

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
MATEMATİKSEL MODELLEME BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ**

**Examining Prospective Mathematics Teachers' Abilities of
Mathematical Modelling**

Alattin URAL¹

Öz

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerini ve karşılaştıkları zorlukları incelemektir. Araştırmaya, ilköğretim matematik eğitimi ana bilim dalında bulunan 38 öğretmen adayı katılmıştır. Öğrencilere teorik ve deneysel modellemeye yönelik iki problem durumu verilmiştir. Verilerin analizinde betimsel analiz yapılmıştır. Öğrencilerin modelleme becerileri, Berry ve Houston (1995) tarafından ortaya konan matematiksel modelleme süreci temel alınarak "Problemi Anlama", "Değişkenleri Seçme", "Matematiksel Modeli Oluşturma ve Yorumlama" açısından incelenmiştir. Göze çarpan bulgular bakımından; öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun verilen gerçek yaşam problemi anlamada, matematiksel olarak ifade etmede, matematiksel bir model üretmede, modeli yorumlamada, aritmetik yerine cebiri kullanmada, sahip oldukları birtakım matematiksel bilgileri gerçek yaşam probleminin çözümü sürecine transfer etmede önemli ölçüde başarılı olamadıkları belirlenmiştir.

***Anahtar Sözcükler:** öğretmen adayları, matematiksel modelleme, modelleme becerisi*

Abstract

The purpose of this study is to examine the prospective mathematics teachers' mathematical modeling abilities and the difficulties encountered. 38 prospective

¹ Yrd. Doç. Dr. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Burdur, e-posta: ural@mehmetakif.edu.tr

primary mathematics teachers attended to the research. Two problems concerning theoretical and empirical modelling were given to the students. Descriptive analysis was conducted in analysis the data. The students' modelling abilities were analyzed with regard to the stages in mathematical modelling circle such as "understanding the problem", "selecting the variables", "setting and interpreting the mathematical model". It was determined that most of the students were not been successful in understanding the real life problem given, expressing mathematically, producing a mathematical model, interpreting the model, using algebra instead of arithmetic, transferring their some mathematical knowledge into the process of the solution of the real life problem.

Keywords: prospective mathematics teachers, mathematical modeling, modeling ability

1. GİRİŞ

Bu bölümde, çalışmanın teorik çerçevesini net olarak ortaya koymaya yetecek şekilde matematiksel modellemenin tanımı, modelleme süreci, modelleme yeterlikleri ve bu süreçte karşılaşılan zorluklar kapsamında literatüre değinilmiştir.

1.1 Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme, bir gerçek yaşam probleminin matematiksel olarak tanımlanıp, formüle edildiği ve yorumlandığı bir süreçtir (Lesh & Zawojewski, 2007; Mousoulides & English, 2008). Berry ve Houston (1995) tarafından verilen matematiksel modelleme süreci şöyledir: İlk aşama, gerçek hayat problemini anlamadır. Burada kişi problemi tanımlar, uygun verileri toplar ve analiz eder. Daha sonraki aşama, bu problemi çözebilmek için gerekli olan değişkenleri seçme aşamasıdır. Bu aşamadan sonra gerekli matematiksel çalışmalar yapılarak matematiksel model oluşturulur, doğruluğu ve uygunluğu araştırılır. Elde edilen çözüm gerçek hayata yorumlanır. Son aşamada ise model başka problemler için de geliştirilir ve genelleştirilir.

“Matematiksel beceri bireylerin matematiksel kavramları çeşitli durumlarda kullanabilme yetenekleridir. Buradaki çeşitli durumlar matematiğin normal alanının içinde olabileceği gibi, bu alanın dışında matematiğin anlamlı bir rol oynayabileceği durumlar da olabilir” (Niss, 2003). Matematiksel modelleme becerisi ise bir gerçek yaşam durumunda, uygun soruları, değişkenleri, bağıntıları veya varsayımları saptama, bunları matematiğe çevirme ve verilen durumla bağlantılı matematiksel problemin çözümünün sonucunu yorumlama ve doğruluğunu gösterme, yapılan varsayımları araştırırken verilen modelleri karşılaştırma veya analiz etme, verilen bir modelin kapsamını ve özelliklerini kontrol etme yeteneği anlamına gelir (Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007).

Modelleme matematiksel okuma-anlama, problem çözme stratejilerini düşünme ve uygulama, muhakeme, hesap vb. matematiksel işler yapma gibi diğer matematiksel becerilerle bağlantılıdır (Niss, 2003). Çeşitli çalışmalar gerçeklik ve matematik arasında bir bağlantı kurmada, matematiksel bir çözüm gerektiren gerçek yaşam durumlarını (Christiansen, 2001; Crouch & Haines, 2004; Haines, Crouch & Davies, 2001; Hodgson, 1997; Ikeda & Stephens, 2001; Kaiser, 1986; Klymchuk & Zverkova, 2001) ve problemlerini (Haines, Crouch & Davies, 2001; Hodgson, 1997) ele almada öğrencilerin zorlukları olduğunu göstermiştir.

PISA-2006 bulguları tüm dünyadaki (OECD 2007) öğrencilerin modelleme görevlerinde problem yaşadıklarını tekrar açıklamıştır. PISA Matematik Uzmanları Grubu tarafından yapılan analizler, modelleme görevlerindeki zorluğun esasen bu görevlerin özünde bulunan bilişsel karmaşıklıktan ileri geldiğini belirtmiştir. Blum ve Ferri (2009)

yaptıkları araştırmada, modelleme sürecindeki “problemi anlama”, “sadeleştirme ve yapılandırma”, “matematiksel çalışma”, “modeli ortaya koyma”, “modeli yorumlama”, “geçerliliğini kontrol etme” aşamalarından, ”, “sadeleştirme ve yapılandırma” ve “geçerliliğini kontrol etme” aşamalarında zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Niss (2001), öğrencilerin modelleme sürecindeki performansının, öğretim yaklaşımından, öğrencinin ilgisini çekmesi açısından verilen problem durumundan, öğretmen ve kendilerinin motivasyonundan, gösterilen çabadan ve önceki deneyimlerinden etkilenebileceğini ifade etmiştir. Galbraith ve Stillman (2001), öğrencilerin bağlamda geçen durum hakkındaki genel bilgilerinin de modelleme yeteneklerini etkilediğini belirtmiştir. Klymchuk ve Zverkova (2001), dokuz ülkede yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin daha önceden böyle uygulamaları yeterince tecrübe etmediklerinden dolayı, reel dünya ile matematiksel dünya arasında geçiş yapmayı zor bulduklarını ifade ettiklerini ortaya koymuştur.

Tanner ve Jones (1995) yaptıkları araştırmada, tek başına bilginin başarılı bir modelleme için yeterli olmadığını, öğrencilerin hangi bilgiyi nerede kullanacaklarını da bilmeleri gerektiğini ve bu noktada öğrencilerin zorluk yaşadığını gözlemlemiştir. Erdoğan (2010) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken, fonksiyon kavramını kullanmada önemli derecede zorluklarının olduğunu ortaya çıkmıştır. Erdoğan’ a göre öğrenciler fonksiyon kavramını sadece iki küme arasındaki ilişki bağlamında sadece teorik olarak algılamakta, verilen durumun bir fonksiyonla temsil edilip edilemeyeceğine karar verememekte ve değişimlerin arasındaki ilişkinin ortaya konması perspektifinden yaklaşmamaktadır.

