META ANALİZ İÇİN ETKİ BÜYÜKLÜĞÜ ÖLÇÜMLERİ KONUSUNDA KENDAL TAU'SUNU SPEARMAN RHO'SUNA DÖNÜŞTÜRMEK İÇİN TABLO*

Andrew R. GILPIN
Çev: Nilgün KÖKLÜ**

Çoklu araştırmalara dayanan etki büyüklüğünün tahmin edilmek istendiği meta–analitik çalışmalarda, Kendall Tau'sunun genellikle sıralamalı bir korelasyon ölçüsü olan, gerçekte farklı ölçeğe sahip olan Spearman Rho'suna eşit sayıldığını kabul etmek önemlidir. Bu makale, O'dan 1'e Tau katsayılarına karşı gelen bir değerler tablosunu verirken, Tau'yu Rho'ya, Pearson r'ye, r^2'ye, Fisher Z'ye ve Cohen'in etki büyüklüğü ortalamalar indeksi standart ranjına dönüştürmek için formülleri tekrar gözden geçirmektedir.

Bu makale, Kendall (1938)'ın Tau'sunu Spearman Rho'ya, Pearson r'ye ve çeşitli indislere dönüştürmek için bir tablo sunmaktadır.

Kendall Tau (τ) ve Spearman Rho (ρ) için birbirine eşdeğer istatistikler olduğu düşünülür. İki sıralı (sıralama) değişken arasındaki ilişki derecesinin bir ölçümü olarak, aynı göreli yeterliği paylaşırlar (Gibbons, 1985, s. 298). Süphesiz, ρ'nun rağbette olması, τ'dan farklı olarak, ham puanlara karşılık gelen sıralara Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı (r) formülünü uygulayarak doğrudan hesaplanabilmesi gerçeğinden kaynaklanmaktadır. (Son zamanlarda Roberts ve Kunts (1990), Monte Carlo tekniklerini kullanarak, bu yaklaşımın kullanılmasının Spearman'ın sıra farklarıyla açıklanan tanımsal formülünün kullanılmasıyla karşılaştırıldığında, bir dezavantaj oluşturmadığını saptamışlardır.)

* Table for Conversion of Kendall's Tau to Spearman's Rho within the Context of Measures of Magnitude of Effect For Meta–Analysis". Educational and Psychological Measurement, 53, 1993, 87–92.

** Yrd. Doç. Dr. A.Ü. Eğitim Bilimleri Fakültesi, Eğitim İstatistiği ve Araştırması Anabilim Dalı.

Araştırmacılara ρ'ya tercihen τ kullanmalarının tavsiye edilmesinde çeşitli sebepler vardır. Kavramsal düzeyde, sadece örneklem kovaryansı ile açıklanabilen ρ'nun aksine, τ'nun sıralamadaki değişme sayısına dayandığından yoruma açık, cazip gelen bir yönü vardır (Gibbons, 1985, s. 297). Daha önemlisi, τ'yu tercih etmede teorik sebepler vardır. Örneğin, örneklem genişliği, N, arttıkça, ρ dan daha hızlı normal dağılıma yaklaşır ve hatta özellikle aynı gözlemler olduğunda matematiksel olarak daha kolay işlenir (Ferguson ve Takane, 1989, s. 422). Ancak, pratikte her iki ölçümde hemen hemen her zaman hipotez testetmede aynı kararla sonuçlanırlar (Gibbons, 1985, s. 296).

Hernekadar τ ve ρ aynı vardamlı karara ulaşıyorsada, bunlar farklı ölçeklere sahiplerdir. Bu durumun iki doğrulayıcısı vardır. Birincisi, küçük örneklemler için, farklı kritik değer tablosu gerektirir (Best, 1973; Ramsey, 1989). İkincisi ve daha önemlisi birbirleriyle doğrudan karşılaştırılamazlar. Bazen hoş görülebilen bir nokta, her iki istatistiğinde ranjının -1.0'den $+1.0$'e olmasıdır. Bu ranjın büyük bir kısmında, ρ'nun mutlak değeri τ'nunkinin 1.5 katı kadardır (Kendal, 1962, s. 12). Strahan (1982)'ın kaydettiği gibi, iki katsayıyı kullanan çalışmalardan etki büyüklüğünü tahmin etmek isteyen meta–analitik bir çalışmada, τ ve ρ'nun doğrudan karşılaştırılamayacağı gerçeğinin önemli bir düşünce olduğunu göstermektedir. Strahan, r'nin onbir değeri ile birlikte, buna karşı gelen τ ve ρ değerlerinin yer aldığı bir tablo sunmaktadır. Bu tablo'nun diğer ölçümlere dönüşmesine çok güç ve büyük ölçüde interpolasyon yapılmadan izin vermemektedir.

