Turkish Journal of Computer and Mathematics Education *Vol. 10 No. 2 (2019), 539-566*
Araştırma Makalesi

Türkiye ve Singapur 5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Çözümlü Örnekler ve Sorular Açısından Karşılaştırmalı Analizi

Zehra Toprak[a] ve Mehmet Fatih Özmantar[b]

[a]Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Gaziantep/Türkiye (ORCID: 0000-0002-8404-0944)
[b]Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Gaziantep/Türkiye (ORCID: 0000-0002-7842-1337)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 30 Kasım 2018; Yayına kabul tarihi: 4 Şubat 2019; Çevrimiçi yayın tarihi: 10 Eylül 2019

Öz: Bu çalışma, Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının öğrencilerine sunduğu öğrenme fırsatlarını çözümlü örnekler ve öğrencilerin çözmesi beklenen sorular (potansiyel bilişsel istem, muhakeme ve ispat) yoluyla karşılaştırmayı amaçlamıştır. Doküman analizi tekniği kullanılan araştırma, çözümlü örnekler açısından Singapur 5. sınıf matematik kitabının daha fazla görsel temsil ve grafiksel resim içerdiğini, bu kitabın farklı çözüm yollarına daha fazla yer verdiğini, modellemeyi daha etkin kullandığını, Türk kitabında ise günlük hayatla ilişkili çözümlü örneklerin daha fazla olduğunu ortaya koymuştur. Singapur 5. sınıf matematik ders kitabındaki soruların göreceli olarak daha yüksek seviyede bilişsel istem gerektirdiği fakat her iki ülke kitabında soruların çoğunun hatırlama düzeyinde olduğu bulunmuştur. Ayrıca, Singapur ders kitabında daha fazla muhakeme ve ispat gerektiren soru olduğu ve bu soruların çeşitliliğinin fazla olduğu bulunmuştur. Bununla beraber, her iki ülke kitabında da gerekçeleri değerlendirmeye, kapsamlı örneğe ve denemeye dayalı argümana teşvik eden sorulara rastlanmamıştır.

Anahtar Kelimeler: Ders kitabı analizi, çözümlü örnekler, potansiyel bilişsel istem, muhakeme ve ispat

DOI: 10.16949/turkbilmat.490210

Abstract: This study aims at comparing Turkey and Singapore 5th grade mathematics textbooks in terms of learning opportunities offered to students through worked-examples and questions posed (potential cognitive demand, reasoning and proof). The study that adopts document analysis technique reveals that Singapore textbook includes more visual representations and graphical displays, provides more multiple solution methods, uses modeling more effectively while the Turkish textbook includes more real-life related worked-examples. Results show that the questions in Singapore 5th grade textbook entail relatively higher cognitive demand but that most questions in both Turkey and Singapore textbooks are at memorization level. It was also found out that Singapore textbook includes more reasoning and proof questions and there was more variety of reasoning and proof questions. However, there were no questions to encourage evaluating justifications, generic examples, and empirical types of elicited arguments in both books.

Keywords: Textbook analysis, worked-examples, potential cognitive demand, reasoning and proof

See Extended Abstract

1. Giriş

Ders kitaplarının ait oldukları ülkenin öğretim programına dair politikaların uygulanmasında önemli bir rolü olduğu düşünülmekte (Oates, 2014) ve uluslararası ders kitabı karşılaştırmalarının ülkeler bağlamında neyin nasıl öğretildiğine dair belirli bir resim sunduğu belirtilmektedir (Mayer, Sims & Tajika, 1995). Okul ders kitaplarının, hem

Sorumlu yazar: Zehra Toprak **e-posta:** zehratoprak0@gmail.com

Kaynak Gösterme: Toprak, Z. ve Özmantar, M. F. (2019). Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının çözümlü örnekler ve sorular açısından karşılaştırmalı analizi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *10*(2), 539-566.

öğrencilerin derslere olan ilgilerini arttırmak için etkinlikler ve öğretimsel fikirler sunan, hem de öğretilecek materyalin sırasını, içeriğini belirleyen önemli araçlardan olduğu belirtilmektedir (Reys, Reys & Chavez, 2004). Kitapların ayrıca, öğretmenlerin neyi nasıl öğreteceklerine ve öğrencilerin nasıl öğreneceklerine dair bir vizyon sunma rolünü de taşıdığı belirtilmektedir (Dole & Shield, 2008). Ders kitaplarının sınıflardaki pedagojik yaklaşımların en önemli belirleyicilerinden olduğu (Haggarty & Pepin, 2002) ve öğrencilere sunulan öğrenme fırsatlarını belirlemede kritik bir rol oynadığı (Valverde, Bianchi, Wolfe, Shmidt & Houang, 2002) iddia edilmektedir.

Ders kitabının kullanılıp kullanılmadığı, kullanılıyorsa nasıl kullanıldığı, öğrencinin öğrenme fırsatlarını etkileyebilmektedir. Bazı sınıflarda öğretmen kitabın istediği kısmını uyarlayarak kullanıp, geri kalan kısmını ihmal etmekte (Chavez-Lopez, 2003; Remillard, 2005), bazılarında ise ders kitaplarının yanı sıra yardımcı kaynaklar kullanılmaktadır (Özgeldi, 2012; Özmantar, Dapgın, Kurt & İlgün, 2017).

Yardımcı kitaplar, web ve e-materyaller, çalışma kağıtları, öğretmen rehber kitapları gibi kaynakları da kullanmalarına rağmen, öğretmenlerin sınıf içi etkinlikleri ve öğretimi düzenlemede daha çok ana kaynak olarak belirlenen ders kitaplarını kullandıkları ortaya konmuştur (Gracin & Matic, 2016). Mullis, Martin, Foy ve Arora (2012) tarafından hazırlanan TIMMS raporu, Türkiye'de matematik ders kitaplarının öğretmenlerin % 91'i tarafından ana kaynak olarak kullanıldığını, Singapur da ise bu oranın % 70 olduğunu belirtmektedir. Ders kitabının bu tür değişik kullanımlarının varlığından dolayı, bu araştırmada ders kitabı analizi için olasılıksal bakış açısı (Mesa, 2004; Stylianides, 2009) kullanılmıştır. Yani, öğrencilerin kitabın tüm kısımlarını öngörülen sıra ile kullanması ve halihazırda bulunan tüm soruları çözmesi halinde sahip olacakları öğrenme fırsatları ortaya konmaya çalışılmaktadır. Bu öğrenme fırsatlarının ortaya konma nedeni, ders kitaplarının öğrencilere öğrenme fırsatlarını sunmada önemli kaynaklar olduğunun belirtilmesidir (Schmidt ve ark., 2001).

Türkiye ile Singapur matematik ders kitaplarını Ecemiş (2017), Engin (2015), Reçber (2012), Sarpkaya (2011) bilişsel istem; Erbaş, Alacacı ve Bulut (2012) yazı yoğunluğu, görsel öğeler, iç düzen, konu alanı ağırlıkları, konu sayısı ve konu sunumu; Sağlam (2012) içerik, içeriğin organizasyon ve sunumu, problemler ve alıştırmalar; Özer ve Sezer (2014) sorular bakımından karşılaştırmışlardır. Bu araştırmacılardan Erbaş ve arkadaşlarına göre (2012), Singapur kitaplarında düşük yazı yoğunluğu, zengin görsel öğe kullanımı, az konu içeriği, kolay iç düzen özellikleri ve sadelik ön plana çıkarken, Türk matematik kitaplarında öğrenci etkinlikleri ve gerçek hayat bağlamlarıyla doğrudan ilişkili örnekler sunulmaktadır. Sağlam (2012) ise, Singapur kitaplarına kıyasla Türk kitaplarının daha fazla öğrenci-merkezli etkinlikler içerdiğini bulmuştur. Engin (2015) 7. sınıf Milli Eğitim Bakanlığı ders kitabındaki etkinliklerin, Sarpkaya (2011) 6-8. sınıf Milli Eğitim Bakanlığı ders ve çalışma kitaplarındaki cebirsel görevlerin çoğunun ilişkili işlemler düzeyinde olduğunu belirtmiş, matematik yapma düzeyinde az etkinlik olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Özgeldi ve Esen (2010) ise, 6-8. sınıf matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin çoğunun ilişkisiz işlemler kategorisinde olduğunu, Reçber (2012) 8. sınıf Milli Eğitim Bakanlığı matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin çoğunlukla yüksek düzey bilişsel istem gerektirdiğini bulmuştur. Engin (2015), Türkiye, ABD ve Singapur kitaplarını karşılaştırmış yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinliklerin en fazla olduğu ülkenin Türkiye olduğunu iddia etmiş, bunu sırasıyla Singapur ve ABD'nin takip ettiğini belirtmiştir. Reçber (2012) ise yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinliklerin sırasıyla en fazla Singapur, Amerika ve Türkiye kitaplarında olduğunu iddia etmiştir. Diğer taraftan, matematik kitaplarında pür matematik olan soruların oranı Singapur da % 76, Türkiye'de % 61, kavramsal anlama gerektiren sorular oranı Singapur için %7 Türkiye için %21, işlemsel pratik gerektiren soruların oranı ise Singapur için % 83, Türkiye için % 67 olarak bulunmuştur (Özer & Sezer, 2014).

