

## Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırmacılığın Temel Bileşenleri

### The Main Tenets of Direct Instruction and Constructivism: the Case of Translations

İsmail Özgür ZEMBAT

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi A.B.D.,  
Beytepe - Ankara, Türkiye

#### ÖZET

*Bu makalede yeni matematik programı baz alınarak yansıma dönüşümü yapılandırmacı mercekten incelenmektedir. Bu yapılırken senelerdir Türk eğitim sisteminin bel kemiğini oluşturan doğrudan anlatımın temel özelliklerinin kısa bir analizi yapılmakta ve yapılandırmacılıkla bu yaklaşım kıyaslanmaktadır. Ayrıca, yeni matematik programından seçilen bir etkinlik örneği araç olarak kullanılarak, geometrik dönüşümlerden yansıma dönüşümünün nasıl yapılandırılacağına yönelik önerilerde bulunulup bununla ilgili bir eylem araştırması ve sonuçları sunulmaktadır. Yapılan analizler sonucunda, yeni programca önerilen etkinlik örneğinin potansiyel uygulayıcılar olan öğretmenlerde nasıl bir izlenim bırakabileceği, hangi eğitim teorisini süzgeç kullanan mesajlar içerdiği ve yapılandırmacı açıdan nasıl olması gerektiğine dair saptamalar, öneriler ve uygulama örnekleri verilmektedir.*

**Anahtar Sözcükler:** Yapılandırmacılık, matematik programı, yansıma dönüşümü

#### ABSTRACT

*This article investigates the new national mathematics curriculum developed by the Ministry of Education. It starts with an analysis of behaviorism that has been the main approach adopted in Turkey for so long. The comparison between constructivism and behaviorism follows. Moreover, using a sample activity offered in the new mathematics curriculum, an argumentation is made on how a geometric transformation like translations can be constructed. An alternative activity and the analysis of the action research are also offered. The article pushes the reader to think about how the aforementioned sample activity affects the views of teachers, which educational theory it traces and how it can be analyzed from a constructivist point of view.*

**Keywords:** Constructivism, mathematics curriculum, symmetry

## Giriş

Türkiye'deki matematik eğitiminde 2000'li yıllara kadar geçen süreçte temel öğretim biçiminin doğrudan anlatım (direct instruction / lecture) olduğu söylenebilir. Son yıllarda gerek uluslararası arenada (NCTM, 2000) gerekse Türkiye'de (TTKB, 2005) matematik eğitimi alanında öğretmeni arka plana yerleştirme çabaları, doğrudan öğretime olan yandaşlığa sekte vurmaya başlamıştır. Eğitim alanında bu şekilde yeni duyarlılıkların gelişmesiyle doğrudan öğretim en azından eğitim camiasında ciddi anlamda sorgulanmaya başlamıştır. Bu makalede de bahsi geçen sorgulama öğrenme teorileri ve bir eylem araştırması (action research) baz alınarak yapılmıştır. Sonuçta geometrik dönüşümlerden yansıma'nın matematiksel yapısı ortaya çıkarılmıştır.

## Doğrudan Öğretim ve Yapılandırıcılığın Temelleri

Confrey (1990, s.107) doğrudan öğretimin yapısını inceledikten sonra bu tarz öğretim için üç ana unsur belirlemiştir: (a) amaçlar kısa vadeli sonuçlar almaya yöneliktir, (b) öğretmen dersi eldeki plan ve rutinlere göre yönlendirir, (c) anlamanın uygun seviyede gerçekleşip gerçekleşmediğinin tek belirleyicisi öğretmendir. Kısaca doğrudan anlatıma dayalı sınıflar bilgi, beceri ve değerlendirme yönünden öğretmenin sınıf-içi-otorite olduğu ve öğrencinin etkin kılınmadığı ortamlardır. Matematik eğitimi literatüründe buna benzer yöntemlerin nasıl öğrencileri kavramsal yanılgılara sürüklediğine dair geçmişten günümüze ün kazanmış bir çok araştırma vardır (örneğin, Erlwanger, 1970). Bu durumun tersi ise öğrencinin aktif kılınmasıdır. Öğrenciyi sınıf içinde aktif bir konumda kabul eden ve yeni bilginin birincil inşacısı konumuna sokan teorilerin başında yapılandırıcılık (constructivism) gelmektedir.

Yapılandırıcılık öğrencileri (learners) belirli bir bilgiye ve geçmiş deneyime sahip kabul eder. Bu bilgi ve deneyim öğrencilerin kendi bilişsel yapılarını (cognitive structures) bir süzgeç olarak kullanmalarına olanak sağlar. Öğrenciler yeni edinilecek bilgilerdeki sadece tanışık oldukları (yani bildikleri) kısımları kendi mekanizmalarına sindirebilirler (von Glasersfeld, 1995; Gallagher ve Reid, 1981). Bir başka deyişle bu yapı bize ancak tanışık olduğumuz bilgileri kendi süzgecimizden geçirebileceğimizi

dikte eder (*asimilasyon prensibi*). van Glasersfeld'in (1995, s.63), Piaget'nin kurguladığı teoriyi anlatırken kullandığı tâbirle, nasıl ki vücudumuz yediğimiz bir meyvenin tanışık olduğu faydalı kısımlarını işleyip sindirerek kalan kısımlarını posa olarak atıyorsa, aynı şekilde bilişsel mekanizmamız da yeni elde edilecek olan bilginin tanıdık kısımlarını sindirip tanımadık kısımlarını atmaktadır. Örnek olarak bir konferansa gittiğimizi varsayalım. Akademik alandaki konferansların amaçlarından birisi de insanları belirli alanlarda bilgilendirmektir. Yalnız, konferanstaki bir seminerden çıkan her insan anlatılanları aynı seviyede özümseyemez. Bunun nedeni asimilasyon prensibinde gizlidir. Her öğrencinin belirli bir bilişsel yapısı olup bu yapı öğrencinin geçmiş deneyimleri ve bilgisiyle şekillenir. İşte öğrenciler verilen seminerdeki bilgileri bu geçmiş deneyimlere ve bilgilere göre bir süzgeçten geçirerek sindirir. Anlatılan konuyla ilgili geçmiş deneyimleri bulunmayanlar seminerden çok az derecede yararlanacak, bir sürü deneyim ve bilgi sahibi olanlar ise bilişsel süzgeçlerini ona göre daha etkili bir şekilde kullanacaktır. Aynı şekilde öğretmenin doğrudan anlatmaya çalıştığı bir dersi öğrenciler geçmiş deneyim ve bilgilerine dayalı olarak kendi bilişsel süzgeçlerinden geçirerek sindirmeye çalışacaktır. Anlatılan konuda hiç deneyimi olmayan öğrenciler çok az bir kazanım edinecektir.

