

ÜNİFORM OLMAYAN İÇ ISI ÜRETİMİ ETKİSİNDE UÇLARI SABİT BİR SİLİNDİRDE ELASTİK-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Müfit GÜLGEÇ

Makina Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi,
Maltepe, 06570 ANKARA mgulgec@gazi.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, uçları sabit bir silindirde üniform olmayan iç ısı üretimi nedeniyle oluşan elastik-plastik gerilme dağılımları incelenmiştir. Üniform olmayan iç ısı üretim miktarı $q'''(r)$, silindirin yarıçapının fonksiyonu olarak $q'''(r) = q_0'''[1 - n(r/b)^s]$ şeklinde alınmıştır. Bu ifadede q_0''' , n ve s sabit katsayılardır. Analiz, Tresca akma şartı ve yardımcı akış kuralına dayanmaktadır. Analize göre iç ısı üretimi miktarı artırıldığında silindir içerisinde üç farklı plastik bölge oluşmaktadır. Çalışmada üniform olmayan iç ısı üretimi için sayısal sonuçlar elde edilip, üniform iç ısı üretimi durumu ile karşılaştırma yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Üniform olmayan iç ısı kaynağı, içi dolu silindir, Tresca akma şartı

ELASTIC-PLASTIC STRESS ANALYSIS OF A FIXED-END CYLINDER SUBJECTED TO NON-UNIFORM HEAT SOURCE

ABSTRACT

The elastic-plastic stress distribution of a solid cylinder with fixed-ends subjected to non-uniform heat source is investigated in this study. The nonuniform heat generation rate $q'''(r)$ is taken to be a function of the radial position in the form $q'''(r) = q_0'''[1 - n(r/b)^s]$, where b denotes radius of the cylinder; q_0''' , n and s are constants. The analysis is based on Tresca's yield condition and the associated flow rule. According to this analysis, three different plastic regions occur. The solution is illustrated by numerical results and is compared with uniform heat generation case.

Keywords: Non-uniform heat source, solid cylinder, Tresca's yield condition

1. GİRİŞ

Üniform olmayan sıcaklık dağılımının etkisi altındaki cisimlerde oluşan termal gerilmeler ile pek çok mühendislik tasarımında karşılaşılmaktadır. Geniş uygulama alanına örnek olarak nükleer füzyonla iç ısı enerjisinin üretildiği nükleer yakıt elemanları verilebilir. Mühendislikteki önemi nedeniyle içi boş ve dolu silindirik çubukların farklı uç şartları ve farklı sıcaklık dağılımı etkisindeki elastik-plastik gerilme analizi pek çok bilimsel çalışmanın konusu olmuştur. Bu çalışma ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

Orçan [1] çalışmasında, uçları serbest, üniform iç ısı üretimi etkisindeki bir silindir için elastik-plastik gerilme dağılımlarını belirlemiştir. Uçları serbest ve sabit tüplerdeki iç ısı üretimi nedeniyle oluşan elastik-plastik gerilme dağılımları Gülgeç ve Orçan [2,3] tarafından incelenmiştir. Bu iki çalışmada tüpün akma dayanımı sıcaklığın lineer fonksiyonu olarak alınmış diğer malzeme özelliklerinin ise sıcaklık nedeniyle değişmediği varsayılmıştır. Uçları sabit, üniform iç ısı üretimi etkisindeki bir silindirde elastik plastik gerilme analizi Gülgeç [4] tarafından yapılmış, bu çalışmada da akma dayanımı sıcaklığın lineer fonksiyonu olarak alınmıştır.