Matematiksel anlamanın temeli olarak görülen muhakeme ve ispata matematik sınıflarında çok az önem verildiği (Stacey & Vincent, 2009), matematik kitaplarında bunu teşvik edici görevlerin az olduğu (Bieda, Ji, Drwencke & Picard, 2014) ve muhakeme ve ispatın kitaplarda henüz hak ettiği değeri görmediği belirtilmektedir (Stylianides, 2014). İlgili literatür incelendiğinde ilkokuldan ziyade daha ileriki sınıf seviyelerinde öğrencilerin muhakeme ve ispat becerilerinin araştırıldığı çalışmalar (Davis, Smith, Roy & Bilgic, 2014; Fujita & Jones, 2014) ağırlıktadır. Ders kitaplarında muhakeme ve ispata ilişkin görevlere odaklanan çalışmaların da yok denecek kadar az bulunduğu belirtilmektedir (Bieda ve ark., 2014; Stylianides, 2009). Muhakeme ve ispatın yanı sıra, karmaşık görevlerde çözüm yolları sunmada, kavram gelişiminde kavramlar arası ilişkileri göstermede, açıklamalar ve ispatlardaki kullanımları yoluyla matematiğin doğasına ışık tutabilme potansiyeli olan çözümlü örnekler (Bills ve ark., 2006) ve kitaplardaki soruların gerektirdiği potansiyel bilişsel istem de kitapların öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları açısından önemlidir. Öğrencilerin çözmesi istenen sorular, onların matematiğin yapılış şeklini ve doğasını anlamalarına yardımcı olabilir (Henningsen & Stein, 1997; Hiebert ve ark., 1997). Bu nedenle, bu çalışma PISA ve TIMMS sınavlarında matematik alanında hep ortalama altında kalan Türkiye ile bu sınavlarda hep üst sıralarda olan ve 2015'te birinciliği göğüsleyen Singapur'un 5. sınıf matematik ders kitaplarındaki çözümlü örnekleri karşılaştıracağı gibi, öğrenciden çözmesi istenen soruları da bilişsel istem ve söz konusu çalışmalardan farklı olarak muhakeme ve ispata teşvik bakımından karşılaştırmaktadır.

Araştırmanın 5. sınıf seviyesi ile sınırlandırılmasında öğrencilerin matematiğin ve matematik öğrenmenin ne olduğuna dair kavrayışlarında 5. sınıf seviyesinin önemli bir etkisi olduğu (Özmantar, Öztürk ve Bay, 2016, s. vii) düşüncesi etkili olmuştur. Karşılaştırmada Singapur'un seçilmesinde ise, uluslararası sınavlardaki başarısı önemli etkiye sahiptir. Amacımız ülkelerin uluslararası sınavlardaki başarı düzeylerini kullandıkları ders kitabı yoluyla açıklamaktan ziyade, bu ülkelerin öğrencileri için değerli gördüğü matematiksel yeterlikler, öğrenme fırsatları (kitaplardaki çözümlü örnekler ve sorular) arasında benzerlik ve farklılıkları ortaya koymak ve her iki ülkenin birbirinden öğrenebileceklerine ışık tutmaktır.

Bu amaçlar temelinde, bu araştırmada aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmaktadır:

Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitapları

- çözümlü örnekler
- soruların potansiyel bilişsel istem düzeyleri ve
- soruların muhakeme ve ispata teşviki açılarından

ne tür benzerlik ve farklılıklar göstermektedir?

1.1. Araştırmanın Bağlamı: Singapur ve Türk Eğitim Sistemleri

Hem Singapur hem de Türkiye'nin merkezi olarak örgütlenmiş bir eğitim sistemi vardır. Her iki ülkenin Milli Eğitim Bakanlığı da öğretim programını geliştirmek ve bunun okullarda uygulamasını denetlemekten sorumludur. Singapur eğitim sistemi, 6 yıl ilkokul, 4/5 yıl ortaokul, 2 yıl üniversiteye hazırlık olmak üzere 6+4/5+2 olarak düzenlenmiş, Türk eğitim sistemi ise 4 yıl ilkokul, 4 yıl ortaokul, 4 yıl lise olmak üzere 4+4+4 yapısını benimsemiştir ve bu eğitim zorunludur. Her iki ülkede de okul öncesi eğitim zorunlu olmasa da önerilmektedir. Singapur'da 6 yaşını (72 ay) dolduran öğrenciler ilkokula başlarken, Türkiye'de okula başlama yaşı konusunda veliye çeşitlilik sunulmaktadır. Türkiye'de 2012'den beri 66 ayını dolduran çocuklar ilkokula başlamakta, bu çocuklardan 66-68 aylık olanlar veli dilekçesi, 69-71 aylık olanlar ise ilkokula başlamaya hazır olmadıklarını belgeleyen sağlık raporu ile okul öncesi eğitime yönlendirilmekte ya da ilkokula başlamak için bir yıl daha beklemektedirler. Bunun yanı sıra, 60-66 aylık çocuklar velilerinin yazılı isteği ile ilkokula başlamaktadır. Dolayısıyla, araştırmanın yapıldığı 5. sınıf seviyesinde Singapurlu öğrencilerin 10 yaş civarında, Türk öğrencilerin ise 9-10 yaş aralığında olabileceği söylenebilir.

Singapur matematik öğretim programı spiral bir yapıda olup, farklı ihtiyaçları ve yetenekleri olan öğrencilere hitap etmek için birbirine bağlı birçok öğretim programından oluşmaktadır. İlkokul 1.sınıf - 4. sınıf için olan matematik öğretim programı ortak olup, 5. ve 6. sınıfta "Standart Matematik Öğretim Programı" ve "Temel Matematik Öğretim Programı" olmak üzere iki matematik öğretim programı takip edilmektedir. Standart Matematik Öğretim Programı, öğrencilerin 4. sınıfa kadar öğrendiklerini temel kabul ederek yeni bilgileri bu temel üzerine inşa edip ilerlerken; Temel Matematik Öğretim Programı ise öğrenme için daha fazla zamana ihtiyaç duyan öğrenciler için geliştirilmiş olup, programda 4. sınıfa kadar öğretilen konular tekrar edilmektedir. Ayrıca, ilkokulda somut-görsel-soyut yaklaşım (*concrete-pictorial-abstract*) yaygın olarak kullanılmaktadır (Kaur ve ark., 2015). Türkiye'de 4 yıllık ilkokul seviyesinde ilkokul matematik öğretim programı ve 4 yıllık ortaokul seviyesinde ortaokul matematik öğretimi programı takip edilmektedir ve programlar standarttır.

Bu araştırmanın odağı olan 5. sınıf seviyesi için Singapur'da Standart Matematik Öğretim Programı'nda sayılar ve cebir, geometri ve ölçme, istatistik öğrenme alanları; Türkiye'de ise benzer şekilde Ortaokul Matematik Programı'nda sayılar ve işlemler, geometri ve ölçme, veri işleme öğrenme alanları bulunmaktadır.

Singapur matematik öğretim programı problem çözme için matematiği kullanmayı temsil etmek amacıyla merkezde problem çözme, bu merkezin etrafında kavramlar, beceriler, süreçler (muhakeme, iletişim, ilişkilendirme, uygulama ve modelleme, düşünme becerileri ve keşifsel beceriler (heuristics), tutumlar ve üstbiliş olmak üzere birbiriyle bağlantılı beş bileşenin bulunduğu beşgensel bir öğretim çerçevesi kullanmaktadır. Türkiye'de, durum pek farklı olmamakla birlikte, matematik öğretim programı temel matematiksel beceriler problem çözme, süreç becerileri olarak anılan iletişim, akıl yürütme, matematiksel modelleme, ilişkilendirme becerileri, duyuşsal, psikomotor beceriler ve bilgi ve iletişim teknolojileri gibi becerilere vurgu yapmaktadır.