Bu çalışmanın amacı sadece τ'nun ρ'ya, Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı r'ye, ve meta analiz çalışmalarda kullanılan r'nin değişik şekillerine dönüştürülmesini formüle etmek değil, ayrıca bu dönüşmeleri kolaylaştırmak için bir tablo sunmaktadır. Bu çalışmada, τ'nun hesaplanması pek çok istatistik kitabında verildiğinden ele alınmamaktadır. (Örneğin, Ferguson ve Takane, 1989; Howell, 1987); ve benzer şekilde, bu çalışma meta–analiz için gerekli çeşitli istatistiklerin kullanımı ile ilgili metodolojik ve filozofik sonuçlar önermeyecektir (Hedges ve Olkin, 1985; Wolf, 1987).

τ'nun, iki değişkenli normal evrenden alınmış orta yada geniş N (30 üstü) örnekleminden hesaplanan Kendall tau katsayısının bir tahminini gösterdiği farzedilir. Kendall (1962, s. 126) $r = (2/\pi)\sin^{-1}\tau$ formülünü not etmektedir. Bu formül τ'ya karşı gelen r'yi hesaplamada kullanılabildiğinden, böylece farklı çalışmalardan elde edilen sonuçların karşılaştırılmasında kullanılabilmektedir (Wolf, 1987).

Tablo 1. Kendall Tau (τ) Fonksiyonları Olarak Spearman Rho (ρ), Pearson r ve r Dönüşümleri Değerleri

ρ	τ	r	r^2	d	Z_r
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.010	0.015	0.016	0.000	0.031	0.016
0.020	0.030	0.031	0.001	0.063	0.031
0.030	0.045	0.047	0.002	0.094	0.047
0.040	0.060	0.063	0.004	0.126	0.63
0.050	0.075	0.078	0.006	0.157	0.079
0.060	0.090	0.094	0.009	0.189	0.094
0.070	0.105	0.110	0.012	0.221	0.110
0.080	0.120	0.125	0.016	0.253	0.126
0.090	0.135	0.141	0.020	0.285	0.142
0.100	0.150	0.156	0.024	0.317	0.158
0.110	0.164	0.172	0.030	0.349	0.174
0.120	0.179	0.187	0.035	0.382	0.190
0.130	0.194	0.203	0.041	0.414	0.206
0.140	0.209	0.218	0.048	0.447	0.222
0.150	0.223	0.233	0.054	0.480	0.238
0.160	0.238	0.349	0.062	0.514	0.254
0.170	0.253	0.264	0.070	0.547	0.270
0.180	0.267	0.279	0.078	0.581	0.287
0.190	0.282	0.294	0.086	0.615	0.303
0.200	0.296	0.309	0.095	0.650	0.319
0.210	0.311	0.324	0.105	0.685	0.336
0.220	0.325	0.339	0.115	0.720	0.353
0.230	0.339	0.353	0.125	0.756	0.369
0.240	0.354	0.368	0.136	0.792	0.386
0.250	0.368	0.383	0.146	0.828	0.403
0.260	0.382	0.397	0.158	0.865	0.420
0.270	0.396	0.412	0.169	0.903	0.437
0.280	0.410	0.426	0.181	0.941	0.455
0.290	0.424	0.440	0.194	0.980	0.472
0.300	0.437	0.545	0.206	1.019	0.490
0.310	0.451	0.468	0.219	1.059	0.507
0.320	0.465	0.482	0.232	1.100	0.525
0.330	0.478	0.495	0.245	1.141	0.543
0.340	0.492	0.509	0.259	1.183	0.561
0.350	0.505	0.522	0.273	1.226	0.580
0.360	0.518	0.536	0.287	1.269	0.598
0.370	0.531	0.549	0.301	1.314	0.617
0.380	0.544	0.562	0.316	1.359	0.636
0.390	0.557	0.575	0.331	1.406	0.655
0.400	0.570	0.588	0.345	1.543	0.674
0.410	0.582	0.600	0.361	1.502	0.694
0.420	0.595	0.613	0.376	1.551	0.714
0.430	0.607	0.625	0.391	1.602	0.734
0.440	0.620	0.637	0.406	1.655	0.754
0.450	0.632	0.649	0.422	1.708	0.774
0.460	0.644	0.551	0.437	1.763	0.795
0.470	0.655	0.673	0.453	1.820	0.816
0.480	0.667	0.685	0.469	1.878	0.838
0.490	0.679	0.696	0.484	1.938	0.859
0.500	0.690	0.707	0.500	2.000	0.881
0.510	0.701	0.719	0.516	2.064	0.904
0.520	0.713	0.729	0.531	2.130	0.927
0..30	0.723	0.740	0.547	2.198	0.950
0.540	0.734	0.750	0.563	2.269	0.973