Bu çalışmada ise uçları sabit, içerisinde üniform olmayan iç ısı üretimi olan bir silindir için elastik-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çalışmanın amacı üniform olmayan iç ısı üretiminin akmaya, gerilme, plastik birim şekil değiştirme ve radyal deplasman dağılımına olan etkisini incelemektir. Üniform olmayan iç ısı üretim miktarı $q'''(r)$, silindirin yarıçapının fonksiyonu olarak $q'''(r) = q_0''' [1 - n(r/b)^s]$ şeklinde alınmıştır. Bu fonksiyonda, n ve s katsayıları değiştirilerek farklı iç ısı üretim durumları elde edilebilir. Örneğin $n=0$ olarak alındığında üniform iç ısı üretimi, $n=1$, $s=1$ alındığında silindirin merkezinden dışına doğru lineer olarak azalan iç ısı üretimi ve $n=1$, $s=2$ alındığında ise silindirin merkezinden dışına doğru parabolik olarak azalan iç ısı üretimi elde edilebilir.

2. TEMEL DENKLEMLER

$T(r)$ sıcaklık dağılımı etkisinde uçları sabit ($\varepsilon_z = 0$) bir silindirik çubuk için elastik deplasman ve gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir [4].

$$u = -\frac{(1+\nu)C_2}{E} \frac{1}{r} + \left[\alpha \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \theta - T \right) + \frac{1}{2E} (1+\nu)(1-2\nu)C_1 \right] r \quad (1)$$

$$\sigma_r = -\frac{E\alpha}{1-\nu} \theta + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E\alpha}{1-\nu}(\theta - T) + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} \quad (3)$$

$$\sigma_z = -\frac{E\alpha}{1-\nu}T + \nu C_1 \quad (4)$$

Bu ifadelerde $\theta := \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr$ olarak tanımlanmıştır. C_1 ve C_2 integral sabitleri radyal deplasmanın silindir ekseninde sonlu olması ve silindirin dış yüzeyinde ($r = b$) σ_r 'nin sıfır olması şartları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$C_1 = \frac{2E\alpha}{1-\nu}\theta(b), \quad C_2 = 0 \quad (5)$$

C_1 ifadesinde $\theta := \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr$ olarak tanımlanmıştır. Bu çalışmada üniform olmayan iç ısı üretimi miktarı $q'''(r)$, silindirin ekseninden olan uzaklığın (r) fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi alınmıştır:

$$q'''(r) = q_0''' \left[1 - n \left(\frac{r}{b} \right)^s \right] \quad (6)$$

Bu ifadede q_0''' silindir sentroid eksenindeki iç ısı üretim miktarını, b silindirin yarıçapını göstermekte olup, n ve s sabit katsayılardır. İç ısı üretimi etkisinde tek boyutlu kararlı ısı akışı

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT(r)}{dr} \right] + \frac{q'''(r)}{\lambda} = 0 \quad (7)$$

denklemi ile verilir [5]. $r = 0$ 'da $dT(r)/dr = 0$ ve $r = b$ 'de $T(r) = 0$ sınır şartları kullanılarak, kararlı sıcaklık dağılımı

$$T(r) = \frac{q_0''' b^2}{4\lambda} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 - \frac{4n}{(s+2)^2} \left[1 - \left(\frac{r}{b} \right)^{s+2} \right] \right\} \quad (8)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadede λ ısı iletim katsayısıdır. (5) ile verilen C_1 ve C_2 integral sabitleri ve yukarıda verilen sıcaklık dağılımı denklemi, (1)-(4)'te yerine konularak, elastik durum için radyal deplasman ve gerilme ifadeleri elde edilir. Silindir içerisindeki iç ısı üretim miktarı artırdıkça silindir içerisindeki

sıcaklıkta artacak ve $q''' = q_1'''$ olduğunda silindirin ekseninde akma başlayacaktır. Bu iç ısı üretimi değerinde silindirin ekseninde gerilmeler $\sigma_r = \sigma_\theta > \sigma_z$ eşitsizliğini sağlar. Tresca akma kriterine göre

$$\sigma_\theta(0) - \sigma_z(0) = \sigma_r(0) - \sigma_z(0) = \sigma_0 \quad (9)$$