Singapur'da mevcut program 2013'te uygulanmaya başlayan matematik öğretim programı olup, program her 6 yılda bir gözden geçirilmektedir. Araştırmaya konu olan ders kitabı ise, 2017'de 3. baskısı yapılan *My Pals Are Here* 5. sınıf matematik ders kitabıdır. Türkiye'de matematik öğretim programı 2017'de gözden geçirilmiş, önceki programlardan farklı olarak değerler ve değerler eğitimi ana odak olarak seçilmiş, Avrupa ve Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi, Milli Eğitim Kalite Çerçevesi ve 21. Yüzyıl Becerileri dikkate alınarak öğrencilere kazandırılmak istenen beceri ve yeterlilikler belirlenmiş ve içerik yoğunluğu azaltılarak yenilenmiştir. Yenilenen öğretim programı, ilk olarak 2017-2018 eğitim öğretim yılında 1., 5. ve 9. sınıflarda uygulanmaya başlanmış ve yeni Ortaokul Matematik 5. sınıf ders kitabı basılmıştır.

Şu anda, Singapur'da ilkokullar için tamamı ticari yayıncılar tarafından geliştirilen, *My Pals are Here* serisi dahil beş kitap serisi bulunmaktadır. Singapur Milli Eğitim Bakanlığı ders kitabında çeşitlilik sağlamak için ders kitabı geliştirme işini özel yayınevlerine vermiştir (Kaur ve ark., 2015). Singapur Milli Eğitim Bakanlığı, her yıl ilkokul ve ortaokullar için okul müdürleri, bölüm başkanları, sınıf seviyesi başkanları ve alan başkanlarının daha iyi seçimler yapabilmeleri amacıyla, Ağustos ayında Onaylanmış Ders Kitabı listesi yayınlamakta ve okulların kendi ihtiyaçlarına göre bu listedeki kitaplardan seçmelerini istemektedir (Ministry of Education [MOE], 2017).

Singapur'da ders kitabı hazırlama ve kabul üç farklı yolla yapılabilmektedir: Milli Eğitim Bakanlığı ya özel yayınevlerine ders kitabı hazırlamaları için yetki verir, hazırlanan kitaplar bakanlığın onayına sunulur; ya ihaleye çıkar, hazırlanan ders kitapları onay için sunulur ya da içerik geliştirmek için bakanlık ve özel yayın evi birlikte derinlemesine çalışır (Fong, 2015). Öncelikle milli matematik programı Milli Eğitim Bakanlığı tarafından geliştirilir ve ilan edilir ve tüm ders kitaplarının bu programa uygun olması istenir. 1990 ortalarından beri ders kitabı geliştirme ve yayınlanma tamamen merkezi olmaktan çıkarılmış ve özel yayıncı şirketler merkezi program geliştiricilerle program brifingleri, seminerler, toplantılar gibi farklı kanallarla yakın iletişim içerisinde ders kitapları geliştirmektedir. Geliştirilen bu kitapların okulların seçimine sunulmadan önce de, Milli Eğitim Bakanlığının atadığı bir değerlendirme komitesi tarafından özellikle öğretim programı temelinde onaylanması gerekmektedir. Ayrıca, kitap yayıncıları komitenin verdiği geri dönütlere göre, kitapları tekrar gözden geçirip, gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra kitaplar *onaylanmış ders kitapları* olarak ilan edilir (Fan, 2010).

Benzer olarak, Türkiye'de ders kitapları hazırlama süreci için seçenekler şu şekildedir: Milli Eğitim Bakanlığı, kendi personeli arasından oluşturduğu komisyonlar marifetiyle kitap yazabilir; başka komisyonlar, kurum ve kuruluşlara kitap yazdırabilir; ihtiyaç duyulması halinde yurt içinde veya dışında yazılmış ya da tercüme edilmiş kitapları satın alabilir; özel yayınevlerine ders kitabı yazma için yetki verebilir. Hazırlanan taslak ders kitapları Talim Terbiye Kurulu Başkanlığının alt birimlerinden olan ders kitapları ve öğretim materyalleri ile ilgili daire başkanlığınca ön değerlendirmeden geçirilir. Bu değerlendirmeye dair bir rapor Talim Terbiye Kuruluna gönderilir. Talim Terbiye Kurulunun onay vermesi durumunda, bu taslak kitap için panel inceleme ve değerlendirme süreci başlatılır. Ders kitaplarının incelenmesinde ve değerlendirilmesinde kullanılacak kriterler Talim Terbiye Kurulunca belirlenerek duyurulur. Panelistler kitaplara dair inceleme/değerlendirme raporlarını gönderdikten sonra, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığınca toplantıya çağrılır, kitaplar belirli kriterlere göre puanlanır. Sonrasında, puanlamaların gerekçesini somut bir şekilde içeren bir panel raporu hazırlanır, kitaplar belirli kriterlere göre puanlanır ve kurul panel raporu ile puanlama sonuçlarını karara bağlar. Kurulca kabul edilen ders kitapları yayımlanır. Türkiye'de kitaplar ücretsiz dağıtılırken; Singapur'da belirli bir ücret karşılığında öğrenciler kitabı satın almaktadır, maddi gücü yetmeyen öğrencilere ise destek sağlanmaktadır.

1.2. Çözümlü Örnekler

Çözümlü örnekler problem çözümünde çoklu temsilleri birleştirici gücünden dolayı önemlidir (Mayer, Tajika & Stanley, 1991). Etkili çözümlü örneklerin, öğrencilerin zaman ve çaba tasarrufu yaparak matematik anlamalarını daha verimli bir şekilde geliştirmelerini sağlaması dolayısıyla, matematik kitaplarında öğrencilerin ilk ilgisini çeken kısımlardan olduğu iddia edilmektedir (Weinberg, Wiesner, Benesh & Boester, 2012).

Van Loon-Hillen, Van Gog ve Brand-Gruwel (2012), iyi yapılandırılmış çözümlü örneklerin, öğrencilere gerçekleştirilecek belirli bir hedef ile bu hedefe varmayı sağlayacak çözümlü adımları sunarak öğrencilerin problem çözme becerilerini güçlendirebileceğini belirtmektedir. Onlara göre, çözümlü örnekler yoluyla öğrenciler tüm bilişsel kapasitelerini verilen çözüme dair bilişsel bir şema oluşturmaya harcamakta, bu tür örnekler işleyen hafıza üzerindeki etkisiz bilişsel yükü azaltmakta, böylece hem daha iyi öğrenme hem de bilginin daha iyi transfer edilmesini sağlamaktadır. Benzer şekilde, Bentley ve Yates (2017) çözümlü örneklerin öğrencilerin öz yeterliklerini yükselttiği ve daha düşük bilişsel yüke neden olarak öğrencilerin muhakeme becerileri üzerine olumlu etkide bulunduğunu ortaya koymuşlardır.

Vincent ve Stacey (2008) matematik ders kitaplarında öğrencilerden çözmesi beklenen sorulardan önce bu sorulara benzer çözümlü örneklere yer verildiğini belirtmektedir ve öğrencilerin üzerinde çalışacakları probleme göre ilgili çözümlü örnekleri seçip, onlardan yararlandıklarını ortaya koymuştur. Mayer ve arkadaşlarının (1995), Japon ve ABD matematik ders kitaplarını karşılaştırdıkları çalışma ise, Japon ders kitaplarındaki çözümlü örneklerin başarılı problem çözme stratejilerini modellediğini, ABD kitaplarının ise öğrencilerin yardım almadan tek başına yapacakları alıştırmalar içerdiğini ortaya koymuştur. Bu araştırmacılar etkili çözümlü örnekleri yapılandırmada modellemenin göz önüne alınması gerektiğini dile getirmişlerdir.

LeFevre ve Dixon (1986), çözümlü örneklerin çok iyi yapılandırılmaları gerektiğini, aksi takdirde öğrencilerin bu örnekleri yanlış yorumlayabileceğini ve sonuç olarak bu örneklerin öğrencilerin dikkatini dağıtabileceğini vurgulamaktadır. Çözümlü örneklere dair öğretimsel ilkelerle ilgili derleme çalışmalarında Atkinson, Derry, Renkl ve Wortham (2000), aşağıdaki önemli noktalara işaret etmektedirler (s. 185-191):

- çözümlü örnekler öğrencilerin işleyen bellekleri üzerinde yüksek bilişsel yük oluşturmamalıdır.
- çözümlü örnekler görsel öğelerle zenginleştirilmeli fakat öğrencilerin dikkat dağılımına neden olacak şekilde verilmemelidir.
- çözümde takip edilecek her adımı görsel olarak öne çıkarmalı, her çözümde belirli alt hedefleri belirlemeli ve bu hedeflere göre çözümde atılacak adımları etiketlemelidir.