### *Asimilasyon Prensibinin Ürettiği Çelişki ve Çözüm Yolları*

Yukarıda belirtildiği üzere asimilasyon prensibine göre insanlar ancak karşılaştıkları durumların tanışık oldukları (hakkında bilgi sahibi oldukları) kısımlarını sindirebilirler. Yani yansıma/simetri konusunu bilmeyen bir kişiye bu konu sunulduğunda kişinin bilişsel mekanizması yeni konuyu tanımadığından onu sindiremez. Diğer bir deyişle bu prensibe göre bilinmeyen yeni bir bilgi öğrenilemez. Peki durum böyleyken nasıl oluyor da insanlar hiç bilmedikleri yeni konuları öğreniyorlar? Bu çelişkiyi Pascual-Leone (1976, Simon ve diğ., 2004'ten alıntı) *öğrenme çelişkisi (learning paradox)* olarak tanımlamıştır. Çelişkinin özünde yatan ana fikir; *İnsanlar ancak bildikleri şeyi özümser ve bilmediklerini alamazlar fakat aynı zamanda hiç bilmedikleri yeni konuları da bir şekilde öğrenebilmektedirler. Peki o zaman bilgisiz bir durumdan bilgi edinmiş bir duruma nasıl geçebilmektedirler* (Bereiter, 1985)? Öğretimin amacı da literatürde işaret

edildiği gibi bu çelişkiye bir çözüm bularak öğrenme mekanizmasını ana bileşenleri ile tarif edebilmektir.

Çelişkiyi yenmede doğrudan öğretim ve yapılandırmacı kuram değişik yöntemler önermektedir. Doğrudan öğretim yeni bilgiye ulaşmanın (sonuç olarak çelişkiyi yenmenin) yolunu direkt söyleme bilgi aktarımına bağlar. Fakat asimilasyon prensibine göre direkt söyleme maruz kalan bir kişi ancak o söylemin içindeki tanıdığı kısımları sindirip tanımadığı kısımları geri püskürteceğinden, direkt söyleme yeni bir bilgi edinmesi mümkün olamaz. Bu taktirde doğrudan anlatıma dayalı dersler asimilasyon prensibine takılmakta ve yeni bilgiye ulaşmayı mümkün kılmamaktadır.

Yapılandırmacılıkta ise öğrenme çelişkisini çözerken asimilasyon prensibine takılmamaya daha bir özen gösterilmektedir. Piaget bu çelişkiyi çözenin yolu olarak *düşündürücü soyutlama*'yı (*reflective abstraction*)<sup>1</sup> işaret etmiş ve araştırmacılara bu konuda yeterince ışık tutmuştur. Düşündürücü soyutlama, kişinin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine eğilip onlar üzerine düşünerek, çalıştığı konuya yönelik yeni çıkarımlarda bulunmasıdır. Bu yapılmadığı taktirde, odak noktası sadece eylemlerin fiziksel özelliklerine (renk, büyüklük, sayısal değerler arası örüntü vb.) kayar. Bu durum bir başka tür soyutlamayı, *deneysel soyutlama* (*empirical abstraction*), verir. Matematik eğitimcilerinin istediği deneysel soyutlamadan çok düşündürücü soyutlama olmalıdır. Ancak bu sayede öğrenciler uğraştıkları problemin yüzeysel özelliklerini ezberlemekten öteye geçer ve problemin çözümünde altyapıyı oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlarlar. Buna ek olarak ayrıca yeni soyutlamaları kendi bilişsel mekanizmalarına ekler ve başka benzer ortamlara (problem, soru, matematiksel kavram vb.) da aktarabilirler.

Yapılandırmacılık ile davranışçılık arasındaki en büyük fark iki ekolün öğrenmeye karşı olan bakış açıları, yani öğrenme çelişkisini ortadan kaldırmaya yönelik ortaya koydukları önerilerdir. Ülkemizde matematik öğretiminde davranışçı ekolün izleri

---

<sup>1</sup> Simon ve arkadaşları (2004) Piaget'nin *düşündürücü soyutlama* tanımını daha da ayrıntılı olarak incelemişler ve diğer bir çok araştırmacı gibi (örneğin Leslie Steffe) bu yapının üzerinde durmanın gerekliliğini savunmuşlardır. Burada daha fazla ayrıntıya girilmeyecek olup, düşündürücü soyutlamanın yapısı üzerine daha ayrıntılı bilgi edinmek için okuyucu bahsi geçen kaynaklara başvurulabilir.

yıllardır belirgin bir şekilde etkisini göstermektedir. Ne yazık ki öğretmenler arasında, 'öğretmen kontrolünde yapılan, daha çok pratiğin daha fazla öğrenme sağlayacağı,' görüşü hakimdir. Bu görüş, öğretmeni sınıfın merkezine iten ve öğrenciye doğrudan bilgi aktarımının var olabileceğini destekleyen bir düşünce tarzıdır. Yapılandırmacı ekolün getirdiği en büyük yeniliklerden birisi etkinliklerin öğrenciler tarafından yapılması ve etkinliğe temel teşkil eden eylemler üzerine düşünülerek istenilen bağlantıların soyutlanmasıdır. Son yıllarda sınıfları, en azından matematik alanında, yapılandırmacı kurama göre tasarlama ve böylece öğrencileri kendi bilgilerinin otoritesi (kontrolçüsü) olma yolunda cesaretlendirme çabaları bu amaca yöneliktir. Takip eden paragraflarda, bu iki ekol baz alınarak yeni matematik programı bir örnek ile incelenmektedir.

### **Yansıma Dönüşümü Çatısı Altında Yeni Matematik Programına Genel Bir Bakış**

Bu kısmın amacı yeni matematik programını eleştirmekten ziyade, programdaki bir etkinlik örneği çerçevesinde, yapılandırmacılıktan ne anlamamız gerektiği ve öğretmenlere nasıl mesajlar vermemiz gerektiği üzerine bir analiz yapmaktır.

