

MARKOWITZ MODELİNİN AYRILABİLİR ŞEKLİNİN CEBİRSEL MODELLEME DİLİNDE (AMPL) İFADESİ VE LOQO PROGRAMI İLE ANALİZİ : İMKB ‘DE BİR UYGULAMA

Yard.Doç.Dr.S.Ünal ŞAKAR

Anadolu Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
İşletme Bölümü

Yard.Doç.Dr.N.Kemal ERDOĞAN

Anadolu Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
İşletme Bölümü

ABSTRACT

Markowitz model provides both the conceptual framework and analytical tools for determining the optimal portfolio. It provides a series of portfolios which are efficient in terms of risk and return in that each portfolio offers the maximum expected return corresponding to a given level of risk , or the minimum risk corresponding to a given level of expected return. In this study , seperable version of Markowitz model is explained by using AMPL (A modeling language for mathematical programming) and analyzed by LOQO programme.

ÖZET

Bu çalışmada optimizasyon problemlerinin AMPL (A modeling language for mathematical programming) cebirsel modelleme dili ile ifadesi ve herhangi bir program yardımıyla nasıl analiz edileceği verilmiştir. Çalışmada Markowitz modelinin ayrılabilir şekli , AMPL cebirsel modelleme dili ile ifadesi yazılmış ve İMKB 'de (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası) bir uygulaması gösterilmiştir

GİRİŞ

1952 yılında Harry Markowitz tarafından geliştirilen ve daha sonraları Markowitz modeli olarak anılmaya başlayan model , modern portföy teorisinin temel taşlarından biri olarak kabul edilmektedir. Markowitz 'e kadar olan dönemde pek çok portföy yöneticisi bazı menkul değerlerin aynı ya da ters yönde hareket ettiklerinin farkına varmışlardır ancak bu ilişkiyi ölçen teknikler geliştirememişlerdir.

Markowitz bir portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkilerin araştırılması ve getirileri arasında tam pozitif bir korelasyon bulunmayan menkul değerlerin bir portföyde toplanması ile (Markowitz Çeşitlendirmesi) beklenen getiride bir düşme olmaksızın sistematik olmayan riskin azaltılabileceğini öne sürmüştür.¹

Markowitz modelinin bazı varsayımları şunlardır :²

- a. Yatırımcıların kararını etkileyen iki önemli parametre vardır. Bunlardan birisi beklenen getiri diğeri varyanstır.
- b. Yatırımcılar riskten kaçınırlar. Bunun anlamı yatırımcılar aynı beklenen getiriye sahip iki yatırımdan diğere göre riski daha

¹ James Farrell , Portfolio Management: Theory and Application , McGrawhill International Edition , 1997 , s.18-19

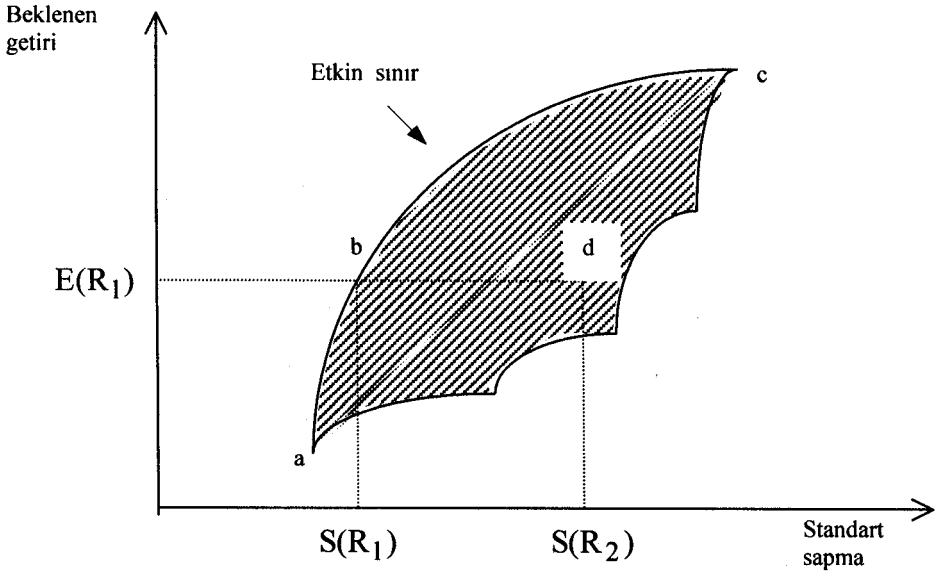
² Frank Fabozzi , Investment Management , Prentice Hall , 1995 ,s.73

düşük olanı tercih ederler.

c. Yatırımcılar belli bir risk düzeyinde daha yüksek getiriye ulaşmak isterler.

d. Yatırımcılar tüm riskli varlıklar için beklenen getiri , varyans ve kovaryanslarla ilgili aynı beklentilere sahiptir. Bu varsayım “Homojen beklentiler varsayımı” olarak bilinir.