Matematik öğretiminin önemli bir hedefi de öğrenilen matematiksel bilgilerin gerçek yaşamdaki problem durumlarının çözümü sürecine aktarılabilmesini sağlamaktır. Bu hedefe ulaşılabilmesi için şüphesiz öğretim sürecinde bu yönde etkinlikler yapılması gerekmektedir. Bunun için ise öncelikle matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin ne durumda olduğu konusunda araştırmaların yapılması gerekmektedir. Matematiksel modelleme son yıllarda üzerinde çalışılan bir konu olmakla beraber ülkemizde bu konuda yapılmış çalışmaların özellikle de matematik öğretmen adayları üzerindeki çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir (Doruk, 2010; Güzel ve Uğurel, 2010; Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı, 2009; Keskin, 2008). Doruk (2010) tarafından yapılan çalışmada, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin derste yapılan matematiksel modelleme etkinlikleri sonucunda öğrendiklerini günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişimine etkisi incelenmiştir. Güzel ve Uğurel (2010) tarafından yapılan çalışmada, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkileri incelenmiştir. Keskin (2008) ise matematik öğretmen adaylarıyla bir dönem boyunca yaptıdığı matematiksel modelleme üzerine derslerin onların bilgi, beceri ve görüşleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Dolayısıyla genel bir kapsamda söylemek gerekirse; öğretmen adayları üzerinde matematiksel modelleme konulu araştırmalar, yapılacak eğitim ortamlarının geliştirilmesine katkı sağlayabileceği gibi, eğitim alanında matematiksel modelleme literatürünün zenginleşmesine de katkı sağlayacaktır. Diğer taraftan matematiksel modelleme becerileri üzerine yapılan araştırmalardan, probleme bağlı olarak ne tür becerilerin gerektirdiğinin

ortaya konulması ve böylece matematiksel modelleme becerileri çerçevesinin daha gerçekçi bir şekilde ortaya konulabilmesi bağlamındaki literatüre katkı sağlaması beklenmektedir. Bu çalışmanın bu açıdan da önem arz ettiği düşünülmektedir.

Son olarak şunu da belirtmek gerekir ki araştırmadan elde edilen bulgular verilen problem durumlarıyla, öğrencilerin daha önce bu tür soruların çözümüne ilişkin deneyimlerinin olmamasıyla sınırlıdır. Ayrıca öğrencilerin soruları içtenlikle yanıtladıkları varsayılmaktadır. Niss (2001), öğrencilerin modelleme sürecindeki performansının, öğretim yaklaşımından, kendilerinin motivasyonundan ve önceki deneyimlerinden etkilenebileceğini ifade etmiştir. Klymchuk ve Zverkova (2001), dokuz ülkede yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin daha önceden böyle uygulamaları yeterince tecrübe etmediklerinden dolayı, reel dünya ile matematiksel dünya arasında geçiş yapmayı zor bulduklarını ifade ettiklerini ortaya koymuştur. Galbraith ve Stillman (2001), Niss (2001) öğrencilerin bağlamda geçen durum hakkındaki genel bilgilerinin de modelleme yeteneklerini etkilediğini belirtmiştir.

2. YÖNTEM

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerini incelemek ve bu kapsamda modelleme sürecinde karşılaştıkları zorlukları belirlemektir. Bu temelde araştırma sorusu şu şekilde ifade edilebilir: “Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerileri matematiksel modelleme sürecindeki aşamalar açısından ne ölçüde yeterlidir?” ve “Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları zorluklar nelerdir?”. Araştırmada, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçlerini incelemek ve

bu süreçteki performanslarını olumsuz etkileyecek faktörleri belirlemek amaçlandığından, yapılan çalışmanın yöntemi niteldir. Verilerin analizinde ise betimsel analiz yapılmıştır.

2.1 Katılımcılar

Araştırmaya, bir devlet üniversitenin eğitim fakültesinin ilköğretim matematik eğitimi anabilim dalının son sınıfında bulunan 28' i kız ve 10' u erkek toplam 38 öğretmen adayı katılmıştır. Öğrenciler, daha önce matematiksel modelleme üzerine ya da matematiksel modelleme yapmayı gerektirecek herhangi bir eğitim almamıştır.

2.2 Verilerin Toplanması

Matematiksel modellemeye yönelik yapılan çalışmalar incelendikten sonra (Lingefjärd & Holmquist, 2001; Doruk, 2010; Güzel ve Uğurel, 2010; Maaß, 2006; Kaiser, 2005; Blum & Ferri, 2009; Erdoğan, 2010; Borromeo-Ferri, 2010; Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010; Ostler, 2000; Angell, Kind, Henriksen & Guttersrud, 2008; Blomhoj & Kjeldsen, 2006; Kaiser & Schwarz, 2006; Berry & Houston, 1995; Maaß, 2006; Ang, 2001; English & Watters, 2004; Berry & Nyman, 1998; Burghes & Huntley, 1982), genellikle bir ya da iki soru üzerinden araştırmaların yapıldığı görülmüştür. Soruların ise genellikle ham şekilde bir gerçek yaşam durumu olmayıp kısmen matematiksel bir bakışla yapılandırıldığı görülmüştür. Diğer taraftan, öğrencilerin daha önceden matematiksel modellemeye yönelik olarak lise ya da üniversite döneminde eğitim almamış olmaları ve ayrıca grubun ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencisi olmaları temelinde düşünülerek bu problemlerin çok kompleks bir yapıda olmamasına ve uzun bir çözüm süreci gerektirmemesi dikkat edilmiştir. Bu çerçevede, matematik eğitiminde uzman iki kişiyle beraber

matematiksel modelleme yapmaya uygun iki problem durumu hazırlanmıştır (Ek 1). Verilen problemlerin çözümüne bakıldığında, aritmetik, değişken ve fonksiyon kavramı, oran-orantı, üstel fonksiyon, doğru denklemi, 1. dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik çözümü temel düzeyde grafik bilgisi içerdiği görülmektedir. Her bir soru öğrencilere farklı zamanlarda uygulanmış ve çözüm için iki saat süre verilmiştir.

2.3 Verilerin Analizi

Veri analizinin güvenilirliği açısından, araştırmacı haricinde matematik eğitiminde uzman iki kişi bu sürece dahil edilmiştir. Bunun için öğrencilerin yanıtları çoğaltılarak diğer iki uzmana da verilmiş ve “kullanılan değişkenler”, “genel olarak ne şekilde bir matematiksel çalışma yapıldığı”, “ortaya konan matematiksel model”, “modelin nasıl yorumlandığı” temelinde her bir öğrencinin çözümleri çıkartılmıştır. Daha sonra bu inceleme sonuçları bir araya gelinerek karşılaştırılmıştır. Yapılan çözümlerin matematiksel işler olması inceleme sonuçlarında önemli farklılıkların oluşmamasında şüphesiz önemli bir faktör olmuştur. Buna rağmen bazı yüzeysel farklılıklar ortaya çıktığı görülmüştür. Bu farklılıklar ortak bir yargıya varılmak suretiyle çözümlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini belirlemek için Berry ve Houston (1995) tarafından ortaya konan matematiksel modelleme süreci temel alınmıştır. Verilen iki problemin çözümü incelendiğinde önemli olan becerilerin; dizel-benzin problemi için “problemi anlama”, “uygun değişkenleri seçme”, “gerekli matematiksel çalışmayı yapabilme”, “matematiksel modeli oluşturma” ve “modeli yorumlama”, nüfus problemi için ise “gerekli matematiksel çalışmayı yapabilme” ve “matematiksel modeli oluşturma” olduğu görülmektedir.

