

Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi

Development of Mathematical Thinking in The Student Teachers

Hüseyin ALKAN

*Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği,
İzmir-TÜRKİYE*

Esra BUKOVA GÜZEL

*Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği,
İzmir-TÜRKİYE*

ÖZET

Ürüne dönük düşünme, insanı diğer canlılardan ayıran en belirgin özelliğidir. Ancak her düşünce yararlıdır demek pek doğru bir varsayım olmaz. Düşüncenin yararlılığı, gereksinimlerin karşılanmasında kullanımı ve problemlerin çözümünde üretken olması ile ölçülür. Bu nitelikteki düşünmeye, kısaca Matematiksel Düşünme (MD) denir. Çalışma, özellikle matematik öğretmen adaylarının MD gelişimini ölçmeye yönlendirilmiştir. Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada deneklerin MD gelişimini ölçme amaçlı araç geliştirilmiştir. İkinci aşamada ise oluşturulan ölçme aracı deneklere uygulanmış ve onların çözüm yaklaşımları, MD ölçütlerine uygun biçimde sınıflandırılarak değerlendirilmiştir. Analiz sonuçları, genel anlamıyla deneklerin MD gelişmişliğinin düşük düzeyde olduğunu ortaya çıkarmıştır. MD'nin düzeyi bakımından gruplar arasında anlamlı farklılıklar gözlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel Düşünme (MD), Bireylerin MD gelişimi

ABSTRACT

Thinking aiming at the product is the most prominent characteristic of the human from other living. However, it may not be true assumption that all thinking is useful. The useful of thinking is assessed with using in the meet a need and being a productive in the solution of problems. Thinking in this quality is shortly defined mathematical thinking (MT). The study is especially directed to assess the development of MT of prospective mathematics teachers. The study is formed of two stages. In the first stage, an instrument is developed to assess the development of MT of participants. In the

second stage, the instrument formed is carried out the participants and their MT is assessed by classifying to the MT criterions. The conclusions of the analysis are revealed that the developing of MT of participants is low level. Among the group are observed scientific differences.

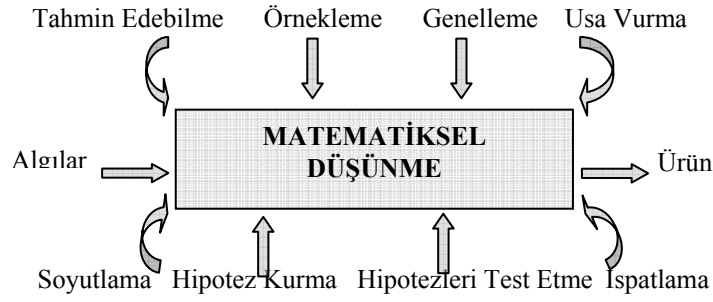
Key words: Mathematical Thinking (MT), The developing of MT of participants

1.Giriş

İnsanları diğer canlılardan ve kendi türlerinden ayıran en belirgin özellikleri, düşünme yeteneklerinin gelişmişlik düzeyleridir. Yerinde ve zamanında üretilen, süzülmüş, ayıklanmış, yalın ve özgün düşünce bireyi, yaşamın her evresinde etkin konuma yükeltir. Düşünceyi değerli kılan, bireyin yaşamını anlamlı hale getirerek olumlu gelişme göstermesine katkı sağlamasıdır. Çünkü bunun uzantısında birey, içinde yaşadığı topluma uyum sağlar ve gelişiminde etkin rol üstlenir.

Yaşamın anlamlı bir biçimde sürdürülebilmesi, gereksinimlerin en kısa ve doğru yoldan karşılanması ve değişik dönemlerde karşılaşılan problemlere uygun çözüm üretilmesine bağlıdır. Bu süreçte birey, karşılaştığı olay ve olguları araştırır ve dener. Onlarla ilgili tahminlerde bulunur, hipotezler kurar ve kurduğu hipotezleri test eder. Doğal olarak bunlardan, yaşamında anlamlı olacak ve geleceğini yönlendirecek sonuçlar çıkarır, bilgiler üretir. Bu tür bir süreci çalıştıran düşünme üretiminin gerekliliği, değişik zamanlarda ve biçimlerde vurgulanmış (Polya, 1964; Burton, 1984; Dreyfus, 1990; Greenwood, 1993; Dunlap, 2001; ve Henderson, 2001) ve özel olarak “Matematiksel Düşünme (MD)” olarak adlandırılmıştır. Günümüzde bir takım eklemeler daha yapılarak MD yeniden, “tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi olarak tanımlanmaktadır (Liu Po-Hung, 2003)”.

Söz konusu yaklaşıma göre MD, insanların yaşamlarında karşılaştıkları olaylara, amaçlı, sistematik, doğru, kesin ve en kısa yoldan anlam kazandırmalarını sağlayan önemli bir kavram olmaktadır (Sevgen, 2002). Bu duruma bakılarak MD'nin, “bireyin çevresindeki nesnelere algılama ve onların aralarındaki ilişkileri anlamlı kılma çabası ile oluşmaya başladığı” söylenebilir (Tall, 1995).



