

TAM SAYILARDA TOPLAMA VE ÇARPMA İŞLEMLERİNİN ÖĞRETİMİNDE SAYMA PULU KULLANIMI VE ÖRNEK PROBLEMLERİN SAYMA PULLARI KULLANILARAK ÇÖZÜMÜ

Kıymet ZEHİR*, Halil ZEHİR**

Alındı/Received: 08.03.2019

Düzeltildi/Revised:15.04.2019

Kabul Edildi/Accepted: 22.04.2019

Özet

Bu çalışmanın amacı, çeşitli problem durumlarının çözümü üzerinden örnek uygulamalar verilerek, tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin öğretiminde sayma pullarının kullanılabilceğini gösteren sınıf içi etkinlikleri ortaya koymaktır. Bu amaçla öncelikle tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin modellenmesinde sayma pullarının kullanımına yönelik teorik alt yapı oluşturulmuş ve sonrasında örneklerle sınıf içinde tatbik edilebilecek uygulamalara yer verilmiştir. Yapılan uygulamaların, ortaokul öğrencilerinin tam sayı kavramını ve tam sayılarla yapılan toplama ve çarpma işlemlerinin kavramsal yapısını anlamlı olarak öğrenebilecekleri öğretim ortamlarının tasarlanmasında destek sağlaması ve ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerine rehberlik etmesi hedeflenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematik öğretimi, Tam sayıların öğretimi, Sayma pulları

THE USE OF COUNTING PIECES IN TEACHING ADDITION AND MULTIPLICATION OPERATIONS AT INTEGERS AND THE SOLUTION OF SAMPLE PROBLEMS USING COUNTING PIECES

Abstract

The aim of this study is to show the in-class activities which demonstrate that counting pieces can be used in teaching the addition and the multiplication operations in integers with the sample applications based on the solution of the variety of the problems. For this purpose, firstly the theoretical fundamentals for the use of counting stamps in modeling of addition and multiplication operations in integers is formed and then applications that can be applied in the class with examples are included. Moreover, it is aimed to provide support to the design of teaching environments where secondary school students can understand the concept of integer and conceptual structure of addition and multiplication operations with integers meaningfully and also to guide secondary school mathematics teachers.

Keywords: Mathematics teaching, Teaching integers, Counting pieces

* Dr. Öğr. Üyesi, Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, kzehir@agri.edu.tr

** Dr. Öğr. Üyesi, Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, hzehir@agri.edu.tr

1. GİRİŞ

Türkiye’de ve dünyada birçok öğrenci, matematiğin zor olduğu düşüncesine sahip olduğundan, matematiği başaramayacağına dair kaygılar taşımakta ve matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmektedir. Bundan daha vahimi, bu öğrenciler matematiği öğrenecek kadar zeki olmadıklarını ve matematiğin onların ilgilenebileceği konular arasında yer almadığı kanaatine varmaktadır. Bu durum ilköğretimin ilk yıllarında başlamakta, ilerleyen yıllarda ne yazık ki artarak devam etmekte ve matematik, öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor ve zorunlu bir ders olarak değerlendirilmektedir (Baykul, 2002; Alakoç, 2003). Matematiksel kavramların çoğunun soyut olması, bu durumun ortaya çıkmasına neden olan en büyük etkenlerden biri olarak gösterilebilir. Çünkü genel olarak soyut kavramların kazanılması zor olmakta, öğrencilerin bu kavramları öğrenmeleri güçleşmektedir (Ersoy 1997; Baki 2002). Matematiğin öğrenilmesinde ve öğretilmesinde karşılaşılan bu zorluklar, ancak soyut olan matematiksel kavramların somutlaştırılmasıyla ya da görselleştirilmesiyle giderilebilmektedir. (Streefland, 1990; Steiner ve Stoecklin, 1997; Orhun, 2007; Öksüz ve Uça, 2011).

Tam sayıların matematik öğretimindeki yeri çok önemlidir. Tam sayılar matematikteki diğer öğrenme alanları için temel olan konulardan biridir. Doğal sayılarda var olan özelliklerin tam sayılara genişletilmesi, matematiğin önemli becerileri arasında olan problem çözme becerisinde cebirsel yeterliğe erişmenin temelini oluşturmaktadır (Gallardo, 2008). Matematikte herhangi bir kavram onun ön koşulu durumundaki diğer kavramların öğrenimi gerçekleştirilmeden tam olarak verilemez (Altun, 2013). Bu bağlamda, tam sayıların iyi öğrenilmesi diğer matematik konularının öğrenilmesine önemli ölçüde katkı sağlamaktadır. Ülkemizde öğrencilerin bu temeli teşkil eden tam sayılarla formal olarak ilk kez altıncı sınıfta karşılaştıkları bilinmektedir (MDÖP, 2018). Bu karşılaşma durumunda olan birçok öğrenci için tam sayılar başlı başına bir sıkıntı kaynağı olmaya başlamaktadır (Aydın-Ünal ve İpek, 2010; Bahadır ve Özdemir, 2013; Fuadiah, Suryadi, ve Turmudi, 2017; Lestari, Putri, ve Hartono, 2015; Memiş, 2012). Tam sayılar öğrencilerin gerçek hayata uyarlamakta zorlandıkları bir konudur. Öğrencilerin tam sayıları gerçek hayata uyarlamakta yaşadıkları sıkıntılar sonucunda, tam sayılar onlar için soyut olarak düşünülen ve anlamlandırılmadan öğrenilen bir konu haline gelmektedir. Tam sayılarla işlemler konusunda, özellikle negatif sayıları içeren işlemlerin gerçekleştirilmesinde, öğrencilerin problemlerle karşılaştıkları gözlemlenmektedir. (Hativa ve Cohen, 1995, Işıksal-Bostan, 2009; Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Erdem ve Başbüyük, 2015 Erdem, 2015). Tam sayılarla yapılan işlemler soyut bir süreç içerisinde gerçekleştiğinden dolayı, tam sayıların öğretiminde somut materyallerin, modellerin, nesnelerin ve bazı bağlamların kullanılmasının daha uygun olacağı vurgulanmaktadır. (Clements ve McMillen, 1996; Peled ve Carraher, 2007; Rabin, Fuller ve Harel, 2013).