Ek 1'de M.E.B. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (TTKB) (2005) tarafından hazırlanan yeni ilköğretim matematik programından alınmış, geometrik dönüşümlerden yansıma'nın öğretimi için önerilen, 8. sınıflar için bir etkinlik örneği verilmektedir. Her ne kadar kazanımlar listesinde yansıma, öteleme ve dönme konularına atıfta bulunulmuş olsa da etkinliğin içeriğinden, esas konunun yansıma olduğu anlaşılmaktadır. Makede de yansıma konusu baz alınarak bir analiz yapılmaktadır.

Yeni programdaki kazanım listesine bakıldığında, dönüşüm geometrisiyle ilgili kazanım bu örnek etkinlikte verilen kazanım ile uyuşmaktadır. Kazanımın ifadesi sadece yansıma dönüşümü için incelendiğinde "Koordinat düzleminde bir çokgenin eksenlerden birine göre yansıma ... altında görüntülerini belirleyerek çizer," açıklaması göze çarpmaktadır. İlk bakışta aslında fazla bir sorun görülmeyen bu kazanıma teorik lenslerle baktığımızda davranışçı ekolün belirgin izleri görülmektedir. Kazandırılmak istenen yansıma dönüşümünün bir geometrik şekle (üçgen vb.) uygulamasının çizimi

midir (yani sanatsal bir beceri), yoksa yansıma dönüşümünün matematiksel bir kavram olarak ne ifade ettiği midir? Eğer amaç ilk saptamadaki gibiyse tartışma konusu ortadan kalkar. Ancak amaç bu kavramı yapılandırmacı ve öğrenci merkezli öğretime uygun bir şekilde işlemek ise ortaya ayıklanması gereken bir çok sorun çıkmaktadır. Öte yandan bu kazanımın ifadesini okuyan öğretmenin mantıken yapacağı şey, verilen önerileri uygulamak ve öğrencilere istenilen şeklin yansıma görüntüsünü buldurmaktan öteye geçmez. Konunun bu boyutuyla daha sonra ilgilenilecektir.

Etkinlik tam olarak neyi öğretmeye çalışmaktadır? Bunun analizini yaparak karşılaşılan sorunları daha iyi gözlemleyebiliriz. Etkinlik üç ana kısım olarak ele alınabilir. İlk kısımda öğretmenlere önerilen şey, simetri aynası  $x$  ve  $y$  eksenleri üzerine koydurularak öğrencilere koordinat sistemi üzerindeki bir KLM üçgeninin simetriğini buldurmalarıdır. Bu aşamada öğrenciler simetri aynasını istenilen yere ( $x$  yada  $y$  eksenine üzerine) yerleştirecek ve daha sonra da ayna sayesinde gördükleri görüntünün üzerinden kalemle geçerek görüntüyü ellerindeki kağıt üzerinde belirleyecektir. Böylece öğrenciler ilk kısımda sadece simetri aynasını kullanarak aynanın yansıttığı görüntüyü belirleme işlemini gerçekleştirirler, yani aynayı kullanabilme becerileri önem kazanır. Fakat bu aşamada öğrencilerin aynayı mekanik olarak kullanmak dışında herhangi yeni bir matematiksel bilgi ya da kavram edinmelerini beklemek doğru olmaz.

Etkinliğin ikinci kısmında ise elde edilen  $K'L'M'$  görüntü üçgeni ile KLM üçgeninin koordinatlarındaki değişimin incelenmesi istenilmektedir. Örneğin, K noktasının  $(2,2)$  olan koordinatları  $x$  eksenine göre yansıması alındığında  $(2,-2)$ 'ye, yani  $K'$  noktasına, dönüşmektedir. Öğrencilerden istenilen sadece bu şekilde sayısal bir analiz yapmaları değil aynı zamanda da cebirsel olarak değişimi ifade etmeleridir. Yani yansıma dönüşümü ( $x$  eksenine simetri eksenine iken) KLM üçgenine uygulandığında,  $(x, y)$  ikilisini  $(x'=x, y'=-y)$  ikilisine dönüştürmektedir. Sadece sayısal olarak yansıma dönüşümünün sonucunu belirtebilen bir öğrenci, eğer ezberlemezse bu sonucu en kısa zamanda unutacaktır. Çünkü bu sonuç öğrencinin sadece simetri aynasının kullanımından edindiği bir bilgidir. İkinci olarak, asimilasyona prensibine göre, öğrenciden yansıma dönüşümünün ne anlama geldiğini bilmeden koordinatlardaki bu değişime matematiksel

bir anlam atfetmesi beklenemez. Çünkü öğrencinin yaptığı eylem (simetri aynasını  $x$  ve  $y$  eksenleri üzerine koyup görüntüleri çizme eylemi) bu tarzda bir kavramsal gelişime zemin oluşturmamaktadır.

Etkinlikteki bu boşluk sayısal değişimin cebirsel şekilde ifade edilmesinin istenmesiyle kapatılmaya çalışılmıştır. Yapılmak istenen her ne kadar matematiksel açıdan bir tutarlılık içerse de, öğrencinin sayılardan cebire geçmesi sadece koordinat ekseninde cebirsel açıdan nasıl bir değişim olduğunu görmelerine yardımcı olur. Tabii bunu ancak değişken ( $x$ ) kavramını iyi özümseyen bir öğrenci yapabilir. Zaten zor olan geometrik bir dönüşüm, içine bir de değişken kavramı eklenerek daha da zor bir hale getirilmektedir. Ayrıca sayısal değişimin cebirsel olarak ifade ettirilmek istenmesi özelden genele doğru bir geçiş yapılmak istendiğini göstermekteyse de, bu genellemenin yansıma dönüşümü ile nasıl bağdaştırılacağı açık değildir.

Ek olarak sorulan son soruda öğrencilerden üçgenlerin şekil ve büyüklüklerini tasvir etmeleri istenmektedir. Sorunun amacı öğrencileri yansıma dönüşümünün düzlemde hangi özellikleri koruduğu ve hangilerini değiştirdiği üzerine düşündürmek gibi görünmektedir. İyi niyetli olmasına karşın yukarıda bahsettiğimiz sorun burada da mevcuttur. Temel sorun öğrencilerin böyle bir soruyu cevaplamalarına imkan tanıyacak olan, üzerinde düşünüp sonuçlar çıkarabilecekleri, bir eylem dizisi üzerinde çalıştırılmamış olmalarıdır. Bundan dolayı edindikleri deneyim üzerine düşünüp bir genelleme yapmaları beklenemez.

