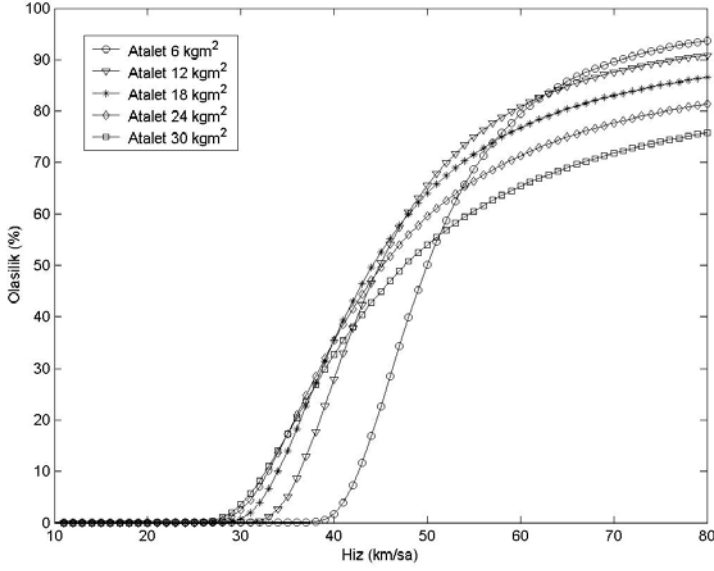
ettiremezken yüksek hızlarda oluşan kuvvetler kütle ile römorkun fiziki temasını ortadan kaldırmaktadır. Diğer taraftan kütle arttıkça aynı durum daha yüksek hızlar için geçerli olmaktadır.

Aynı düşünce tarzı yuvarlanma titreşimlerinin teker üzerinde oluşturduğu dikey titreşimler için uygulanacak olursa benzer bir ihtimal çıkması beklenirken Şekil 11’de görüldüğü gibi biraz farklı sonuçlar elde edilmektedir. Bunun temel nedeni açıl salınımların uç noktalarda yüksek hız ve ivmelere neden olmasıdır [3,17]. Dolayısıyla yükün güvenli taşınabilmesi için iki teker ortasına yerleştirilmesi daha uygun olacaktır.

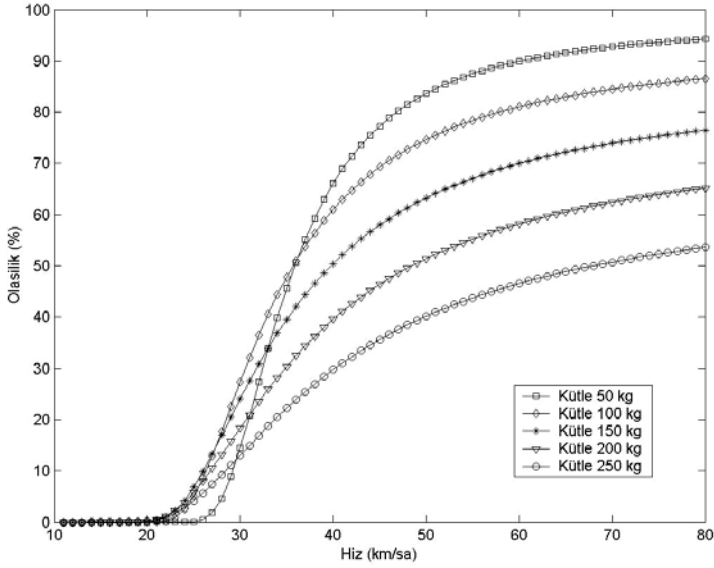
Şekil 10 ve Şekil 11’de verilen ihtimal hesapları mevcut ABD otoyolları için yapılmıştır. Ülkemizdeki yollar ise daha pürüzlü ve düzensizdir. Gillespie’in [5] belirttiği gibi yolların daha pürüzlü olması sadece GSY’nu yukarı ve sola öteleyeceğinden aynı ihtimal hesapları 10 kat daha pürüzlü yol için tekrarlanmış ve Şekil 12’de römork merkezinin dikey titreşimleri ve Şekil 13’te de açıl salınımlardan dolayı her iki teker üzerindeki dikey titreşimlerin 1 g’yi geçme ihtimali verilmiştir. Görüldüğü gibi ihtimaller daha düşük hızlarda daha yüksek değerlere ulaşmanın dışında Şekil 10 ve Şekil 11’de elde edilen ihtimallerden önemli bir farklılık göstermemektedir.