İlkokulda doğal sayı kavramını ve doğal sayılarla işlemleri öğrenen öğrenci, ortaokulda, öğrendiklerini revize etmeden tam sayılarla ilgili kavram ve işlemlerde uygulamaya çalıştığında çeşitli zorluklarla karşılaşabilmektedir. Örneğin, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarabilen ve 5-3 işlemini kolaylıkla yapabilen bir öğrenci, küçük sayıdan büyük sayının çıkarılmasını gerektiren 2-7 gibi bir işlemle karşılaştığında bir karmaşa yaşayabilmektedir. Altıparmak ve Özdoğan (2010), geleneksel öğretimde öğrencilerin 6-9 işleminin sonucunu bulmada zorlandıklarını ve bu işlemin sonucunun (-3) olmasıyla ilgili “9 sayısı 6 sayısından daha büyük olduğundan sonuç bir negatif sayıdır” şeklinde yapılan bir açıklamanın negatif sayıların anlaşılmasında zorlukların yaşanmasına neden olabileceğini belirtmiştir. Benzer karmaşaların yaşanmasına neden olan faktörlerin arasında, öğrencilerin negatif sayı kavramı ile ilk defa karşılaşmaları ve doğal sayılarda yapılan işlemlerin yapısını tam sayılara aynen aktarmaları olduğu söylenebilir (Erdem, 2015). Daha önce hiç negatif sayıları kullanmayan

öğrenciler, bu sayılarla işlem yapmada zorlanmakta, günlük hayatla ilişkilendirmede sorunlar yaşamaktadırlar (Aydın-Ünal ve İpek, 2010). Ortaokul matematik öğretiminde öğrencilerin, eksi işaretini (-) anlama, tam sayılarda sıralama yapma, tam sayılarla çıkarma işlemini yapma; sıfırın tam sayılar kümesi içinde yerini belirleme, pozitif ve negatif tam sayıları tanımlama-anlamlandırma, negatif sayıları sayı doğrusuna yerleştirme, işlem önceliğini belirleme, negatif sayıların kuvvetlerini alma hususlarında güçlükler yaşadığı tespit edilmiştir (Avcu ve Durmaz, 2011; Altun, 2008; İşgüden, 2008; Erdem vd., 2015; Işıksal-Bostan, 2009; Van de Walle vd., 2010; Kilhamn, 2011). Matematik öğretiminde bu ve benzeri güçlüklerin yaşanmasında çeşitli nedenler etkili olabilmektedir. Uygun öğretim materyallerinin yetersizliği (Gürbüz 2006; Pijls, Dekker ve Van Hout-Wolters, 2007) öğrencilerin eksik muhakemede bulunmaları ve ilgilerini derse çekecek farklı öğretim stratejilerinin kullanılmaması (Erdem, 2011), yanlış teorik bilgilere ya da kavram yanlışlarına sahip olmaları (Barnes, 1998; Fischbein, Nello ve Marino, 1991; Fischbein ve Schnarch, 1997) öğrencilerin soyut düşünmede yetersiz olmaları, ön koşul matematiksel yeteneklerinin yeterince gelişmemesi (Garfield ve Ahlgren, 1988) gibi unsurlar karşılaşılan öğrenme güçlüklerine neden olan faktörler arasında gösterilebilir. Bu öğrenme güçlüklerinin üstesinden gelebilmek için matematik dersi öğretim programında tam sayıların modellenmesinde farklı modelleme çeşitlerine yer verilmektedir. Bu modelleme çeşitleri öğrencilerin ilişki kurma, iletişim ve akıl yürütme becerilerini geliştirecek yönde tasarlanmıştır (MDÖP, 2018).

Tam sayılarda yapılan işlemlerin görselleştirilebilmesi, tam sayılarla ilgili problemlerin çözümünün daha anlaşılır olması ve tam sayı kavramının tam olarak anlaşılabilmesi için bazı modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Sayı doğrusu modeli veya sayma pulları modeli, matematik öğretiminde kullanılacak modellerden bazılarıdır. Fakat eğitim sisteminin sınav üzerine kurulu olmasından dolayı, ortaokul matematik öğretmenlerinin bir kısmının derslerinde model kullanımına yeteri kadar önem verememesi, sayıların ve sayılarla ilgili işlemlerin kavramsal anlamını oluşturmak ve kavramsal öğretimini gerçekleştirmek yerine, işlemin sonucunun kısa yoldan nasıl bulunacağı üzerinde odaklanmaları olası bir durumdur. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğretim etkinliklerini, öğrencilere işlemlerin kavramsal yapısını öğretmekten ziyade, işlemin nasıl yapılacağına öğretilmesi üzerine şekillendirmeleri söz konusu olabilecektir.

Örneğin sınıflarda gerçekleştirilen matematik öğretimi çalışmalarında, öğretmenler, $7 - (-3)$ işleminin ne anlama geldiğini, kavramsal olarak ne ifade ettiğini öğretmek yerine, sonucunun nasıl bulunacağını öğretmeyi tercih edebilmektedirler. Diğer bir ifadeyle, öğretmenler tam sayılarla işlemleri öğretilirken $7 - (-3)$ işleminin yerine $7 + 3$ işleminin yapılabileceği ve bu yolla sonuca ulaşılacağı gerçeğini kullanabilirler. Elbette bu kurallar verilmelidir. Fakat öncelikle işlemlerin kavramsal yapısı oluşturulmalıdır. Zira $7 - (-3)$ işleminde iki tam sayının farkı söz konusu iken $7 + 3$ işleminde iki tamsayının toplamı yer almaktadır. Öğrencinin bu ikisi arasındaki kavramsal farkı idrak etmesi son derece önemlidir. Bu kavramsal yapılar verilip, yeteri kadar uygulama yapıldıktan sonra kuralları öğrencinin keşfetmesinin sağlanması daha doğru olacaktır.

1.1. Araştırmanın Gerekçesi

Kavramların doğru ve etkin bir şekilde öğretilmesi için öğrencilerin birden fazla duyu organına hitap etmek gerekmektedir. Sadece duymak ve görmek birçok öğrenci için yeterli olmamaktadır. Mümkün olduğunca öğrencinin öğretim faaliyetlerinin içinde yer almasını sağlamalı ve de mümkünse öğretim etkinlikleri öğrencinin eğlenebileceği ve hareket edebileceği şekilde tasarlanmalıdır. Özellikle ortaokullarda, matematik derslerinin öğrenciler üzerindeki olumsuz imajını ortadan kaldırmak için, öğrencilerin ön yargılarını yıkmak gerekmektedir. Bu da öğrencilerin matematik derslerinde eğlenceli ve nitelikli vakit geçirmesiyle mümkün olacaktır. Matematik