Shen ve Tsai (2009) ise, çözümlü örneklerle ilgili şu önemli noktalara değinmektedirler:

- tamamlanmış çözümlü örnekler gibi yarım bırakılmış çözümlü örnekler de öğrenmeye olumlu etkide bulunmaktadır.
- kitaplar sıralamalı olarak çözümü tamamlanmış, çözümünün bir kısmı eksik bırakılmış ve tamamen problem olarak bırakılmış şeklinde farklı örnekler içermelidir.
- karmaşık adımlı çözümlü örnekler, her biri anlamlı bir çözüm içeren küçük alt hedeflere ayrılmalıdır.
- diyagram ve metinsel açıklamalar ayrı ayrı değil bütünleştirilip sunulmalıdır.
- sadece problem veya sadece örnek şeklinde bir sunum yerine örnekten sonra problem veya problemden sonra örnek sunulması daha etkili olabilir.
- öğrencilerin öz açıklamalar yapmalarını isteyen örnekler daha etkili olmaktadır.

Dolayısıyla, kitaplarda çözümlü örneklerin sunumunda görsel öğelerin varlığı önemlidir fakat bu öğeler dikkat dağıtıcı olmamalı, örneklerde izlenecek alt adımlar görsel öğelerle desteklenmeli ve net olmalıdır. Ayrıca, çözümlü örnekler aşamalı olarak tamamlanmış, yarı tamamlanmış şekilde verilmeli ve sonrasında çözümü tamamen öğrenciden isteyecek şekilde sorular sunulmalıdır.

1.3. Potansiyel Bilişsel İstem

Öğrencilerin matematik derslerinde üzerinde çalıştıkları sorular, onların matematiğin ne olduğuna ve nasıl yapıldığına dair bakış açılarını etkileme potansiyeline sahiptir (Henningsen & Stein, 1997; Hiebert ve ark., 1997). Bu açıdan, matematiksel görevler öğrencilerin matematiği anlamalarını geliştirici bir süreç olarak görülebilir; bu görevler birbirinden farklı roller üstlenip, öğrencinin matematiği anlamasını kolaylaştırabilir ya da öğrencinin öğrenmesini engelleyebilir (Pepin & Haggarty, 2007).

Stein, Smith, Henningsen ve Silver (2000), öğretimsel görevlerin öğrencilerin matematiksel kavramlar, süreçler ve ilişkilerin doğasını daha derin anlamalarını sağlayıcı güce sahip olduğunu belirtmiştir. Bu görevlerin, öğrenci öğrenmesini sağlayabilmesi için, öğrencilerin matematiksel kavramları ve kavramlar arası ilişkileri anlamaya çalışmaları, problemleri çözmek için mevcut kaynakları etkili ve doğru bir şekilde kullanmaları, matematiksel fikirler üzerinde düşünmeleri, onları anlamaları ve muhakeme etmeleri, çıkarımlar ve genellemeler yapmaları, gerekçelendirme yapmaları, matematiksel fikirleri ifade etmeleri ve matematiksel sonuçların mantıklılığına karar vermeleri gerekmektedir (Schoenfeld, 1992). Yani, matematiksel anlama sadece anlamayı güçlendirip derinleştirecek matematiksel görevlerin varlığına değil, öğrencilerin bu görevlerle olan etkileşimlerine de bağlıdır. Jones ve Tarr'ın (2007) belirttiği gibi, öğretim materyalleri, öğrencilerin yüksek seviyede düşünme becerilerini harekete geçirici, öğrencilere muhakeme etme fırsatları sunucu ve bu becerileri geliştirici, onların sınıfa getirdikleri ön sezgilerine meydan okuyucu ve onların gerçek hayat durumlarında karşılaşacakları problemlere hazırlayıcı olmalıdır.

Matematiksel görevlerin bilişsel istemi, o görevi başarıyla tamamlamak için öğrencilerden istenen düşünme türü ve seviyesidir (Stein ve ark., 2000). Stein ve Lane (1996) yüksek bilişsel istem gerektiren görevlerin kullanımının öğrenci başarısını yükselttiğini ortaya koymuştur. Bununla beraber, Smith ve Stein (1998) yüksek bilişsel istem gerektiren soruların öğrencilerin karmaşık düşünmesini ve daha anlamlı muhakeme etmesini teşvik edebilse de, bunu garanti edemeyeceğini, düşük bilişsel istem gerektiren soruların ise hiçbir zaman öğrencinin matematiği daha derin ve anlamlı öğrenmesini sağlayamayacağını belirtmişlerdir.

1.4. Muhakeme ve İspat

Schoenfeld'e (2009) göre, problem çözme matematiğin kalbi ise muhakeme ve ispat "matematiğin ruhudur" (s. xii). Muhakeme ve ispat, matematikte bir şeyin çalışıp çalışmadığını, çalışıyorsa neden çalıştığını örüntü bulma, hipotez kurma ve argüman geliştirme yoluyla sorgulamayı içerir (Stylianides, 2008). Muhakeme matematiksel bir fenomeni genelleştirme sürecine katılma veya matematiksel ilişkiler hakkında iddialarda bulunmayı içerirken, ispat yapma matematiksel bir iddianın, iddianın yapıldığı konu alanı için doğruluğunu geçerli mantıksal muhakeme kullanarak gerekçelendirmeyi içerir (Bieda ve ark., 2014). Bu açıdan, ispat yapmadan muhakeme mümkün iken, muhakeme yapmadan ispat mümkün değildir (Cai & Cirillo, 2014).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989) ispatı lise seviyesi için önerirken, NCTM (2000) ise tüm K-12 seviyelerindeki öğrencilere çeşitli muhakeme ve ispat türlerini kullanmalarını sağlayacak fırsatlar verilmesini önermektedir. İspata yaklaşımdaki bu dönüşüm, muhakeme ve ispatın okul matematiğinde artan önemine işaret etmektedir. Matematiksel anlamanın temeli rastgele kuralları öğrenmek değil, muhakeme etmek, açıklamak ve belirli bir seviyede ispat etmek olmasına rağmen, matematiksel muhakemeye sınıflarda çok az rastlanmaktadır (Stacey & Vincent, 2009) ve ilkokul kitaplarında öğrencileri muhakeme ve ispat yapmaya teşvik eden görevler az sayıdadır (Bieda ve ark., 2014). Ayrıca, muhakeme ve ispatı inceleyecek metodolojik tekniklerin çok iyi bir şekilde ortaya konamamış olması (Stylianides, 2014), belirli bir sınıf düzeyinde uygun bir ispatın ne olabileceğine dair operasyonel bir tanım yapılmasını zorlaştırmaktadır (Bieda ve ark., 2014). Mevcut çalışma, Harel ve Sowder (2007) ile Stylianides'in (2007) ispat tanımlarının birleşimini operasyonel tanım olarak kabul etmektedir.

Harel ve Sowder (2007), ispat kavramını formel ve informel gerekçelendirmeler, doğrulamalar ve açıklamalar için kullanmış, ispat yapmayı birinin ya da bir topluluğun bir iddianın doğruluğu hakkındaki şüpheleri ortadan kaldırma süreci olarak tanımlamış ve bu sürecin birinin ya da bir topluluğun kendi şüphelerini ortadan kaldırması ve diğerlerini buna ikna etmesi olmak üzere iki kısımdan oluştuğunu belirtmişlerdir.

Stylianides (2007, s. 291) ise, ispatı belirli matematiksel bir iddianın lehine veya aleyhine olan;

1. sınıf tarafından kabul edilen doğru ve daha fazla gerekçelendirme gerektirmeyen cümleler kullanılan,

2. sınıf için geçerli, bu sınıf tarafından bilinen veya sınıfın kavramsal olarak ulaşabileceği muhakeme türleri (argümantasyon türleri) kullanılan,

3. sınıf için uygun, bu sınıf tarafından bilinen veya sınıfın kavramsal olarak ulaşabileceği ifade şekilleri vasıtasıyla iletilen matematiksel bir argüman veya birleşik ifadeler olarak tanımlamaktadır.

