GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 25, Sayı 2 (2005) 135-144

Kavram Haritaları Kullanılarak Yapılan Öğretimde Graf Teorinin Yeri

The Place of Graph Theory in Teaching with Using Concept Maps

Sevinç MERT UYANGÖR
Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, Balıkesir-TÜRKİYE

Devrim ÜZEL
Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, Balıkesir-TÜRKİYE

ÖZET

Kavram haritaları, kişinin daha fazla yorum yapmasını sağlayarak bilginin zihinde yapılanması için olumlu durum oluştururlar. Benzer bir yapı içeren; matematikte, tepeler(V) ve ayrıtlar(E) kümesinden oluşan, her tepe çiftini bir ayrıtla birbirine eşleyen bir g bağıntısı ile birlikte G=(V,E,g) ye bir graf denir. Bu çalışmada; grafın matrissel gösteriminin kavram haritasını oluşturmada kolaylaştırıcı rolü olduğu ortaya konulmuştur. Böylece graf teoride, grafların sahip olduğu bazı özelliklerin, matematik öğretiminde kavram haritalarının tasarımında ve öğretimin değerlendirilmesi boyutunda yararlı olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Kavram Haritaları, Graf, Graf Teori

ABSTRACT

Concept maps make positive situtation to build knowledge in mind with making more explanation. A graph G consists of a set V(G) of vertices and a set E(G) of edges, in such a way that each edge is an incident with two vertices. In this study, it was shown that graph's matrix projections contribute to forming concept maps easy. It has been thought in graph theory that the characteristics of graph are very useful in teaching mathematics, designing concepts and evaluating instructions.

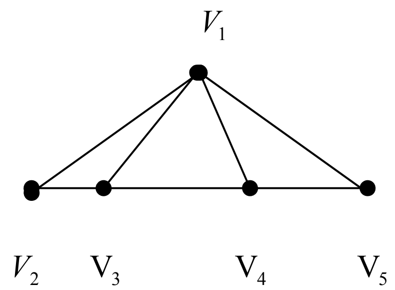
Key words: Concept maps, Graph, Graph theory.

1. Giriş

Graf V ve E iki ayrık küme ve V≠0 olsun. Bir G grafı, her bir E ayrıtının iki V tepesi ile bağlantılı olduğu E(G) ayrıtlarının ve V(G) tepelerinin bir kümesinden oluşur. E ayrıtının bağlantılı olduğu V tepelerine bu ayrıtın uç noktaları denir. Eğer iki ayrıt ortak bir uç noktasına sahipse bu iki ayrıt bağlantılıdır denir.

Bazı uygulamalarda bir grafın her bir ayrıtına bir yön koymak daha uygun olmaktadır. Böylece elde edilen grafın oklu diyagramına yönlendirilmiş bir graf denir(Kavram haritaları da yönlendirilmiş bir graftır.) (Wilson, 2002) .

Kavram haritaları ilk olarak 1970'li yıllarda Joseph Novak adlı araştırmacı ile Cornell Üniversitesi mezunu olan öğrenciler tarafından yürütülen araştırma projesinin bir parçası olarak geliştirilmiştir. Novak çalışmalarını David Ausubel'in (1968) çalışmaları üzerine kurmuştur. Ausubel çalışmalarında yeni kavramların öğreniminde eski bilgi birikiminin ve eski kavramların önemini ön plana almıştır. Ancak bu şekilde, eski bilgilerle yeni bilgilerin ilişkilendirilmesiyle, anlamlı öğrenmenin gerçekleşeceğini savunmuştur.



Şekil-I *G(5,7) grafı*

Kavram haritaları, kavramların ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin grafik olarak gösterilmesinin bir yoludur. Kavram haritaları, bir konuya ait kavramsal yapılaşmayı, kavram ve kavramlar arasındaki bilişsel bağlantıları görsel olarak gösteren iki boyutlu şemadır (McGowen and Tall, 1999; Novak et al, 1983).

Novak ve Gowin (1984) haritaların puanlamasını yaparken 4 temel kriter kullanmışlardır:

1) Haritada kullanılan kavram ve önerme sayısı: Haritada yer alan anlamlı ve geçerli her bir önermeye 1 (bir) puan verilir.

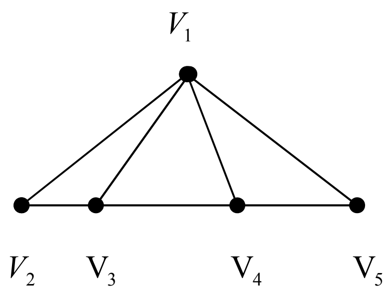
2) Hiyerarşik yapılanma: Her geçerli seviyedeki hiyerarşiye 5 (beş) puan verilir.