şartı sağlandığında silindirin merkezinde akma başlar. Elde edilen elastik gerilme ifadeleri (9) denkleminde yerine yazılırsa silindirin merkezinde akmanın başlamasına neden olan iç ısı üretimi miktarı

$$\bar{q}_1''' = \frac{16(1-\nu)(s+2)^2(s+4)}{(3-2\nu)(s+2)^2(s+4) + 16n[(1-2\nu) - (1-\nu)(s+4)]} \quad (10)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadede silindirin ekseninde akmaya neden olan boyutsuz iç ısı üretimi miktarı \bar{q}_1''' (boyutsuz yük parametresi) $\bar{q}_1''' = E\alpha q_1''' b^2 / \sigma_0 \lambda$ olarak tanımlanmıştır. İç ısı üretimi miktarının sabit olması durumunda ($n = 0$) akma

$$\bar{q}_1''' = \frac{16(1-\nu)}{(3-2\nu)} \quad (11)$$

değerinde başlamakta $n > 0$ olduğunda ise akma (11) ile verilen yük parametresinden daha büyük yük parametrelerinde başlamaktadır. Boyutsuz yük parametresi \bar{q}_1''' 'den daha yüksek bir değere arttırıldığında silindir ekseninde bir başka plastik bölge daha oluşmakta, yük parametresi daha da arttırıldığında silindirin yüzeyinde üçüncü plastik bölge meydana gelmektedir. Aşağıda bu plastik bölgeler için gerilme, radyal deplasman ve plastik birim şekil değiştirme ifadeleri elde edilecektir.

Plastik Bölge I : $0 \leq r < r_1$

Bu plastik bölgede, Tresca akma şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_0(1 - \beta T), \quad \sigma_\theta - \sigma_z = \sigma_0(1 - \beta T). \quad (12)$$

Denge denklemi ve akma şartı kullanılarak gerilme bileşenleri

$$\sigma_\theta = \sigma_r = C_3 \quad (13)$$

$$\sigma_z = C_3 - \sigma_0(1 - \beta T) \quad (14)$$

şeklinde bulunabilir. Plastik sıkıştırılmazlık şartı kullanılarak, toplam birim şekil değiştirme bileşenleri elastik, plastik ve termal bileşenlerinin toplamı şeklinde yazılırsa radyal deplasman cinsinden aşağıdaki diferansiyel denklem yazılabilir;

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = \frac{(1-2\nu)}{E} [3C_3 - \sigma_0] + 3\alpha T \quad (15)$$

Bu diferansiyel denklemin genel çözümü

$$Eu = \frac{1}{2}(1-2\nu)[3C_3 - \sigma_0]r + \frac{C_4}{r} + 3E\alpha\theta r \quad (16)$$

olup, toplam birim şekil değiştirme ifadelerinden elastik ve termal birim şekil değiştirme bileşenlerini çıkararak plastik birim şekil değiştirme ifadeleri

$$E\varepsilon_r^p = \frac{1}{2}[(1-2\nu)C_3 - \sigma_0] - E\alpha(3\theta - 2T) \quad (17)$$

$$E\varepsilon_\theta^p = \frac{1}{2}[(1-2\nu)C_3 - \sigma_0] + E\alpha(3\theta - 2T) \quad (18)$$

$$E\varepsilon_z^p = -[(1-2\nu)C_3 - \sigma_0] - E\alpha T \quad (19)$$

şeklinde elde edilebilir.

Plastik Bölge II : $r_1 < r < r_2$

Bu bölgede $\sigma_z < \sigma_r < \sigma_\theta$ eşitsizliğinden dolayı Tresca akma şartı

$$\sigma_\theta - \sigma_z = \sigma_0 \quad (20)$$

şeklinde yazılabilir. Akma şartı ile yardımcı akış kuralı birlikte değerlendirildiğinde, plastik birim şekil değiştirme bileşenleri arasında aşağıdaki bağımlılar elde edilebilir;

$$d\varepsilon_\theta^p / d\varepsilon_z^p = -1 \quad d\varepsilon_r^p = 0 \quad (21)$$