Şekil I.1. Matematiksel Düşünmenin İşleyiş Yapısı

Yukarıda vurgulananlar ile matematiksel yapının kendine özgü mantığı bir araya getirildiğinde MD'nin işleyiş biçiminin, Şekil I.1. deki gibi belirlenebileceğini varsaydık.

Her düşünmede olduğu gibi matematiksel düşünmede de algılarımızdan hareket ederek bir ürüne ulaşma çabası vardır. Bu çaba sırasında kullanılan yaklaşımlarda bireysel kimi farklılıklar olabileceği açıktır. MD'yi diğer düşünelerden ayıran en belirgin göstergesi, bireyin önceden öğrenmiş olduğu matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak, soyutlama, tahminleme, genelleme, hipotez kurup test etme, usa vurma, ispatlama ve betimlemelerle yeni bir bilgiye yada kavrama ulaşmasıdır. Bunun uzantısında da ulaştığı bilgi yada kavramı *olumlu ve olumsuz örnekleme*dir.

Bireyler, yaşamlarının her aşamasında karşılaştıkları olay ve olguları çözümlemede, farkında olarak yada olmayarak, MD'lerini kullanırlar. Bir başka deyimle MD yalnızca matematikçilere has olan bir düşünme biçimi değildir. Tersine günümüzde her meslek sahibinin kullanması gereken bir düşünme biçimidir. Yaşamı boyunca birey, okulda, işte problem çözmeye çalışır (Blitzer, 2003). Bunun için de MD'ye tartışmasız gereksinim duyar. MD, aynı zamanda günümüzün yükselen değerleri gereği bireylerde olması arzulanan niteliklerin (Özden, 2000) oluşmasına katkı sağlar (Bukova&Alkan, 2003). Dolayısı ile her alandaki bireylerin geliştirmesi gereken bir nitelik olarak düşünölmelidir.

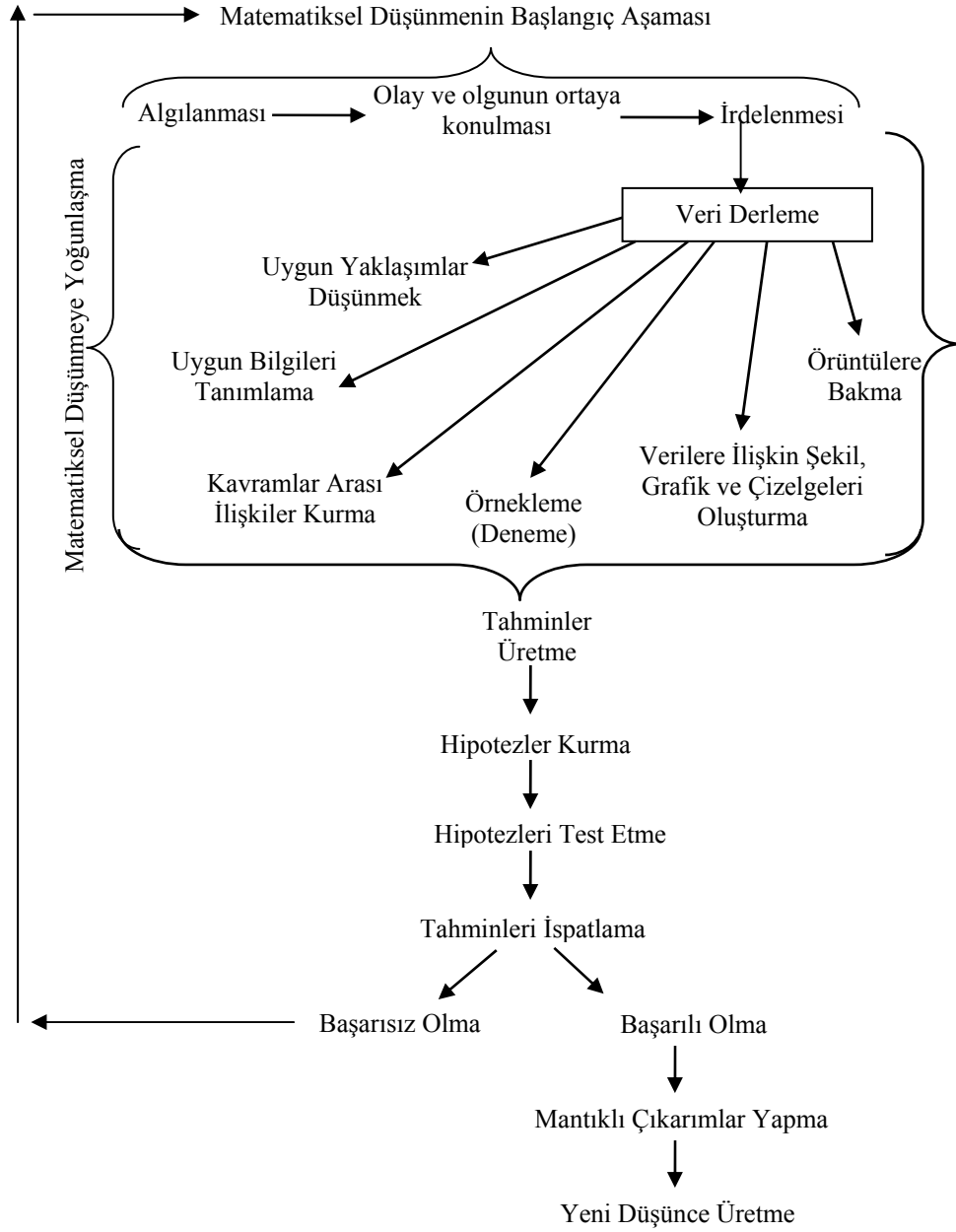
MD bilişsel ve sosyal öğrenmeler ile kendini sürekli geliştirilebilen bir yapıya sahiptir. Daha öz bir deyişle, öğrenmeler artıkça MD'nin de gelişme göstereceği söylenebilir. Bu