3) Çapraz ilişkiler: Geçerli olan her çapraz ilişkiye 10 (on) puan verilir.

4) Örnekler: Kavramların altındaki özel olay, nesne veya örneklere 1 (bir) puan verilir (Novak and Growin, 1984; Commelot, 1987).

].

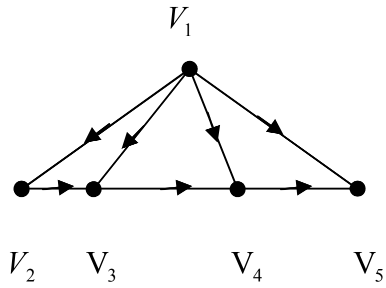
Tepeler kümesi V={$V_1, V_2, ..., \mathrm{V}_n$} ve ayrıtlar kümesi de E={$e_1, e_2, ..., e_m$} olan bir graf G olsun. G nin v_i tepesi (i=1,2,...,n) v_j tepesiyle (j=1,2,...,n) bağlantılı ise $a_{ij} = 1$, bağlantılı değilse $a_{ij} = 0$ olmak üzere oluşturulan A=$\lfloor a_{ij} \rfloor_{n \times m}$ matrisine bu grafın bağlantı matrisi denir (Wilson, 2002) . Aşağıda G(5,7) grafı ile bu grafa karşılık gelen matris verilmiştir.



Şekil-II *Yönlendirilmemiş G(5,7) grafı*

$$
A = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

Şekil-III *G(5,7) grafına karşılık gelen A bağlantı matrisi*



Şekil-IV *Yönlendirilmiş G(5,7) grafı*

$$A = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Şekil-V *Yönlendirilmiş G(5,7) grafına karşılık gelen A bağlantı matrisi*

2. Graflar ve Kavram Haritalarının İlişkisi

Her bir kavram haritası, kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerden, benzer şekilde graflar da tepeler ve bu tepelerle bağlantılı olan ayrıtlardan oluşmaktadır. Dolayısıyla kavram haritasındaki her bir kavram grafın bir tepesine ve kavramlar arasındaki ilişkilerde grafın ayrıtlarına bire bir eşlenebilir. Böylece her kavram haritasına bir graf karşılık gelir.

Yukarıda bahsedildiği gibi her kavram haritasının bir grafa karşılık geldiği ve her grafın da bir matrissel gösterime sahip olduğu göz önüne alındığında, kavram haritasının puanlamasını işe koşarak her kavram haritasının matrissel gösterimini yapabiliriz. Bunu yaparken izlenecek yol aşağıdaki gibidir:

1) A matrisinin sütununa kavramlar, satırına ise ilişkiler kısmı denir.

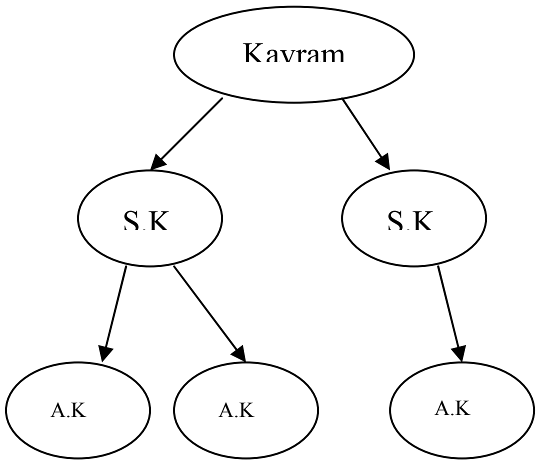
2) Kavramın geçerli olan bir hiyerarşik yapılanması varsa, bu bağlantı kavram haritasının puanlanmasında verilen "5" ile ifade edilir.

3) Kavramın çapraz ilişkisi varsa bu bağlantı kavram haritasının puanlanmasında verilen "10" ile ifade edilir.

4) Kavramın bir alt kavramı veya örneği varsa kavram haritasının puanlanmasında verilen "1" ile ifade edilir.

$$\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Şekil-VI *Yönlendirilmemiş G(5,7) grafına karşılık gelen matris*



S.K: Spesifik Kavram

A.K: Alt Kavram

Şekil-VII *Örnek kavram haritası*

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 & v_7 \end{array} \\
\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{array} &
\begin{bmatrix}
0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Şekil-VIII *Kavram haritasına karşılık gelen matris*

2.1 Problem cümlesi

Kavram haritası ve graf teori arasındaki ilişkinin kavram haritasını oluşturmadaki rolü nedir?