Bu beceriler için ölçütler ve matematiksel modelleme süreci ölçütlerin ve öğrenci çözümlerinin daha iyi anlaşılabilmesi açısından aşağıda ifade edilmiştir.

Problemi Anlama: Dizel-Benzin problemini anlamanın ölçütü şu şekilde ifade edilebilir: “dizel ve benzinli araçların fiyatları arasındaki ortalama farkın kurtarılması için gereken ortalama şehir içi ve şehir dışı mesafelerin beraber olarak ortaya konulması”. Öğrencilerin bu problemi anlama derecelerini belirlemek için öncelikle öğrencilerin ne yaptıkları ortaya konmuştur. Bu veriler benzer olanlar bir araya getirilerek bu benzer olan grubun problemi temel olarak ele alış biçimi bir cümleyle ifade edilmiştir.

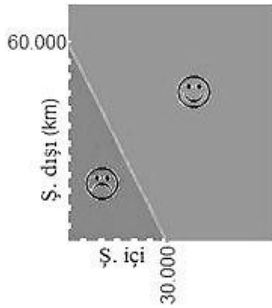
Değişkenleri Seçme: Dizel-benzin sorusunda kullanılması gereken değişkenler şehir içi ve şehir dışında sürülecek yol miktarıdır. Kategori 1’ de (Bulgular Bölümünde) olduğu gibi eğer herhangi bir değişken seçilmemişse öğrencilerin uygun değişkenleri seçme becerisi “zayıf”, sadece şehir içi ya da şehir dışı yol miktarı (Kategori 2 ve 3) seçilmişse “kısmen başarılı”, şehir içi ve dışı kombine yol miktarı (Kategori 4) modele alınmışsa “başarılı” olarak belirlenmiştir.

Matematiksel Çalışma: Bu problem için kelime modeli şöyle ortaya konabilir: “Benzinli ile dizel arabaların ortalama yakıt masrafı farkı dizel ve benzinli arabaların ortalama fiyat farkından (4500 TL) fazla olmalı ki dizel araba almak daha karlı olsun. Bu durumun oluşmasını sağlayacak km miktarları nedir? ”. Buna bağlı olarak matematiksel çalışmalar yapılır. Dizel bir arabayı almanın daha ekonomik olması için, x, şehir içinde ve y, şehir dışında kullanılması gereken minimum km miktarı olmak üzere, yakıt masrafları farkı

$(0,3387x + 0,204y) - (0,1889x + 0,1285y) = 0,1498x + 0,0755y$ bulunur.

Matematiksel Model: Dizel bir arabayı almanın daha ekonomik olması için, $0,1498x + 0,0755y > 4500$.

Modelin Yorumlanması: Modelin gerçek yaşama yorumlanabilmesini



kolaylaştırmak için şekildeki gibi bir grafik çizimi gerekli görülmektedir. Şehir içinde sürülecek toplam km miktarı ile şehir dışında sürülecek toplam km miktarının kesiştiği nokta, açık bölgede kalırsa; genel bir ifadeyle aynı modelin benzinlisi yerine dizelini almak daha

ekonomik olacaktır. Örneğin şekle göre; bir kişi toplamda 25.000 km şehir içi ve 35.000 km şehir dışı kullanımını öngörüyorsa dizel versiyonunu alması daha ekonomik olacaktır. Nüfus problemi için farklı modellemeler mümkün olacağından sadece öğrencilerin modellemeleri incelenmiştir. Bununla ilgili değerlendirmeler Bulgular kısmında her çözüm için verilmiştir. Ama genel olarak doğruluk açısından UK İstatistik Kurumunun verileri baz alınmıştır, ayrıca matematiksel çözümün doğruluğuna, sonuçların tutarlılığına bakılmıştır.

3. BULGULAR

3.1 Dizel-Benzin Sorusuna İlişkin Bulgular

Öğrencilerin dizel-benzin sorusuna ilişkin matematiksel çalışmaları, problemin çözümüne daha yakın olma temelinde sıralı olarak aşağıda verilmiştir. Bu çözümlerinden problemi anlama dereceleri kategorize edilmiştir. Daha sonraki kısımlarda ise sırasıyla, değişkenleri belirleme, modeli belirleme ve modeli yorumlama

aşamalarında neler yaptıkları kategorik olarak ortaya konmaya çalışılmıştır.

Kategori 1. Dizel ve benzinli arabalarda şehir içi ve şehir dışı 100 km' de ortalama yakıt tüketimi farkının bulunarak buna göre yorum yapılması ya da belli bir km baz alınarak belli bir veya her bir araç türü üzerinden toplam maliyetin (yakıt masrafı+araba fiyatı) bulunarak buna göre yorum yapılması. 4 öğrenci dizel ve benzinli arabaların şehir içi ve/veya şehir dışı 100 km' de yakıt tüketimi veya yakıt tüketimi farkını bularak yorum yapmıştır. 8 öğrenci belli bir veya her bir araç türü üzerinden belli bir kilometreyi baz alarak oluşacak toplam maliyeti (yakıt masrafı + araba fiyatı) bulmuş ve buna göre yorum yapmıştır. Yapılan çözümlere bakıldığında, rasgele mesafelerin baz alındığı görülmektedir. Oysaki asıl önemli olan otomobiller arasındaki alıştıraki fiyat farkının kurtarılması için gereken şehir içi ve dışı kilometre miktarlarının bulunarak bunlara dayalı karma bir model oluşturulmasıdır. Dolayısıyla bu öğrencilerin problemi anlama ve matematiksel çalışma aşamasındaki matematiksel becerilerinin oldukça düşük seviyede olduğu söylenebilir. Çözümlerinde sadece somut sayılar üzerinden aritmetik işlemler yapmışlar değişken kullanma yani cebirsel alana girememişlerdir.

6 araca için, Ortalama şehir içi yakıt tüketimi

6 araca için Ortalama şehir dışı yakıt tüketimi

7.57 lt ← Benzin → 4,8 lt.

5.32 lt ← Dizel → 3,6 lt

□ Dizel bir araca benzine göre daha az yakıt tüketir. Ben şehir içi ve şehir dışı

yakıt tüketimlerinden anlayabiliriz.

Özellikle şehirler arası yarı uzun yol geçen araçlar için dizel daha avantajlıdır.