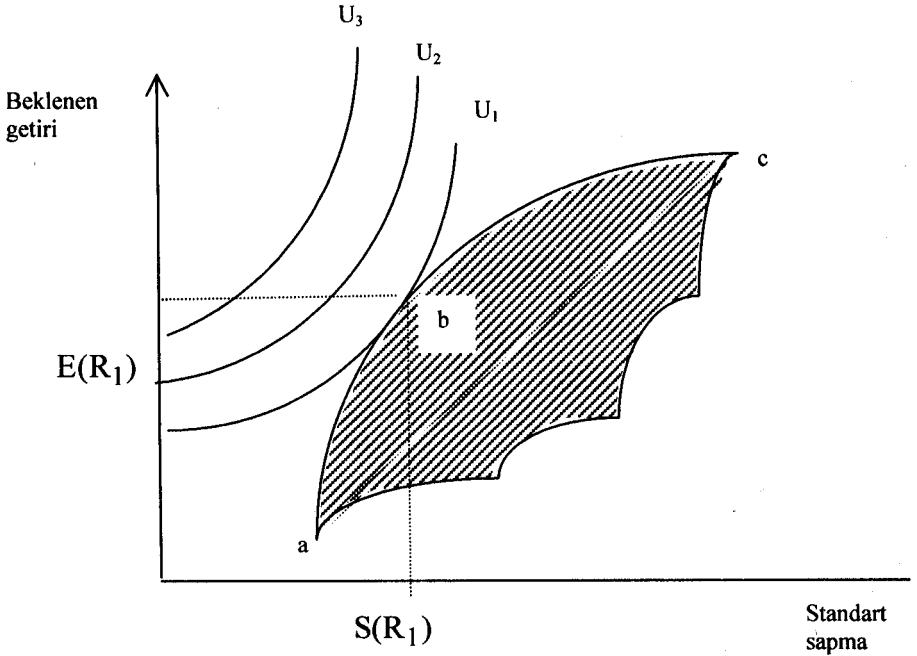
e. Yatırımcılar genel olarak tek bir yatırım ufkuna sahiptirler.



Şekil 1 : Markowitz Etkin Sınırı

n sayıda hisse senedinin yer aldığı bir yatırım ortamında , yatırımcı sayısız portföy bileşimleri ile karşı karşıyadır. Bu bileşimlerden oluşan kümeye yatırım fırsatları kümesi (opportunity set) adı verilir. Şekil 1 'de görülen taralı alan yatırım fırsatları kümesini temsil etmektedir. Yatırım fırsat kümesinin a , b ve c noktalarını birleştiren eğri etkin sınır (efficient frontier) olarak bilinir. Etkin portföyler etkin sınır üzerinde yer alırlar. Bir portföyün etkin

portföy olabilmesi için ya aynı risk düzeyindeki portföyler arasında en fazla beklenen getiriye sahip olması yada aynı beklenen getiriye sahip portföyler arasında en düşük riski taşıması gerekir. Etkin sınır üzerinde yer alan her bir nokta sağındaki diğer bir noktayı domine eder. Söz konusu şekilde b ve d noktaları beklenen getirileri aynı olmakla beraber riskleri farklı olan $S(R_1)$ ve $S(R_2)$ gibi iki portföyü sembolize etmektedir. Yatırımcıların riskten kaçındıkları (risk averse) düşünüldüğünde bu iki portföy içinde diğerine göre daha az riskli olan b noktasındaki portföy yatırımcılar tarafından tercih edilir. c noktasındaki portföy ise mümkün olan en yüksek beklenen getiriyi sağlayabilecektir.³



Şekil 2: Optimal Portföyün Seçimi

³ Richard Dobbins , Portfolio Theory and Invensment Management , Blackwell Business , 1994 , s.27

Yatırımcıların riske karşı davranışları U ile ifade edilen farksızlık eğrileri yardımıyla gösterilir. Şekil 2 deki b noktası optimal portföyü temsil etmektedir. Farksızlık eğrisi ile etkin sınırın birbirine teğet olduğu bu noktada yatırımcı mümkün olan en yüksek faydayı sağlar.

n sayıda hisse senedinden oluşan bir portföyün beklenen getirisi $E(R_p)$ portföyde yer alan her bir hisse senedinin getirisinin ağırlıklı ortalamasıdır.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

Burada ;

x_i : i.hisse senedinin portföy içindeki ağırlığını ,

μ_i : i.hisse senedinin beklenen getirisini ,

göstermektedir. Portföyün varyansı $Var(R_p)$ ise aşağıdaki formül yardımıyla bulunur.

$$Var(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov(i, j)$$

dir. Burada $Cov(i, j)$, i ve j hisse senetlerinin getirileri arasındaki kovaryansı ifade etmekte olup , $\sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ ' ye eşittir. Burada ;

σ_i : i.hisse senedinin standart sapmasını ,

σ_j : j.hisse senedinin standart sapmasını ,

ρ_{ij} : i ve j hisse senetleri arasındaki korelasyon katsayılarını ,

ifade etmektedir.

Markowitz modeli n sayıda hisse senedinden oluşan bir portföy için n sayıda beklenen getiri , n sayıda standart sapma , $\frac{n^2 - n}{2}$ sayıda korelasyon katsayısı (yada kovaryans katsayısı) ve bir adette risksiz faiz oranı olmak üzere toplam $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$ adet veriye gereksinim duymaktadır

2. AMPL CEBİRSEL MODELLEME DİLİ

Matematiksel programlama, kaynaklar, kapasiteler, arzlar, talepler ve benzeri nicelikler üzerindeki kısıtlara bağlı belirli türdeki optimizasyon problemlerinin -kârın en büyüklenmesi, maliyetin en küçüklenmesi vb.- çözümünde kullanılan bir tekniktir. Matematiksel programlama problemlerini ifade etmek için bir çok yöntem vardır. Ancak cebirsel modelleme dilleri amaç fonksiyonu ve kısıtları ifade etmek açısından bilinen matematiksel gösterimlere dayalı olduklarından ifadelerin oluşturulmasında kolaylık sağlamaktadırlar Bir cebirsel model kurma dili, amaç ve kısıt fonksiyonlarının bilinen matematiksel gösterimine dayanan bir çeşit programlama dilidir. Bir cebirsel dil , matematiksel gösterimlerden aşına olduğumuz $x_j + y_j$,

$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$, $x_j \geq 0$ ve $j \in S$ gibi gösterimlerin bilgisayar tarafından okunabilen denk ifadelerini verir. Bu benzerlik cebirsel model kurma dillerinin en büyük avantajlarından biridir. Bir diğer avantajı ise, özellikle lineer, lineer-olmayan ve tamsayılı programlama modellerinin büyük bir kısmına uygulanabilirliğidir. Matematiksel programlamanın başarılı algoritmaları ilk olarak 1950 lerde kullanılmaya başlanmışken, cebirsel model kurma dillerinin gelişimi ve dağıtımını ise 1970 li yıllarda başladı. O zamandan günümüze , hesaplama ve bilgisayar bilimindeki gelişmeler bu tür programlama dillerinin daha etkili ve bilinen diller haline gelmesini sağlamışlardır.

AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming) cebirsel programlama dili matematiksel programlama problemleri

ifade etmek için geliştirilen cebirsel programlama dillerinden birisidir. AMPL modeli, elemanlarının farklı indis kümelerinin ve sayısal verilerin seçimine karşılık geldiği matematiksel programlama problemlerinin büyük bir kısmını tanımlar. AMPL matematiksel programlama problemlerinin kurulması ve çözülmesi için ortak bir etkileşimli ortam sunmaktadır. Esnek bir arayüz ile aynı anda birden çok çözücüye ulaşılmasına olanak sağlar ve kullanıcının çözümler arasında değiştirme yapmasına ve çözücünün performansını geliştiren seçimlerin yapılmasına izin vermektedir. En iyi sonuçlar bulunduğu model kurucunun bu sonuçları görüp analiz edebilmesi için sonuçlar otomatik olarak model kurucunun şekline dönüştürülürler. Ayrıca AMPL cebirsel programlama dili bir problemin matematiksel olarak tanımlanmasına oldukça yakın olacak şekilde bir gösterim sağlar, böylece matematiksel olarak verilen bir ifade AMPL de kolaylıkla ifade edebilir. Örneğin ; aşağıda bir temel üretim problemi için matematiksel programlama probleminin cebirsel ifadesinin AMPL cebirsel modelleme dilindeki ifadesi verilmiştir ve görüleceği üzere cebirsel olarak ifade edilen matematiksel programlama problemi AMPL 'ye benzer şekilde aktarılmıştır.

Kümeler

P ; Üretilen ürünlerin kümesi

Parametreler

a_i : $i \in P$ için i .ürünün birim saatteki üretim miktarı

b : Üretim zamanı

c_i : $i \in P$ için i .ürünün birim başına kârı

u_i : $i \in P$ için i .ürünün maksimum üretim miktarı

Değişkenler

$x_i \geq 0$ $i \in P$, i .üründen üretilmesi gereken miktar

Amaç fonksiyon

$$\text{Maksimum kâr } Z = \sum_{i \in P} c_i x_i$$

Kısıtlar

$$\sum_{i \in P} \left(\frac{1}{a_i} \right) x_i \leq b$$

$$0 \leq x_i \leq u_i, \quad i \in P$$

set P ; # Üretilen ürünler

param a { i in P }; # Parametreler

param b;

param c { i in P };

param u { i in P };

var x { i in P } ; # Değişkenler

maximize kâr : sum { i in P } c[i]*x[i]

subject to zaman : sum { i in P } (1/a[i])*x[i] <= b ;

subject to miktar { i in P } : 0 <= x[i] <= u[i];

Programda # işareti ile başlayan ifadeler açıklama belirtmektedir ve programın çalıştırılmasında göz önüne alınmaz.⁴

⁴ Robert F., David M.G. , Brian W.K. , AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming), The Scientific Press Series , 1993 ,s.7-8

2.1 MARKOWİTZ MODELİNİN AYRILABİLİR KUADRATİK PROGRAMLAMA OLARAK İFADESİ

Bir Kuadratik programlama problemi genellikle minimizasyon problemi olarak ifade edilebilir.

$$\text{Min } z = C^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$$

$$\text{Kısıtlar } Ax = b$$

$$x \geq 0$$

kuadratik programlama probleminde Q matrisi köşegen bir matris ise probleme “ayrılabilir kuadratik programlama problemi” denir. Her ayrılabilir olmayan kuadratik programlama problemi kendisine denk olan bir ayrılabilir kuadratik programlama problemi tarafından yenilenebilir. Bu durum ayrılabilir kuadratik programlama probleminin çözümü ayrılamaz versiyonuna göre inanılmaz derecede hızlı sonuçlanmaktadır. Burada $Q = F^T D F$ şeklindedir, F matrisi $k \times n$ boyutlu bir matris, D matrisi $k \times k$ boyutlu köşegen bir matris olup söz konusu matrisin esas köşegenindeki tüm elemanlar negatif değildir. F matrisi Q matrisinden daha az yoğun bir matristir ve eğer k , n den önemli derecede daha az ise $y = Fx$ düzeltmesi ile çözüm garanti edilir. Bu durumda ayrılabilir olmayan kuadratik programlama problemi yerine aşağıdaki ayrılabilir eşiti yazılabilir.

$$\text{Minimum } Z = C^T x + \frac{1}{2} y^T D y$$

$$\text{Kısıtlar } Ax \geq b$$

$$Fx - y = 0$$

$$x \geq 0$$

Ayrılabilir şeklinin maliyeti k ile ifade edilen yeni kısıtların eklenmesidir. Daha önce de ifade edildiği gibi eğer k küçükse ve F sıfırları yoğun olan bir matris (sparse matrix) ise model etkin bir şekilde çözülebilir.

Bu ifadeleri dikkate alırsak Markowitz modelinde de kuadratik terimler portföyün getirisinin varyansı olduğuna göre ; Markowitz modelinin ayrılabilir şeklini aşağıdaki şekilde formüle edilebilir.

$$\text{Var}(R) = E \left(\sum x_i \tilde{R}_i \right)^2 = \sum_{t=1}^T p(t) \left(\sum x_i \tilde{R}_i(t) \right)^2$$

$$p(t) = \frac{p^{T-t}}{\sum_{s=1}^T p^{T-s}} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad \text{ve}$$

$$\tilde{R}_i(t) = R_i(t) - \sum_{t=1}^T p(t) R_i(t)$$

olmak üzere eğer yeniden ifade edersek

$$\text{Maksimum} \quad \sum_i x_i E(R_i) - \mu \sum_{t=1}^T p(t) y(t)^2$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \sum_i x_i = 1$$

$$Y(t) = \sum_i x_i \tilde{R}_i(t) \quad t = 1, 2, \dots, T \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$x_i \geq 0$$

şeklindedir⁵. Burada ;

$$\tilde{R}_i = R_i - E(R_i)$$

μ : Riskin getiriye göre önemini temsil eden pozitif bir parametredir.