$\varepsilon_r = d(r\varepsilon_\theta) / dr$ uygunluk denkleminde ε_r ve ε_θ birim şekil değiştirme ifadelerinin gerilmeler cinsinden karşılıkları yazılarak, (20) akma şartı ve denge denklemi kullanılırsa σ_θ için aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilebilir;

$$r^2 \frac{d^2\sigma_\theta}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_\theta}{dr} + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)}\sigma_\theta = \frac{1}{2(1-\nu)} \left[\sigma_0 - E\alpha \left(T + 5r \frac{dT}{dr} + 2r^2 \frac{d^2T}{dr^2} \right) \right] \quad (22)$$

Bu denklemin çözümü

$$\sigma_\theta = C_5 r^{-1+M} + C_6 r^{-1-M} + \frac{E\alpha}{4(1-\nu)} [(1-2M)\theta_1 + (1+2M)\theta_2 - 4T] + \frac{\sigma_0}{(1-2\nu)} \quad (23)$$

olarak bulunabilir. Bu denklemde, $\theta_1 := r^{-1+M} \int Tr^{-M} dr$, $\theta_2 := r^{-1-M} \int Tr^M dr$, $M^2 := \frac{1}{2(1-\nu)}$ olarak tanımlanmıştır.

σ_θ teğetsel gerilme bileşeni bulunduğundan sonra, denge denklemi ve akma şartı kullanılarak σ_z ve σ_r aşağıdaki gibi bulunabilir;

$$\sigma_r = \frac{1}{M} \left\{ C_5 r^{-1+M} + C_6 r^{-1-M} + \frac{E\alpha}{4(1-\nu)} [(1-2M)\theta_1 - (1+2M)\theta_2] + \frac{\sigma_0}{(1-2\nu)} \right\} \quad (24)$$

$$\sigma_z = C_5 r^{-1+M} + C_6 r^{-1-M} + \frac{E\alpha}{4(1-\nu)} [(1-2M)\theta_1 + (1+2M)\theta_2 - 4T] + \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \sigma_0 \quad (25)$$

Daha sonra radyal deplasman ve plastik birim şekil değiştirme bileşenleri

$$Eu = 2 \left\{ \left(1 - \nu - \frac{\nu}{M} \right) \left[C_5 r^M + \frac{1-2M}{4(1-\nu)} E\alpha\theta_1 r \right] + \left(1 - \nu + \frac{\nu}{M} \right) \left[C_6 r^{-M} + \frac{1+2M}{4(1-\nu)} E\alpha\theta_2 r \right] (1 + \nu)\sigma_0 r \right\} \quad (26)$$

$$E\varepsilon_\theta^p = -E\varepsilon_z^p = \left(1 - \nu - \frac{\nu}{M} \right) \left[C_5 r^{-1+M} + \frac{1-2M}{4(1-\nu)} E\alpha\theta_1 \right] + \left(1 - \nu + \frac{\nu}{M} \right) \left[C_6 r^{-1-M} + \frac{1+2M}{4(1-\nu)} E\alpha\theta_2 \right] \quad (27)$$

olarak elde edilebilir.

Plastik Bölge III : $r_3 \leq r < b$

Silindirin dışında oluşan bu plastik bölgede gerilme bileşenleri $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$ eşitsizliğini sağlar ve Tresca akma şartı

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \sigma_0 \quad (28)$$

şeklinde yazılabilir. Denge denklemi integre edilirse radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_r = \sigma_0 \ln r + C_7, \quad (29)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0(1 + \ln r) + C_7. \quad (30)$$

Akış kuralından plastik birim şekil değiştirme bileşenleri arasında

$$d\varepsilon_r^p / d\varepsilon_\theta^p = -1 \quad d\varepsilon_z^p = 0 \quad (31)$$

bağıntıları bulunabilir. $\varepsilon_z^e = 0$ olduğu da dikkate alınarak aksel gerilme bileşeni bulunabilir.

$$\sigma_z = \nu[\sigma_0(1 + 2 \ln r) + 2C_7] - E\alpha T \quad (32)$$

Birim şekil değiştirme bileşenlerini elastik, plastik ve termal bileşenlerinin toplamı olarak yazmak mümkündür. Bu işlemi radyal ve teğetsel birim şekil değiştirme ifadeleri için yapacak olursak, radyal ve teğetsel birim şekil değiştirme bileşenlerinin toplamında sadece elastik ve termal bileşenler kalacaktır. Bu yaklaşımla ve (29,30,32) denklemlerinin yardımıyla deplasman cinsinden aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilebilir.