yaklaşımın bir sonucu olarak, bireylerin yaşam biçimi ve öğrenim derecelerine göre değişik düzeyde MD'ye sahip olabilecekleri varsayılır. Bir başka deyişle, MD bir yandan bireyin gelişimi ve öte yandan da aldığı eğitim ile doğrudan ilişkilidir. Dolayısı ile bireysel gelişim ve öğrenme düzeyindeki farklılıklara bağlı olarak, bireylerin aynı olay ve olgulara kimi zaman farklı yaklaşımlarda bulunmaları doğaldır. Bu bize MD'de bireyse göre değişik yönlerin öne çıkabileceğini de açıklamaktadır. Aynı düzeyde MD'ye sahip bireyler bile, yapı ve olayları anlamının, onları açıklamanın ve yorumlamanın değişik yollarını bulabilmektedirler. Örneğin kimi insanlar grafikler ve şekiller yardımıyla kavram ve yapıları kolayca anlayabilirken, kimileri yapının, içeriği ve bağıntılarını araştırma ve uygulamadaki yerini görme eğiliminde olurlar. Burada önemli olan MD'nin bireysel gelişiminde ve sergilenmesinde değişik yaklaşımların gözlenebileceğidir. Ferri (2003) bu yaklaşımları aşağıdaki gibi sınıflamaktadır:

- Görsel yaklaşım eğilimliler (Grafiklerle, şekillerle, çizelgeler ve resimlerle düşünme).
- Analitik yaklaşım eğilimliler (sembolik olarak düşünme).
- Kavramsal yaklaşım eğilimliler (sınıflandırma, soyut düşünme).

MD'nin değişik yaklaşımlarla gelişmesi ve sergilenmesi, bireyin yalnızca bu yaklaşımlardan birini kullanacağı anlamına gelmez. Aksine birey gerekli gördüğü durumlarda bu üç yaklaşımı birlikte de kullanabilir. Ancak ne yönden yaklaşılr ise yaklaşılsın varılan sonuç şudur: MD bir yapıdır ve oluşum süreci belli aşamaları içermektedir. Belki söz konusu yapı değişik birleşimlerle de kurulabilir ama biz çalışmamızda MD'nin oluşum sürecini Şema I.1 deki gibi varsaymayı yeğledik.

Akış süreci incelendiğinde, MD'nin özünde sürekli bir fonksiyonun tanımlandığı söylenebilir. Çünkü akış şemasından da görüleceği gibi bir düşünceden yeni bir düşünceye ulaşma mantığı geçerlidir ve arada boşluk yoktur. Yani üretilen her yeni düşünce, başka bir düşüncenin başlangıcını oluşturmaktadır.



Şema.1.1. Matematiksel Düşünmenin Oluşum Süreci

Buraya kadar söylenenler, çalışma alanı ve mesleği ne olursa olsun her bireyin MD'ye sahip olması gerektiğini ortaya çıkarmaktadır. Aynı biçimde yapılan tüm çalışmalar, bireyin MD'sinin sürekli geliştirilmesi gereğini de vurgulamaktadırlar (Blitzer 2003). Bunun için her şeyden önce, uygun bir öğrenme ve bireyin düşünce üretimine katkı sağlayabilecek özgür düşünme ortamının varlığı kaçınılmaz gözükmektedir. Böyle bir ortamın olmazsa olmazlarını, *sorgulamaya uygunluk, düşündüğünü söyleme rahatlığı ve karşı çıkma güvencesi* olarak sıralamak olasıdır (Mason, 1985).

Planlı eğitimin gerçekleştiği sınıf ortamında bir yandan matematiksel kavramları öğrenerek genel çatıyı kurmaya çalışırken, öte yandan da bireyin geliştirilen MD'sini bir araç olarak kullanabilmesi için değişik yaklaşımlar geliştirmek gerekmektedir. Eğer bu yapılabilirse, bireylerde büyük ölçüde ve her düzeyde bir MD gelişimi sağlanabilir. Bireysel MD'nin gelişimine yardımcı olabilmek için öğretmenlere de kimi sorumluluklar yükletilmektedir. İşte bu nedenle örneklememiz öğretmen adaylarından seçilmiştir. Bize göre öncelikle öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının MD'ye sahip olmaları gerekir. *Aksi durumda, öğretmenden kendisinde olmayan bir şeyi başkasına kazandırma gibi bir istekte bulunmuş oluruz.* Doğal olarak böyle bir istek karşılanamaz.