R_i : i .hisse senedinin gelecek dönemdeki getirisini gösterir.

p : İskonto faktörüdür.

2.2 MARKOWİTZ MODELİNİN AMPL CEBİRSEL PROGRAMALAMA DİLİNDEKİ İFADESİ VE ÇÖZÜMÜ

Ocak 1992- Aralık 1998 dönemini kapsayan çalışma 20 hisse senedi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Söz konusu 20 hisse senedi İMKB Ulusal-100 kapsamındaki hisse senetleri içinden fiyat / kazanç oranı , piyasa değeri / defter değeri , temettü verimi gibi çeşitli borsa göstergeleri kullanılarak seçilmiştir. Seçilen hisse senetleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

HİSSE SENEDİ	İŞLEM KODU
AKAL TEKSTİL	AKALT
AKBANK	AKBNK
ALARKO	ALARK
ARÇELİK	ARCLK
BOLU ÇİMENTO	BOLUC
BRİSA	BRISA
ECZACIBAŞI İLAÇ	ECILC

⁵ Robert J.Vanderbei , Linear Programming :Foundations and Extensions , Kluwer Academic Publishers ,1996. s.384

EREĞLİ DEMİR ÇELİK	EREGL
GARANTİ BANKASI	GARAN
GOOD YEAR	GOODY
KAV ORMAN	KAVOR
KOÇHOLDİNG	KCHOL
MARET	MARET
MİGROS	MIGRS
NET HOLDİNG	NTHOL
PINAR SÜT	PNSUT
TÜRK ŞİŞE CAM	SİŞE
TÜRK DEMİRDÖKÜM	TUDDF
VESTEL	VESTL
YAPI KREDİ BANKASI	YKBNK

Modelin AMPL cebirsel programlama dilindeki ifadesi ise şu şekildedir.

```

set h_senedi;
set T := {1..84}; # Aylık yüzdesel değişimler alınmıştır

param mu 200;

param R {T,h_senedi};

param ortalama {j in h_senedi}
:= ( sum{i in T} R[i,j] )/card(T);

param Rtilde {i in T, j in h_senedi}
:= R[i,j] - ortalama[j];

param Cov {j in h_senedi, k in h_senedi}
:= sum {i in T} (Rtilde[i,j]*Rtilde[i,k]) / card(T);

param Corr {j in h_senedi, k in h_senedi}
:= Cov[j,k]/sqrt(Cov[j,j]*Cov[k,k]);

var x{h_senedi} >=0.

```

minimize lin_comb:

mu *

sum{i in T} (sum{j in h_senedi} Rtilde[i,j]*x[j])^2 / card{T}

-

sum{j in h_senedi} ortalama[j]*x[j]

;

subject to toplam oran:

sum{j in h_senedi} x[j] = 1;

data;

set h_senedi:=

AKALT AKBNK ALARK ARCLK BOLUC BRISA ECILC EREGL
GARAN GOODY KAVOR KCHOL MARET MIGRS NTHOL PNSUT
SISE TUDDF VESTL YKBNK;

Param R:

AKALT AKBNK ALARK ARCLK BOLUC BRISA ECILC EREGL
GARAN GOODY KAVOR KCHOL MARET MIGRS NTHOL PNSUT
SISE TUDDF VESTL YKBNK:=

option solver loqo;

solve;

display Corr;

printf: "-----\n";

printf: " Hisse_senedi Ortalama Varyans \n";

printf {j in h_senedi}: "%4s %10.7f %10.7f \n",

j, ortalama[j], sum{i in T} Rtilde[i,j]^2 / card(T);

printf: "\n";

printf: "Optimal Portföy: Hisse_senedi Oran \n";

printf {j in h_senedi: x[j] > 0.001}: "%4s %10.7f \n", j, x[j];

printf: "Ortalama = %10.7f, Varyans = %10.5f\n",

sum{j in h_senedi} ortalama[j]*x[j],

sum{i in T} (sum{j in h_senedi} Rtilde[i,j]*x[j])^2 / card(T); *

Söz konusu bu hisse senetlerine ilişkin aylık getiriler (Bkz.EK) kullanılarak yapılan bu araştırma da ayrılabilir kuadratik programlama çözücüsü olarak LOQQ programı kullanılmış ve programın hesaplamaları sonucunda elde ettiğimiz çıktı aşağıdaki gibidir.

Optimal Portföy

<u>Hisse senedi</u>	<u>Ağırlık</u>
AKBNK	0.2396938
ALARK	0.0166207
BRISA	0.0318736
GOODY	0.0820233
MARET	0.1183388
MIGRS	0.3276362
TUDDF	0.1778106
VESTL	0.0055160