2.2 Alt problemler

1) Graf teori bilgisi verilmeden önce İlköğretim Matematik Öğretmenliği (İMÖ) ile Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği (OMÖ) öğrencileri arasında kavram haritasını oluşturmada bir fark var mıdır?

2) Grafların matrisle gösterimini boş kavram haritasına dönüştürmede İMÖ ile OMÖ öğrencileri arasında bir fark var mıdır?

3) Graf teori bilgisi verildikten sonra İMÖ ile OMÖ öğrencileri arasında kavram haritasını oluşturmada bir fark var mıdır?

3. Yöntem

Araştırmada, kavram haritaları ve graf teori arasındaki ilişkinin kavram haritası oluşturmadaki rolünü belirlemek amacıyla bir guruba öntest-sontest modeli uygulanmıştır.

Araştırmaya veri sağlamak amacıyla iki çalışma grubu Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi İMÖ 3. sınıfından 39 öğrenci ve OMÖ 3. sınıfından 26 öğrenciden oluşturulmuştur.

Çalışma gruplarını oluşturan öğrencilere ilk önce kavram haritaları ile ilgili bilgiler sunulmuş ve sayılar ünitesine ait kavram haritasını oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra her iki çalışma grubuna kavram haritası ve graf teori arasındaki ilişki ve grafların matrissel gösteriminin boş kavram haritasına karşılık geldiği verilmiştir.

4. Bulgular ve Yorum

Bu bölümde, araştırmada ele alınan alt problemlere ilişkin bulgular sunulmuş ve bu bulgulara dayanılarak yorumlar yapılmıştır.

Araştırmada ele alınan birinci alt problem İMÖ ve OMÖ öğrencileri arasında graf teori bilgisi verilmeden önce kavram haritası oluşturmada aralarında fark olup olmadığını belirlemeye yöneliktir. Bunun için, İMÖ ve OMÖ öğrencilerine kavram haritaları ile ilgili bilgiler sunulmuş ve sayılar ünitesine ait kavram haritası oluşturmaları istenmiştir. İMÖ ve OMÖ öğrenci sayıları ve öğrencilerin kavram haritasını oluşturabilme yüzdeleri Tablo-I'de verilmiştir.

Kavram haritasını öğrencilerin oluşturup oluşturamadıkları ise; öğrencilerin sayılar konusuyla ilgili hazırlamış oldukları kavram haritaları incelenerek, kavramların hiyerarşik yapılanmasında hata yapıp yapmadıklarına göre belirlenmiştir.

Tablo-I *Kavram haritasını oluşturabilme yüzdeleri*

	Öğrenci sayısı	Kavram haritasını oluşturabilen öğrenci sayısı	Yüzdesi (%)
İMÖ	39	3	7,6
OMÖ	26	3	11,5

Tablo-I incelendiğinde araştırmaya katılan 39 İMÖ öğrencisinden 3 tanesi (% 7,6 sı) kavram haritasını doğru olarak oluşturabilirken, 26 OMÖ öğrencisinden 3 tanesi (% 11,5 i) doğru olarak oluşturmuşlardır.

Araştırmada ele alınan ikinci alt problem İMÖ ve OMÖ öğrencilerinin grafların matrissel gösterimini boş kavram haritasına dönüştürmede aralarında fark olup olmadığını belirlemeye yöneliktir. Bunun için, her iki çalışma grubundaki öğrencilere her kavram haritasının bir grafa karşılık geldiği , her grafın bir matrissel gösterime sahip olduğu ve kavram haritasının puanlaması sunulmuştur. Ayrıca öğrencilere matrissel gösterimi verilmiş bir grafın nasıl çizilebileceğine ait örnekler verilmiştir. Tablo-II'de İMÖ ve OMÖ öğrencilerinin grafların matrissel gösterimini boş kavram haritasına dönüştürme yüzdeleri verilmiştir.

Tablo-II *Grafın matrissel gösterimini boş kavram haritasına dönüştürme yüzdeleri*

	Öğrenci sayısı	Grafların matrissel gösterimini boş kavram haritasına dönüştürebilen öğrenci sayısı	Yüzdesi (%)
İMÖ	39	37	94,8
OMÖ	26	26	100

Tablo-II incelendiğinde, araştırmaya katılan 39 İMÖ öğrencisinden 37 (% 94,8 i) tanesi ve OMÖ öğrencisinden 26 (% 100 ü) tanesi grafların matrissel gösterimini boş kavram haritasına dönüştürebilmişlerdir.