2 Yöntem ve Verilerin Analizi

Araştırmanın örnekleminde, 2003-2004 öğretim yılında BEF Matematik Öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören 64 öğretmen adayı yer almıştır. Öğretmen adaylarından, önceden belirlenmiş MD'nin ölçütleri (Greenwod, 1993) temel alınarak hazırlanmış, test edilmiş ve denetlenmiş problemleri çözmeleri istenmiştir. Karışıklığa yer vermemek için ölçme aracında yer alan problemlerin dayandığı matematiksel ön öğrenmeler, "Türev Kavramı" ile üstten sınırlandırılmıştır. Ölçme öncesi çalışma grubu ile yapılan söyleşide, amacın onların MD'sinin ölçümü olduğu vurgulanmış ve buradan elde edilecek sonuçların okul başarılarını etkilemeyeceği de belirtilmiştir. Beklentimiz deneklerin ölçme aracında yer alan kimi olay ve olguları matematiksel modeller kurarak anlamlı kılmaları, yorumlamaları, dikey geçişle genellemeleri ve çözümlenmeleri yönündeydi.

Öğretmen adaylarının MD düzeyleri ve dayanaklarının belirleme çalışması iki aşamadan gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamanın ilk ayağında, çalışma grubunun MD'lerini ölçmede kullanılabilir çok sayıda problem kurgulanmış ve geliştirilmiştir. İkinci ayağında ise denemeler ve uzman görüşleri yardımı ile gerekli elemeler yapılmış ve MD ölçümüne uygun olduğuna inanılan ölçme problemleri ortaya çıkarılmıştır. Buna bağlı olarak da seçilen problemlerin dayanağı olabilecek ön öğrenmeler belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının MD'lerini ölçmeye yönelik hazırlanan ölçme aracında, hem günlük yaşam ile ilişkili olguların matematiksel modelini oluşturma ve irdeleme, hem de matematiksel olarak verilmiş bir modeli irdeleyerek, genelleme yoluyla yeni bir modele ulaşma yaklaşımları yer almaktaydı (bkz Tablo II.1).

Tablo 2.1. MD ölçme aracında kullanılan bir problem örneği

<p><i>Problem1.</i> $IR \rightarrow IR$ tam karelerin toplamı şeklinde oluşturulmuş,</p> $f : IR \rightarrow IR$ $f(x) = (x - a)^2 + (x - b)^2 \quad a \neq b$ $f(x) = (x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2 \quad a \neq b \neq c$ $f(x) = (x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2 + (x - d)^2 \quad a \neq b \neq c \neq d$ <p>.</p> <p>.</p> <p>.</p> <p>$f(x)$ fonksiyonları tanımlanmıştır. Verilen fonksiyonları inceleyerek,</p> <ul style="list-style-type: none"> • maksimum ve minimum noktalarının varlığını, • eğer maksimum ve minimum noktalarına sahip iseler, noktalarla ilgili bir genelleme yapılabiliyor yapılamayacağını, • verilen fonksiyonlardaki her terimin kuvvetinin aynı anda ve eşit olarak değişmesi durumunda maksimum ve minimum noktalarının varlığını araştırınız. Aynı genellemenin yapılıp yapılmayacağını belirtiniz.

İkinci aşamada önce matematik öğretmen adaylarının, ön öğrenmelerinde var olduğu belirlenen eksiklikleri giderilmeye çalışılmış ve daha sonra geliştirilmiş problemleri

çözmeleri istenmiştir. Problemleri çözme sürecinde başarılarının belirlenmesi için, MD ölçütleri göz önüne alınarak geliştirilen dereceli puanlama anahtarı (rubric) kullanılmıştır. Ölçüm verileri analiz edilerek, örnekleme oluşturan değişik gruplar arasında var olan benzerlik ve ayrıklıklar bulunmaya çalışılmış ve yorumlanmıştır.

3. Bulgular

Vurgulandığı gibi derlenen verilerin istatistiksel analizinde, MD ölçütleri ve ana öğeleri temel alınmıştır. Yani deneklerin, ölçme aracında yer alan problem çözümlerine değişik yönlü yaklaşımlarına göre, bireysel MD düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının bireysel MD'si ile cinsiyetinin (kız/erkek), mezun olduğu ortaöğretim kurumunun, ÖSS'da yaptığı matematik soru netinin ve ÖSS'da aldığı puanın ilişkisi olup olmadığı araştırılmıştır. Aynı biçimde fakülte birinci sınıf programında yer alan derslerdeki başarıları ile MD düzeyleri arasında da olası ilişki belirlenmeye çalışılmıştır. Analiz sonuçları ve puanlamalar yapılırken saptanan ortak yanlar göz önüne alınarak, MD'nin gelişiminde öne çıkan olası etkenler saptanmağa çalışılmıştır.