TTKB'nin (2005) yeni matematik programını tanımlarken bahsettiği ana hedeflerden birisi, "... matematikle ilgili kavramları, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamı ve işlem becerilerinin kazandırılması ..." (s.8) şeklindedir. Bu durumda öğrencilerin yukarıdaki örnek etkinliğe temel teşkil eden yansıma kavramını ve bu kavramın gerektirdiklerini anlaması önem arz eder.

Bu etkinliği nasıl yapılandırmacı mantığa uygun ve hedeflenen amaçlara daha iyi ulaşmayı sağlayacak bir forma dönüştürebiliriz? İlk yapılması gereken yansıma konusunun matematiksel bir analizidir. Ünlü matematikçilerden Felix Klein'e göre

matematik öğretmenleri bağımsızca matematiksel bir kavram üzerinde derinlemesine bir araştırmayı üstlenebilecek seviyede matematik bilmelidir (Kilpatrick, 1992, s.6). Diğer bir deyişle matematik öğretmenleri birer matematikçi kimliğine sahip olmalıdır. Öğretecekleri konunun içeriğini ve matematiksel anlamını çok iyi analiz edebilmelidir (Benken, B. M. & Brown, N., 2002). Burada matematiksel analizden kasıt, eldeki kavramın anlamının derinlemesine araştırılmasıdır.

### *Yansıma Dönüşümünün Matematiksel Analizi*

Burada verilecek olan matematiksel analiz iki boyut içindir. En temel anlamda yansıma bir geometrik dönüşümdür. Yansıma düzlemdeki tüm noktaları yine düzlemde noktalara dönüştüren ve (noktalar arası) uzaklık koruyan bir dönüşümdür. Diğer bir deyişle yansıma dönüşümü noktaları noktalara dönüştüren birebir ve örten bir fonksiyondur. Bu fonksiyonun temel özelliği uzaklık koruyucu olmasıdır. Ancak uzaklık koruma özelliği sayesinde dönüşümün, tanım kümesinden herhangi bir noktayı değer kümesindeki farklı iki noktaya dönüştüremeyeceğini söyleyebiliriz. Matematik literatüründe bu tür uzaklık koruyan dönüşümlere izometri (isometry) denir. Bu bağlamda yansıma dönüşümünün düzlem üzerinde bir hareket olmaktan ziyade (örneğin bir üçgeni bir konumdan başka bir konuma simetrik olarak kaydırma) düzlemdeki noktaları düzlemdeki noktalara dönüştüren,  $R^2$ 'den  $R^2$ 'ye, birebir ve örten bir fonksiyon olduğu anlaşılmalıdır.

İkinci olarak, yansıma dönüşümünün tanım kümesi olan düzlemdeki elemanlar (tüm noktalar) arasındaki dengeyi, bir başka deyişle uzaklığı, koruduğu anlaşılmalıdır. Kısaca öğrencilerin özümsemesi gereken anlam yansıma dönüşümünün neleri koruyup (uzaklık, açı vb.) neleri korumadığıdır (yön). Yukarıda incelenen etkinlik örneğindeki son soru bunu vurgulamaya yönelik tasarlanmış olsa da izlenen öğretim stili yüzünden amacına ulaşması zordur.

Üçüncü olarak, yansıma dönüşümünün bir parametreye (kısıtlamaya) bağlı olduğu ve bu parametreyi anlamının simetrik görüntü belirlemede temel teşkil ettiği anlaşılmalıdır. Bahsedilen parametre simetri (yansıma) eksenini diye adlandırılan bir doğrudur. Ancak bu eksen sayesinde tanım kümesinin elemanlarının (düzlemdeki noktalar ve düzlemsel



şekiller) simetriği belirlenebilir. Simetri eksenini düzlemi ikiye böler. Düzlemdeki noktaların (tanım kümesi) simetri eksenindeki izdüşümü<sup>2</sup> dikkate alınarak simetriği belirlenebilir. Ayrıca, düzlemdeki noktalar ve simetri eksenindeki dik uzaklık ile görüntü ve simetri eksenindeki dik uzaklık da korunur. Öğrenciler bu gerçeği de sindirmelidir.

Bu şekildeki kavramsal bir analizle yansıma dönüşümünün temelini teşkil eden anlamları açığa çıkarmak mümkündür. Bu tarz analizleri becerebilen öğretmenler yetiştirmek üniversitelerdeki öğretmen yetiştirme programlarının temel hedeflerinden birisi olmalıdır. Çünkü matematik öğretiminde rol alacak olan öğretmenler bu rolün gereği olan ‘bir matematikçi gibi/kadar matematiksel analiz yapabilme’ becerisine de sahip olmalıdır. Bu görüş, öğrencilerin de anlatılan tarzda bir analizi derinlemesine başarmaları gerektiği anlamını taşımaz. Amaç öğretmenlerin matematiksel kavramlara tepeden kuş bakışı bakabilmelerini sağlamaktır. Öğretmenlerin matematiğin birbirinden bağımsız konulardan oluşan bir formüller bilimi olmadığını, mantık teşkil eden, üzerinde düşünülmesi gereken bir düşünce bilimi olduğunun farkına varmaları ve öğrencilerini aynı mantıkla yönlendirmeleri başarılı bir matematik eğitimi için ön koşuldur. Takip eden paragraflarda bu anlamlardan bazılarının nasıl yapılandırılabilceği üzerine tartışılacaktır.

### *‘Yansıma’ Konusunu Yapılandırmada Nelere Dikkat Etmeli?*

Yukarıdaki gibi bir matematiksel analiz yapıldıktan sonra, kendimize şöyle bir soru sormamız gerekir: Acaba öğrencilerin yukarıda belirlediğimiz kavramsal anlamları yapılandırmalarını sağlamak için üzerinde düşünecekleri hangi eylemleri kullanmalarını sağlayabiliriz? Yukarıdaki analizle ortaya konulan anlamlar öğrencilerin edinecekleri yeni bilgiler olduğu için asimilasyon prensibi bize bu bilgilerin doğrudan (anlatımla) sindirilemeyeceğini dikte etmektedir. Ayrıca yine bu prensibe göre öğrencilerin geçmiş bilgi ve deneyimlerini de dikkate almamız gerekmektedir. Bu durumda önce

---

<sup>2</sup> Buradan hareketle simetri belirlemenin temelinde yatan kavram izdüşümdür ve bu kavramın da öğrencilerce anlaşılması gerekmektedir. Diğer bir deyişle düzlemsel şekillerin aynı düzlemdeki bir doğruya olan izdüşümü, o düzlemsel şekillerin elemanlarından (içerdiği noktalar) o doğruya inen dikmelerle o doğrunun kesişimidir.