$$E\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right) = (1 + \nu)\{(1 - 2\nu)[\sigma_0(2 \ln r + 1) + 2C_7] + 2E\alpha T\} \quad (33)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü

$$Eu = (1 + \nu)\{(1 - 2\nu)[\sigma_0 \ln r + C_7] + 2E\alpha\theta\}r + \frac{C_8}{r} \quad (34)$$

şeklinde elde edilir. Plastik birim şekil değiştirmeler ise

$$E\varepsilon_r^p = -\varepsilon_\theta^p = (1 + \nu)[(1 - \nu)\sigma_0 + E\alpha T(T - 2\theta)] - \frac{C_8}{r^2} \quad (35)$$

olarak bulunabilir.

3. BİRİNCİ AŞAMA PLASTİK DEFORMASYON

Birinci aşama plastik deformasyonda silindirin merkezinde iki farklı plastik bölge ve plastik bölgelerin dışında ise elastik bölge bulunmaktadır.. Daha önce 1. plastik, 2. plastik ve elastik bölgeler için elde edilen gerilme, plastik birim şekil değiştirme ve deplasman ifadelerine bakılacak olursa, bu ifadelerin $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$. integral sabitlerini içerdiği anlaşılabilir. Bunlara ek olarak 1. plastik ile 2. plastik bölgeyi ayıran r_1 elastik-plastik yarıçapı ve 2. plastik bölge ile elastik bölgeyi ayıran r_2 elastik-plastik yarıçapı problemin diğer bilinmeyenleridir. Problemin toplam sekiz bilinmeyenini belirlemek için sekiz sınır ve süreklilik şartının yazılması gereklidir. Silindir ekseninde deplasmanın sonlu olması şartı kullanılarak C_4 sıfır olarak bulunur. Diğer beş integral sabiti için şu sınır ve süreklilik şartları kullanılır:

$r = r_1$ 'de σ_r , σ_θ sürekli olmalı, $r = r_1$ 'de $\varepsilon_r^p = 0$ olmalı, $r = r_2$ 'de $(\varepsilon_\theta^p)' = 0$ olmalı ve silindirin dış yüzeyinde ($r = b$), σ_r sıfır olmalıdır. Bu sınır ve süreklilik şartları kullanılarak integral sabitleri aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$C_3 = \frac{1}{(1-2\nu)} \{2E\alpha[3\theta(r_1) - 2T(r_1)] + \sigma_0\} \quad (36)$$

$$C_5 = \frac{1}{2(1-2\nu)} r_1^{1-M} \left[6(1+M)E\alpha\theta(r_1) + \frac{(4M\nu - 4M + 2\nu - 3)}{(1-\nu)} E\alpha T(r_1) \right] \quad (37)$$

$$C_6 = \frac{1}{2(1-2\nu)} r_1^{1+M} \left[6(1-M)E\alpha\theta(r_1) - \frac{(4M\nu - 4M - 2\nu + 3)}{(1-\nu)} E\alpha T(r_1) \right] \quad (38)$$

$$C_1 = \frac{2}{\left[(1-2\nu) \frac{r_2^2}{b^2} + 1 \right]} \left[\frac{E\alpha\theta(r_2, b)}{(1-\nu)} - \frac{\sigma_0}{(1-2\nu)} \right] + \frac{2\sigma_0}{(1-2\nu)} \quad (39)$$