Öğretmen adaylarının, Ege Bölgesi (İzmir, Kütahya Simav, Afyon, Akhisar, Tavşanlı İMKB, Eşme Ahmet Avcı, Ortaklar, Nazilli, Manisa A.Ö.L.) daha yoğun olmasına karşılık, ülkenin her bölgesine yayılmış olmaları bir şans olarak varsayılabilir. Gerçekten öğretmen adaylarının mezun oldukları liselerin bulunduğu coğrafi bölgeler Akdeniz (Burdur, Isparta Gören, İçel, Ayşe Atıl, Düziçi, Aksu, Uşak A.Ö.L.), Marmara (Ahmet Hamdi Gökbayrak, Savaştepe, Edirne, Düzce A.Ö.L.), Karadeniz (Ordu, Zile, Nevzat Ayaz, Artvin, Amasya, Ünye M.R.G., Tokat, Giresun, Beşikdüzü A.Ö.L.), İç Anadolu (Aksaray, Erdoğan Akdağ, İvriz A.Ö.L.), Doğu ve Güneydoğu Anadolu (Mehmet Güneş, Adıyaman, Alpaslan, Kazım Karabekir, Tunceli, K.Maraş, Diyarbakır A.Ö.L.) biçiminde gruplandırıldığında karşılaştırılmağa uygun bir dağılım olduğu görülebilir. Denekler arasında cinsiyet dengesinin varoluşu da ayrı bir şans olarak düşünülmelidir (bkz. Tablo III.1) .

Ölçüm sonucunda elde edilen, öğretmen adaylarının MD düzeylerinin düşük oluşu bizi pek şaşırtmadı. Bunu bekliyorduk. Ancak bir başka beklentimizde, hiç olmazsa, 100

üzerinden bir puanlamada, ortalamalarının 50'nin üzerine çıkabileceği idi. Ne yazık ki bunda yanıldık. Sonuç daha düşük oldu. Bireysel birkaç zorlamanın dışında, belli düzeyin üstünde bir MD gelişimine rastlayamadık.

MD bireysel kazanımında, eğitim sisteminin temel öğeleri dışında, nelerin etkili olduğu araştırmasında öncelikle “cinsiyet” ele alınmıştır. İkinci etkenin, öğretmen adaylarının öğrenim gördüğü ortaöğretim okullarının bulunduğu bölgeler olabileceği varsayılmıştır. Çok arzu edilmesine rağmen, değişik liselerden gelen öğretmen adaylarının MD'leri karşılaştırılamamıştır. Çünkü, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu Anadolu Öğretmen Lisesi mezunudur (%95). Üçüncü etken olarak, öğretmen adaylarının ÖSS'de elde ettiği başarıları seçildi. Son olarak da, fakülte birinci sınıfta aldıkları derslerden elde ettikleri başarı puanlarının bir etken olup olamayacağı araştırılmıştır.

Cinsiyet gruplarının karşılaştırılmasında, MD'de cinsiyetin etkisine dönük istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır (bkz. Tablo III.1).

Tablo 3.1. MD'nin cinsiyete göre farklılığını belirlemeye yönelik t testi sonuçları.

Cinsiyet	Gözlem Sayısı n	Ortalama (\bar{x})	Standart sapma	Önem Denetimi
Kız	35	41,71	17,03	$p = 0,49$
Erkek	29	38,75	17,00	Fark Önemsiz

Öğretmen adaylarının mezun oldukları okulların bulunduğu bölgeler ile MD puanlarının kıyaslanmasında varyans analizi kullanılmıştır. Öğretmen adayları arasında, Doğu Anadolu Bölgesinden üç öğretmen adayı aynı şekilde Güney Doğu Anadolu Bölgesinden de üç öğretmen adayı olduğu için, istatistiksel analizlerin yapılabilmesi adına, bu iki bölge bir başlık altında toplanmış ve böylelikle altı farklı bölge oluşturulmuştur. Varyans analizi sonucunda, değişik bölgelerden gelen öğretmen adaylarının MD'leri arasında istatistiksel olarak anlamlı farklar gözlenmiştir. Bu farklılık, Karadeniz ve Ege Bölgeleri lehine oluşmuştur. Gerçekten de, bu bölgelerdeki okullardan mezun olmuş öğretmen adaylarının MD puanları, diğer bölgelerden mezun olan öğretmen adaylarından daha yüksektir (bkz. Tablo III. 2). Doğrusunu söylemek

gerekirse, bu sonuç bizim varsayımımızı tam olarak sağlamamıştır. Çünkü biz varsayımımızda Karadeniz Bölgesi'ni daha geri sıralarda olabileceği düşüncesinde idik.

Tablo 3.2. MD'nin öğretmen adaylarının mezun oldukları okulların ait olduğu bölgelere göre varyans analizi sonuçları.