TABLO 1'İN DEVAMI

ρ	τ	r	r^2	d	Z_r
0.550	0.745	0.760	0.578	2.342	0.997
0.560	0.755	0.771	0.594	2.418	1.022
0.570	0.766	0.780	0.609	2.496	1.046
0.580	0.776	0.790	0.624	2.578	1.072
0.590	0.786	0.800	0.639	2.664	1.098
0.600	0.795	0.809	0.655	2.753	1.124
0.610	0.805	0.818	0.669	2.846	1.151
0.620	0.814	0.827	0.684	2.943	1.179
0.630	0.823	0.836	0.699	3.045	1.207
0.640	0.832	0.844	0.713	3.151	1.236
0.650	0.841	0.853	0.727	3.264	1.266
0.660	0.850	0.861	0.741	3.382	1.296
0.670	0.858	0.869	0.755	3.506	1.327
0.680	0.866	0.876	0.768	3.638	1.360
0.690	0.874	0.884	0.781	3.777	1.393
0.700	0.882	0.891	0.794	3.925	1.427
0.710	0.889	0.898	0.806	4.083	1.462
0.720	0.897	0.905	0.819	4.250	1.498
0.730	0.904	0.911	0.831	4.430	1.536
0.740	0.910	0.918	0.842	4.622	1.575
0.750	0.917	0.924	0.854	4.828	1.615
0.760	0.923	0.930	0.864	5.051	1.657
0.770	0.930	0.935	0.875	5.293	1.700
0.780	0.935	0.941	0.885	5.555	1.746
0.790	0.941	0.946	0.895	5.842	1.793
0.800	0.946	0.951	0.905	6.155	1.843
0.810	0.952	0.956	0.914	6.501	1.895
0.820	0.956	0.960	0.922	6.884	1.950
0.830	0.961	0.965	0.930	7.311	2.008
0.840	0.966	0.969	0.938	7.789	2.069
0.850	0.970	0.972	0.946	8.331	2.134
0.860	0.974	0.976	0.952	8.947	2.204
0.870	0.977	0.979	0.959	9.658	2.278
0.880	0.981	0.982	0.965	10.484	2.359
0.890	0.984	0.985	0.970	11.459	2.446
0.900	0.986	0.988	0.976	12.628	2.542
0.910	0.989	0.990	0.980	14.053	2.648
0.920	0.991	0.992	0.984	15.832	2.766
0.930	0.993	0.994	0.988	18.116	2.900
0.940	0.995	0.996	0.991	21.158	3.054
0.950	0.997	0.997	0.994	25.412	3.237
0.960	0.998	0.998	0.996	31.789	3.460
0.970	0.999	0.999	0.998	42.410	3.748
0.980	0.999	1.000	0.999	63.641	4.154
0.990	1.000	1.000	1.000	127.314	4.847
1.000	1.000	1.000	1.000	—	—

Bundan sonra, ρ'nun hesaplanması ele alınmaktadır. Kendall (1962, s. 131) büyük N ve normal evrenler için, ρ'nun τ'ya oranının $3\ (\sin^{-1}(r/2))/\sin^{-1} r$ olduğunu göstermiştir. Cebirsel kısaltmalardan sonra, sonuç $\rho = 3\ [\tau \sin^{-1}(r/2)]/\sin^{-1} r$ eşitliğidir.