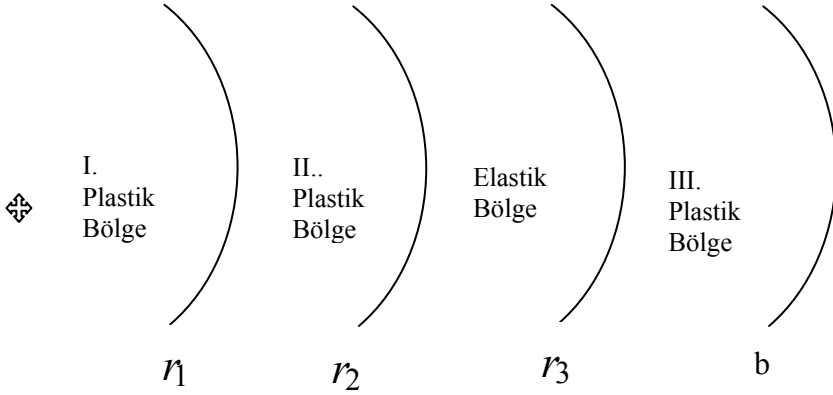
$$C_2 = \frac{r_2^2}{\left[(1-2\nu) \frac{r_2^2}{b^2} + 1 \right]} \left[\frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} E\alpha\theta(r_2, b) - \sigma_0 \right] \quad (40)$$

Bu ifadelerde $\theta(r_2, b) = \frac{1}{b^2} \int_{r_2}^b T r dr$ olarak tanımlanmıştır. r_1 ve r_2 elastik-plastik

yarıçapları ise $\sigma_\theta(r_2) - \sigma_z(r_2) = \sigma_0$ ve $\sigma_r^e(r_2) = \sigma_r^H(r_2)$ sınır şartları kullanılarak elde edilen denklemlerin sayısal çözümü ile elde edilir. Yük parametresinin daha fazla artırılması ile birlikte plastik bölgeler dışa doğru ilerler ve $\bar{q}''' = \bar{q}_2'''$ olduğunda silindirin dış yüzeyinde üçüncü plastik bölge oluşur.

4. İKİNCİ AŞAMA PLASTİK DEFORMASYON

Silindirin dış yüzeyinde üçüncü plastik bölgenin oluşumu ile ikinci aşama plastik deformasyon başlamış olur. Bu aşamada silindirin merkezinde iki plastik bölge, arada elastik bölge, silindirin dışında ise üçüncü plastik bölge bulunmaktadır (Şekil 1). Üçüncü plastik bölgenin oluşması ile birlikte probleme bilinmeyen olarak iki integral sabiti (C_7 ve C_8) ve r_3 elastik-plastik yarıçapı eklenir. Böylece toplam



Şekil 1. İkinci aşama plastik deformasyonda plastik bölgelerin gösterimi

bilinmeyen sayısı onbir olur. Birinci aşama plastik deformasyon için yazılan sınır şartlarına şu sınır şartları eklenebilir; $r = r_3$ 'de $(\varepsilon_{\theta}^p)^{III} = 0$,

$\sigma_{\theta}^e - \sigma_r^e = \sigma_0$, $\sigma_r^e = \sigma_r^{III}$. Birinci aşama plastik deformasyon için elde edilen C_3, C_5, C_6 integral sabitleri ikinci aşama plastik deformasyon için de geçerlidir. Diğer integral sabitleri ise aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$C_7 = -\sigma_0 \ln b \quad (41)$$

$$C_8 = (1 + \nu) \left[(1 - \nu) \sigma_0 + E \alpha T(r_3) \right] r_3^2 \quad (42)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[-\sigma_0 + \frac{2E\alpha}{(1-\nu)} \theta(r_2, r_3) - \frac{E\alpha}{(1-\nu)} T(r_3) \right] \quad (43)$$