Bölgeler	Gözlem Sayısı	Ortalama (\bar{x})	Önem Denetimi
Ege	32	45,25	$p = 0,01$ Fark Önemli
Akdeniz	7	33,14	
Marmara	4	30,00	
Karadeniz	9	48,22	
İç Anadolu	6	23,66	
Doğu ve Güney Doğu Anadolu	6	34,6	

Ülkemizde çok tartışılan üniversiteye giriş sınavında (ÖSS) öğretmen adaylarının aldığı puanlar ile onların MD gelişimi arasında bir bağlantı var mı yok mu araştırması yapılmaya çalışılmıştır. Bunun için önce öğretmen adayları, ÖSS puanları 375-367, 366-365, 365-361 arasında olan gruplara ayrılmıştır ve aralarında varyans analizi uygulanmıştır. Analiz sonuçları, gruplar arasında, istatistiksel olarak anlamlı fark olduğunu göstermiştir (bkz. Tablo III.3). Bu fark, beklendiği gibi, 375-367 puanlı öğretmen adaylarının lehine olmuştur.

Tablo III.3. MD'nin ÖSS puanlarına göre farklılığını belirlemeye yönelik varyans analizi sonuçları.

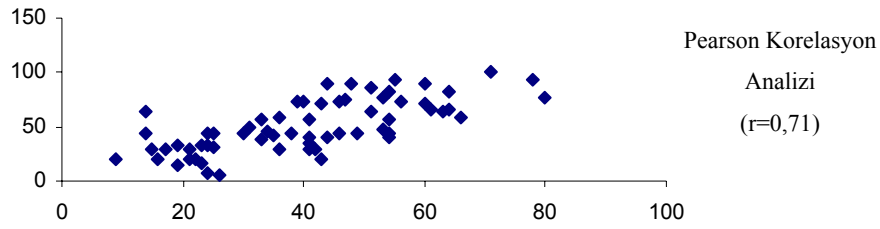
ÖSS Puanları	Gözlem Sayısı	Ortalama (\bar{x})	Önem Denetimi
375-367	17	51,05	$p = 0,07$ Fark Önemli
366-365	18	38,23	
365-361	29	35,53	

Deneklerin ölçülen MD düzeyleri ile ÖSS'de yaptıkları matematik netleri, Analiz I-II dersi başarı notunun belirlenmesinde önemli yer tutan, *genelleme yapabilmekteki*

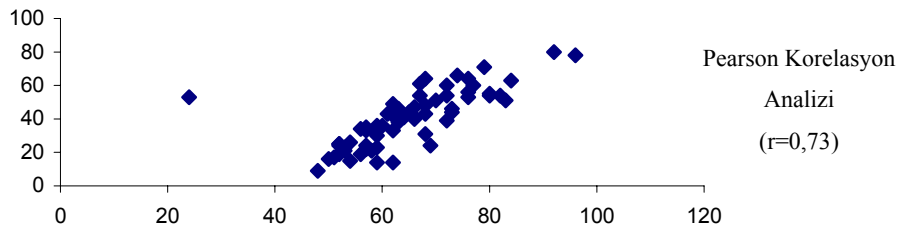
başarıları arasında doğrusal bir ilişki var mı yok mu araştırmasının önemli olduğu düşünülmüştür ve belirlemeye çalışılmıştır. Değişkenler arasındaki ilişkinin ölçüsünü ortaya çıkarabilmek için basit korelasyon teknikleri kullanılmıştır (bkz. Grafik III 1,2,3).

Grafiklerden de görüleceği gibi, öğretmen adaylarının Analiz I-II derslerinde başarıya etkileyen genelleme yapabilme puanları ile MD düzeyleri arasında belli ölçüde doğrusal bir bağıntı vardır ($r=0.71$ ve 0.73). Buna karşılık ve beklenenin aksine, ÖSS'de başardıkları matematik netleri ile MD düzeyleri arasında doğrusal bir bağıntı söz konusu değildir ($r=0.08$).

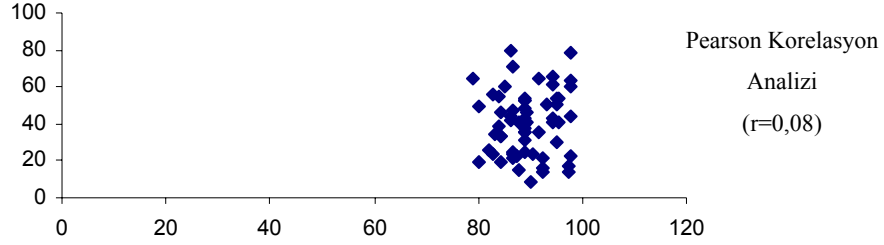
Aynı biçimde öğretmen adaylarının, fakülte birinci sınıf dönem ortalamaları ile MD Puanları arasında da istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunamamıştır ($r = 0,33$). Ancak bunun nedeni olarak, birinci sınıfta görülen alan dışı derslerin ortalamaya olan etkisi düşünülebilir.



Grafik 3.1. Öğrencilerin MD puanları ile Analiz I-II genelleme yapabilme puanları.



Grafik 3.2. Öğrencilerin MD puanları ile Analiz I-II dersi başarı not ortalamaları.



Grafik 3.3. Öğrencilerin MD puanları ile ÖSS doğru yaptıkları matematik netleri

4. Yorum ve Tartışma

Normal koşullarda ve eğer üniversiteye giriş sınavı bir ölçüt olarak düşünülür ise, çalışma grubu olarak seçilen öğretmen adaylarının ülke genelinde başarılı öğrenciler oldukları söylenebilir. Benzer yorum ortaöğretim kurumlarından mezuniyet dereceleri göz önüne alınarak da yapılabilir. Yani ne yönden bakılırsa bakılsın öğretmen adayları, varolan ölçütlere göre başarılı kimselerdir. Buna karşılık MD düzeyleri düşük görülmektedir. Kuşkusuz bunu değişik nedenlere bağlamak olasıdır ama, neden ne olursa olsun, benimsemek mümkün değildir.