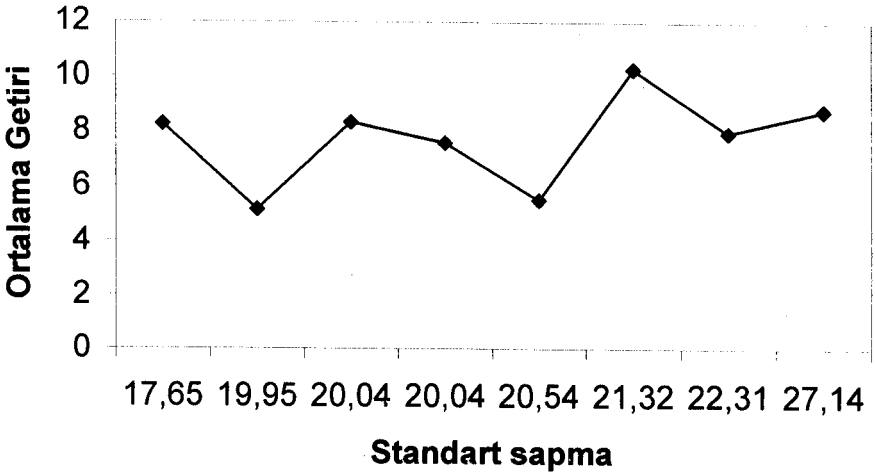
Yukarıdaki programın çıktısından da görüleceği üzere optimal portföy sekiz hisse senedinden oluşmaktadır. Optimal portföy içinde en büyük ağırlığa % 32.76 ile Migros hisse senedi sahiptir. Bu hisse senedini % 23.97 ile Akbank , %17.78 ile Türk Demir Döküm , % 11.83 ile Maret ve % 8.20 ile Good Year hisse senedi izlemektedir. Geri kalan üç hisse senedi Alarko , Brisa ve Vestel' in portföy içindeki ağırlıkları toplam içinde %5.47 dir. . Portföyün beklenen getirisi %7.99 , varyansı ise %191.40 olarak hesaplanmıştır.

Optimal portföyde yer alan sekiz hisse senedine ilişkin ortalama getiriler ve standart sapmalar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

* <http://www.princeton.edu/~rvdb>

HİSSE SENEDİ	İŞLEM KODU	ORTALAMA GETİRİ	STANDART SAPMA
AKBANK	AKBNK	8,265357	17,65186393
ALARKO	ALARK	5,153333	19,95013637
BRİSA	BRISA	8,341191	20,0353288
GOOD YEAR	GOODY	7,589524	20,03909036
MARET	MARET	5,491905	20,54104413
MİGROS	MIGRS	10,28738	21,32070123
TÜRK D.DÖKÜM	TUDDF	7,958333	22,31383741
VESTEL	VESTL	8,787024	27,13809972

Söz konusu bu iki parametre dikkate alınarak etkin sınır şu şekilde çizilebilir.



Şekil 3 : Etkin Sınır

SONUÇ

Modern portföy yönetiminin kurucularından biri olarak kabul edilen Markowitz getirileri arasında pozitif korelasyon bulunmayan menkul değerlerin bir portföyde toplanması ile beklenen getiride bir düşme olmaksızın sistematik riskin azaltılabileceğini öne sürmüştür. Çok sayıda veri gerektirmesi nedeniyle eleştirilere maruz kalan Markowitz modelinin ayrılabilir şekilde ifade edilmesi geleneksel (ayrılmaz) ifade tarzından daha hızlı çözüm yapılmasına olanak vermektedir. AMPL gibi cebirsel programlama dilleri de matematiksel programlama problemlerinin bilgisayar ortamında farklı programlar kullanılarak çözülebilmesine olanak sağlamaktadır. Bu çalışmada ayrılabilir kuadratik programlama çözücüsü LOQO programı kullanılarak Ocak 1992- Aralık 1998 dönemine ilişkin yirmi hisse senedinden oluşan yatırım fırsatları setinden hareketle optimal portföy oluşturulmuştur.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

FABOZZI Frank, Investment Management , Prentice Hall,1995

FARRELL James, Portfolio Management: Theory and Application , McGrawhill International Edition ,1997

FOURER Robert , GAY David M. , KERNIGHAN Brian W. , “A Modeling Language for Mathematical Programming”, Management Science , **36** (1990)

FOURER Robert , GAY David M. , KERNIGHAN Brian W., “A Modeling Language for Mathematical Programming”, The Scientific Press Series , 1993

HERTOG , D.den , Interior Point Approach to Linear , Quadratic and Convex Programming , Kluwer Academic Publishers , 1994

RICHARD Dobbins, WITT Stephen , FIELDING John , Portfolio Theory and Investment Management , Blackwell Business , 1994

VANDERBEI Robert J., Linear Programming : Foundations and Extensions Kluwer Academic Publishers , 1996

VANDERBEI Robert J. ,LOQO : An interior point code for quadratic programming , Technical Report , Princeton University , 1994

İMKB Şirketleri Sermaye ,Temettü ve Aylık Fiyat Verileri ,1986-1998

EK : Ocak 1992 – Aralık 1998 dönemine ilişkin araştırma kapsamına alınan yirmi hisse senedinin aylık getirileri

1	15.00	-2.56	55.81	19.48	5.95	31.82	17.14	0.00	-12.73	9.46
	35.35	30.43	12.16	23.91	3.45	4.00	36.36	16.00	32.00	-9.09
2	-21.74	-11.84	-42.69	-23.91	-30.82	-37.93	-32.93	-27.36	-10.42	-
	14.81	-35.82	-30.00	-15.66	-7.02	-23.33	-7.69	-25.33	-32.76	-33.33 -
	15.00									
3	25.00	4.78	38.02	7.14	21.28	25.93	25.45	2.60	3.85	37.68
	23.26	19.05	8.57	24.33	17.39	20.83	10.71	20.51	4.55	0.00
4	6.67	-1.54	-13.21	-9.33	-22.81	-21.76	-28.99	-15.19	-17.39	3.68
	-31.13	-1.33	6.58	6.06	3.70	13.79	-29.03	8.51	-15.22	-14.71
5	-14.58	-21.88	-25.22	-17.44	-13.64	-15.38	-10.20	13.56	-5.26	-
	22.92	-12.33	-2.04	-33.33	-1.43	-14.29	-18.18	-23.64	-19.61	-25.64 -
	4.06									
6	70.73	10.00	33.72	40.30	34.21	27.27	9.09	40.30	8.33	52.03
	39.52	41.46	37.04	64.49	8.33	51.85	4.55	57.69	13.79	20.59
7	-1.43	-18.18	-10.87	-2.13	-20.41	-5.36	-21.58	-8.51	17.95	8.89 -
	25.00	-17.24	-18.06	8.93	-3.85	-29.27	-8.70	2.44	-12.42	-7.32
8	41.30	-4.44	-3.41	-5.43	0.00	0.00	3.58	-9.30	4.35	0.00 -
	4.17	-2.08	13.56	1.64	-8.00	10.34	-7.14	-5.71	4.55	-13.16
9	13.85	30.23	-2.15	-4.60	-14.81	20.75	-9.88	-15.38	29.17	1.63
	2.17	-18.30	4.48	-4.84	-4.35	24.84	-2.56	-10.10	-13.04	39.39