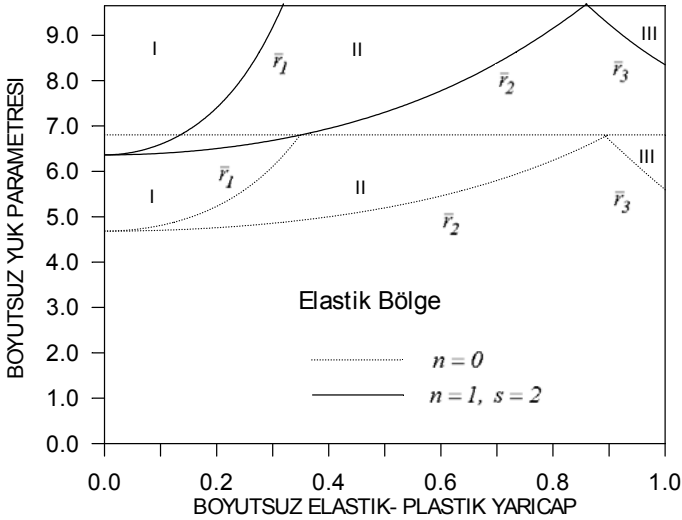
$$C_1 = 2\sigma_0 \ln r_3 / b + \frac{E\alpha}{(1-\nu)} T(r_3) + \sigma_0 \quad (44)$$

5. SAYISAL SONUÇLAR VE TARTIŞMA

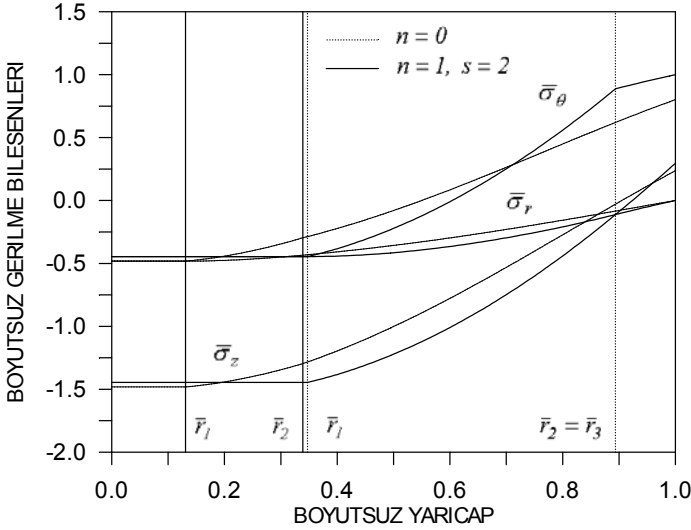
Sayısal sonuçlar elde edilirken $\nu = 0.295$ olarak alınmış ve boyutsuz parametreler kullanılmıştır. Boyutsuz gerilme bileşenleri $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_0$, boyutsuz deplasman $\bar{u} = Eu / \sigma_0 b$ boyutsuz yarıçap $\bar{r} = r / b$ ve boyutsuz plastik birim şekil değiştirme

bileşenleri $\bar{\varepsilon}_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^p E / \sigma_0$ olarak tanımlanmıştır. Şekil 2’de $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) ve $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumları için, boyutsuz yük parametresi \bar{q}''' arttırıldığında, silindirde oluşan plastik bölgelerin gelişimi verilmiştir. Şekil 2’ye göre; $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) durumu için akma $\bar{q}''' = 4.6805$ olduğunda başlamakta, $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumu için ise akma daha büyük yük parametresinde ($\bar{q}''' = 6.36090$) başlamaktadır. Her iki durum içinde, yük parametresinin arttırılmasıyla silindir merkezindeki iki plastik bölge silindirin dış yüzeyine doğru ilerlemektedir. $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) durumunda $\bar{q}''' = 5.59349$, $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumu için ise $\bar{q}''' = 8.34631$ yük parametresinde silindirin dış yüzeyinde üçüncü plastik bölge oluşmaktadır. Boyutsuz yük parametresi daha da arttırıldığında $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) durumunda $\bar{q}''' = 6.77169$, $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumu için ise $\bar{q}''' = 9.68067$ yük parametresi değerinde silindir tamamen plastik olmaktadır.