Ölçümlerimize göre, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu, MD ölçme sorularını ilgilendiren ön öğrenmelere sahiptirler. Ama bu ön öğrenmelere dayanarak MD'lerini ortaya çıkarmak için oluşturulan etkinlikleri analizlemede, yorumlamada istenen düzeyde başarılı değillerdir. Örneğin öğretmen adaylarının aşağı yukarı tümü, elde ettiği sonucun yorumunu yalnızca sonucu isimlendirerek ("3'te maksimum vardır", "sonuç $(a+b)/2$ olur" gibi) yapmışlardır. Oysa Analiz derslerinin her saatinde aynı öğretmen adaylarına, "*matematikte attığınız her adımın sizin için bir anlamı olmalı*" ilkesi özellikle hatırlatılmaktaydı. Benzer olarak öğretmen adayları, genelleme ve dikey geçişler yapabilmek için hayal etme ve tahminleme yetilerini kullanma yoluna gitmemişler ya da gidememişlerdir. Bunun yerine, biraz da gereksiz çokça işlem yapmışlar ve ne yazık ki bu yolla da belli bir genellemeye ulaşamamışlardır. MD'nin temel ölçütlerinden biri olan ve yine her derste anımsatılan "*minimum düzeyde işlem yapma*" yaklaşımını unutmuş gözükerek yine bol işlem sunmuşlardır.

Çoğu öğretmen adayı, başarısız olduğunda değişik yaklaşımları denemek yerine ya pes etmiş yada tek bir deneme sonucuna göre hüküm vermiştir. Ama sonuca anlamlı yorum getirememiştir. Ek koşullar geliştirerek yada koşulları değiştirerek dikey ve yatay geçiş yapma girişimleri çok sınırlı kalmıştır. Az sayıda aday, elementer değişiklikleri (a yerine b alma gibi) değişik yaklaşım gibi varsayarak, yoruma anlamlı bir zenginlik kazandırmayı denemiştir. Olmayınca da bir ölçüde anlamsız düşünce üretme girişimleri ile başbaşa kalmışlardır. Ön öğrenmeleri yeterli düzeyde olmasına karşın, değişik yol denemedeki oran düşüklüğü ve yorumlamadan kaçınma yaklaşımı, öğretmen adaylarının bilgilerine ve kendilerine güvenmemeleri yanında matematiksel yapılarla günlük yaşamın ilişkilendirilme sıkıntısından kaynaklanıyor olabilir.

Görünüşe göre, öğretmen adayları neden matematik öğrendikleri konusunda tam bir bilgiye sahip değiller. Çünkü aşağı yukarı adayların tümü *matematik ile işlem karmaşası arasında bire-bir bir ilişki kurmaktadır*. Dolayısı ile yerli yersiz pek çok işlemi yapmayı matematik olarak adlandırarak kendilerini avutmaktadır. Bir başka olasılıkta, matematik öğretiminin amaçlarına inanmamaları olabilir. Aksi olsaydı, ÖSS’de yaptıkları matematik netleri ile MD düzeyleri arasında doğrusal bir ilişki olması gerekirdi, ama yok. Bu bize genel olarak, ama özellikle ortaöğretimde, matematik öğretiminin kendi amaçları dışında yapıldığını göstermektedir. Buna karşılık, üniversitede elde edilen başarının ölçüsü ile MD düzeyleri arasında, en azından belli ölçüde bir bağıntının bulunması bizi biraz rahatlatmıştır (bkz.Grafik III.2). Matematik öğretimini akıldan ya da araçla işlem becerisine indirgenmesi yetişmekte olan insanımızı “hesap makinesi”ne dönüştürmüştür. Eğer bunu doğru bulursak, en üst düzeyde MD’nin araçlarda olduğunu kabul etmemiz kaçınılmaz olur ki doğru değildir..

Öğretmen adayları, *genelleme aşamasında sıkıntı çektikleri için, doğal olarak soyutlamada da başarısız kalmışlardır*. Ama bize göre, deneklerin en hoş olmayan davranışları verilen problem için hipotez kurma ve kurulan hipotezi test etme gibi bir yaklaşıma gerek duymamaları olmuştur. Sorulduğunda böyle bir basamağın kendilerine zaman kaybettireceğini ileri sürmeleri de ilginç bulunmuştur.

Öğretmen adaylarının ispat etme aşamasında da büyük sıkıntıları ortaya çıkmıştır. Çok basit önermeleri bile (ön öğrenmelerinin olmasına rağmen) ispatlayamamalarını başka türlü açıklamak olası değildir. MD'nin göstergeleri arasında yer alan örnekleme ve problemi geliştirme aşaması öğretmen adaylarının en zayıf olduğu yönü oluşturmaktadır ve gerçekten büyük eksiklidir. Yorum yapma sıkıntısı olan deneklerin problemi geliştirmesini beklemek saflık olurdu. Ama hiç olmazsa , belli düzeyde örnekleme yapabilmelerini beklerdik. Sanırız *matematik ile günlük yaşamı ilişkilendirememe* örnek oluşturmanın önünü kesmiştir.