Stylianides (2009) ispata ilişkin muhakemeyi diğer muhakeme türlerinden ayırmak için muhakeme-ve-ispat kavramını kullanmıştır. Bu çalışmada kullanılan muhakeme-ve-ispat kavramı öğrenciyi ispat yapmaya teşvik etme potansiyeli olan her türlü iddia etme, gerekçelendirme, doğrulama ve açıklama aktivitesini bütüncül olarak ele almaktadır. Yani, bu kavram bizim için 5. sınıftaki bir öğrencinin kendinin ya da başkasının dile getirdiği bir iddianın doğruluğu ya da yanlışlığı hakkındaki kendi şüphelerini gidermesi ve sınıfı buna ikna etmesi için sosyo-matematiksel normlar bağlamında başvurduğu gerekçelendirme, doğrulama ve açıklama aktivitelerini kapsamaktadır.

Öğrencilerin muhakeme ve ispatı öğrenmeleri için iyi yetişmiş öğretmenlerin yanı sıra, öğrencilere bu fırsatı sağlayacak ders kitapları da önemlidir (Stylianides, 2008). Muhakeme ve ispat, tipik sınıf uygulamalarında henüz hak ettiği değeri göremediğinden, birçok öğrenci muhakeme ve ispat konusunda zorluklar yaşamaktadır ve ders kitapları muhakeme ve ispatın matematik öğretiminde gereken önemi kazanması için çok önemli olmasına rağmen henüz tam olarak keşfedilememiş ve hala yeterli derecede yararlanılamayan araçlardır (Stylianides, 2014).

2. Yöntem

Çalışmada nitel analiz yöntemlerinden basılı ya da dijital materyallerdeki verileri anlamak ve anlamlandırmak için sistematik bir inceleme ve yorumlama gerektiren döküman analizi tekniği (Bowen, 2009) kullanılmıştır. Çalışmada, Türk Milli Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanan 2017'de ilk baskısı yapılan *Ortaokul Matematik 5. Sınıf Ders Kitabı* (Cırıtcı ve ark., 2017) ile Singapur 5. sınıf seviyeleri için kabul edilip, önerilen 2017'de Marshall Cavendish Education tarafından 3. baskısı yapılan *My Pals are Here* (Kheong, Soon & Ramakrishnan, 2017) kitapları incelenmiştir. Türkiye'de 5. sınıf seviyesi için sadece bir kitap basılıp yayımlanırken, Singapur'da 5 farklı kitap bulunmaktadır. *My Pals are Here* kitabının bu çalışmada seçilme nedeni, bu kitabın Singapur'da en fazla kullanılan kitaplardan biri olmasıdır.

İki ülkenin 5. sınıf matematik programının tamamen uyuşmaması nedeniyle, öncelikle bu iki ülkenin matematik öğretim programları 5. sınıf matematik kazanımları açısından değerlendirilerek aynı kazanımların bulunduğu kitap bölümleri belirlenmiştir. Konu seçimlerinde her öğrenme alanından bir konu seçilmesine dikkat edilse de, "veri işleme" öğrenme alanındaki konu uyuşmazlığı nedeniyle, bu öğrenme alanında karşılaştırma yapılamamıştır. Sayılar öğrenme alanından yüzdeler, geometri ve ölçme alanından üçgenler ve dörtgenler seçilmiştir. Üçgenler ve dörtgenler, Türk kitabında bir ünite içinde bütüncül olarak ele alınırken, Singapur'da ayrı iki ünite olarak ele alınmıştır.

Türkiye kitabında, üçgenler konusunun şu sayfa aralıkları incelenmiş iken: 226-232, 237, 238, 240-242, 243-245 (15 sayfa), dörtgenler konusunda şu sayfa aralıkları incelemeye alınmıştır: 233-237, 239, 242-245 (10 sayfa). Yüzdelerde ise, Türkiye kitabının 165-172, 178-186 sayfalar arası (17 sayfa) incelenmiştir. Singapur kitabında, üçgenler konusunun 114-137 sayfalar arası (24 sayfa), dörtgenlerin ise 138-160 sayfalar arası (23 sayfa) incelenmiştir. Aynı şekilde, Singapur kitabında yüzdeler konusunun 49-72 sayfalar arası (24 sayfa) incelemeye alınmıştır.

2.1. Analiz Çerçevesi

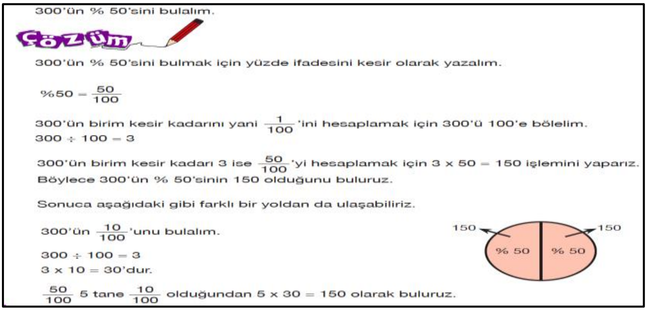
Öğrenme fırsatlarını ortaya koymak için, belirlenen konulardaki çözümlü örnekler ve öğrencilerden çözmesi beklenen sorular analiz edilmiştir. Kitapların bu açılardan karşılaştırmalı analizi için, karma bir analiz çerçevesi kullanılmıştır. Matematik kitaplarında çözümlü örneklerin kapsamlı (tamamlanma düzeyi, görsel temsiller, gerçek hayat ilişkisi gibi) bir analizini mümkün kıldığından, kitaplardaki çözümlü örnekler, Charalambous, Delaney, Hsu ve Mesa'nın (2010) ders kitabı analizi için geliştirdikleri analiz çerçevesinin çözümlü örnekler alt boyutundan yararlanılarak analiz edilmiştir. Soruların potansiyel bilişsel istem düzeyini ortaya koymak için Stein ve arkadaşlarının (2000)'ın Etkinlik Analizi Rehberi kullanılmıştır. Soruların muhakeme ve ispata teşvik düzeyi ise, Bieda ve arkadaşları (2014) tarafından Thompson, Senk ve Johnson (2012) ve Stylianides'in (2009) çalışmalarından uyarlanan analiz çerçevesi ile analiz edilmiştir. Alan yazında, ders kitaplarında, öğrencilerin matematiği anlamlandırmasında kritik bir öneme sahip muhakeme ve ispatı destekleyici görevlerin analizini sağlayacak çerçeveler kısıtlıdır. Bu yüzden, Bieda ve arkadaşlarının (2014) ortaokul matematiğine uyarladıkları bu çerçeve bu çalışma için uygun görülmüştür. Araştırmada kullanılan veri analiz çerçevesi Tablo 1'de görülmektedir.

Tablo 1. Veri Analiz Çerçevesi

Çözümlü Örnekler	**Öğrenciden Çözmesi Beklenen Sorular**	
• Çözüm süreci tamamlanmış • Çoklu çözüm yolları sunulmuş • Gerçek hayatla ilişkili • Pür matematiksel • Görsel temsil kullanılmış • Grafiksel resim kullanılmış	**Potansiyel Bilişsel İstem** ***Düşük Düzey*** • Ezberleme • İlişkisiz İşlemler ***Yüksek Düzey*** • İlişkili İşlemler • Matematik Yapma	**Muhakeme ve İspat** ***Problemin Amacı*** • İddialarda bulunma • İddiaları gerekçelendirme • İddialarda bulunma ve iddiaları gerekçelendirme • Gerekçelendirmeleri değerlendirme ***Niyetlenen Ürün*** • İspat türü olmayan argüman • İspat türü argüman ***Ortaya Çıkarılacak Argüman Tipi*** • Deneme • Gerekçe • Kapsamlı Örnek • İspat

2.2. İşlem

Çalışmada analiz birimi bir sorudur. Her ne kadar kitaplarda bir soru altında maddelenmiş ya da numaralandırılmış çoklu soru bulunsa da, maddelenmiş soruların her biri ayrı bir soru olarak ele alınmıştır. Çözümlü örnekler, çözümün tamamlanıp tamamlanmadığına, çoklu çözüm yolları sunulup sunulmadığına, gerçek hayatla mı ilişkili yoksa pür mü olduğuna, görsel temsil kullanıp kullanılmadığına ve matematiksel anlamaya yardımcı olmayan sadece öğrencinin dikkatini çekmek için kullanılan grafiksel resim içerip içermediğine göre kodlanmıştır. Çözümlü örneklere ait örnek bir kodlama Şekil 1'de sunulmuştur.



300'ün % 50'sini bulalım.

Çözüm

300'ün % 50'sini bulmak için yüzde ifadesini kesir olarak yazalım.