öğrencilerin halihazırda bildikleri eylemleri saptamalı ve sonra bu eylemleri belli bir amaç doğrultusunda kullanmalarını sağlayarak istediğimiz anlamları yapılandırmalarına yardımcı olmalıyız. Ancak bu şekilde asimilasyon prensibini çiğnmeden yukarıda bahsi geçen öğrenme çelişkisinin üstesinden gelebiliriz.

Bu durumda yansıma kavramına (yukarıdaki bileşen anlamlarıyla birlikte) uygun ve öğrenciler için yabancı olmayan bir eylem ya da eylem dizisi belirlemeliyiz. İlköğretim 6-8. sınıflarda fonksiyon kavramına girilmediği için bu makalede yansıma dönüşümün aslında bir fonksiyon olduğu göz ardı edilerek temel özelliklerinin nasıl yapılandırılabilceği üzerinde durulacaktır. Yani yapılandırılmak istenen anlam, yansıma dönüşümünün düzlemi düzleme dönüştüren, uzaklık koruyan, 'simetri eksenini' gibi bir parametreye bağlı ve izdüşüm kavramını içinde gizleyen bir dönüşüm olduğu anlamıdır. Görüldüğü üzere genellikle sınıflarda (ve yeni programda) aynalarla tasvir edilerek basit bir şekilde öğretilmeye çalışılan bu dönüşüm, aslında karmaşık ve bir çok anlamı içeren bir dönüşümdür.

## Yöntem

Yansıma dönüşümü ile ilgili matematiksel anlamları yapılandırmak için öğretmenliğini yazarın yaptığı 8. sınıfta *eylem araştırması* (action research) olarak nitelenebilecek bir araştırma yapılmıştır. Yazar hem öğretmen hem de araştırmacı mercaklerini kullanarak bu konunun yapılandırılması ve öğrencilerin konuyu nasıl algıladıklarını araştırmıştır. Marshall ve Rossman (1999, s.6) bu tarz araştırmanın eğitim alanında öğretmen ve akademisyenlerin kendi öğretimlerini incelemek, yenilemek ve bu yeniliklerin etkilerini araştırmak için kullanıldığını ifade etmektedirler. Eylem araştırmalarında, örneğin eğitim dalında, araştırmacı ile denekler arasında ayrılması güç, çok ince bir çizgi bulunmaktadır. Çünkü öğretmen aynı anda hem denek olarak öğretmen hem de araştırmacı gözlüğü takmış bir gözletmen olmak durumundadır.

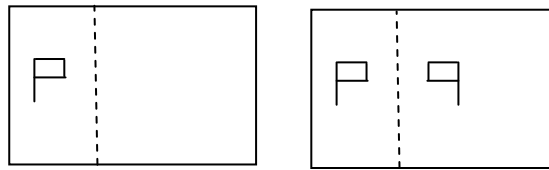
Araştırma 31 öğrenciden oluşan bir 8. sınıfta yapılmıştır. Öğrenciler araştırmaya konu olan öğretime kadar hep geleneksel anlamda matematik öğretimi görmüşler ve doğrudan öğretim tekniği ile ders almışlardır. Okul yönetiminden edinilen bilgiye göre 6. ve 7. sınıflarda bu öğrenciler matematik dersini, matematik öğretmeni

bulunmadığından asıl branşı fen bilgisi olan öğretmenlerden almışlardır. İlk derste yapılan ön test sonunda ve işlemiş oldukları geçmiş programların incelenmesi sonucunda bu öğrencilerin yansıma dönüşümü ile ilgili herhangi bir ders almadıkları ve önceki bölümlerde yapılan matematiksel analizdeki anlamlara sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin günlük yaşamda sıkça karşılaştıkları aynalar hakkında bilgi sahibi oldukları gözlenmiş, aynaların matematiksel yapısından çok, bakıldığında insanların ikizini veren bir alet olduğunu bildikleri ortaya çıkmıştır. Araştırmaya dahil olan öğrencilere, yukarıdaki analizden çıkarılan dersler ışığında, aşağıda özellikleri verilen yapılandırıcı bir etkinlik dizisi iki haftalık bir süre boyunca (takriben 45'er dakikalık 8 ders saati) uygulanmıştır.

Derslerde video çekimine izin verilmediğinden dolayı, araştırmacı dersleri uygulayamaz hemen sakin bir mekana geçerek derste olup bitenleri sıcaklığına not etmiş ve sıkıntılı durumlar hakkında devamlı surette kısa analizlerde bulunmuştur. Dersler esnasındaki çarpıcı konuşmalar ve yansıma dönüşümünün öğrenimine ışık tutacak nitelikteki küçük tartışmalar araştırmacı tarafından bu süreç içerisinde not edilmiştir.

### **Bulgular**

İlk olarak derste öğrencilerden verilen boş bir sayfanın istedikleri bir yerine kara yollarında kullanılan türden basit bir bayrak resmi çizmeleri istendi. Sonra ellerindeki kağıdı belirli bir yerinden katlamaları ve bayrağın bu katlama sonunda kat yerinin öbür tarafına denk gelen izini belirlemeleri istendi. Katlamayı bitirip kağıdı düzlemsel hale getirdiklerinde önlerinde bir bayrak resmi, katlamadan doğan bir kat çizgisi ve bayrağın izi (matematiksel olarak, görüntüsü) bulunmaktaydı.



Şekil 1. Öğrencilerin yaptıkları kağıt katlama etkinliğinin bir modeli.