Araştırmada ele alınan üçüncü alt problem İMÖ ve OMÖ öğrencileri arasında graf teori bilgisi verildikten sonra kavram haritası oluşturmada aralarında fark olup olmadığını bulmaya yöneliktir. Bunun için, İMÖ ve OMÖ öğrencilerine sayılar ünitesine ait kavram haritasının matrissel gösterimi ve bu üniteye ait kavramlar aralarında aşamalılık ilişkisi olmayacak şekilde verilerek öğrencilerden kavram haritasını oluşturmaları istenmiştir. Sonuçlar Tablo-III'de sunulmuştur.

Tablo-III *Grafın matrissel gösterimini kavram haritasına dönüştürme yüzdeleri*

	Öğrenci sayısı	Grafların matrissel gösterimini kavram haritasına dönüştürebilen öğrenci sayısı	Yüzdesi (%)
İMÖ	39	26	66,6
OMÖ	26	26	100

Tablo-III incelendiğinde, graf teori bilgisi verildikten sonra İMÖ öğrencilerinin kavram haritasını oluşturabilme yüzdesi % 66,6 ve OMÖ öğrencilerinin ise % 100 olmuştur.

5. Sonuç ve Öneriler

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgulara dayalı olarak varılan sonuçlar ve bu sonuçlara dayalı olarak getirilen öneriler verilmiştir.

5.1 Sonuç

Bu araştırmada elde edilen sonuçlar;

1) İMÖ ve OMÖ öğrencileri arasında graf teori bilgisi verilmeden önce kavram haritası oluşturmada aralarında bir fark olmadığı ancak konu alanı bilgisinin eksikliğinden kaynaklanan bir fark olduğu, bu farkın da İMÖ öğrencilerinin bazı kavramların aşamalılık ilişkisini bilmemesinden kaynaklandığı;

2) Grafların matrisle gösterimini boş kavram haritasına dönüştürmede İMÖ ile OMÖ öğrencileri arasında bir fark olmadığı;

3) Graf teori bilgisi verildikten sonra İMÖ ile OMÖ öğrencileri arasında kavram haritasını oluşturmada bir fark olduğu, bu farkında OMÖ öğrencilerinin lehine olduğu;

şeklindedir. Bunun sebebinin ise bu çalışmanın konusu olmayan daha önceki eksik veya yanlış kavram bilgisinden kaynaklandığı görülmüştür.

İMÖ ve OMÖ öğrencilerinin kavram haritasını oluşturmada graf teori bilgisi verildikten sonra gösterdikleri artış göz ardı edilemeyecek kadar yüksektir.

Araştırmada elde edilen genel sonuç; kavram haritası oluşturmada, graf teori ve kavram haritası arasındaki ilişkinin kolaylaştırıcı bir rolü olduğudur. Grafın matris gösterimiyle oluşturulan boş kavram haritası, öğrencilerin kavramları yerleştirirken hiyerarşik yapılanmayı daha iyi görmesini sağlamıştır.

5.2 Öneriler

Bu araştırmada elde edilen sonuçlar doğrultusunda; aşağıdaki öneriler sunulabilir:

1) Öğretmen adaylarına kavram haritaları ve graf teori arasındaki ilişki verilmelidir.

2) Öğretmen adaylarına kavram haritası oluşturmada graf teorisinin kolaylaştırıcı rolü verilmelidir.

3) Yurtdışındaki bazı ülkelerde olduğu gibi ortaöğretim okullarında seçmeli ders olarak graf teori okutulabilir.

Kaynaklar

Commelot, R.A. (1987). *Design and Evaluation of Software for Computer-Based Concept Mapping*, Unpublished Mastery Thesis, Urbana, Champaign.

McGowen, M. and Tall, D. (1999). Concept Maps and Schematic Diagrams as Devices for Documenting the Growth of Matematical Knowledge, *Mathematic Education*, Vol 34, p.717-733.

Novak, J., Gowin, D.B. and Johanessen, G.T. (1983). The Use of Concept Mapping and Knowledge Vee Mapping with Junior High School Science Students, *Science Education*, 67, 625-645.

Novak, J.D., and Growin, B. (1984). Learning How toLearn. *Cambridge University Press* New York.

Wilson, R. A. (2002). Graphs, Colourings and the Four-colour Theorem. *Oxford University Press* New York.