Diğer bir öğrenciye ait yanıt şöyledir:

Dizel alalım; Şehir içi

Table 1. Benzinli Model (1 lt benzin: 4,25)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tüketimi (l/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Citroen C3	29000	8,3	5
Ford My Fiesta	32000	7,4	4,5
Opel Corsa	36000	7,3	4,8
Wolswogen Polo	31000	8	4,7
Peugeot 206	28000	9,1	4,8
Renault Clio Symbol	27000	7,7	5

① - 4000 zarar → $8,3 \times 4,25 - 5,3 \times 3,55 + 18,815$ dizel kar

② - 5000 zarar → $7,4 \times 4,25 - 5,3 \times 3,55 + 12,635$ dizel kar

③ - 4000 zarar → $7,3 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 + 11,855$ dizel kar

Table 2. Dizel Model (1 lt dizel: 3,55)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tüketimi (l/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Citroen C3	33000	5,3	3,8
Ford My Fiesta	37000	5,3	3,5
Opel Corsa	40000	5,4	3,7
Wolswogen Polo	37500	5,1	3,6
Peugeot 206	29500	5,4	3,5
Renault Clio Symbol	31000	5,4	3,8

④ - 6500 zarar → $8 \times 4,25 - 5,1 \times 3,55 + 15,895$ dizel kar

⑤ - 3500 zarar → $9,1 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 + 19,505$ dizel kar

⑥ - 4000 zarar → $7,7 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 + 13,555$ dizel kar

gurel@gmail.com
rgurel@mehmetakif.edu.tr

Peugeot 206 şehir içinde en kullanışlısı

Diğer bir tipik çözüm ise şöyledir:

Tablo 1. Benzinli Model (Litre=425)

Araba Modelleri	Şehir İçi	Şehir Dışı
Citroen C3	558425 TL	31822,25 TL
Ford My Fiesta	503175 TL	35023,5 TL
Opel Corsa	501375 TL	40653,75 TL
Wolswagen Polo	36100 TL	33996,25 TL
Peugeot 206	606125 TL	29060 TL
Renault Clio Symbol	517875 TL	58875 TL

Biz 1 yılda 15.000 km yitir
dijini düşünürsek;
Denklemleriz;

$$\begin{array}{r} 100 \text{ km'de } \times 8,3 \text{ lt} \\ 15000 \text{ km} \quad \times \\ \hline x = 1245 \text{ litre Citroen C3 için.} \end{array}$$

Bu tablolara göre dizeller yıllık kullanım için daha karlı oluyor.
Dizelli araba modellerinden, şehir içi ve şehir dışı için en uygun model Peugeot 206'dır.

Benzinli modellerde ise, şehir içi wolswagen polo, şehir dışı Peugeot 206'dır.

Uzun yıllar kullanılacak bir araba alınması gerekiyorsa en uygunu dizeldir ve Peugeot 206 modelidir.

Tablo 2. Dizelli Model (Litre=3,55)

Araba Modelleri	Şehir İçi	Şehir Dışı
Citroen C3	35822,25 TL	35023,5 TL
Ford My Fiesta	31922,5 TL	38863,75 TL
Opel Corsa	68755 TL	41970,25 TL
Wolswagen Polo	309075 TL	39617 TL
Peugeot 206	215875 TL	31363,75 TL
Renault Clio Symbol	59755 TL	32917 TL

Aynı şekilde diğer modeller
içinde yaparız.

Daha sonra bulduğumuz sonuçlarla arabaların fiyatlarını toplarız. Bu şekilde 1 yılda hangi araba ne kadar masraf çıkarıyor görürüz.

Kategori 2. Belli bir modelin dizel ve benzinli versiyonları arasındaki fiyat farkının kurtarılması için gereken şehir içi ve dışı mesafelerin ayrı ayrı bulunarak yorum yapılması. Bu kategoride yer alan öğrencilerin problemi kısmen anladıkları söylenebilir. 15 öğrenci belli bir modelin dizel ve benzinli versiyonları arasındaki fiyat farkının kurtarılması için gereken şehir içi ve/ya da şehir dışı mesafeleri bulmuş ve bazıları elde ettiği sonuç için bir yorum yapmıştır. Bu kategorideki öğrencilerin problemi daha önceki kategoride yer alan öğrencilere göre daha iyi anladıkları söylenebilir. Ancak problemin amacı göz önüne alındığında yeterli olmaktan uzaktır. Çünkü belli bir aracın sadece şehir içi ya da dışında kaç km sürdükten sonra benzinli versiyonu ile arasındaki alışıktaki fiyat farkını kurtarabileceği hesaplanmaya

çalışılmıştır. Diğer taraftan bir sürücü sadece şehir içinde ya da sadece şehir dışında arabasını kullanmaz. Dolayısıyla bu çözümler gerçekçi değildir ve soruna çözüm üretecek durumda değerlendirilemezler.

Bu kategoride yer alan tipik bir örnek aşağıda verilmiştir.

Wolswagen Polo için $37.500 - 31000 = 6500$ (fiyat farkı)

Şehir içi $\rightarrow 8 \times 4,25 = 34 + 1$

100 km $\times \frac{34 + 1}{6500} \times \frac{650000}{34} = 19117,6471$ km gitmeli:

Şehir içinde benzinli bu kadar gitmeli ki dizelle arasındaki fiyat farkını kapatılsın.

Şehir dışı $\rightarrow 4,7 \times 4,25 = 19,975$

100 km $\times \frac{19,975}{6500} \times \frac{650000}{19,975} = 32540,6758$ km gitmeli Şehir dışında benzinli bu kadar km gitmeli ki arabalı farkı kapatılsın. Şehir içinde arabayı çok kullanırsa dizeli seçmesi daha ekonomik olur.

Kategori 3. Dizel ve benzinli araçların fiyatları arasındaki ortalama farkın kurtarılması için gereken şehir içi ve dışı mesafelerin ayrı ayrı bulunarak yorum yapılması. Bu kategoride yer alan 10 öğrencinin problemi orta düzeyde anladıkları söylenebilir. Bu kategorideki öğrencilerin önceki kategorilerde yer alanlara kıyasla problemi daha iyi anladıkları söylenebilir. Çünkü belli bir araba modeline göre değil tüm modellerin ortalama değerlerine göre çözüm üretmişler ve böylece sonuçları daha genel bir anlam kazanmıştır. Ancak yeterli olmadığı açıktır. Çünkü bir sürücü sadece şehir içinde ya da sadece şehir dışında arabasını kullanmaz. Dolayısıyla bu çözümler yine gerçekçi değildir ve soruna çözüm üretecek durumda değerlendirilemezler.

Bu kategoride yer alan tipik bir örnek aşağıda verilmiştir.

② .6 araç için ortalama yakıt tüketimleri

	Şehir İçi	Şehir Dışı
Benzin	7.97 lt	6.9 lt
Dizel	5.72 lt	3.61 lt

Benzin — Dizel → Fiyatlar

Şehir İçi	$5.72 \times 3.55 = 12.886 \text{ TL}$	$7.97 \times 4.25 = 33.872$
Şehir Dışı	$3.61 \times 3.55 = 12.815 \text{ TL}$	$6.9 \times 4.25 = 20.4$

100km maliyetleri

Şehir içi = $33.872 - 12.886 = 14.986 \Rightarrow 100\text{km}$ de benzin ile dizelin farkı
 Şehir dışı = $20.4 - 12.815 = 7.585 \Rightarrow 100\text{km}$ de benzin ile dizelin farkı

Burada bulunan 6 aracın dizel ile benzinli arasındaki ortalama fark $\Rightarrow 6.500$ km civarındadır.

Şehir içinde ve dışında ortalama farkı kapatmak için şüphesiz gereken km yi bulalım.