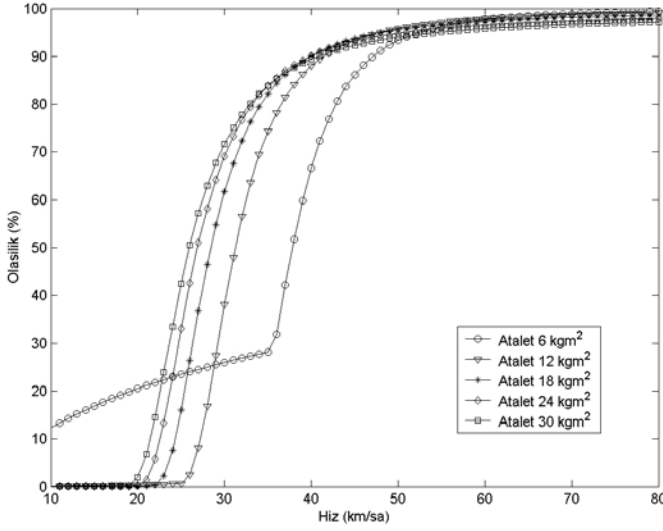
Şekil 10. Dikey titreşimler için 1 g’yi aşma ihtimalleri



Şekil 11. Yuvarlanma titreşimlerinin teker üzerinde oluşturduğu dike titreşimler için 1 g'yi aşma ihtimalleri



Şekil 12. Pürüzlü yol için dike titreşimlerin 1 g'yi aşma ihtimalleri



**Şekil 13.** Pürüzlü yol için yuvarlanma titreşimlerinin teker üzerinde oluşturduğu dikey titreşimlerin 1 g'yi aşma ihtimalleri

Görüldüğü gibi pürüzlülük arttıkça GSY'na benzer bir şekilde ihtimaller de sola ve yukarı doğru ötelemektedir. Yani yükün zarar görme ihtimali daha düşük hızlarda ve daha yüksek bir seviyededir. Yapılan incelemede Şekil 8'de görülen GSY'nun 80 km/sa sabit hız için olan görüntüsünün verilmiş olmasına rağmen, hesaplamalarda her hız değeri için yeni bir GSY çizilmektedir. Diğer taraftan kütle (dolayısıyla ataletin) değiştirilmesi durumunda  $\omega_n$  ve  $\zeta$  değişmektedir. Bu sebeple Şekil 10-13'deki küçük kütle ve ataletten büyük kütle ve atalet geçişlerinde kesişmelerin nedenleri tam olarak tespit edilememesine rağmen, bunların  $\omega_n$  ve  $\zeta$  değerlerindeki değişimlerin GSY ile değişik noktalardaki etkileşimlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Diğer yandan Şekil 10 ile Şekil 12 ve Şekil 11 ile Şekil 13 arasındaki fark yol pürüzlülüğünün artırılmasıdır. Yani hem  $\omega_n$ 'lerde hem de  $\zeta$ 'larda herhangi bir değişim söz konusu değildir. Buna rağmen Şekil 13'teki göze batan değişimin nedeninin de yine aynı sebeple zorlama frekansının ve genişliğinin artması olduğu düşünülmektedir. İvme cevabının frekansın karesi ile olan ilişkisinin de etken olabileceği göz ardı edilmemelidir.

## 7. SONUÇLAR

Bu makalede kütle merkezinin dikey yöndeki ve yuvarlanma salınımlarının tekerlek üzerinde neden olduğu dikey yöndeki titreşimlerin yüke zarar verme ihtimali araştırılmıştır. Şayet her iki teker tam korale olur ise yuvarlanma meydana gelmeyecektir, benzer şekilde tam negatif korale olursa kütle merkezinde dikey titreşim meydana gelmeyecektir.

Römork mümkün olduğunca ağır yapılmalıdır, öte yandan römorkun taşıyacağı yükün en büyük olabilmesi için de boş römorkun mümkün olduğunca hafif olması gereklidir. Yapılan araştırma göstermiştir ki bunun en iyi değeri bu çalışmada seçilen parametre değerleri için yaklaşık 150 kg'dır. Diğer tasarımlar için mutlaka bu optimum değer tasarım parametreleri dikkate alınarak araştırılmalıdır.