10 4.05 -5.36 1.10 -12.05 0.00 6.25 -20.55 -13.64 12.90 -10.84
 -17.02 -16.67 -20.00 -15.25 0.00 -5.26 -5.26 -15.73 -2.50 -8.70
11 -16.88 16.98 -11.96 -2.74 4.35 0.00 18.95 -1.75 14.29 2.70
 0.00 1.25 -10.71 4.00 -4.55 11.11 -5.56 2.67 -10.26 -9.52
12 12.50 12.90 -1.23 6.48 4.17 2.94 1.45 0.00 -5.00 14.47
 10.26 1.23 4.00 30.77 4.76 -22.50 -2.94 20.78 0.00 7.89
13 6.94 38.10 -6.23 1.59 4.00 1.43 0.00 -18.75 42.11 12.64
 0.00 1.23 4.00 30.77 4.76 -22.50 -2.94 20.78 0.00 7.89
14 35.06 20.69 30.67 29.69 34.62 77.46 34.29 45.05 55.56
 25.00 41.40
15 15.38 -4.29 -6.12 -6.02 -2.86 14.29 8.51 -19.70 20.35 -4.08
 60.49 1.22 -14.42 25.00 -3.64 35.48 15.15 6.45 -0.57 -10.24
16 20.00 77.05 13.04 50.64 5.88 -12.15 11.76 35.85 66.97
 20.00 7.69 17.47 48.31 36.47 11.32 33.33 63.16 33.84 43.68
 25.00
17 -5.56 -14.81 13.46 14.81 16.94 18.33 0.00 -12.50 0.00 0.00
 -2.86 7.69 33.33 3.45 -5.08 25.00 -4.84 1.89 -24.00 21.74
18 30.88 47.83 50.85 34.15 61.11 37.32 14.04 71.43 23.08
 24.47 32.35 115.92 2.27 33.33 55.36 65.71 2.37 7.41 2.63
 78.57
19 11.52 -17.65 4.49 -6.82 -13.79 -8.72 -15.38 -10.71 -1.79 20.90
 -26.67 -4.76 13.33 -5.00 52.30 9.83 3.57 44.02 11.94 -11.00
20 5.97 10.71 30.11 14.63 21.33 37.64 20.00 25.33 43.64 -4.94
 21.21 15.00 17.65 2.67 22.64 113.11 131.03 -2.04 39.53 130.56
21 29.58 19.35 37.29 23.40 47.25 12.24 25.00 70.21 29.75
 20.78 17.50 -7.25 -15.00 16.88 32.31 7.69 -19.40 -14.58 6.25 -
 3.51
22 30.43 8.11 16.05 31.03 -24.63 -10.91 -8.75 -5.00 17.07 27.42
 -5.32 6.25 9.80 16.67 65.64 14.29 50.00 14.63 15.69 38.18
23 22.92 7.50 59.57 -3.95 54.46 34.69 27.50 113.16 -10.42
 26.58 46.07 26.47 17.86 14.29 14.08 9.38 20.99 34.04 32.20
 57.89
24 1.69 16.28 40.00 5.48 38.46 45.45 15.59 -12.35 9.30 30.00
 15.38 9.30 15.15 0.00 6.17 11.43 -3.06 -6.35 -6.41 -22.50
25 0.00 6.00 11.90 10.39 3.70 27.08 0.47 16.90 -25.11 3.08
 5.33 17.02 57.89 62.50 30.23 89.74 30.53 13.56 53.42 24.73