$\%50 = \frac{50}{100}$

300'ün birim kesir kadarını yani $\frac{1}{100}$'ini hesaplamak için 300'ü 100'e bölelim.
$300 \div 100 = 3$

300'ün birim kesir kadarı 3 ise $\frac{50}{100}$'yi hesaplamak için $3 \times 50 = 150$ işlemini yaparız.
Böylece 300'ün % 50'sinin 150 olduğunu buluruz.

Sonuca aşağıdaki gibi farklı bir yoldan da ulaşabiliriz.

300'ün $\frac{10}{100}$'unu bulalım.
$300 \div 100 = 3$
$3 \times 10 = 30$'dur.

$\frac{50}{100}$ 5 tane $\frac{10}{100}$ olduğundan $5 \times 30 = 150$ olarak buluruz.

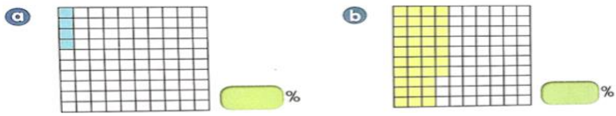
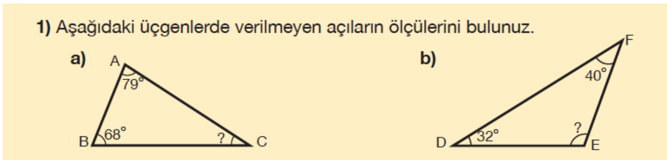
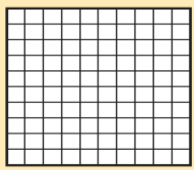
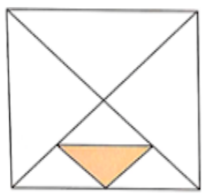
Yandaki çözümlü örnek, çözümü tamamlanmış, çoklu çözüm yolu sunulmuş, pür matematiksel, görsel temsil kullanılmış, grafiksel resim kullanılmamış olarak kodlanmıştır.

Şekil 1. Çözümlü örnek (Cırıtcı ve ark., 2017, s.179)

Bilişsel potansiyel istem boyutu kodlanırken, soru önce düşük düzey ya da yüksek düzey olarak kodlanmıştır. Düşük düzey olarak kodlanan sorular ya hatırlama ya da ilişkisiz işlemler olarak kodlanırken, yüksek düzey olarak kodlanan sorular ya ilişkili işlemler ya da matematik yapma olarak kodlanmıştır. Eğer soru bir bilgiyi hatırlamaya yönelikse, ya da çok kısa bir zamanda çözülebiliyorsa *hatırlama* olarak; altında yatan anlamı sorgulamadan sadece işlemsel bilgiye dayalıysa *ilişkisiz işlemler*, kavramsal anlamaya vurgu yapıyorsa *ilişkili işlemler* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, soru öğrencinin daha önceden karşılaşmadığı, dolayısıyla çözüm yolunu hemen öngöremeyeceği bir soru olup karmaşık üstbilişsel düşünme gerektiriyorsa, öğrencinin matematiksel kavramlar, ilişkiler ve süreçleri keşfedip anlamasını gerektiriyorsa *matematik yapma* olarak kodlanmıştır. Bilişsel potansiyel istem boyutuna ilişkin kodlar Tablo 2'de örnekleriyle birlikte sunulmuştur.

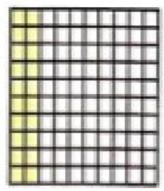
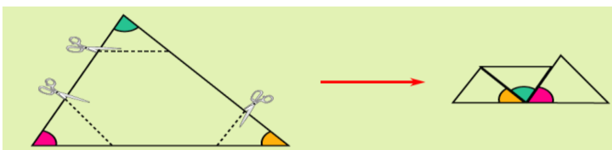
Muhakeme ve ispat boyutunda, ders kitaplarında doğrudan ya da dolaylı olarak öğrenciyi açıklamaya, doğrulamaya, gerekçelendirmeye teşvik eden her soru muhakeme ve ispat problemi olarak ele alınmıştır. Problemin amacı alt boyutu için eğer soru öğrenciden herhangi bir cevap ya da bir iddiaya katılıp katılmadığına dair bir cevap bekliyorsa, bu soru *iddialarda bulunma* olarak, soruyu çözmesini ve nasıl çözdüğünü açıklamasını istiyorsa ya da matematiksel bir ilişkiyi ve bunun arkasında yatan anlamı açıklamasını istiyorsa bu da *iddialarda bulunma ve iddiaları gerekçelendirme* olarak kodlanmıştır. Soruda matematiksel bir iddia verilip öğrenciden bu iddianın gerekçelendirmesinin istendiği durumlar *iddiaları gerekçelendirme* olarak; soruda gerekçelendirmelerin verilip bunların ikna edici olup olmadığının sorgulanması durumları ise *gerekçelendirmeleri değerlendirme* olarak kodlanmıştır.

Tablo 2. Bilişsel İsteme Dair Örnek Kodlamalar

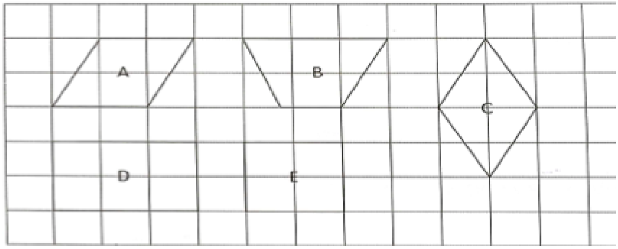
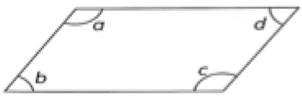
Kategori	Kod	Örnek
Düşük düzey	Hatırlama	Tüm şeklin yüzde kaçı gölgelenmiştir?  (Kheong ve ark., 2017, s.51)
Düşük Düzey	İlişkisiz İşlemler	 **1)** Aşağıdaki üçgenlerde verilmeyen açıların ölçülerini bulunuz. **a)** A 79° B 68° ? C **b)** F 40° D 32° ? E (Cırıtcı ve ark., 2017, s.243)
Yüksek Düzey	İlişkili İşlemler	**3)** Yandaki yüz eş kareye ayrılmış şeklin % 30'unu kırmızıya, $\frac{2}{5}$'sini yeşile, 0,1'ini maviye, geri kalanını da turuncuya boyayınız. Turuncuya boyadığınız alanın kesir, ondalık gösterim ve yüzde ifadelerini boşluklara yazınız. Kesir: .... Ondalık gösterim: .... Yüzde: ....  (Cırıtcı ve ark., 2017, s.171)
Yüksek Düzey	Matematik Yapma	Yandaki kare dört büyük eş üçgenden oluşmaktadır. Büyük üçgenlerden biri dört eş üçgene bölünmüştür. Buna göre, karenin yüzde kaçı gölgelenmiştir?  (Kheong ve ark., 2017, s.72)

Niyetlenen ürün alt boyutunda, eğer soru öğrencinin ispat yapmasını istiyorsa *ispat türü argüman*, istemiyorsa *ispat türü olmayan argüman* olarak kodlanmıştır. Ortaya çıkarılacak argüman tipi alt boyutunda, ispat türü olmayan argüman olarak kodlanmış bir soru, ya deneme ya da gerekçe olarak kodlanmıştır. Soru öğrencinin verilen sayıları, örnekleri deneyerek cevaba ulaşmasını istiyorsa *deneme*, soruyu nasıl çözdüğünü açıklamasını istiyorsa *gerekçe* olarak kodlanmıştır. İspat türü argüman olarak kodlanmış bir soru ya kapsamlı örnek ya da ispat olarak kodlanmıştır. *Kapsamlı örnek* boyutunda öğrenci genel bir durumun temsilcisi olan özel bir durumu kullanarak ispat yapar. Örneğin Carpenter, Franke ve Levi (2003) çalışmalarında "Herhangi iki tek sayının toplamı çifttir" ifadesini doğrulamaya çalışan bir ilkokul öğrencisinin cevabını kapsamlı örnek olarak değerlendirmiştir: Öğrenci herhangi iki sayma bloğunu eşleştirip bunun çift sayıyı; bu eşleştirdiği bloğa bir blok daha ilave edip bunun da tek sayıyı temsil ettiğini söylemiştir. Öğrenci her biri tek sayıyı temsil eden herhangi iki blok grubunu birleştirmiş her iki sayı temsilinden arta kalan tekli blokların da birbiriyle eşlendiğini dolayısıyla elinde sadece eşli bloklar olduğunu ifade edip sonucun çift sayı olduğunu doğrulamıştır. Matematiksel özellikleri ve teoremleri somut olarak (örneğin görsel ispat) öğrenciden göstermesi istenilen ayrıca herhangi bir durumun söz konusu tüm alan için geçerli olup olmadığının sorgulandığı her bir soru *ispat* olarak değerlendirilmiştir. Muhakeme ve ispat boyutuna ilişkin kodlar Tablo 3'te örnekleriyle birlikte sunulmuştur.