derslerinde kullanılacak sayma pulları modelinin ortaokullarda tam sayılarla işlemlerin, kâğıt kalem kullanılmadan somut yaşantılarla öğrenilmesini sağlayabileceği düşünülmektedir. Bu sayede öğrencilerin tam sayı kavramını ve tam sayılarla işlemleri kâğıt üzerinde değil, yaparak yaşayarak öğrenme fırsatı yakalayabilecekleri düşünülmektedir. Bu nedenle ortaokul matematik öğretmenlerinin tam sayılar ve tam sayılarla işlemler alt öğrenme alanlarının öğretimi esnasında sayma pullarını kullanabilmeleri ve uygun öğrenme ortamlarını oluşturmalarının konunun anlamlı bir şekilde öğrenilebilmesi açısından önemli olduğu söylenebilir. Dolayısıyla ortaokul matematik öğretmenlerinin sayma pulları ve tam sayılarla işlemlerin görselleştirilmesinde sayma pullarının kullanımına dair kurallar hakkında teknik bilgilere sahip olmaları ya da eksikliklerini giderme noktasında kullanışlı ve güvenilir kaynaklara ulaşabilmeleri son derece önemlidir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Dale'in 1969 yılında oluşturduğu yaşantı konisine göre kişilerin en fazla duyu organı ile algılayabildiği, kendi kendine yaparak, yaşayarak öğrendiği bilgiler, en iyi öğrenebildiği bilgilerdir. (Çilenti, 1988). Yapılan çalışmalarda, öğrenciler matematiği uygulayarak ve keşfederek öğrendiklerinde, öğrenmenin daha anlamlı olacağı vurgulanmaktadır (Ersoy, 2002; Özdemir, 2008; Kay ve Knacck, 2008). Bunun yanı sıra, geleneksel öğretime göre, görsel materyal destekli öğretimin öğrencilerin matematik başarısını ve öğrenmenin kalıcılık düzeyini arttırmada daha etkili olduğu belirlenmiştir. (Şengül ve Körükcü, 2012). Araştırmalar, okullarda öğretilen matematiğin her düzeyine uygun materyallerin geliştirilmesinin ve uygulanmasının gerekliliğini daha da önemli hale getirmiştir. (İnan, 2006). Erdem ve arkadaşları (2015), öğrencilerin özellikle de negatif tam sayı örnekleriyle farkında olmasalar da günlük hayatta sık sık karşılaşmalarına rağmen bu sayıların ne anlama geldiğini formal olarak 6. sınıftan itibaren öğrenmeye başladıklarını, bu yaşlarda hala somut işlemler döneminde oldukları için, tam sayılar konusunun öğretiminde (özellikle negatif tam sayının ne anlama geldiği hususunda) uygun somut modeller kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca Milli Eğitim Bakanlığı, 2018 yılından itibaren uygulanan matematik dersi öğretim programıyla geleneksel anlayıştan uzaklaşmayı, öğrenciyi aktif kılmayı ve katılımına uygun yeni materyal ve etkinliklerle programı zenginleştirmeyi hedeflemektedir (MDÖP, 2018). Bu bağlamda hazırlanan yeni öğretim programlarındaki materyaller de öğrencilerin aktif olarak kullanabileceği ve hazırlayabileceği materyaller olarak tasarlanmalıdır. Programda ve ders kitaplarındakilere ek olarak yardımcı kitaplarda (Beery ve ark., 2002; Van de Walle, 2010; Woodham, 2008) verilen örneklerin çoğaltılarak öğretmenlerin hizmetine sunulması gerekmektedir. Ayrıca sayma pulları ile modellemenin daha etkili kullanılabilmesi için detaylı kullanım yönergeleri verilmesi gerekmektedir (Bozkurt ve Polat, 2011).

1.3. Araştırmanın Amacı

Matematik derslerinde soyut olan kavram ve işlemlerin somutlaştırılabilmesi için çeşitli modellemelerden yararlanılmaktadır. Bu kapsamda ortaokullarda, tam sayıların ve tam sayılarla işlemlerin öğretiminde sayma pulları modelleri kullanılmakta ve ortaokul matematik ders kitaplarında sayma pullarının kullanımına yönelik örnek ve alıştırmalara yer verilmektedir. Fakat ders kitaplarında gerek se öğretim programında çarpma ve bölme ile ilgili yeterince örnek, özellikle negatif iki tamsayının çarpımının ve bölümünün sayma pulları ile modellenmesinin yer aldığı örnekler bulunmamaktadır. Bu gibi etkenlerden dolayı ortaokul matematik öğretmenleri bu modelleri derslerinde ekili bir şekilde kullanamamakta veya kullanmaktan kaçınmaktadırlar (Bozkurt ve Polat, 2011). Bu konularda yaşanan zorlukların giderilebilmesi için programda ve ders kitaplarında verilen örneklerin çeşitlendirilmesi, öğretmenlerin ulaşabileceği kaynaklarda ve yardımcı kitaplarda, sayma pulları ile modellemenin daha etkili kullanılabilmesi için detaylı kullanım yönergeleri hazırlanarak ve verilen örnekler çoğaltılarak öğretmenlerin hizmetine sunulması gerekmektedir. Bu çalışmada ortaokul

matematik öğretmenlerinin sayma pulları modellemesini derslerinde etkin bir şekilde kullanabilmeleri için sayma pullarının kullanımına yönelik gerekli açıklamaların yapılması, nasıl kullanabileceklerine yönelik etkinlik örnekleri ve çeşitli problem durumlarının çözümü üzerinden örnek uygulamalarının verilmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada, tam sayıların ve tam sayılarla işlemlerin öğretiminde etkin bir kullanım alanına sahip olan sayma pulları ile modellemenin; toplama ve çarpma işlemlerine dair kullanımı detaylı bir şekilde örnekleriyle birlikte açıklanmaya çalışılmıştır.

2. SAYMA PULLARI

Sayma pullarıyla işlem yapabilmek için, ilk olarak sayma pulları modelinin temellerini ve kurallarını belirtmek gerekmektedir.

Öncelikle pozitif sayıları temsil etmek için + (artı) pullar; negatif sayıları temsil etmek için ise - (eksi) pullar kullanılacaktır. Artı pulların sayısı veya eksi pulların sayısı tam sayıları temsil etmektedir.

$$\oplus : +1 , \oplus\oplus : +2 , \oplus\oplus\oplus : +3 , \oplus\oplus\oplus\oplus : +4 , \oplus\oplus\oplus\oplus\oplus\oplus : +7$$

$$\ominus : -1 , \ominus\ominus : -2 , \ominus\ominus\ominus : -3 , \ominus\ominus\ominus\ominus : -5 , \ominus\ominus\ominus\ominus\ominus : -6$$

Bir diğer husus ise bir pozitif pul ile bir negatif pul ikisi beraber sıfırı temsil etmektedir.

$$\boxed{\oplus\ominus} : 0 , \boxed{\oplus\oplus\ominus\ominus} : 0 , \boxed{\oplus\oplus\oplus\oplus\ominus\ominus} : +2 , \boxed{\oplus\oplus\oplus\ominus\ominus\ominus} : -1$$

Bu temel unsurları belirttikten sonra tam sayılarla işlemlerin modellenmesine geçilebilir.

2.1. Tam Sayılarla Toplama İşleminin Sayma Pullarıyla Modellenmesi

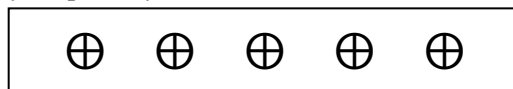
Toplama; bir araya gelme, ilave etme, arttırma, ekleme anlamlarında değerlendirilmelidir. İki tam sayının toplamı ile bu sayıları ifade eden temsillerin bir araya gelmesi, ilk tam sayının üzerine diğer tam sayının ilave edilmesi kastedilmektedir.

Toplama işlemi modellenirken bir kapalı bölge belirlenerek ekleme, ilave etme eylemleri o bölge üzerinden gerçekleştirilebilir.