Araştırmanın diğer bir bulgusu ise taşınacak yükün mümkün oldukça römorkun kütle merkezine yakın bir noktaya konularak zarar görme ihtimalinin en aza indirilebileceğidir.

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama	Birim
$c$	Süspansiyon sönüm sabiti	Ns/m
$f$	Frekans	Hz
$H$	Frekans cevabı	
$H^*$	Frekans cevabının kompleks eşleniği	
$I_G$	Römorkun atalet momenti	kg m <sup>2</sup>
$k$	Süspansiyon yay sabiti	N/m
$\ell$	Römork iz genişliği	m
$m$	Römork kütlesi	kg
$P(.)$	İhtimal	
$S$	Güç spektral yoğunluğu	m <sup>2</sup> /Salınım/m
$W$	Tek taraflı güç spektral yoğunluğu	m <sup>2</sup> /Salınım/m
$x$	Römorkun cevabı	m
$y$	Yol zorlaması	m
$\zeta$	Sönüm oranı	
$\lambda$	Dalga boyu	m
$\nu$	Dalga sayısı	Salınım/m
$\rho$	Korelasyon katsayısı	
$\sigma$	Varyans	
$\omega_n$	Tabii frekans	rad./s

Kısaltmalar	Açıklama
GSY	Güç Spektral Yoğunluğu

**KAYNAKLAR**

1. Mitschke, M., 1962, "Influence of Road and Vehicle Dimensions on the Amplitude of Body Motions and Dynamic Wheel Loads (Theoretical and Experimental Vibration Investigations)", **SAE Transactions**, 70, 434-447.
2. Elbeheiry, E.M., Karnopp, D.C., Elaraby, M.E. ve Abdelraaouf, A.M., 1995, "Advanced Ground Vehicle Suspension System- a Classified Bibliography", **Vehicle System Dynamics**, 24, 231-258.
3. Sharp, R.S. ve Crolla, D.A., 1987, "Road Vehicle Suspension System Design- a Review", **Vehicle System Dynamics**, 16, 167-192.
4. Hrovat, D., 1993, "Applications of Optimal Control to Advanced Automotive Suspension Design", **Journal of Dynamic System, Measurement, and Control**, 115, 328-342.
5. Gillespie, T.D., 1992, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, **SAE**, USA.
6. Newland, D.E., 1997, *An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*, **Longman**, UK.
7. Sayers, M.W. ve Karamihas, S.M., 1996, Interpretation of Road Roughness Profile Data, **University of Michigan Transportation Research Institute Report 96-19**, Michigan, USA.
8. Sayers, M.W. ve Karamihas, S.M., 1998, The Little Book of Profiling, **University of Michigan Transportation Research Institute ders notları**, Michigan, USA.
9. Segel, L., 1993, "An Overview of Development in Road Vehicle Dynamics: Past, Present and Future", **Proc. IMechE Conference on Vehicle ride and handling**, 1-12.
10. Crolla, D.A., 1996, "Vehicle Dynamics- Theory Into Practice", **Proc. ImechE Automobile Division**, 210, 83-94.
11. Crandall, S.H. ve Mark, W.D., 1963, *Random Vibration in Mechanical Systems*, **Academic Press**, USA.
12. Healey, A.J., Nathman, E. ve Smith, C.C., 1977, "An Analytical and Experimental Study of Automobile Dynamics with Random Roadway Inputs", **J. of Dynamic System, Measurement, and Control**, Dec 1977, 284-292.
13. Karaçay, T., Taşıtın Sürüş Karakteristiğinin Durağan Olmayan İstatistiksel Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2001.
14. University of Michigan Transportation Research Institute World Wide Web sitesi, [www.umtri.umich.edu](http://www.umtri.umich.edu), **University of Michigan, Ann Arbor**.
15. Marcondes, J.A., Burgess, G.J., Harichandran, R. ve Snyder, M.B., 1991, "Spectral Analysis of Highway Pavement Roughness", **Journal of Transportation Engineering**, 117, 5, 540-549.
16. The Mathworks Inc., 2000, *Matlab 6 User Guide*, **The Mathworks Inc.**, USA.
17. Ruf, G., 1978, "The Calculation of the Vibrations of a Four-Wheeled Vehicle, Induced By Random Road Roughness of the Left and Right Track", **Vehicle System Dynamics**, 7, 1-23.