Tablo 3. Muhakeme ve İspat Boyutuna Dair Örnek Kodlamalar

Kategori	Kod	Örnek
Problemin Amacı	İddialarda Bulunma	200 TL olan bir takım elbisede %30 indirim yapılacaktır. Aşağıdaki işlem adımlarını takip ediniz.... Bulduğunuz toplam ile takım elbise fiyatı arasındaki ilişkiyi açıklayınız (Cırıtcı ve ark., 2017, p.178).
	İddiaları Gerekçelendirme	Megan şekilde görüldüğü gibi, yüzlük kareli kağıtta bazı kareleri gölgelemiş ve yüzlük kareli kağıdın % 20'sini gölgelediğini söylemiştir. Megan'ın bu yüzdeye nasıl ulaştığını açıklayınız.  (Kheong ve ark., 2017, s.50)
	İddialarda Bulunma ve İddiaları Gerekçelendirme	 Bu üç açı nasıl bir açı oluşturdu? Oluşan bu açıdan üçgenin iç açılarının toplamı hakkında ne söyleyebilirsiniz? (Cırıtcı ve ark., 2017, s.240)
	Gerekçelendirmeleri Değerlendirme	Mehmet'in iç ters açıların neden hep birbirine eşit olduğuna dair ....fikirleri seni ikna etti mi? Neden? (gerçek örneklemde bulunamamıştır.)

Tablo 3’ün devamı

	İspat türü argüman	Üçgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını kullanarak dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını nasıl bulabilirsiniz? (Cırıtcı ve ark., 2017, s.242)
Niyetlenen Ürün	İspat türü olmayan argüman	 Kare ızgara üzerine çizilmiş dörtgenlere bakınız. Bu dörtgenlerden hangileri kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, yamuk veya paralel kenardır? Bu dörtgenleri nasıl tanımladığınızı arkadaşınıza anlatınız. (Kheong ve ark., 2017, s.140)
Ortaya Çıkarılacak Argüman Tipi	Deneme	Herhangi iki tek sayının toplamı 4’ün katı mıdır? Açıklayınız. Öğrenciden beklenen cevap: 1+3=4(4.1) 3+5=8(4.2) 5+7=12(4.3) şeklindeyse. (gerçek örneklemde bulunamamıştır.)
	Gerekçe	PQR üçgeninde, $\angle PQR=35°$ ve $\angle PRQ=105°$’dir. $\angle QPR$ açısını nasıl bulursunuz, açıklayınız (Kheong ve ark., 2017, s.121).
	Kapsamlı örnek	Tek sayının 2’ye bölümünden kalan kaçtır? Açıklayınız. Öğrenciden beklenen cevap: sayı bloklarını 2’şer birleştirip buna 1 blok ekleyerek elde ettiği tek sayı temsilinin içinde eşli (2’li) parçalar oluşturarak geriye kalanın tek bir sayı bloğu olduğunu göstermesi.(gerçek örneklemde bulunamamıştır.)
	İspat	 1. Öğretmeninizin verdiği kesilmiş paralelkenarları kullanınız. Paralelkenarınızı şekilde görüldüğü gibi etiketleyiniz. 2. Paralelkenarı iki farklı şekilde kesiniz ve parçaları sayfa 142’de görüldüğü gibi düzenleyiniz. 3. Hangi iki açı eşittir? 4. Hangi iki açının toplamı 180 derecedir? (Kheong ve ark., 2017, s.143)

2.3. Kodlayıcılar Arası Güvenirlik

Kitapların analizi sürecinde, ilk olarak araştırmacılardan birisi seçili kitap bölümlerini kodlamıştır. Sonra, araştırmacı kodlama sürecindeki olası zorlukları göz önüne alarak ikinci bir kodlayıcıyı (matematik eğitiminde doktora öğrenimi alan) kullandığı analiz çerçevelerine göre kodlamaların nasıl gerçekleşeceği konusunda bilgilendirmiştir. Daha sonra, ikinci kodlayıcı analiz edilecek kısımların üçte birini analiz çerçevesine göre kodlamıştır. Kodlamalar tamamlandıktan sonra, bulgular karşılaştırılmış, görüş birliği olmayan bulgular üzerinde tartışıldıktan sonra bulgular yeniden gözden geçirilmiştir. Buna göre, kodlayıcılar arası güvenirlik çözümlü örneklerde %100, bilişsel istem boyutunda yaklaşık %92, muhakeme ve ispat problemlerini belirlemede %90, problemin amacı boyutunda %92, niyetlenen ürün boyutunda %94, ortaya çıkan argüman boyutunda ise %91olarak sağlanmıştır. Geri kalan kitap bölümleri araştırmacı tarafından tartışılan ve üzerinde görüş birliği sağlanan noktalara göre tekrar gözden geçirilmiş ve nihai bulgular elde edilmiştir.

3. Bulgular

Çözümlü örneklerle ilgili bulgular Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Çözümlü Örneklere Dair Bulgular

	TÜRKİYE						SİNGAPUR					
	Yüzdeler N=12		Üçgenler N=9		Dörtgenler N=8		Yüzdeler N=13		Üçgenler N=8		Dörtgenler N=6	
Çözüm Tamamlanmış	10	%83	6	%67	3	%38	13	%100	8	%100	6	%100
Çoklu Çözüm Yolu Sunulmuş	3	%25	-	-	-	-	7	%54	1	%13	-	-
Gerçek Hayatla İlişkili	8	%67	-	-	-	-	7	%54	-	-	-	-
Pür Matematiksel	4	%33	9	%100	8	%100	6	%46	8	%100	6	%100
Görsel Temsil Kullanılmış	5	%42	8	%89	7	%88	12	%92	8	%100	6	%100
Grafiksel Resim Kullanılmış	5	%42	2	%22	2	%25	10	%77	8	%100	5	%83

Bu boyutta, her iki ülkenin kitabındaki çözümlü örnekler incelenmiştir. Türk kitaplarında, bazı çözümlü örneklerin çözümü öğrenciye bırakılırken, Singapur kitabında çözümlerin hepsi tamamlanmıştır. Singapur kitabı Türk kitabına göre çözümlü örnekleri daha fazla görsel temsil, grafiksel resim (matematiksel düşünmenin temsili olmayan çizgi resim, fotoğraf ya da matematiksel olmayan çizimler) ile desteklemektedir. Singapur kitaplarında çözümlü örneklerin neredeyse tamamında görsel öğenin kullanılması dikkat çekicidir. Her iki ülke de üçgenler ve dörtgenler konusunda çözümlü örneklerinde farklı çözüm yolları sunamamış olsalar da, Singapur çoklu çözüm yollarına yüzdeler konusunda vurgu yapmıştır. Singapur kitabında yüzdeler konusunda 13 örnekten 7 tanesinde birden fazla çözüm yolu bulunurken, bu 7 örnekten 2 tanesi 2 çözüm yolu sunmuş geri kalan 5 tanesi ise 3'er çözüm yolu sunmuştur. Singapur kitabında çözüm yolları çözüm 1, çözüm 2 gibi ya da bir öğrencinin konuşma balonuyla "bunu başka yolla da çözebiliriz" ifadesiyle diğer çözüm yollarından net bir şekilde ayrılabilmekteyken, yüzdeler konusundaki çözümlü örneklerin sadece %25'inde her bir örnek için 2'şer çözüm yolu sunan Türk kitabı bu ayrımı sadece cümle ile öğrencinin dikkatini çekmeyecek şekilde yapmıştır. Kitabımız Singapur kitabına göre yüzdeler konusunda daha fazla gerçek hayatla ilgili sorular bulundurmaktadır. Ancak, her iki ülke kitabı üçgenler ve dörtgenler konusunda gerçek hayatla ilişki kurmamıştır. Başka dikkat çekici bir nokta ise, Singapur kitabının modellemeye Türk kitabına göre daha fazla yer vermesidir. Tüm bu farklılıklar, öğrenme fırsatlarını şekillendirdiği gibi çeşitlendirebilmektedir.