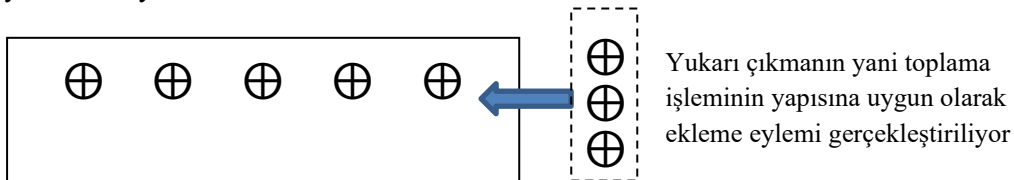
Örnek-1: “Uğur’un evi apartmanın 5. katındadır. Uğru oynamak için aynı apartmanda 3 kat yukarıda oturan Zeki’nin evine gidecektir. Buna göre Zeki’nin evi kaçınca kattadır?” probleminin sayma pulları modeliyle çözümü aşağıdaki gibi yapılabilir.

5 + 3 işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

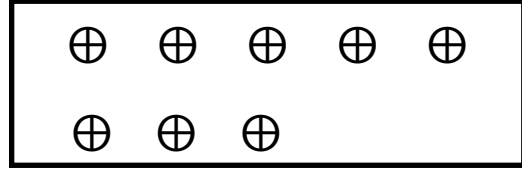
Öncelikle 5 tam sayısı sayma pullarıyla temsil edilmelidir



Bu yapıya 3 tam sayısını temsil eden model eklenecektir



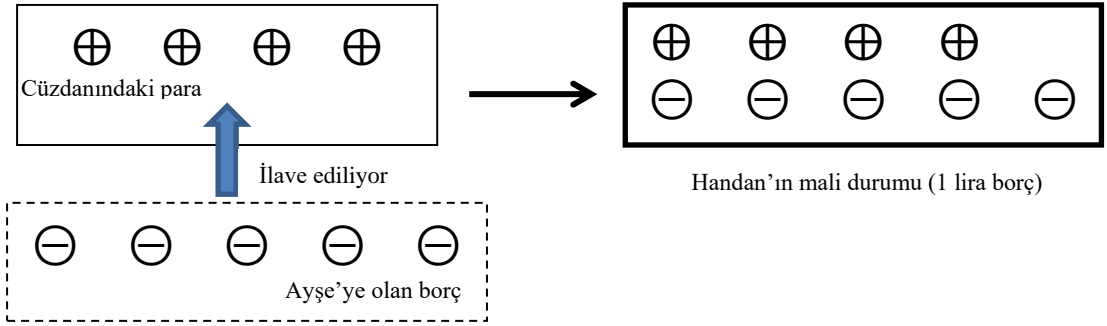
İşlem neticesinde aşağıdaki model elde edilir. Elde edilen bu son durum problemin sonucunu vermektedir



Elde edilen model Zeki'nin evinin 8. katta olduğunu belirtmektedir

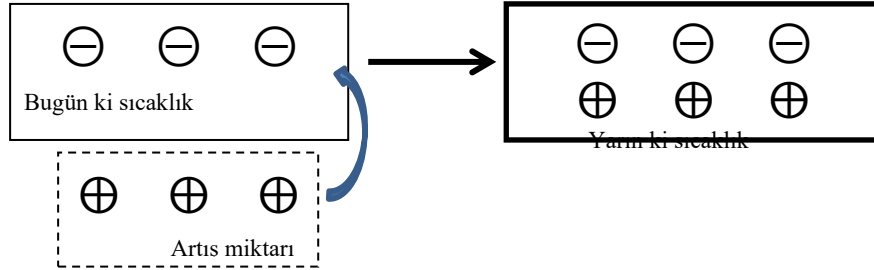
Örnek-2: “Handan cüzdanını halının üzerine boşaltmış ve cüzdanından 4 TL ile birlikte üzerinde bir şeyler yazılı bir kâğıt parçası düşmüştür. Bu kâğıt parçasında dün Ayşe'den aldığı 5 TL borcu hatırlatan bir not yazılıdır. Bu verilere göre Handan'ın mali durumu nedir?” probleminin çözümü sayma pulları yardımıyla şu şekilde gerçekleştirilebilir.

$4 + (-5)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.



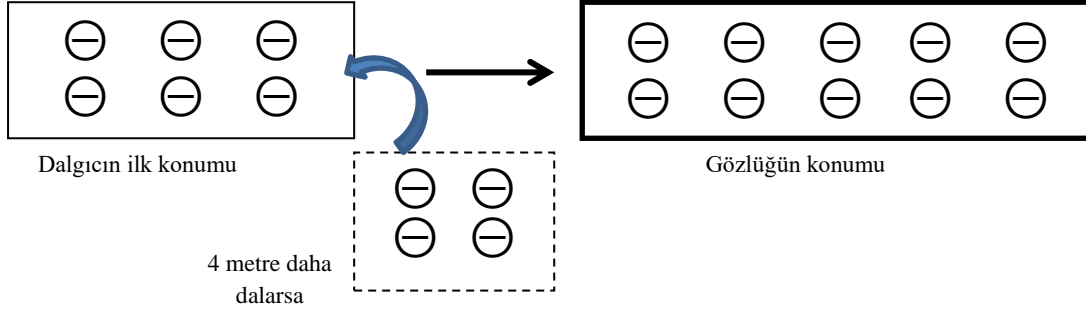
Örnek-3: “Meteorolojinin internet sitesinde Ankara'nın hava sıcaklığı bugün -3°C olarak verilmiştir. Yarın ise 3 derece artacağı belirtilmektedir. Bu durumda yarın Ankara'nın hava sıcaklığı kaç derece olacaktır?” problemini sayma pulları modeli kullanarak çözümü şu şekilde yapılabilir.

$(-3) + 3$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.



Örnek-4: “Bir dalgıç deniz yüzeyinin 6 metre altında bulunmaktadır. Dalgıç denize düşürdüğü deniz gözlüğünü almak için 4 metre daha derine dalması gerekiyorsa, gözlüğün deniz yüzeyine göre konumu nedir?” problemini sayma pulları modeli kullanarak çözümü aşağıdaki gibi yapılabilir.

$(-6) + (-4)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.



2.2. Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Sayma Pullarıyla Modellenmesi

Tam sayılarla çarpma işleminin anlamlı bir şekilde yapılandırılabilmesi için doğal sayılarla çarpma işleminin kavramsal olarak anlaşılması büyük önem arz etmektedir. Doğal sayılarla çarpma işlemini hatırlayacak olursak a ve b doğal sayıları için

$$a \times b$$

işleminin anlamı: a tane b doğal sayısının toplanması demektir. Bu işlemin modelle ifade edilmesi gerektiğinde, kapalı bölgeye b doğal sayısının a kere eklenmesi (ilave edilmesi) gerekmektedir.