Şehir İçi $\Rightarrow 100$	14.986	Şehir Dışı $\Rightarrow 100$	7.585
?	6.500	?	6.500
			<hr/>
			? = 59.327

$? = 30.023$

Bu farkları kapatmak için şehir içinde yakıtta 30.000km şehir dışında yakıtta olarak 60.000 km gınelidir. Bu verilere dayanarak günlük şehir içi kullanımında dizel araçlar seçilmelidir. Aynı yolda benzinli araç seçilirse daha ekonomikle olur.

Kategori 4. Dizel ve benzinli arabalar arasındaki ortalama fiyat farkının kurtarılabilmesi için gereken şehir içi ve dışı km miktarlarını değişken olarak birlikte içeren bir formülün ortaya konulması. Bu şekilde çözüm yapan sadece 1 öğrencinin problemi iyi anladığı söylenebilir. Bu öğrenci şehir içi (x) ve dışı gidilecek km miktarlarını (y) değişken olarak belirleyerek ortalama dizel ve benzinli araba fiyatları arasındaki farkı ve ortalama yakıt değerlerini baz alarak şu formülü üretmiştir: $30166 + 7,96x + 4,8y = 34666 + 5,31x + 3,61y$.

Değişkenlerin belirlenmesi: 22 öğrenci (%58) dizel ve benzinli versiyonları arasındaki fiyat farkının kurtarılması için gereken sadece

şehir içi ve sadece şehir dışı mesafeleri aritmetik işlemler yaparak bulmuştur. Bu durumda bu öğrencilerin bilinmesi gerekenin (bilinmeyenin) ne olduğunu kısmen bildikleri ancak çözüm kümesini oluşturacak olan sonsuz çokluktaki elemanları ifade etmeye yarayacak olan değişkenleri belirlemede başarısız oldukları görülmektedir. 4 (%11) öğrenci şehir içi ve şehir dışı 100 kilometrede yakıt tüketimi ya da yakıt tüketimi farkını; 8 öğrenci (%21) belli bir ya da her bir araç türü üzerinden kendi belirledikleri belli bir kilometreyi baz alarak oluşacak toplam maliyeti (yakıt masrafı + araba fiyatı) hesaplamıştır. Dolayısıyla bu öğrenciler de bir değişken belirlememişlerdir. 4 (%11) öğrenci ise sürülmesi gereken şehir içi mesafeye “x”, şehir dışı mesafeye “y” diyerek bir formül belirlemiştir. Bu durumda bu öğrencilerin uygun değişkenler kullandıkları görülmektedir.

Matematiksel modelin belirlenmesi: Oluşturulacak matematiksel modelin şehir içi ve şehir dışı karma kullanım açısından iki değişkenli cebirsel bir formül veya bir grafik olması beklenmektedir. 34 öğrenci (%90) herhangi bir matematiksel model ortaya koyamamış ve sadece aritmetik işlemler yaparak problemi çözmeye çalışmıştır. 4 öğrenci (%10) ise, şehir içi (x) ve şehir dışı km (y) miktarlarını değişken olarak belirleyip bir formüle dayalı matematiksel bir model ortaya koyabilmişlerdir:

- $35x + 21y + 29000 = 18x + 13y + 33000$ (C3 marka otomobil için)
- $33000 + 5,3x + 3,8y < 29000 + 8,3x + 5y$ (C3 için)
- $4000 \leq 16,46x + 7,76y$ (C3 için. Benzer formülleri diğer araçlar için de yazmış)
- $30166+7,96x+4,8y=34666+5,31x+3,61y$ (ortalama temelli)

Tüketilen yakıt miktarının 1 lt yakıt fiyatlarıyla çarpılmaması, x' in gidilen km miktarı değil 100 km miktarlarının sayısı olduğunun hesaba katılmaması ve bazı aritmetik hatalar yüzünden ilk üç model yanlıştır. Zira bu üç model zaten özel markalar için geliştirilmiş olup problemin çözümüne hizmet etmemektedir. Bu durumda sadece 1 öğrenci (%3) uygun bir matematiksel model ortaya koyabilmiştir. Ancak bu öğrenci km' de tüketilen yakıt masrafı yerine 100 km' de ortalama yakılan litre miktarlarını bulmuştur. Dolayısıyla bu model de yanlıştır.

Matematiksel sonuçların yorumlanması: Yukarıdaki 4 formül haricinde belli varsayımlar temelinde sadece aritmetik işlemler doğrultusunda somut işlemler yapan öğrencilerin elde ettiği sonucu yorumlaması şüphesiz kolay bir işti. Çünkü zaten şehir içinde ya da dışında kaç km sonra aradaki fiyat farkını kurtarır temelinde hareket ettikleri için bulunan sonuç doğrudan reel sonuç (yorum) olacaktır. Burada önemli olan 2-değişkenli formülün 2 değişkene göre beraber yorumlanabilmesidir. Ancak bu 4 kişiden 3' ü formülde $x=0$ veya $y=0$ yazarak sadece şehir içi ve sadece şehir dışı gidilmesi gereken km değerlerini ifade etmişlerdir. Ortalama temelli modeli belirten öğrenci ise bu formülde “kişinin şehir içi ve dışında gideceği km değerini yazarak kendine göre dizelin mi yoksa benzinlinin mi daha ekonomik olacağına karar verebilir” biçiminde bir yorum yapmıştır. Genel bir matematik okur-yazarlığı olmayan bir kişinin değişkenler içeren bir formülü kullanabilmesi ve yorumlayabilmesi pek olası değildir. Bu nedenle, öğrenciye ait bu yorum matematiksel modelin reel yaşama yorumlanması olarak (reel sonuçlar) görülemeyeceğinden, model ortaya koyan öğrencilerin hiç biri matematiksel modeli yorumlayamamıştır.

3.2 Popülasyon Sorusuna İlişkin Bulgular

Öğrencilerin popülasyon sorusuna ait matematiksel çalışmalarını genel olarak aşağıdaki şemada verilmiştir.



Şekil 1. Popülasyon Sorusuna Ait Çözüm Yöntemleri

Popülasyon sorusuna ilişkin matematiksel çalışmalara bakıldığında; öğrencilerin öncelikle nüfus verilerini bir örüntü bulabilmek amacıyla kategorize ettiği yani verileri düzenlediği (problemi sadeleştirme) sonra gerekli matematiksel çalışmaları yaparak bir örüntü bulduğu bu örüntü temelinde bazılarının bir formül ortaya koyarak matematiksel bir model bulduğu ve bunun üzerinden sonuç ürettikleri görülmüştür. Öğrencilerin yaptıkları matematiksel çalışmalar şu şekilde olmuştur:

34 (%94) öğrenci nüfusun doğrusal artacağı varsayımıyla hareket etmiştir. Bunlardan 20' si (%56) 1971 ve 2009 tarihlerini, 6' sı (%17) sadece son 5 yılı ve nüfuslarını baz alarak bir doğru denklemi temelinde nüfus tahmininde bulunmuşlardır. 3 (%8) öğrenci 10 yıllık artışlara dayalı olarak buldukları bir örüntünün gelecekte de devam edeceği varsayımıyla ve 3 (%8) öğrenci son yıllardaki yıllık ortalama artışın önümüzdeki yıllarda giderek artacağını varsayımıyla kendine göre belli bir artış belirleyerek; 1 kişi (%3) nüfusun 1 milyon artması için gereken yaklaşık zaman aralıklarını bularak ve bu aralıkların azaldığını tespit ederek gelecekte 1 yılda yaklaşık 1000 kişi artacağını varsayarak; 1 öğrenci (%3) ise, 2000' den sonra her 3,5 yılda yaklaşık

1000 kişi artığını tespit edip ileride de bu şekilde artacağını varsayarak çözüm yapmıştır.