26 -46.67 -3.30 -17.02 -3.53 -41.96 -42.13 27.31 -56.63 -18.18 -
 19.40 -24.05 25.45 -4.17 0.00 48.21 20.27 19.35 7.46 30.36 -
 3.45
27 -20.00 9.76 -43.59 -13.41 -13.85 -13.56 -42.55 13.89 -10.78 -
 22.22 -37.50 -11.59 2.17 10.26 44.58 8.99 10.37 12.50 -6.85 -
 16.07
28 0.00 22.67 13.64 4.23 33.93 -10.98 -41.77 -7.32 36.61 -12.86
 108.00 6.56 -31.06 -18.60 -56.25 -41.24 -40.91 -16.05 -29.41 -35.11
29 18.75 14.12 50.00 24.78 1.33 34.85 -26.09 3.95 -4.36 -6.82
 -1.28 -32.31 -8.64 20.00 -8.57 -26.32 -8.97 -13.24 -32.29 -16.87
30 61.18 52.06 41.33 -8.16 76.84 57.30 69.34 82.28 22.50
 28.05 85.06 11.36 27.03 66.67 -14.06 -13.10 1.41 -27.12 -35.38
 27.54
31 16.33 -11.86 -1.21 -2.22 24.00 37.14 6.12 -26.39 30.61 33.33
 -1.75 19.39 1.06 30.03 -18.18 -47.95 -14.71 4.65 -19.05 18.18
32 -8.77 -7.69 21.82 36.36 20.43 27.08 34.62 35.85 34.38
 10.71 3.57 56.62 41.47 -2.20 35.56 65.79 62.07 -12.00 61.76
 44.23
33 -13.65 -8.33 11.32 5.63 8.93 24.59 -7.14 1.94 -9.30 3.23
 8.62 26.09 7.58 -1.12 49.18 25.46 19.15 3.54 1.82 17.33
34 -4.23 -6.82 -16.95 -4.76 -9.84 -13.16 -10.77 13.33 8.97 -7.81
 -7.94 -13.79 8.45 -9.09 62.64 9.52 14.29 12.20 57.14 50.34
35 17.65 12.20 26.35 7.50 9.09 16.67 58.62 5.88 10.59 23.73
 44.83 -16.00 6.49 -6.25 0.00 53.62 17.19 23.13 26.36 -23.81
36 -2.50 36.96 6.45 -6.98 -8.33 -15.58 -4.35 -2.78 4.26 0.00 -
 13.10 9.52 -18.29 8.00 -35.64 -33.02 -14.67 -10.17 -25.45 41.67
37 -10.26 -11.43 -6.06 -13.00 -1.82 -12.31 -12.50 7.14 -5.10 -7.53
 5.48 17.39 14.93 1.23 71.88 32.39 17.19 15.09 63.41 -1.47
38 12.86 2.15 24.19 -1.15 -1.85 24.56 37.66 21.33 -5.38 28.89
 14.29 5.56 -11.69 -9.76 -9.09 -13.83 13.33 18.03 114.93 -14.93
39 89.80 26.32 27.27 15.12 22.64 66.62 60.38 29.67 59.09
 55.17 18.18 -7.02 -10.29 -1.35 -26.00 -14.81 9.41 -6.94 -25.00
 24.56
40 -1.67 -2.13 -23.47 18.69 13.85 21.74 5.38 25.42 -23.21 40.00
 7.69 -9.43 8.20 28.77 18.92 23.19 43.02 -13.43 3.70 15.49

41 -1.69 4.35 -12.00 8.51 -12.16 3.57 10.00 -16.22 2.23 10.63
 44.64 31.25 40.91 27.66 72.73 105.88 47.40 55.17 -5.36 39.02
42 12.07 -6.25 18.18 5.88 4.62 3.45 7.07 -4.09 10.91 -6.67
 12.47 9.52 39.78 -8.33 6.58 -1.43 36.11 11.11 3.77 7.02
43 4.62 15.56 4.05 5.56 9.79 11.67 27.36 26.32 5.00 9.52
 58.33 7.25 -17.31 31.82 -7.41 -5.22 4.59 2.50 1.82 2.79
44 -20.59 -5.77 8.77 -6.46 -19.35 -5.97 -28.00 -6.94 -31.75 -21.74
 -3.51 17.57 38.10 3.24 -8.00 23.08 -6.34 17.70 -1.79 -1.75
45 -0.30 4.08 -2.44 4.05 -3.00 -11.11 -21.30 -10.45 -17.44 -9.72
 -18.18 -3.45 -8.62 29.29 -20.29 5.00 9.38 31.08 7.27 -9.82
46 15.79 5.88 0.00 10.39 3.09 10.71 10.59 1.67 36.62 29.23
 26.67 -20.24 0.00 -17.19 -13.33 -21.43 -2.38 -7.22 -3.39 2.97
47 -9.09 -1.85 2.50 -36.47 -9.00 -9.68 -21.28 -18.85 -17.53 -20.24
 -26.32 -20.81 -11.32 0.00 33.33 -6.06 -20.98 -18.89 -3.51 36.54
48 -1.67 -13.21 19.51 -9.26 -12.09 5.36 -6.76 1.01 27.50 -4.48
 -4.76 16.48 38.30 11.32 -14.47 45.16 12.35 1.37 23.64 -7.04
49 15.25 45.65 2.04 32.65 16.25 28.81 34.78 28.00 9.80 26.56
 15.00 -15.12 -20.00 -5.08 -18.46 -23.33 -5.49 -14.86 -22.06 -24.24
50 14.71 11.94 12.00 12.31 48.39 13.16 13.98 15.63 5.36
 38.27 30.43 0.00 1.92 -0.36 -1.89 0.00 -17.44 -4.76 9.43 32.00
51 17.95 14.13 -7.14 28.77 8.70 18.60 35.85 12.16 13.56 1.79
 38.33 32.18 24.53 35.48 34.62 22.90 25.35 21.67 50.00 37.88
52 -16.30 32.88 3.85 -7.45 -5.33 14.12 -12.50 -1.20 55.71 15.79
 -9.28 13.04 21.21 17.46 30.00 20.27 26.40 13.70 23.56 18.68
53 -16.56 1.12 14.44 9.77 -16.90 -3.57 -11.11 3.66 -11.96 -5.00
 -18.92 65.38 37.50 2.70 62.64 23.60 26.67 2.41 25.58 -5.56
54 22.89 10.00 -4.76 20.63 36.51 22.22 25.00 14.74 38.27
 17.54 23.33 2.33 -33.64 13.16 -22.97 -21.82 -12.28 0.00 3.70
 15.49
55 -16.67 -21.21 -8.33 -13.16 -10.75 -12.12 -4.29 -16.48 -33.93 -
 14.93 -7.77 -23.18 -7.95 3.37 10.53 -8.14 1.29 -4.71 -2.43
 22.37
56 27.06 11.54 -5.45 16.67 13.25 27.59 8.96 1.32 -16.22 21.05
 -9.89 19.40 8.86 22.03 6.56 13.43 25.00 -7.41 12.96 -16.13
57 14.81 8.05 -7.69 24.68 8.51 17.57 8.22 28.57 33.87 14.49
 2.44 -16.25 -9.30 5.56 -16.92 -6.58 12.31 -7.00 -1.64 -7.69