Tam sayılarla çarpma işlemi yapılırken, doğal sayılarla çarpma işleminin biraz revize edilmesi gerekmektedir. Tam sayıları doğal sayılardan ayıran temel unsur, tam sayıların işaretlerinin olmasıdır. Doğal sayılarda pozitif negatif ayrımı olmamasına rağmen, tam sayılarda böyle bir ayrım söz konusudur. Bu ayrım da modellemede bir düzenleme yapılmasını zorunlu kılmaktadır. Doğal sayılarda çarpma işlemini modellerken, işlemin sonucuna ulaştığımız kapalı bölgeye ekleme yapmamız gerekiyordu. Tam sayılarda negatif unsurlar söz konusu olduğu için, modelleme esnasında artık sadece ekleme değil, kapalı alandan çıkarma yapmanın da söz konusu olması gerekmektedir. Bu nedenle tam sayılarda çarpma işlemine dair modellemenin kurallarının, doğal sayılardaki modellemeye tezat oluşturmayacak şekilde revize edilerek, yeniden oluşturulması gerekmektedir.

$$(\pm a) \times (\pm b)$$

Şeklindeki çarpma işlemi modellerken şu şekilde bir kural geliştirilebilir; a sayısının işareti kapalı bölgeye ekleme veya kapalı bölgeden eksiltme yapılmasını belirleyecektir. Nihayetinde kapalı bölgede kalan yapı işlemin sonucunu verecektir.

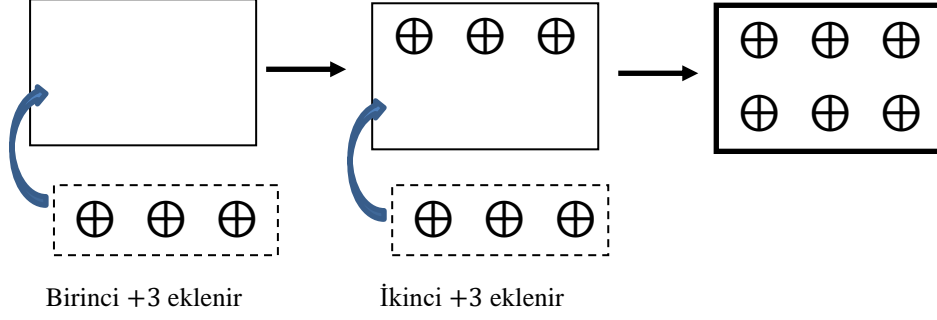
“ $(+a) \times (\pm b)$: $\pm b$ tamsayısının a kere kapalı bölgeye eklenmesiyle modellenir”

“ $(-a) \times (\pm b)$: $\pm b$ tamsayısının a kere kapalı bölgeden çıkarılmasıyla modellenir”

Örnek-5: “Dart oynayan Melek, iki atış yapmış ve her ikisinde de 3 puan kazanmıştır. Buna göre iki atış sonunda Melek toplamda kaç puan kazanmıştır?” probleminin model yardımıyla çözümü aşağıdaki şekilde yapılabilir.

2×3 işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

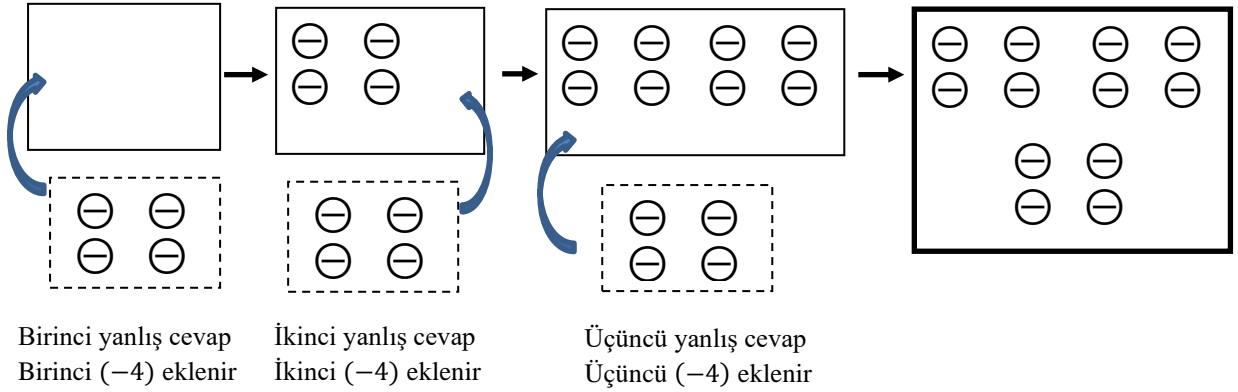
Melek 2 kere 3 puan kazanmıştır. Bu işlemi modellerken şu yönerge kurgulanabilir: 3 tam sayısını temsil eden yapı 2 kere kapalı bölgeye eklenmelidir.



Örnek-6: “Hülya, bilgisayarda bilgi yarışması formatında bir oyun oynamaktadır. Yarışmanın kuralına göre her doğru cevapta 6 puan; her yanlış cevapta -4 puan kazanılmakta ve her bir soru için tek bir cevap hakkı bulunmaktadır. İlk 3 soruya yanlış cevap veren Hülya’nın üçüncü soru sonunda kaç puanı vardır?” problemi sayma pulları modeli kullanılarak aşağıdaki gibi çözülebilir.

$3 \times (-4)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

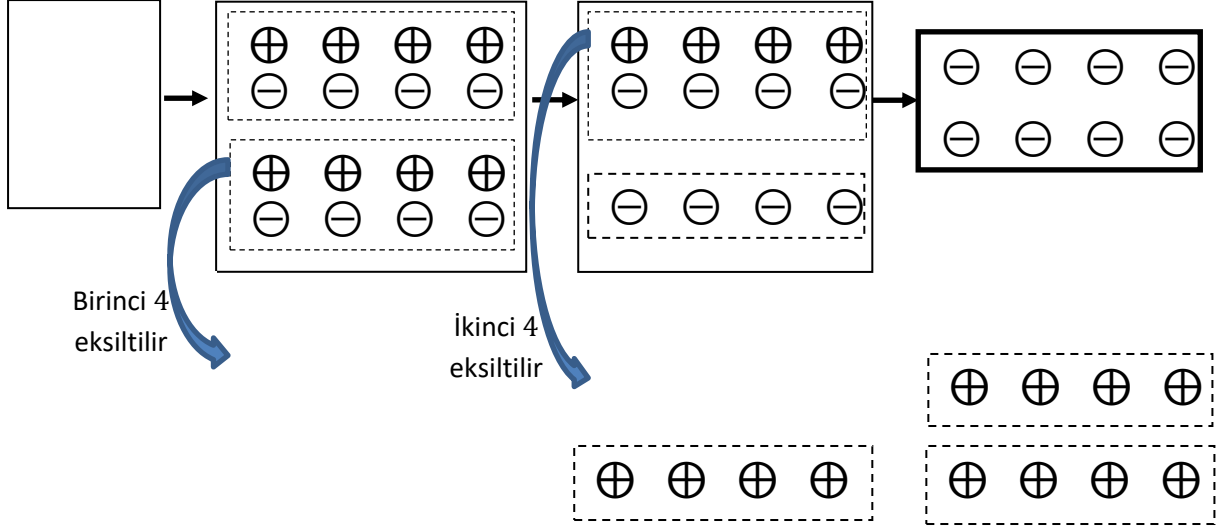
Hülya 3 kere -4 puan kazanmıştır. Bu işlemi modellerken (-4) sayısını temsil eden yapının 3 kere kapalı bölgeye ilave edilmesi gerekmektedir.