5. Öneriler

Matematik öğretmen adayları ve matematik öğretmenlerinin MD düzeylerinin üst düzeye çıkarılması kaçınılmazdır. Bir yolunu bularak bu gelişimi sağlayacak, bilişsel, duyuşsal ve fiziksel ortam oluşturulmalıdır. Aksi halde toplumun bireylerinin MD düzeyinde gelişim sağlanamaz. Bunun doğal uzantısı olarak, yaratıcı, doğru tahmin edebilen ve benzeri nitelikli bireyler yetiştirmek hayal olur.

Planlı öğretim, bireylerin MD düzeylerini geliştirecek biçimde yeniden düzenlenmelidir. Uygulamada ve özellikle matematik derslerinde başarının ölçümünde MD kazanımının ölçümü de sürekli gündemde kalmalıdır.

Her öğretmenin, ama özellikle matematik öğretmenlerinin MD düzeyleri sık sık belirlenmeli ve eğer gerekiyor ise hizmet içi eğitimler ile belirlenen eksiklikler giderilmeğe çalışılmalıdır.

Eğitim fakültelerinde matematik öğretmen adayları yetiştirilirken, birinci sınıftan başlanarak son yıla kadar her yıl öğretmen adaylarının MD düzeyleri ölçülmeli ve gelişimi hızlandırmaya çalışılmalıdır. Bunun için öğrenme ortamının, düşünüleni söylemeye uygun olması ve öğrencinin ise MD'nin gereğine inanması ön kışulları sağlanmalıdır.

Günümüzde geçerli sayılan öğrenme yaklaşımları ve öğrenme stratejileri denirken özellikle, “genelleme”, “tahminleme”, “kavramlar arası geçiş” vb davranışların gelişimi öne çıkarmalıdır.

Öğretmenlerin sınıf içinde yada ödev çalışmalarında, kaynak kitaplarda yer almayan çözüm yaklaşımlarını desteklemesi ve bu tür yaklaşımları sınıfta öğrencilerin tartışmasına sunması gerekir. Belki bir adım daha ileri giderek, bu tür yaklaşımların sergilenmesi de yararlı olabilir. Öğrencilerden verilen bir problemi geliştirmeleri ve olabilirse problem ile günlük yaşamı ilişkilendirmeleri istenebilir.

Belki en son ama en önemlisi olark, ölçme araçlarında (buna ÖSS de dahildir) yer alan soruların gerektirdiği işlem yapma süresinin, problemin çözümünde gereken toplam zamanın % 25’ini geçmeyecek biçimde düzenlenmesi ilkesine uyulmalıdır. Bunun yanında minimum düzeyde el aracı (kalem, kağıt vb.) kullanımı da unutulmamalıdır.

Kaynaklar

- Biltzer, R. (2003), Thinking Mathematically, New Jersey 07458, Prentice Hall.
- Bukova E., Alkan H. (2003), Matematik Öğretiminde Öğrencilerde Matematiksel Gücün Gelişimine Yönelme, XII. Eğitim Bilimleri Kongresi, 15-19-Ekim-2003, Gazi. Üniversitesi, Antalya.
- Dunlap J. (2001), Mathematical Thinking, <<http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc>> (2003, Kasım 4)
- Ferri, R.B. (2003), Mathematical Thinking Styles- An Empirical Study, European Research in Mathematics Education III, CERME-3 <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_BorromeoFerri_cerme3.pdf> (2004, Haziran 18).
- Greenwood J. J. (1993), Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking, The Arithmetic Teacher, Nov 1993, 41,3: ProQuest Education Complete pg.144.
- Henderson, P.B., Baldwin, D. (2001), et al, “Striving for Mathematical Thinking,” ITiCSE 2000 Working Group Report, SIGCSE Bulletin - Inroads, Vol. 33, No. 4, Dec, pp. 114-124.
- Liu P. H (1996), Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?, The Mathematics Teacher. Reston: Sep. Vol.96, Iss. 6; pg. 416.

- Mason J., Burton L., Stacey K. (1985), *Thinking Mathematically*, Bristol, Addison-Wesley Publishing Company.
- Özden Y. (1998), *Öğrenme ve Öğretme*. Ankara: Önder Matbaası.
- Polya G. (1990), *How to Solve It A New Aspects of Mathematical Method*, Londra, England: Penguin Books.
- Sevgen, B. (2002), *Matematiksel Düşünce Yapısı ve Gelişimi*, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi kongresi, 16-18-Eylül-2002, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Tall, D.(1995), *Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking*, *Proceedings of the International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Recife, Brazil: I, 161-175.
- Mathematical Thinking The Definitions of Burton (1984) and Drayfus (1984) <<http://www.cst.cmich.edu/users/manoula/761.mathematicalthinking.doc>> (2003, Kasım 4)