Şekil 3’de $\bar{q}''' = 6.77169$ yük parametresi değerinde $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) ve $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumları için boyutsuz gerilme bileşenlerinin silindir içerisindeki dağılımı verilmiştir. Bu yük parametresinde



Şekil 2. $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) ve $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumları için boyutsuz yük parametresine göre plastik bölgelerin gelişimi



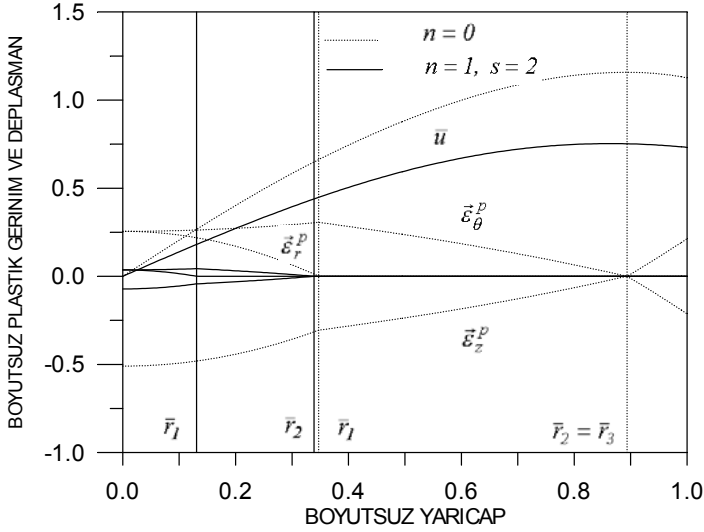
Şekil 3. $\bar{q}''' = 6.77169$ yük parametresi değerinde $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) ve $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumları için boyutsuz gerilme bileşenlerinin silindir içerisindeki dağılımı

üniform iç ısı üretimi etkisindeki ($n=0$) silindir tamamen plastik olurken, üniform olmayan iç ısı üretimi etkisindeki silindir ikinci aşama plastik deformasyon durumundadır. Şekil 4'de ise aynı yük parametresi için boyutsuz radyal deplasman ve plastik birim şekil değiştirme dağılımları verilmiştir.

Yukarıda sadece $n=1, s=2$ için sayısal sonuçlar verilmekle birlikte bu çalışmada elde edilen denklemler istenilen n ve s katsayıları için çözülerek farklı üniform olmayan iç ısı üretiminin etkisi altındaki silindirler için elastik-plastik gerilme dağılımları elde edilebilir. Bu çalışma sonucunda silindirin merkezinde maksimum ve silindirin dış yüzeyine doğru azalan iç ısı üretiminin etkisi ile akmanın, üniform iç ısı üretimi etkisindeki akmaya göre daha büyük yük parametrelerinde oluşacağı görülmüştür. Bu durum silindirin tamamen plastik olma süreci için de geçerlidir. Yani üniform olmayan iç ısı üretimi etkisindeki bir silindir, üniform iç ısı üretimi etkisindeki bir silindire göre daha yüksek yük parametresinde tamamen plastik olmaktadır.

KAYNAKÇA

1. Orçan, Y., 'Thermal Stresses in a Heat Generating Elastic-plastic Cylinder with Free Ends', *Int. J. Engng. Sci.* 32 (1994) 6, 883-898.



Şekil 4. $\bar{q}''' = 6.77169$ yük parametresi değerinde $n=0$ (üniform iç ısı üretimi) ve $n=1, s=2$ (üniform olmayan iç ısı üretimi) durumları için boyutsuz deplasman ve birim şekil değiştirme bileşenlerinin silindir içerisindeki dağılımı

2. Gülgeç, M. and Orçan, Y. 'Elastic-plastic Deformation of a Heat Generating Tube with Temperature-dependent Yield Stress', **Int. J. Engng. Sci.** 38 (2000), 89-106.
3. Orçan, Y. and Gülgeç, M., 'Influence of the Temperature Dependence of the Yield Stress on the Stress Distribution in a Tube with Free ends', **J. Thermal Stresses** 23 (2000,) 529-547.
4. Gülgeç, M., 'Influence of the Temperature Dependence of the Yield Stress on the Stress Distribution in a Heat Generating Elastic-plastic Cylinder', **ZAMM**, 79 (1999) 3, 210-216.
5. Carslaw, H. S. and Jaeger, J.C., **Conduction of Heat in Solids**, 2. Ed., London, Oxford, 1959.