Örnek-7: “Bakkal Remzi, yan apartmanda oturan iki çocuğa tanesi 4 lira olan iki plastik top vermiştir. Çocuklar yanlarında para olmadığını ve ödemeyi biraz sonra yapacaklarını söylemiş, bakkal Remzi de onlara güvenerek gitmelerine müsaade etmiştir. Bu iki çocuk topların ücretini ödemediği takdirde bakkal Remzi’nin bu satıştan dolayı kar-zarar durumu ne olacaktır?” problemi sayma pulları modeli kullanılarak aşağıdaki gibi çözülebilir.

$(-2) \times (4)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

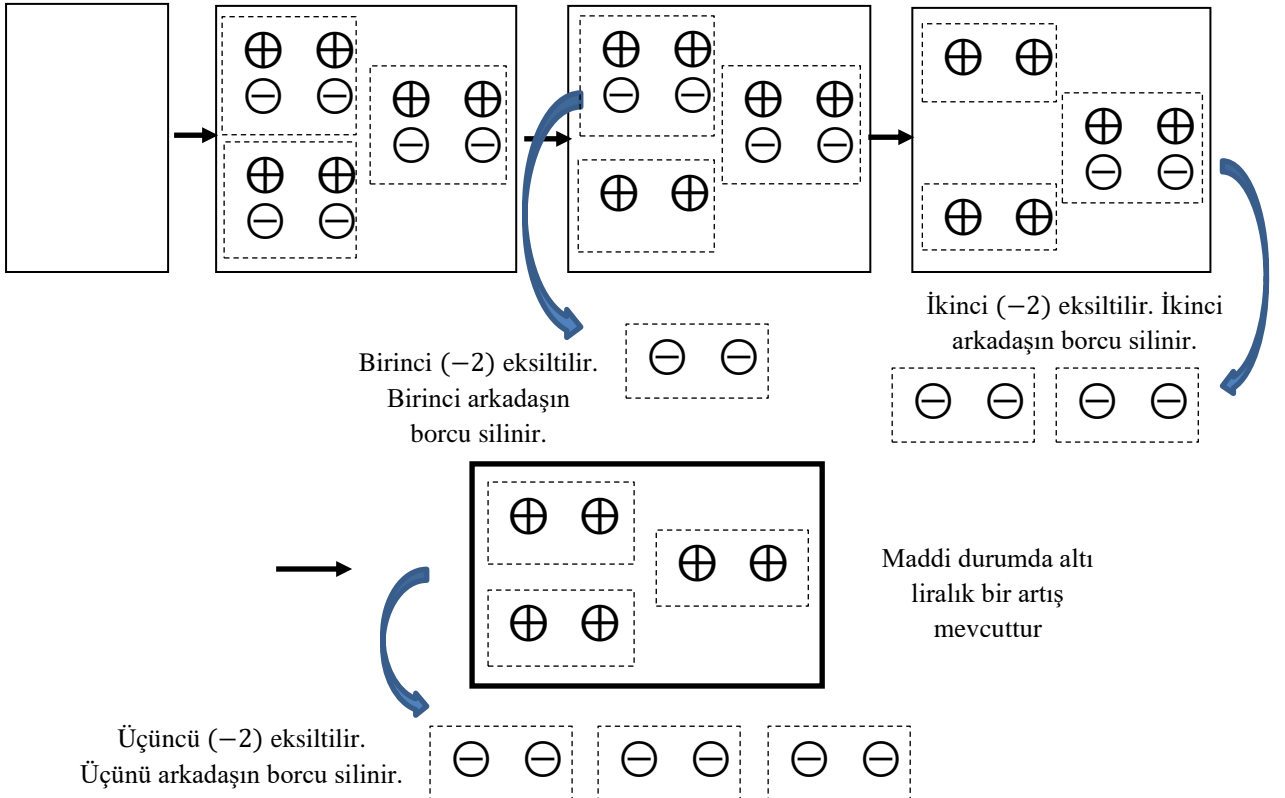
Bakkal Remzi’nin iki tane dört liralık alacağını alamaması (eksilmesi-silinmesi) söz konusudur. Alacağı temsil eden 4 tamsayısını temsil eden yapı, 2 kere kapalı bölgeden çıkarılmalıdır (eksiltilmelidir). Bunun için öncelikle gerekli eksiltme eyleminin yapılabilmesi için kapalı bölgeye nötr gruplar (sıfırlar) eklenmelidir. Sonrasında 2 defa $+4$ ifadesi çıkartılmalıdır.



Örnek-8: “Hiç parası kalmayan Cem, yanındaki üç arkadaşından ikişer lira borç para almıştır. Ertesi gün borcunu ödemek istediğinde, üç arkadaşı da yaptığı bir iyilikten dolayı Cem’in kendilerine olan borcu sildiğini söyleyerek geri almamıştır. Bu durumda Cem’in maddi durumunda nasıl bir değişiklik olmuştur?” problemi sayma pulları modeli kullanılarak aşağıdaki gibi çözülebilir.

$(-3) \times (-2)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

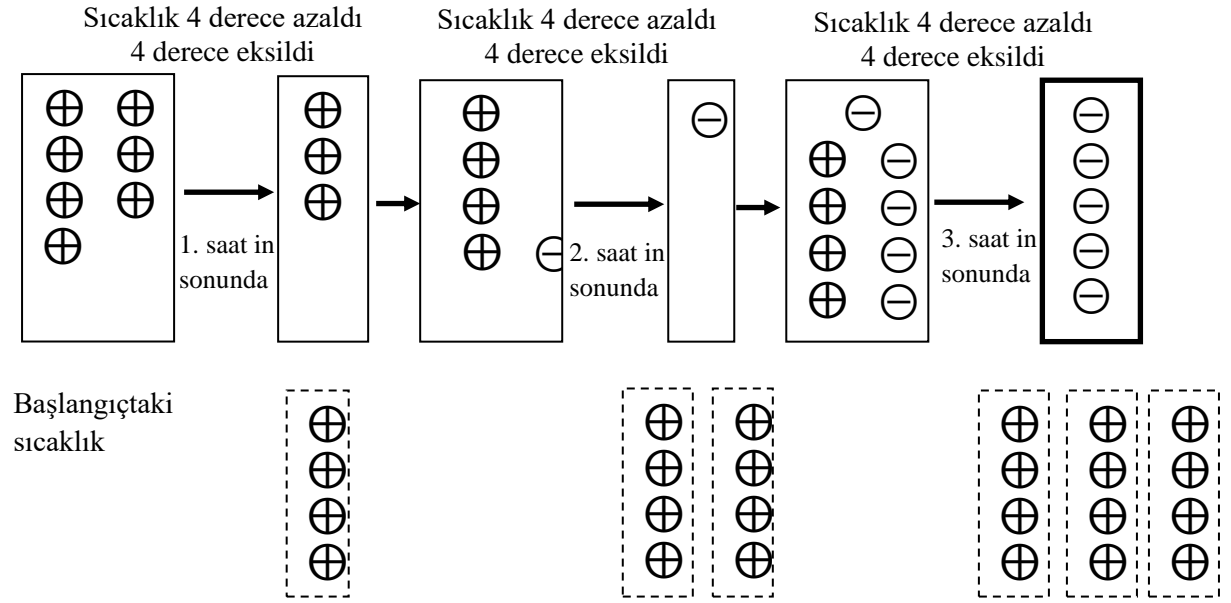
Cem’in 3 arkadaşı da 2 liralık borcu almamıştır. Yani, Cem’in bakış açısıyla, borcu temsil eden (-2) tam sayısı üç defa silinmiştir. (-2) sayısını temsil eden yapı 3 kere kapalı bölgeden çıkartılmalıdır (eksiltilmelidir). Bunun için öncelikle gerekli eksiltme eyleminin yapılabilmesi için kapalı bölgeye nötr gruplar (sıfırlar) eklenmelidir.