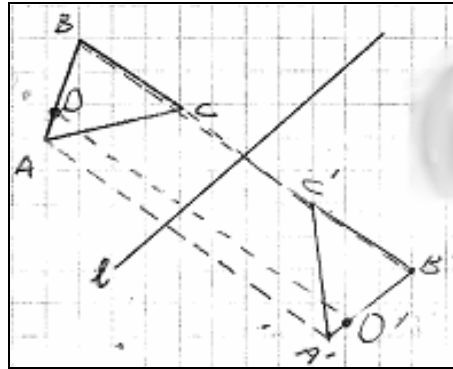
Bunu takip eden etkinlikte öğrencilerden aynı şekilde kat çizgisinin ilk yarısına (bayrağın olduğu kısım) başka bir şekil çizmeleri (üçgen, kare, yıldız, çiçek vb.) ve aynı kat çizgisini kullanarak bu yeni şeklin görüntüsünü belirlemeleri istendi. Bu şekilde 4-5 civarında şekil ve o şeklin görüntüsü üzerine çalışmaları sağlandı. Buraya kadar öğrencilerin yaptıkları tek şey araştırmacı öğretmenin verdiği komutları takip etmek ve istenilen resim izlerini oluşturmaktı. Dolayısıyla şu ana kadar bu uygulamanın yukarıda tartışma konusu olan yeni programdaki etkinlik örneğindeki ayna kullanımından bir farkı yoktur. Herkesin ellerinde 4-5 tane geometrik şekil ve katlama sonucunda bu şekillere karşılık gelen görüntüleri mevcut olup bu aşamada öğrencilere şekil ile karşılık gelen görüntüyü büyüklük, bileşenler arası uzaklık ve konum cinsinden kıyaslamaları söylendi. İkışerli çalışmalar sonunda yaptıkları çıkarımlar, şekillerin birbirinin ikizi olduğu fakat konum açısından farklı oldukları idi. Öyle görülüyor ki, sadece kağıt katlama terminolojisinin kullanılması da öğrencilerin ayna ile ilgili günlük yaşamdan edindikleri bilgilerini buraya taşımalarına imkan vermedi, çünkü herhangi bir şekilde bu aşamada yaptıklarını ayna ile ilişkilendiren ifadeler kullanmadılar. En azından buraya kadar yaptıklarından, şekiller arasında konum dışında bir fark olmadığı fikrini edindiler. Diğer bir deyişle, matematik dilinde konuşursak, bu dönüşümün yukarıdaki matematiksel analizde bahsi geçen dengeyi koruyan bir dönüşüm olduğunu öğrendiler.

Eğer bu aşamada yeni programdaki örnekte yapıldığı gibi ders bitirilseydi, öğrencilerin akıllarında kalabilecek şeyler iyi vakit geçirmeleri ve kağıt katlamalarının ötesine geçmeyecekti. Bu nedenle öğrencilere takip eden derste yansıma dönüşümü halihazırda uygulanmış olan şekiller ve görüntülerinden oluşan fakat kat çizgisinin belirgin olmadığı kareli kağıt kopyalar dağıtıldı. Her bir öğrenciden şekil ve görüntüleri üst üste denk getirecek olan kat çizgisinin nerede olacağını belirlemesi istendi. Bu amaçla sırasıyla şu eylemleri yaptılar: (1) verilen kağıt üzerindeki ikiz şekilleri belirlemek; (2) şekil ve görüntü üst üste gelecek şekilde kağıdı katlamak suretiyle kat çizgisini belirlemek. Dolayısıyla bir önceki etkinlikteki edindikleri “şekiller konum dışında eşit” bilgisini burada kullanarak eş şekilleri üst üste getirme eylemine odaklandılar. Öğrenciler bu sayede kat çizgisine göre şekil ve görüntünün konumunun ne olacağı

sorusu üzerine düşündürüldü. Bunun sonucunda yaptıkları eylemler üzerine odaklanarak “kat çizgisinin şeklin ve görüntününün tam orta yerine denk geleceği” fikrine ulaştılar.

Öncelikle bir öğretmen gözüyle öğrencilerin bu “tam orta yeri” fikriyle, dönüşümde bir parametre olan simetri ekseninin görevini tam olarak tasvir ettiklerini düşündüm. Fakat o an için öğrencilerin çizdikleri ve benim onlara verdiğim şekillerin bir parçasının (kenarı olabilir) kat çizgisiyle paralel olduğu gerçeğini göz önünde bulundurmamıştım. Bu aşamada da öğrendikleri şey verilen şekil ve karşılık gelen görüntüsünün kat çizgisine uzaklığının aynı olmasıydı. Fakat bu uzaklığın nasıl belirlenmesi gerektiği üzerine ne bildikleri açık değildi.

Bir sonraki etkinlikte tahtaya bir üçgen ve bu üçgenin herhangi bir kenarına paralel olmayacak şekilde bir kat çizgisi çizdim. Öğrenciler de aynı şekli yeni bir kağıda çizerek bu kağıdı katlamaksızın üçgenin görüntüsünü belirlemeye çalıştılar. Bu aşamada paralellik olmadığı için öğrenciler sadece gelişigüzel bir biçimde üçgenin kenarlarının doğrultusunda Şekil 2’ye benzer görüntüler çizmeye çalıştılar.



Şekil 2. Öğrenci çalışmalarından bir örnek.

Yukarıdaki örnekten de anlaşılacağı üzere, herhangi bir biçimde izdüşüm almaksızın, üçgen ile görüntüsünün kat çizgisine eş uzaklıkta olması gerektiği fikrini (yanlış uygulansa da) kullanarak, görüntü çizmeye çalışıyorlardı. Bu aşamada sınıfla geçen diyalog şöyleydi (diyalogda öğretmen için Ö ve sınıf için S kısaltmaları kullanılmaktadır):

Ö : Peki bu şeklin verilen kat çizgisini kullanarak görüntüsünü nasıl belirlersiniz?

S : Ölçerek.

Ö : Peki neyi ölçersiniz?

S : İki şeklin arasını.

Ö : Nasıl ölçersiniz?

S : Cetvelle.

Ö : Cetveli nasıl kullanırsınız peki? Birisi gelip gösterebilir mi?

S : [*Öğrencilerden biri tahtaya gelir ve cetveli şekil üzerinde bir noktaya koyar. O nokta ile doğru üzerindeki izdüşüm noktasına yakın fakat izdüşümü olmayan bir nokta arasındaki mesafeyi ölçer ve o doğrultuda da şeklin diğer tarafına cetveli kaydırarak aynı mesafe sonuna bir başka nokta koyar.*]

O ana kadar bir araştırmacı olarak gözden kaçırdığım şey, öğrencilerin izdüşüm kavramını ölçme ve kağıt katlama etkinliği ile bağdaştıracaklarını düşünmemdi. Halbuki onlara bu tür bir bağ kurmaları için gerekli zemini oluşturmayarak, böyle bir imkan tanımamıştım. O zamana kadar öğrencilerin izdüşüm kavramını öğrenmeleri ve yansıma belirlemeyi becermeleri durumunda, iki konuyu birbiriyle zihinsel olarak bağdaştırabileceklerini veya birini diğerini anlamada araç olarak kullanabileceklerini düşünüyordum. Ölçmenin bu bağı kurmada ne kadar önemli olduğunu dikkate almamıştım. Geriye dönük yaptığım analizlerde, iki konunun da öğrencide bulunmasının o iki konunun gerektiğinde birleştirilmesi anlamına gelmediğini o derslerde göz ardı ettiğimin farkına vardım.