Doğrusal çözümlerden farklı olarak; 1 öğrenci, ardışık yıllar arasındaki nüfus oranlarını bulduktan sonra bu oranların 0,99... şeklinde olmasından dolayı bu oranı yaklaşık olarak 0,99 olarak sabitlemiştir. 2009' daki nüfusu (61792) ve bu oranı kullanarak aşağıdaki genel formülü elde etmiş ve bu formülü kullanarak aranan değerleri bulmaya çalışmıştır. Sonuçta, 2021' deki nüfusu 69700, 2043' ü 87000 ve 2022' deki nüfusu da 70000 olarak bulmuştur.

$$P(n) = \frac{61792}{0,99^{(n-2009)}}$$

Doğrusal çözüm yapmayan bir diğer öğrenci ise, ardışık yıllar arasındaki artışın yüzdelerini “ $(P_{n+1}-P_n)/P_n$ ” bulduktan sonra bu yüzdelerin nüfusun 60000' den sonra olan kısmında daha farklı (%0,64-%0,68) olduğunu tesbit etmiştir. Bu yüzden bu yüzdeliği ve 2009 nüfusunu kullanarak, 2021 nüfusunun 65000-69000, 2043' ün 60000-100000 ve 2028-2034' deki nüfusun da 70000 olacağını belirtmiş ancak herhangi bir formül veya işlem yapmamıştır. Bu belirttiği prosedür yapıldığında kendisinin elde ettiği sonuçlara ulaşılmamıştır. Bu durum öğrencinin gerekli matematiksel çalışmayı yapmada başarılı olmadığını göstermektedir.

Matematiksel model belirleme açısından çözümler incelendiğinde; 5 öğrenci (%14) bir formül olarak matematiksel bir model oluşturmuştur. Bunlardan 4' ü (%11), 1971 ve 2009 arasındaki doğrunun eğimini (154) ve 1971 yılındaki nüfus (55928) değerini belirleyerek ve nüfusu bulunacak yıl ile 1971 arasındaki farkı (t) değişken olarak atayarak, $y=55928+154t$ doğru denklemi; 1 öğrenci ise (%3), ardışık yıllar arasındaki nüfus oranını yaklaşık olarak 0,99 olarak

ve 2009' daki nüfusu (61792) kullanarak, yukardaki $P(n)$ formülünü matematiksel bir model olarak kullanarak kullanmıştır. Yapılan modeller incelendiğinde; doğrusal modellerin durumu açıklamada yetersiz olduğu, $P(n)$ üstel modelin de bir takım işlemsel hatalar ve düşünsel yetersizlikleri bulunduğu görülmektedir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Dizel-Benzin problemini anlama açısından bulgulara bakıldığında; 12 öğrencinin (%32) zayıf, 15 öğrencinin (%40) kısmen, 10 öğrencinin (%26) orta, 1 öğrencinin (%2) iyi düzeyde anladığı görülmektedir. Değişkenlerin seçimi açısından bulgulara bakıldığında; 22 öğrencinin (%58) dizel ve benzinli versiyonları arasındaki fiyat farkının kurtarılması için gereken sadece şehir içi ya da sadece şehir dışı mesafeleri bilinmeyen olarak göz önüne almıştır. Bu durumda bu öğrenciler bir tane değişken belirleyerek işlem yapmışlardır. 12 öğrenci (%32) bir değişken belirlemeden varsayımlara dayalı olarak ortaya koydukları sayılar üzerinden işlem yapmıştır. 4 (%11) öğrenci ise sürülmesi gereken şehir içi mesafeye x , şehir dışı mesafeye y diyerek bir formül belirlemişler dolayısıyla bu öğrenciler uygun değişkenleri kullanmada başarılı olmuştur.

Dizel-Benzin problemine matematiksel bir model ortaya koyabilme açısından bakıldığında; 34 öğrencinin (%90) herhangi bir matematiksel model ortaya koyamadığı ve sadece aritmetik işlemler yaparak problemi çözmeye çalıştığı, 4 öğrencinin (%10) ise, şehir içi ve şehir dışı km miktarlarını değişken olarak belirleyip cebirsel bir formül ortaya koyabildikleri görülmüştür.

Dizel-Benzin problemine ortaya konan matematiksel modelin yorumlanması açısından bakıldığında; formül ortaya koyan 4 kişiden 3'

ü formülde $x=0$ veya $y=0$ yazarak sadece şehir içi ya da sadece şehir dışı gidilmesi gereken km değerlerini bulmuştur. Ancak önemli olan/istenilen iki değişken açısından beraber yorum yapmaktır. Çünkü bir araç sadece şehir içi ya da sadece şehir dışı sürülmez. Dolayısıyla bu öğrenciler modellerini yorumlamada başarısız olmuştur. Diğer bir öğrenci ise formülde “kişinin şehir içi ve dışında gideceği km değerini yazarak kendine göre dizelin mi yoksa benzinlinin mi daha ekonomik olacağına karar verebilir” biçiminde bir yorum yapmıştır. Ancak verilen problem durumu incelendiğinde, matematiksel modelleme süreci açısından elde edilen formülün (matematiksel sonucun) gerçek yaşama yönelik olarak (reel sonuçlar) yorumlanması gerekmektedir. Bu açıdan bakıldığında bu öğrencinin eldediği bu formülü ortalama bir insanın anlayabileceği tarzda yorumlaması gerekirdi. Sonuçta, modelin yorumlanabilmesi noktasında hiçbir öğrenci başarılı olamamıştır.

Genel olarak bakıldığında; dizel-benzin probleminde matematiksel modelleme süreci açısından; uygun değişkenlerin belirlenerek $ax+by\leq c$ biçiminde bir modelin oluşturulması ve bu modelin yorumlanabilmesi açısından da eşitsizliğin çözüm kümesinin taranarak problem temelinde kelimelerle ifade edilmesi gerekmektedir. Matematik öğretmen adaylarının hiçbirisinin bu süreci tam olarak başaramaması oldukça önemlidir. Gereken bu matematiksel bilgi (fonksiyon ve denklem kavramı, eşitsizlikler) lise öğreniminde yeterince işlenmiş oldukça tipik bir bilgidir. Erdoğan (2010) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken, fonksiyon kavramını kullanmada önemli derecede zorluklarının olduğu ortaya çıkmıştır. Bu tipte bir eşitsizliğin çözüm kümesinin bulunması matematik öğretmen adayları için oldukça basit bir iştir. Ancak problem

matematiksel olarak açıkça verilmediği ve öğrencilerin bu tip bir matematiği gerçek bir yaşam problemine transfer edebilmeleri istendiğinde başarısız oldukları görülmüştür. Tanner ve Jones (1995) yaptıkları araştırmada, tek başına bilginin başarılı bir modelleme için yeterli olmadığını, öğrencilerin hangi bilgiyi nerede kullanacaklarını da bilmeleri gerektiğini ve bu noktada öğrencilerin zorluk yaşadığını gözlemlemiştir. Bu noktada, öğrenciler “matematiksel modelin gerçek yaşam açısından yorumlanarak gerçek sonuçların elde edilmesi” aşamasında başarılı olamamıştır. Bu durum, “matematiksel kavramların gerçek yaşam durumları açısından yorumlanamaması” olarak sıkça belirtilen genel sıkıntının bir örneği olarak görülebilir. Gerçek yaşamdan bir problemin matematiksel bir bakışla ele alınması (matematiksel olarak modellenmesi) açısından bakıldığında; öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu süreci başarılı bir şekilde ele alamaması Christiansen (2001), Lingefjärd (2006), Türker, Sağlam ve Umay (2010), Verschaffel, De Corte ve Borghart (1997) tarafından yapılan araştırmalarla da tutarlıdır.