Örnek-9: “Erdal Bey yeni aldığı derin dondurucunun fişini takıp çalıştırmaya başlamıştır. Derin dondurucu çalışmaya başladığında termometresi 7 °C yi göstermektedir. Erdal Bey 1 saat sonra derin dondurucuyu kontrol ettiğinde ise derin dondurucunun termometresindeki değerin 4 °C azaldığını fark etmiştir. Buna göre fiş takıldıktan kaç saat sonra derin dondurucunun termometresinin - 5°C yi göstermesi beklenir?” problemi sayma pulları modeli kullanılarak aşağıdaki gibi çözülebilir.

$7 - ? \times 4 = (-5)$ işleminin modellenmesiyle problem çözülebilecektir.

7 °C değerini temsil eden yapıdan, 4 °C değerini temsil eden yapı çıkarılacaktır. Bu çıkarma işlemi (-5) °C değerini temsil eden yapının elde edilmesine kadar tekrarlanacaktır. Çıkarma işleminin tekrarlanma sayısı sonucu verecektir.



3. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bilgi doğrudan bireye aktarılamamakta, ancak bireyin hem fiziksel hem de sosyal çevresi ile etkileşimi sürecinde kurulmaktadır. Bu anlamda öğretmenin geleneksel rolü de değişmiştir. Geleneksel yaklaşımda öğretmenin rolü hazır bilgileri öğrenciye aktarmak şeklinde iken yapılandırmacı yaklaşım kuramında öğretmenin rolü, öğrencinin kendi bilgisini yapılandırabileceği öğrenme ortamlarını tasarlamaktır. Öğretmenlerin öğrenci profilini göz önünde bulundurarak, uygun yöntem, teknik ve materyallerin kullanıldığı, birçok duyu organına hitap eden, öğrencilerin konuyla ilgili düşüncelerini rahatlıkla dile getirebildikleri, yaparak ve yaşayarak öğrenmelerine imkân veren öğrenme ortamları oluşturma çabası içine girmeleri ve öğrencilerin öğrenme sürecine aktif olarak katılımlarının sağlanması gerekmektedir (Ergün ve Özdaş, 1997). Ortaokul matematik derslerinde etkin öğrenme ortamlarının oluşturulmasında ve öğrencilerin derslere aktif katılımının sağlanmasında öğretim materyallerinin kullanımı son derece önemlidir. Literatürde çeşitli öğretim materyallerinin eğitim-öğretim sürecinde kullanılmasının sağladığı yararlar hakkında birçok çalışma yer alsa da, sayma pulları öğretim materyallerinin, özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde, öğretmenler tarafından sınıflarda kullanımı tercih edilmemektedir. Matematik öğretmenlerinin büyük bir çoğunluğu, sayma pullarının konuyu anlamayı zorlaştırdığı, kafa karışıklığına neden olduğu, çarpma ve bölme işlemlerinde işlevsel olmadığı düşüncesiyle sayma pullarını derslerinde kullanmayı düşünmedikleri yapılan çalışmalarda gözlenmiştir (Bozkurt ve Polat, 2011). Bu durumun ortaya çıkmasında;

ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında yer alan derslerin içeriklerinde sayma pulları modellemesine yer verilmemesi (URL-1,URL-2), ortaokul matematik ders kitaplarında sayma pullarına yönelik sadece birkaç örnek üzerinde yer verilmesi, matematik öğretmenlerinin sayma pullarının kullanımına yönelik güvenilir ve açıklayıcı kaynaklara ulaşamaması(Bozkurt ve Polat, 2011) gibi unsurların etkili olduğu söylenebilir. Bu nedenle, matematik derslerinde kullanılan sayma pulları modelinin yanı sıra diğer modelleme çeşitlerinin uygulanışı ve öğretim materyallerinin kullanışı ile ilgili açıklayıcı bilgilerin ve örnek uygulamaların yer aldığı çalışmaların yaygınlaşması gerekmektedir. Yapılan çalışmalarda öğretim materyallerinin kullanılışı ile ilgili yeni yaklaşımların sergilenmesi, materyallerin kullanım düzeyini arttırabileceği söylenebilir. Bu çalışmada tam sayılarda çarpma işleminin sayma pullarıyla modellenmesi, bir kural geliştirilerek yeni bir yaklaşımla gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Bu kurala göre çarpma işleminde yer alan birinci çarpanın işaretine göre ilgili sayıların (ikinci çarpanda yer alan sayının) belirlenen kapalı alana eklenmesi veya kapalı alandan çıkarılması söz konusudur. Geliştirilen bu kural sayesinde öğrencilerin iki negatif sayının çarpımının pozitif veya bir negatif tam sayı ile bir pozitif tam sayının çarpımının negatif olduğunu ezberden uzak bir şekilde matematiksel ilişkiler yordamıyla daha iyi kavrayabilecekleri ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşebileceği, ayrıca sayma pulları yardımıyla toplama ve çıkarma işlemlerini oyun oynarcasına yapacakları için, öğrenmenin daha kısa sürede ve daha kalıcı bir şekilde gerçekleşebileceği düşünülmektedir.

Kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi için daha çok duyu organına ulaşan görsel ve işitsel araçlarla oluşturulacak öğrenme ortamlarına başvurmak kaçınılmaz bir ihtiyaçtır (Dursun, 2006). Günümüzde öğretim faaliyetlerinde sadece dinleyerek anlamaya çalışan öğrenci yerine, derse aktif olarak katılan, soru soran, bazı konuları kendine özgü plan ve tekniklerle araştıran, bulduklarını sistemli hale getirip düzenleyen, karşılaştırmalar yapan, gözleyen, düşünüp sonuç çıkaran ve bu şekilde derse katılan öğrenci istenmektedir. Bu kapsamda gerek ortaokul matematik müfredatının gerekse matematik ders içeriğinin düzenlenerek, sınav endeksli ve ezber eğitime dayalı eğitim-öğretim sürecinden sıyrılıp; kavramsal, kalıcı ve anlamlı öğrenmelerin sağlanabileceği eğitim-öğretim ortamlarının oluşturulması ve bu doğrultuda eğitimlerin verilmesi gerekmektedir. Akademik anlamda, sınıf ortamlarında veya sınıf dışı ortamlarda kullanabilmek için, gerek tablet ve cep telefonu gibi teknolojik platformlarda uygulanabilecek dijital uygulama, etkinlik ve oyunlar; gerekse öğrencinin hiçbir teknolojiye ihtiyaç duymadan kullanabileceği üç boyutlu somut sayma pulları materyallerinin ve etkinliklerinin tasarlanabilir. Tasarlanan bu materyal ve etkinliklerin uygulanabilirliği ve kullanılabilirliği araştırılarak, mevcut eksikliklerin giderilmesiyle kullanıma hazır hale getirilmesi sağlanabilir. Matematik öğretmenlerine, verilecek hizmet içi eğitimlerle, akademik anlamda yapılan çalışmalarla ilgili gerekli bilgilendirmeler yapılarak ve öğretmenlerin, hazırlanan sayma pulları etkinliklerini ve materyallerini derslerinde kullanmaları için teşvik edilmesi düşünülebilir.