Bu tarz bir analiz beni, öğrencilerin çizerek belirledikleri görüntüleri kağıtları katlayarak kontrol etmelerini sağlamaya sevk etti. Yaptıkları kontrollerde gördüler ki aslında çizimle belirledikleri görüntüler katlama ile belirledikleri görüntülerle uyuşmuyordu. Yani bu noktada onlar için bir çelişki doğmuştu. Bu aşamada onlara katlamanın neden üst üste çakışan şekiller ürettiğini ama kendi metodlarının bunu sağlamadığını sorarak o ana kadar yaptıkları eylemler üzerine düşünmeleri için imkan verdim. Çünkü o ana kadar katlama yaparak bir nevi baskı metoduyla şekillerin görüntülerini belirlemişler, ikiz şekillerden oluşan kağıtlar üzerinde kat çizgisi

belirlemişler ve de şekil verildiğinde görüntü belirlemeye çalışmışlardı (her ne kadar bu son eylemde başarısız olsalar da).

Görüntü belirleme işi başarılı olmamıştı. Dolayısıyla bu işin özü üzerine düşündürerek şekil ve görüntünün üst üste gelmesinin diklikle olan ilişkisini belirlemeleri bu açıdan çok önemliydi. İlişkinin temelinde de ölçme yatmaktaydı. Şekille kat çizgisi ve kat çizgisi ile görüntü arasındaki mesafeyi belirlemek ne demektir? Yukarıda öğrencilerle aramda geçen diyalog açıkça gösteriyor ki bu ölçüm öğrenciler için, şekil üzerinde bir nokta seçip bu noktanın kat çizgisi yani simetri eksenini üzerindeki herhangi bir noktaya (izdüşüme yakın bir yerlerde) olan uzaklığını belirleyerek cetvel doğrultusunda eksenin öteki tarafında da aynı uzunluğu belirlemekten ibaretti. Yani öğrenciler ölçüm yapabilmekte, ama ölçüm yapmanın temel bileşenlerini bu yeni ortamda uygulayamamaktaydı. Buradan hareketle geçmiş deneyimlerinde ölçmeyi deneysel soyutladıkları ve düşündürücü soyutlamadıkları sonucuna varabiliriz. Aksi halde ölçme bilgilerini bu yeni ortama düzgünce aktarabilirlerdi. Bu sıkıntı aslında yeni matematik programındaki ölçme ile ilgili kazanımları ele aldığımızda çok güzel ortaya çıkmaktadır.

### *Programda Ölçme Kavramı ve Ölçmenin Yansıma Dönüşümünü Yapılandırmadaki Önemi*

İlkokuldaki ölçme öğrenme alanındaki kazanımlardan birisi “Standart olmayan farklı uzunluk ölçme birimlerini birlikte kullanarak bir uzunluğu ölçer” (TTKB, 2005, s.122) şeklindedir. Bu kazanımı öğrencilerde yapılandırmak için örnek etkinlik olarak çeşitli eşyaların ölçtürülebileceği önerilmekte ve açıklamalar kısmında da ölçümlerde ip kullanılıyorsa bu ipin gergin olması gerektiğinin ve ipe oluşturulan birimlerin ardına boşluk kalmadan sıralanması gerektiğinin öğretmenlerce vurgulanması istenmektedir. Bu önerileri okuyan bir öğretmenden aynı önerildiği gibi sınıftaki veya sınıf dışındaki bir kaç eşyayı ölçtürmesini ve bu ölçümlerin nasıl yapılacağını da öğrencilerine anlatmasını beklememiz doğaldır. Öğretmen önerilen bu yolları yukarıdaki gibi takip ettiğinde gerçekten hedeflenen amaç olan, öğrencilerin bir uzunluğu ölçebilmesi (becerisi), amacına ulaşılmış olur. Bu aşamada şöyle bir soru

yöneltebiliriz: “Öğrenciler gösterilen nesnelere öğretmen gözetiminde ölçtüler ama bu ders sonunda matematiksel bağlamda ne öğrendiler?” Bu soruya cevabın aslında çok iç açıcı olmadığı takip eden paragraflarda ortaya konulmaktadır.

Eksikliklerden ilki, öğrencilerin iyi vakit geçirmelerini sağlamak dışında matematiksel anlamda ne öğrendiklerini eldeki kazanımların karşılayamıyor olmasıdır. Yukarıda verilen sınıf analizi dikkatlice incelendiğinde, kendi sınıfımda karşılaştığım simetrik görüntü belirleme ile ilgili sıkıntının temelinde de ölçme ile ilgili sorun yatmaktadır. Öğrenciler mesafe ölçümünün işlemsel olarak ne olduğundan haberdar olmalarına karşın bu ölçümde mesafenin miktarını belirlerken başlangıç ve bitiş noktalarının önemini ve ölçümü nasıl etkilediğini kavrayamamışlardır. Herhangi iki nokta seçmeleri gerektiğini düşündüklerinden sonunda ellerindeki şekillerin simetriği olmayan görüntüler ortaya çıkmaktadır. Bir başka deyişle, mesafe belirlerken seçmeleri gereken ilk noktanın şekil üzerindeki bir nokta olması gerektiğini bilmekte ama ikinci noktanın ilk noktanın doğru üzerindeki izdüşümü olmasından ziyade herhangi bir nokta olması gerektiğini düşünmektedirler. Bu sebeple de yanlış sonuca varmaktadırlar. Simetri eksenini üzerindeki ikinci noktanın gelişigüzel olmadığını anladıkları zaman simetri dönüşümünü kavrayabildiler.

Açıkçası bir matematik eğitimcisi ve araştırmacısı olarak o zamana kadar simetri dönüşümünde ölçmenin bu denli bir kilit nokta teşkil ettiğini düşünmemiştim. Öğrenciler ile yaşanan bu deneyim yeni programın aslında hangi değişik süzgeçlerle ele alınması gerektiğini gözler önüne sermektedir.