Genel olarak bakıldığında, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel olarak ele alınmasında ve sonuçların reel anlamda yorumlanmasında karşılaşılan bu sorunun kaynağında matematik öğretimi sürecinde öğrencilere sadece rutin ve açıkça matematiksel olarak hazır şekilde verilen soruları çözmelerinin istenmesi, gerçek yaşam durumlarını matematiksel bir bakışla nasıl ele alabilecekleri, bilgilerini nasıl transfer edebilecekleri gibi yaklaşımların ve öğretim etkinliklerinin matematik eğitimi sürecine katılmaması şüphesiz öğrencilerin bu tip problemler için yöntem öğrenememelerinde ve geliştirememelerinde önemli bir faktördür. Öğrencilerin daha çok

deneyime sahip olma ihtiyacı vardır. Gerçekçi bir bağlamda açık problem durumlarının öğrencilere sunulması ve işlenmesi gereklidir. Crouch ve Haines (2004), Kaiser (2007) ve Lingefjärd (2006) bu noktada aynı tavsiyelerde bulunmuştur. Bu bağlamda ortaöğretim ve yüksek öğretimde matematik eğitimi programlarında matematiksel modelleme etkinliklerine yer verilmesi gerekmektedir. Ayrıca öğretim sürecinde matematiksel kavramlar işlenirken, Ural (2012) tarafından da belirtildiği gibi kavramın gerçek yaşam durumlarıyla bağlantılarını içeren örnek durumlar ele alınmalıdır.

Nüfus probleminde yapılan matematiksel çalışmalara bakıldığında; neredeyse hepsinin doğrusal bir varsayımda bulunması, durumu yeterince güçlü bir matematiksel bakışla ele alamadıklarını göstermektedir. Diğer taraftan çoğu öğrenci tarafından gelecekle ilgili artışlarının dayanaksız bir şekilde öngörülmesi veya mevcut artışın gelecekte de aynen devam edeceğinin varsayılması yine durumun fazla basit şekilde ele alındığını göstermektedir.

Nüfus problemine matematiksel model belirleme açısından bakıldığında; 5 öğrenci (%14) bir formül olarak matematiksel bir model oluşturmuştur. Bunlardan 4' ü (%11) $y=55928+154t$ doğru denklemi; 1 öğrenci ise (%3), $P(n) = \frac{61792}{0,99^{(n-2009)}}$ formülünü matematiksel bir model olarak kullanarak kullanmıştır. Doğrusal modellerin durumu açıklamada yetersiz olması, diğer bir öğrenci tarafından verilen $P(n)$ üstel modelin de bir takım hatalar nedeniyle uygun bir model olmaması (UK istatistik kurumunun tahminleri ile kıyaslandığında büyük farklılıkların olduğu görülmüştür) göz önüne alındığında, öğrencilerin makul (kabul edilebilir) bir matematiksel model ortaya koydukları söylenemez.

Dizel-benzin ve nüfus problemlerinin çözümlerine beraber bakıldığında; öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bilinmeyenleri bulmak için değişken kullanarak cebirsel bir ifade yazmak yerine, örneğin sürücünün belli bir dönemde (gün, ay, yıl gibi) tahmini süreceği yol miktarı için bir sayı atayıp sadece sayılar üzerinden aritmetik işlemleri kullandığı, ya da nüfus sorusunda olduğu gibi bir formül üretme yerine aritmetik işlemler yaptıkları görülmektedir. Bu durumda, öğrencilerin fonksiyon, değişken, denklem gibi mevcut cebir kavramlarını reel problem durumlarına transfer etmede yeterince başarılı olamadıkları söylenebilir. Ural (2006) tarafından yapılan çalışmada da yer verildiği gibi, öğrencilerin genel olarak cebirde özel olarak da fonksiyonla ilgili notasyonlarda ve sembolik yazılımlarda zorluk çektiği birçok araştırmada ortaya konmuştur.

Matematiksel modelleme sürecinde öğretmen adaylarının yaşadığı bu sorunun kaynağında, matematik öğretimi sürecinde öğrencilere sadece rutin ve açıkça matematiksel olarak hazır şekilde verilen soruları çözmelerinin istenmesi, gerçek yaşam durumlarını matematiksel bir bakışla nasıl ele alabilecekleri, bilgilerini nasıl transfer edebilecekleri gibi yaklaşımların ve öğretim etkinliklerinin matematik eğitimi sürecine katılmaması yatmaktadır. Bu açıdan bakıldığında, öğrencilerin daha çok deneyime sahip olma ihtiyacı vardır. Gerçekçi bir bağlamda açık problem durumlarının öğrencilere sunulması ve işlenmesi gereklidir. Crouch ve Haines (2004), Kaiser (2007) ve Lingefjärd (2006) bu noktada aynı tavsiyelerde bulunmuştur. Bu bağlamda ortaöğretim ve yüksek öğretimde matematik eğitimi programlarında matematiksel modelleme etkinliklerine yer verilmesi gerekmektedir. Ayrıca öğretim sürecinde matematiksel kavramlar

işlenirken, Ural (2012) tarafından da belirtildiği gibi kavramın gerçek yaşam durumlarıyla bağlantılarını içeren örnek durumlar ele alınmalıdır.

Diğer taraftan, öğrencilerin ortaöğretimde aldıkları matematik derslerinin içeriğinin ve işlenmesi yöntemlerinin neredeyse aynı olması; ilköğretim matematik öğretmenliği programına öğrenci alımı prosedürü, bu programda alınan dersler ve alınma yönteminin de benzer olması göz önüne alındığında; eğer öğrenciler daha önceden matematiksel modellemeye yönelik eğitimler almamışsa matematiksel modellemeye yönelik bu çalışmadan elde edilen fonksiyon bilgisinin kullanılmasında, cebirsel genel formüllerin yazılmasında-model oluşturulmasında, problemin anlaşılmasında, elde edilecek matematiksel modelin reel yaşama yorumlanmasında ortaya çıkan zorluklar gibi daha genel sonuçların benzer gruplarda da yaklaşık bir oranda gözlemlenebilmesinin oldukça muhtemel olması düşünülebilir.

KAYNAKLAR

- Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, 6(1),63-75.
- Angell, C., Kind, P. M., Henriksen, E. K. & Guttersrud, Ø. (2008). An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics. *Physics Education*, 43(3), 256-264
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Berry, J. & Nyman, M. A.(1998). Introducing mathematical modelling skills to students and the use of posters in assessment. *Primus*, 8(2), 103-115.
- Blomhoj, M. & Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *ZDM*, 38 (2), 163-177.

- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H-W., & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: New ICMI studies series No. 10*. New York: Springer.
- Blum, W., & Ferri, B. R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematica Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Burghes, D. N. & Huntley, L. (1982). Teaching mathematical modeling-reflections and advice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13 (6), 735-754.
- Christiansen, I. (2001) The effect of task organisation on classroom modelling activities. In J. Matos, W.Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education, ICTMA 9: Applications in Science and Technology* (pp. 311-320). Chichester: Horwood Publishing.
- Crouch, R., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *Int. j. math. educ. sci. technol.*, 35 (2), 197–206.
- Doruk, B. K. (2010). *Matematiği Günlük yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- English, L. & Watters, J. (2004). Mathematical Modeling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal* , 16(3), 59-80.
- Erdoğan, A. (2010). Primary teacher education students'ability to use functions as modeling tools. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4518–4522.

- Galbraith, P. & Stillman, G. (2001). In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carreira (eds), *Modelling and Mathematics*, (pp. 300). Chichester: Horwood Publishing.
- Güzel, E. B. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29 (1), 69-90*.
- Haines, C., Crouch, R. & Davies, J (2001). Understanding students' modelling skills. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education, ICTMA 9: Applications in Science and Technology* (pp. 366-380). Chichester: Horwood Publishing.
- Hodgson, T. (1997). On the use of open-ended, real-world problems. In: K. Houston, W. Blum, I. Huntley, N.T. Neill, (Eds.), *Teaching and learning mathematical modelling*. (pp.211-218). Chichester: Albion publishing limited.
- Ikeda, T. & Stephens, M. (2001). The effects of students' discussion in mathematical modelling. In J.F. Matos, W. Blum, S.K. Houston & S.P. Carreira (eds.), *Modelling and Mathematics Education*, 381- 400. Chichester: Horwood Publishing.
- Kaiser, G. (1986). *Anwendungen im Mathematik-unterricht, Vol.2*, Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- Kaiser, G. (2005). Mathematical Modelling in School—Examples and Experiences. In Kaiser, G. & Henn, H.-W. (Eds.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evaluation und Evolution* (pp. 99–108) Hildesheim: Franzbecker.

- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling, ICTMA 12: Education, engineering and economics: proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *ZDM*, 38 (2), 196-208.
- Keskin, Ö. Ö. (2008). *Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yapabilme Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi üniversitesi, Ankara.
- Klymchuk, S., & Zverkova, T. (2001). In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carriera (eds), *Modelling and Mathematics Education*, (pp. 227). Chichester: Horwood Publishing.
- Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R., & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling—Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *J Math Didakt*, 31, 119–141.
- Lesh, R. A., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.763-804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Lingefjård, T (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 96-112.
- Lingefjård, T. & Holmquist, M. (2001). Mathematical modeling and technology in teacher education—Visions and reality. In J.

- Matos, W. Blum, K. Houston, S. Carreira (Eds.) *Modelling and Mathematics Education ICTMA 9: Applications in Science and Technology* (pp. 205–215). Horwood: Chichester.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38 (2), 113-142
- Mousoulides, N. & English, L. D. (2008). Modeling with data in Cypriot and Australian classrooms. *The 32nd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, (pp 423-430). Morelia, Mexico.
- Niss, M. (2001). University mathematics based on problem-oriented student projects: 25 years of experiences with the Roskilde model. In D. Holton (ed.): *The teaching and learning of mathematics at university level: an ICMI study*, (pp. 405-422). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project. In: Gagatsis, A./Papastavridis, S. (Eds), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education. Athens: The Hellenic Mathematical Society, 115–124.
- OECD (2007). *PISA 2006 - Science Competencies for Tomorrow's World, Vol. 1&2*. Paris: OECD
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F.T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleleme Yoluyla Problem Çözme ve Genelleme: İlköğretim Öğrencileriyle Bir Çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 34, 65-73.
- Ostler, E. (2000). Mathematical Modeling: Some Ideas and Suggestions for Pre-service Teacher Preparation. *Issues in the*

*Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers:
The Journal*, 2, 1-10.

Rita Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners' Modeling Behavior. *J Math Didakt*, 31, 99–118.

Tanner, H., Jones, S. (1995): Developing Metacognitive Skills in mathematical modelling – a socio-constructivist interpretation. In C. Sloyer, W. Blum, I. Huntley, (Eds.), *Advances and perspectives in the teaching of mathematical modelling and applications* (pp.61-70). Yorklyn: Water Street Mathematics.

Türker, Sağlam ve Umay (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4622–4628.

Ural, A. (2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*, 7 (2), 75–94.

Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanılgıları, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 91-103.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 339-359.

Ek 1. Matematiksel Modelleme Problemleri

Problem 1. Dizel mi Benzinli mi? Araba alınmak istenirken bazen aynı marka arabanın dizelini mi yoksa benzinlisini mi almanın daha ekonomik olacağı düşünülür. Temel olarak şu üç nokta düşünülür: Dizel bir araba benzinliye göre daha az yakıt tüketir; 1 lt dizel 1 lt benzine göre daha ucuzdur; dizel araç aynı marka ve aynı özellikteki benzinli versiyonuna göre daha pahalıdır. Tablo 1 ve 2’ de aynı tür arabaların dizel ve benzinli versiyonlarının fiyatları ve yakıt tüketimleri verilmiştir. Bu problem için matematiksel bir model (formül, grafik, gibi) üretin; kimler için (hangi şartlar altında) dizel araba almak daha ekonomik olur? Çözüm belirli bir modele göre olmamalı genel bir çözümlenmelidir.

Tablo 1. Benzinli Model (1 lt benzin: 4,25)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tük. (lt/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Ctroen C3	29000	8,3	5
Ford My Fiesta	32000	7,4	4,5
Opel Corsa	36000	7,3	4,8
Wolswagen Polo	31000	8	4,7
Peugeot 206	26000	9,1	4,8
R. Clio Symbol	27000	7,7	5

Tablo 2. Dizel Model (1 lt dizel: 3,55)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tük. (lt/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Ctroen C3	33000	5,3	3,8
Ford My Fiesta	37000	5,3	3,5
Opel Corsa	40000	5,4	3,7
Wolswagen Polo	37500	5,1	3,6
Peugeot 206	29500	5,4	3,5
R. Clio Symbol	31000	5,4	3,6

Problem 2. Nüfus Tahmini: UK' nin nüfus artışı için matematiksel bir model bulun. Bu modele göre 2021 ve 2043' de nüfus ne olur? Nüfus ne zaman yaklaşık 70 milyon olur? Çözümünüzde kullandığımız varsayımları (eğer varsa) belirtiniz.

Yıl	Nüfus
1971	55.928.000
1976	56.216.000
1981	56.357.000
1986	56.684.000
1991	57.439.000
1992	57.585.000
1993	57.714.000
1994	57.862.000
1995	58.025.000
1996	58.164.000
1997	58.314.000
1998	58.475.000
1999	58.684.000
2000	58.886.000
2001	59.113.000
2002	59.319.000
2003	59.552.000
2004	59.842.000
2005	60.235.000
2006	60.584.000
2007	60.986.000
2008	61.398.000
2009	61.792.000