Meta analizde r'nin çeşitli dönüşümleri kullanışlıdır. Birincisi, r^2, determinasyon katsayısı, genellikle kullanılan bir etki büyüklüğü indeksidir. İkincisi, Fisher'in transformasyonu olan Zr'ye, $Zr = \tanh^{-1} r$ (Hedges, 1982), karşı gelen değerlerin ortalaması alınarak bu konudaki çalışmaların birleştirilmesi makuldur; sonuç değer standart normal dağılım tablolarına alınabilir. Sonuncusu, kontrol gruplu deneysel çalışmaların kullanıldığı parametrik çalışmalar ile parametrik olmayan korelasyonel çalışmaları birleştirmede, ilgili iki ortalama arasındaki farkın standart sapmaya bölünmesi ile bulunan evren ortalamaları standart ranjının tahminini yapmak çoğu zaman yararlı olmaktadır. (Cohen, 1977, s. 276–280; Glass, McGaw ve Smith, 1981). $d = 2r / \sqrt{(1-r^2)}$ eşitliği kullanılarak, r'den istenen standardize (ranj) fark istatistiği d (Wolf, 1987); d'den de Cohen'in f istatistiği hesaplanabilir (Keppel, 1991, s. 83).

τ'nun gereken dönüşümlerini hesaplamada açıklanan eşitlikleri kullanmak mümkündür. Ama, Tablo 1'de, daha kullanışlı bir yaklaşım olarak 0'dan 1'e, τ'nun değerlerine karşı gelen ρ, r, r^2, d ve Zr değerleri gösterilmektedir. $\tau < 0$ değerleri için, bu dağılımlar simetrik olduğundan, Tablo 1 negatif değerlerine karşı gelen değerleri bulmak içinde kullanılabilir. (Bu takdirde, r^2 dışındaki tüm değerler negatiftir). Tablo 1'deki değerlerin, iki değişkenli normal evrenlerden geniş örneklem büyüklüğü için doğruya en yakın olabilecek yaklaşık değerleri gösterdiğini ifade etmek önemlidir; her ne kadar bu yaklaşık değerlerin kullanımı meta–analitik amaçlar için yeterli olsada eğer ham veriler mevcutsa ρ ve τ'nun hesaplanması doğrudan yapılmalıdır.

KAYNAKLAR

Best, D.J.: "Extended Tables for Kendall's Tau" Biometrika, 60, 429–430, 1973.

Cohen, J.: Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. New York: Academic Press, Inc. 1977.

Ferguson, G.A. and Takane, Y.: Statistical Analysis in Psychology and Education (6th ed.). New York: Mc Graw–Hill, 1989.

Gibbons, J.D.: Nonparametric Methods for Quantitative Analysis. Colombus, OH: American Sciences Press, 1985.

Glass, G.V., Mc Gaw, B., and Smith, M.L.: Meta–Analysis in Social Research. Beverly Hills, CA: Sage Publ. 1981.

Hedges, L.V.: Statistical Methodology in Meta–Analysis. Princeton, NJ: ERIC Clearinghouse on Tests, Measurement, and Evaluation. 1982.

Hedges, L.V. and Olkin, I.: Statistical Methods for Meta-Analysis, Orlando, FL: Academic Press, 1985.

Howell, D.C.: Statistical Methods for Psychology. Boston: Duxbury Press. 1987.

Kendall, M.G.: "A New Measure of Rank Correlation". Biometrika, 30, 80-81, 1938.

Kendall, M.G.: Rank Correlation Methods. Liverpool: Charles Birchall Ltd. 1962.

Keppel, G.: Design and Analysis: A Researcher's Handbook. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1991.

Ramsey, P.H.: "Critical Values for Spearman's Rank Order Correlation". Journal of Educational Statistics, 14, 245-253, 1989.

Roberts, D.M. and Kunts, R.E.: "A Case against Countinuing Use of the Spearman Formula for Rank-order Correlation" Psychological Reports. 66, 339-349, 1990.

Strahan, R.F.: "Assessing Magnitude of Effect from Rank-Order Correlation Coefficients". Educational and Psychological Measurement. 42, 763-765, 1982.

Wolf, F.M.: Meta-Analysis: Quantitative Methods for Research Synthesis. Beverly Hills, CA: Sage Pub. 1987.