58 16.13 25.00 41.67 -1.04 9.80 2.30 13.92 13.64 15.66 5.06
 -1.19 5.97 11.54 -9.21 -16.67 33.80 42.47 -18.28 5.00 27.78
59 0.00 -2.13 -1.47 1.05 0.00 1.12 17.78 28.89 8.33 9.64
 12.05 24.41 -1.15 18.84 -1.11 9.21 -6.73 13.16 7.94 8.70
60 2.78 28.26 2.99 14.58 8.93 7.78 1.89 -10.34 -5.77 7.69
 13.98 43.40 8.14 18.29 46.07 10.91 -1.03 27.91 19.12 4.00
61 79.05 45.76 33.33 109.09 50.82 34.02 57.41 65.38 91.84
 73.47 47.17 10.53 7.53 3.09 -9.23 11.48 19.79 50.91 18.52
 3.85
62 7.55 0.00 30.43 -10.87 4.35 -1.54 -2.35 -1.16 17.02 -3.53
 6.41 -9.52 17.50 32.50 10.17 2.94 0.00 18.07 8.33 85.19
63 12.28 28.42 -13.33 -17.07 -5.21 1.91 -12.05 -18.82 -20.91 -
 3.66 16.87 94.74 36.17 15.09 53.85 97.14 65.22 37.76 75.00
 16.00
64 -21.88 -3.88 -27.88 -4.41 7.69 -16.13 -24.66 -23.19 4.75 -6.33
 -14.97 -4.05 9.38 -9.84 6.00 0.00 3.95 5.56 -7.69 -1.72
65 -7.00 46.55 -11.20 47.23 5.44 -3.85 20.00 46.82 58.40 -28.26
 -6.41 -5.63 -7.14 -3.64 26.42 33.33 -7.59 1.75 15.48 0.00
66 15.38 0.00 21.54 26.98 3.16 0.00 19.70 30.26 -1.75 9.09
 31.51 -17.91 -18.46 3.77 -23.88 -19.57 -19.18 -18.97 3.09 36.94
67 0.00 -19.61 22.78 -12.50 10.71 16.00 -5.06 8.00 7.14 7.41 -
 10.42 9.64 -5.66 20.00 13.73 -8.65 -1.69 -6.35 14.43 1.49
68 -1.33 4.88 5.15 -4.29 1.61 8.62 9.33 2.80 11.67 6.90 -
 4.65 16.67 4.26 11.70 30.36 9.68 29.66 15.38 -16.73 10.29
69 16.22 25.58 52.94 31.34 23.81 22.22 21.95 12.73 40.30
 20.97 17.07 11.43 8.16 -2.38 5.48 26.47 5.32 12.00 25.30 -
 8.00
70 20.93 -7.41 -12.82 -6.82 -1.28 18.18 -4.00 -3.23 1.06 6.67
 0.00 10.26 3.77 7.32 20.78 -5.81 -11.11 -4.76 5.77 26.09
71 -25.96 2.00 17.65 -15.85 -5.19 8.79 -5.21 -13.33 10.53 3.75
 -4.17 53.49 21.82 38.64 45.81 23.46 36.36 50.00 45.45 28.74
72 2.60 43.14 11.25 13.04 -1.37 2.53 3.30 23.08 -2.38 12.05
 5.43 4.55 -1.49 26.23 15.38 30.00 31.25 4.17 -10.94 8.93
73 -7.59 -2.74 0.00 -2.56 11.11 -6.90 1.06 0.00 -2.44 1.08
 7.22 1.09 -15.15 -3.90 -11.67 -9.62 -11.11 12.00 5.26 29.51

74 -16.44 2.82 -12.36 -5.26 -11.25 -7.41 2.63 -10.94 -11.00^c 0.00
 -20.00 4.30 19.64 1.35 11.32 25.53 8.93 -17.86 13.33 0.00
75 0.00 -2.74 10.26 16.67 15.49 4.00 -0.51 7.02 7.87 27.66
 6.94 -3.09 -5.97 5.33 -6.78 -13.56 6.03 -12.17 0.00 -3.80
76 13.11 19.72 34.88 33.33 21.95 20.41 41.75 36.07 38.02
 47.92 18.96 -20.21 -14.29 -12.66 -9.09 -5.88 -5.10 -13.86 -7.35
 10.53
77 -9.78 -10.12 24.57 -22.14 17.18 -8.47 -9.09 -13.25 -16.98 -
 19.79 -7.87 2.67 12.96 24.64 4.00 -2.08 -5.44 0.00 20.63
 45.83
78 0.00 13.16 0.00 16.28 2.50 -5.56 10.00 15.28 11.36 -13.43
 2.44 37.66 31.15 13.95 15.38 19.15 42.44 37.93 76.32 -26.94
79 7.23 -4.65 12.50 -8.00 9.68 0.00 -9.09 -2.41 -4.08 1.72
 26.19 -7.17 42.50 -1.63 3.33 41.79 -16.33 -24.17 1.43 36.00
80 -34.83 -37.80 -52.47 -43.48 -38.24 -43.53 -56.00 -41.36 -44.68 -
 42.37 -47.17 -5.77 3.92 11.54 6.45 15.38 0.00 12.09 22.54
 23.53
81 -18.10 -23.53 -15.58 0.00 2.38 -8.33 -8.18 -12.63 -26.15 0.00
 -3.57 -41.84 -50.19 -20.69 -50.00 -55.20 -35.23 -29.41 -46.55 -38.10
82 -18.95 8.97 6.15 1.54 -8.14 -9.09 -12.87 -21.69 4.17 -10.59
 -4.26 1.75 -10.61 -13.04 -25.76 -20.24 -21.93 -22.22 9.68 -39.42
83 12.99 45.88 21.74 33.33 -1.27 5.00 84.09 0.00 55.00 -15.79
 11.70 -8.62 -8.47 22.50 -10.20 -8.96 -30.34 -16.96 -7.84 3.17
84 8.05 3.23 1.19 3.41 -2.56 12.70 69.75 -20.00 25.81 7.81
 14.29 7.55 -3.70 22.45 20.45 26.23 3.23 7.53 25.53 41.17