KAYNAKLAR

- Alakoç, Z. (2003). Matematik öğretiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları, *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET* vol. 2 Issue .1
- Altıparmak, K., ve Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47.
- Altun, M. (2008). İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi (5. Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2013). Ortaokullarda (5., 6., 7. ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Avcu, T. ve Durmaz, B. (2011). Tam sayılarla ilgili işlemlerde ilköğretim düzeyinde yapılan hatalar ve karşılaşılan zorluklar. 2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications, 27-29 April, 2011 Antalya- Turkey.

- Aydın-Ünal, Z. ve İpek, A.S. (2010). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 34(152), 30-43.
- Bahadır, E. ve Özdemir, A.Ş. (2013). Tam sayılar konusunun canlandırma tekniği ile öğretiminin öğrenci başarısına ve hatırlama düzeyine etkisi. *International Journal Social Science Research*, 2(1), 114-136.
- Baki, A. (2002). Öğrenen ve Öğretenler İçin Bilgisayar Destekli Matematik. İstanbul: Ceren Yayın Dağıtım
- Barnes, M. (1998). Dealing with misconceptions about probability. *Australian Mathematics Teacher*, 54(10), 17-20.
- Baykul, Y. (2002). İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar İçin, Ankara: Pegem A
- Beery, J., Cochell, G., Dolezal, C., Sauk, A. ve Shuey, L. (2002). The Story of Negative Numbers, Mathematical Association of America Funded by the National Science Foundation.
- Bozkurt, A. & Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellenmenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10 (2), 787 -801.
- Clements, D. H., ve McMillen, S. (1996). Rethinking concrete manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(85), 270-279.
- Çilenti, K.(1988). Eğitim Teknolojisi Ve Öğretimi, Kadıköy Matbaası, Ankara.
- Dursun, F. (2006). "Öğretim Sürecinde Araç Kullanımı". İlköğretmen Dergisi. Sayı 1. s.:8-9.
- Erdem, E. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Erdem, E. (2015). Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-117. DOI: <http://dx.doi.org/10.17556/jef.08506>
- Ergün, M. ve Özdaş, A. (1997). Öğretim İlke ve Yöntemleri. İstanbul.
- Ersoy, Y. (1997). Bilgisayarın Matematik Eğitiminde Kullanılması Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Ankara: YÖK-Dünya Bankası MEGP.
- Ersoy, Y., (2002). Matematik Okur Yazarlığı – II: Hedefler, Yetiler ve Beceriler, <http://www.matder.org.tr>. (erişim tarihi: 14.12.2018).
- Fischbein, E., Nello, M. S. ve Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 96-105.
- Fuadiah, N.F., Suryadi, D. & Turmudi. (2017). Some difficulties in understanding negative numbers faced by students: a qualitative study applied at secondary schools in indonesia. *International Education Studies*, 10(1), 24-38. DOI: 10.5539/ies.v10n1p24
- Gallardo, A. (2008). Historical epistemological analysis in mathematical education: Negative numbers and the nothingness. *In Proceedings of the joint meeting of PME (Vol. 32, 17-29)*.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarının öğretimi için örnek çalışma yapılarının geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1).
- Hativa, N., & Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 28(2), 401-431.
- Işıksal-Bostan, M. (2009). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanılgıları ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- İnan, C. (2006). Matematik öğretiminde materyal geliştirme ve kullanma. *D.Ü. Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi* 7, 47-56.
- İşgüden, E. (2008). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler (Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Kay, R. & Knack, L. (2008) Investigating the Use of Learning Objects for Secondary School Mathematics, *Interdisciplinary Journal of E-Learning and Learning Objects* (4) ss. 269-289.
- Kilhamn, C. (2011). Making sense of negative numbers. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis. Aralık 2018'te <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/24151> internet adresinden edinilmiştir.
- Lestari, U.P., Putri, R.I.I. ve Hartono, Y. (2015). Using Set Model For Learning Addition Of Integers. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 6(2), 16-29. ERIC Number: EJ1079640

- MDÖP, (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar. Meb Yayınları, Ankara.
- Memiş, Y. (2012). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerine yönelik negatif tamsayılara ilişkin tutum ölçeğinin geliştirilmesi ve lojistik regresyonla analizi (Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Orhun, N. (2007). Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişsel boşluk. *inönü üniversitesi eğitim fakültesi dergisi*, 8(14), 99–111.
- Öksüz, C ve Uça, S. (2011). Matematik dersinde probleme dayalı öğrenme üzerine bir örnek olay. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2 (2), 20-29.
- Özdemir, İ. E. Y. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına ilişkin bilişsel becerileri, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 362-373.
- Peled, I. & Carraher, D. W. (2007). Signed numbers and algebraic thinking. In Kaput, J., Carraher, D. and Blanton, M. (Eds.), *Algebra in The Early Grades*, (pp. 303-327). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Pijls, M., Dekker, R, & Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics*, 65, 309–329.
- Rabin, J. M., Fuller, E. & Harel, G. (2013). Double negative: the necessity principle, commognitive conflict, and negative number operations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 649-659.
- Streefland, L. (1990). Fractions In Realistic Mathematics Education, A Paradigm Of Developmental Research. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Steiner, F.G., & Stoecklin, M. (1997). Fraction calculation. Adidactic approach to constructing mathematical networks. *Learning and Instruction*, 7(3), 211-233.
- Şengül, S., ve Körükçü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 489-508.
- URL-1, Yüksek Öğretim Kurumu Yeni öğretmen yetiştirme lisans programları https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim_Matematik_Lisans_Programi.pdf Erişim Tarihi: 29.06.2019
- URL-2, Yüksek Öğretim Kurumu Öğretmen yetiştirme ve Eğitim Fakülteleri https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Ogretmen-Yetistirme/2.pdf Erişim Tarihi: 29.06.2019
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2010). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally (7th Ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Woodham, L. (2008). Be Positive about Negative Numbers, Primary Mathematics, Volume 12 Number 2 (Alıntı tarihi: 12.12.2018: http://nrch.maths.org/public/viewer.php?obj_id=6693&part=index&nomenu=1).