### **Tartışma ve Öneriler**

Yukarıda verilen matematiksel ve araştırma bazlı analizler bazı önemli sonuçlar ortaya koymaktadır. Öncelikle öğretmen öğreteceği matematiksel kavramı geniş çaplı bir şekilde özümseyip özümsemediğinin bir analizini yapabilmelidir. Öğretilecek konu bilinmez ve sadece programda verilen kazanımlarla öğretim gerçekleştirilmeye çalışılırsa sorunlar baş edilemeyecek boyutlara ulaşabilir. İkinci olarak, öğretmen matematiksel bir analiz yapıp öğretmek istediği konuyu bileşenlerine ayırabilir. Ancak



öğretmen için birbirine bağlı görünen bu bileşenler (örneğin ölçme, izdüşüm, yansıma, vb.) öğrenciler için de aynı şekilde ilişkili olmak zorunda değildir. Sonuçta öğretmenin bir düzine konuyu öğrencilere öğrettikten sonra onlardan bu konuları ilişkilendirmelerini beklemesi gerçekçi değildir. Üçüncü olarak, öğretmenlerin devamlı surette bir araştırmacı gözlüğüyle kendi öğretimlerini gözden geçirmeleri çok önemlidir. Eğer bu araştırmada öğretmen olarak yukarıdaki analizleri yapıp öğrencilerin seviyelerinin ve ne öğrenip öğrenmediklerinin takipçisi olmasaydım, sadece onların yaptıklarından hareketle öğrendiklerini düşünerek yeni bir konuya geçirdim ki bu da ileriki derslerde yeni sorunlar çıkmasına sebep olurdu.

Son olarak, öğretmenlere yeni üretilen matematik programını bir kitapçık olarak verip “bu program izlenip uygulanmalı” türünden bir komutla onları yönlendirmeye çalışmak öğretmenler için baş edilmesi çok zor sorunlar yaratabilir. Taslak program yayımlanalı henüz çok fazla bir zaman geçmiş olmamasına rağmen, öğretmenlerden “çok güzel ve eğlenceli ders işleniyor ama öğrenciler matematik namına pek de bir şey öğrenemiyor” türünden dönütler almamıza şaşırılmaması gerekir. Çünkü yeni program ile öğretmenlerde eğitim ve öğretim açısından zihinsel bir dönüşüm oluşturulmaya çalışılmasına rağmen, bu programa hangi mercekler ile bakılması gerektiği, nasıl uygulanması gerektiği ve sonuçlar ile nasıl baş edilebileceği üzerine de fikirler yapılandırılmalarına yardımcı olunmamaktadır. Aksi takdirde yeni programın tek düze bir biçimde aynen uygulanması yukarıdaki analizlerden de anlaşılacağı üzere sınıflarda hem öğretmenler hem de öğrenciler açısından kargaşa yaratacaktır.

## Kaynaklar

Benken, B. M., & Brown, N. (2002). Preparing prospective elementary teachers to foster conceptually-based mathematical understandings: A study investigating change in prospective teachers' conceptions related to mathematics teaching and learning. In D. S. Mewborn, P. Sztajn, D. Y. White, H. G. Wiegel, R. L. Bryant & K. Nooney (Eds.), *Proceedings of the Twenty-fourth Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 1071-1078). Athens, Georgia - USA: ERIC Clearinghouse of the Science, Mathematics and Environmental Education.

- Bereiter, C. (1985). Toward a solution of the learning paradox. *Review of Educational Research*, 55(2), 201-226.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. In R. B. Davis, C. A. Maher & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics* (pp. 107-122). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Erlwanger, S. H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *The Journal of Children's Mathematical Behavior*, 1(2), 7-26.
- Gallagher, J. M., & Reid, D. K. (1981). *The learning theory of Piaget and Inhelder*. Monterey, CA: Brooks/Cole Publishing Company.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning (A project of the National Council of Teachers of Mathematics)* (pp. 3-38). New York: Simon & Schuster Macmillan.
- Marshall, C., & Rossman, G. B. (1999). *Designing qualitative research* (3rd. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for the school Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pascal-Leone, J. (1976). A view of cognition from a formalist's perspective. In K. F. Riegel & J. A. Meacham (Eds.), *The developing individual in a changing world: Vol.1 Historical and cultural issues* (pp.89-110). The Hague, The Netherlands: Mouton.
- Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). [Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction](#). *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 305-329.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *İlköğretim matematik programı*. [http://ttkb.meb.gov.tr/ogretmen/modules.php?name=Downloads&d\\_op=viewdownload&cid=34](http://ttkb.meb.gov.tr/ogretmen/modules.php?name=Downloads&d_op=viewdownload&cid=34). [Kasım 30, 2005].
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism, a way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.

**Ek1.** Yeni taslak matematik programından etkinlik örneği (TTKB, 2005, s.48)

<b>YANSIMA</b>	
<b>DERS</b>	: Matematik
<b>SINIF</b>	: 8
<b>ÖĞRENME ALANI</b>	: Geometri
<b>ALT ÖĞRENME ALANI:</b>	Dönüşüm Geometrisi
<b>BECERİLER</b>	: İletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme
<b>KAZANIMLAR</b>	: Koordinat düzleminde bir çokgenin eksenlerden birine göre yansıma, herhangi bir doğru boyunca öteleme ve orijin etrafındaki dönme altında görüntülerini belirleyerek çizer.
<b>Araç ve Gereçler</b>	: Kareli kâğıt, cetvel, simetri aynası
<b>ÖĞRETME VE ÖĞRENME SÜRECİ</b>	
<p>1. Kareli kâğıda koordinat eksenleri çizdirilir. Üçgen oluşturacak şekilde 3 nokta seçtirilerek KLM üçgeni çizdirilir.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	
<p>2. Simetri aynası x-ekseni üzerine yerleştirilerek KLM üçgeninin yansıması olan <math>K'L'M'</math> üçgeni çizdirilir.</p>	
<p>3. Simetri aynası y-ekseni üzerine yerleştirilerek KLM üçgeninin yansıması olan <math>K''L''M''</math> üçgeni çizdirilir.</p>	
<p>Öğrenciler aşağıdaki sorular üzerinde tartışılır:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• KLM ve <math>K'L'M'</math> noktalarının koordinatlarındaki değişimi sayısal ve cebirsel olarak ifade ediniz.</li> <li>• KLM ve <math>K''L''M''</math> noktalarının koordinatlarındaki değişimi sayısal ve cebirsel olarak ifade ediniz.</li> <li>• Üçgenlerin şekil ve büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?</li> </ul>	