3.2. Potansiyel bilişsel istem

Potansiyel bilişsel isteme ilişkin bulgular Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Bilişsel İsteme Dair Bulgular

	Türkiye						Singapur					
	Yüzdeler N=58		Üçgenler N=47		Dörtgenler N=33		Yüzdeler N=89		Üçgenler N=75		Dörtgenler N=77	
D-Hatırlama	29	%50	38	%81	19	%58	52	%59	44	%58	44	%57
D- İlişkisiz işlemler	25	%43	5	%11	11	%33	10	%11	21	%28	26	%34
Y-İlişkili işlemler	4	%7	2	%4	2	%6	25	%28	8	%11	6	%8
Y-Matematik yapma	-	-	2	%4	1	%3	2	%2	2	%3	1	%1

Kitaplarda öğrencilerin çözmesi için yer alan soruların potansiyel bilişsel istemlerine bakıldığında, her iki ülkenin kitabının da çoğunlukla düşük düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren sorulara yer verdiği görülmektedir. Yüzdeler ve üçgenler konusunda, Singapur kitabı sırasıyla %30 ve %14 oranında, Türk kitabı ise sırasıyla %7 ve %8 oranında yüksek düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren sorular bulundurmaktadır. Yani, Singapur kitabının yüzdeler ve üçgenler konusunda öğrenciyi bilişsel olarak daha zorlayıcı sorular sorarak onların matematiği ilişkilendirerek daha derinlemesine öğrenmelerine katkıda bulunduğu söylenebilir. Dörtgenler konusunda ise, her iki ülke de %9 oranında yüksek düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren sorular bulundurmaktadır. Her iki ülkenin kitabında yüzdeler, üçgenler ve dörtgenler konularında soruların en az yarısı hatırlama düzeyindedir.

3.3. Muhakeme ve ispat

Muhakeme ve ispat içeren soruların oranı Tablo 6'da sunulmuştur. Türk kitabında yüzdeler konusundaki 58 sorunun 2'si (% 3), üçgenler konusundaki 47 sorunun 3'ü (% 6), dörtgenler konusundaki 33 sorunun 1'i (% 3) muhakeme ve ispat problemidir. Singapur kitabında ise yüzdeler konusundaki 89 sorunun 9'u (% 10), üçgenler konusundaki 75 sorunun 32'si (% 43), dörtgenler konusundaki 77 sorunun 30'u (% 39) muhakeme ve ispat problemidir.

Tablo 6. Muhakeme ve İspat Soruları Oranı

	Türkiye			Singapur		
	Yüzdeler N=58	Üçgenler N=47	Dörtgenler N=33	Yüzdeler N=89	Üçgenler N=75	Dörtgenler N=77
Muhakeme ve ispat soruları	2 (%3)	3 (%6)	1 (%3)	9 (%10)	32 (%43)	30 (%39)

Singapur ders kitabı, üç konuda toplam 241 adet soru sorarken, Türk kitabı ise toplamda sadece 138 soru sormaktadır. Singapur kitabında toplam 71 adet muhakeme ve ispat problemi bulunurken, bu sayı Türk kitabında sadece 6 adettir. Singapur ders kitabında geometri ve ölçme öğrenme alanında üçgenler ve dörtgenler konularındaki muhakeme ve ispat problemleri oranlarının yüzde konusuna göre daha da yüksek olması ve % 40'lara ulaşması gözden kaçmamaktadır. Kitaplardaki muhakeme ve ispat problemlerine dair detaylı bulgular Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. Muhakeme ve İspat Problemlerine Dair Bulgular

	Türkiye			Singapur		
	Yüzdeler N=2	Üçgenler N=3	Dörtgenler N=1	Yüzdeler N=9	Üçgenler N=32	Dörtgenler N=30
<u>M&İ probleminin amacı</u>						
İddialarda bulunma	2(%100)	2(%67)	-	5(%56)	1(%3)	9(%30)
İddiaları gerekçelendirme	-	-	-	1(%11)	-	-
İddialarda bulunma ve iddiaları gerekçelendirme	-	1(%33)	1(%100)	3(%33)	31(%97)	21(%70)
Gerekçelendirmeleri Değerlendirme	-	-	-	-	-	-
<u>M&İ probleminin niyetlenen ürünü</u>						
İspat türü argüman	-	1(%33)	1(%100)	-	8 (%25)	6 (%20)
İspat türü olmayan argüman	2(%100)	2(%67)	-	9(%100)	24 (%75)	24(%80)
<u>M&İ problemiyle ortaya çıkan argüman</u>						
Deneme	-	-	-	-	-	-
Gerekçe	2(%100)	-	-	9(%100)	24(%75)	18(%60)
Kapsamlı örnek	-	-	-	-	-	-
İspat	-	1(%33)	1(%100)	-	8(%25)	6 (%20)

Her iki kitapta da gerekçelendirmeleri değerlendirmeye ayrıca denemeye ve kapsamlı örneğe dayalı argümana teşviğe rastlanmaması şaşırtıcıdır. Tablo 7'ye bakıldığında, Singapur kitabının Türk kitabına göre problemlerde daha fazla çeşitlilik sağladığı görülmektedir. Singapur'da daha çok iddialarda bulunma ve iddiaları gerekçelendirme düzeyinde sorular bulunmaktadır. Her iki ülke kitabı da geometri konusunda ispat isteyip yüzdeler konusunda istememiştir.

4. Tartışma ve Sonuç

4.1. Çözümlü Örnekler

Singapur ders kitabında çözümlü örneklerin hepsi tamamlanırken, Türk ders kitabında bazısı tamamlanmamıştır. Türk ders kitabında çözümlü örneklerin bir kısmı boşluk doldurmalı olarak sunulmuş olup, bunları öğrencinin tamamlaması istenirken, bazen de çözümlü örnek setlerinin içinde birbirine benzer birkaç soruya yer verilip bunlardan birini çözme diğer benzerlerini öğrencilere çözdürme yolu tercih edilmektedir. Tamamlanmış çözümlü örnekler gibi yarım bırakılmış çözümlü örnekler de öğrenmeye olumlu etkide bulunabilmektedir (Shen & Tsai, 2009).

Singapur kitabında yüzdeler konusunda çoklu çözüm yollarına verilen önem göze çarpmaktadır. Çoklu çözüm yollarının öğrencinin ilişkisel anlamasını geliştirerek matematiği daha derinden anlamasını sağladığı belirtilmektedir (Charalambous ve ark., 2010). Bu açıdan, Singapur kitabının matematiğin daha anlamlı öğrenilmesini vurguladığı düşünülebilir. Türk kitabı ise, çoklu çözüm yollarına çok az yer vermiştir. Bu durum, Türk ders kitabı yazarlarının matematik eğitiminde çoklu çözüm yollarının öğrenme açısından faydalarından haberdar olduğunun ancak bunu ara sıra öğrenci ve öğretmenlerine hatırlatmayı tercih ettiğinin bir göstergesidir. Ayrıca, alternatif çözüm yolunun beklenebileceği bir kazanım olan üçgende bilinmeyen iç açıyı bulmayı ele alırsak, bilinen iki açının toplanıp iç açılar toplamından çıkarılmak suretiyle bu çözümün yapılması ve 5.sınıf düzeyinde bu çözümün alternatifinin olmaması, iki ders kitabının da geometri konusunda farklı çözüm yolu sunmamış olmalarını anlaşılır kılabilir. Singapur kitabında çözüm yolları birbirinden net bir şekilde ayrılırken, Türkiye'de bu ayrım çok belirgin değildir. Oysa ki, çözümlü örneklerin çok iyi yapılandırılmaları gerekir, aksi takdirde öğrenciler bu örnekleri yanlış yorumlayabilir ve sonuç olarak bu örnekler öğrencilerin dikkatini dağıtabilir (LeFevre & Dixon, 1986).

Öğrencilerin gerçek hayatla ilişki kurmalarını sağlayıcı örneklere matematik kitaplarında az rastlanmaktadır (Pepin & Haggarty, 2007). Bu çalışma da, gerçek hayatla ilişkiye iki kitapta da az yer verildiğini göstermektedir. Özellikle geometride her iki ülke kitabındaki tüm çözümlü sorular pürdür. Ancak, yüzdeler konusunda Türk kitabı Singapur kitabına kıyasla daha fazla gerçek hayatla bağlantılı çözümlü örnek içermektedir. Bu bulgu, Erbaş ve arkadaşlarının (2012) ilgili bulgusunu desteklemektedir. Gerçek hayattan örnekler ve görevler öğrencilere anlamlı bağlamlar sunabilir ve öğrencilerin aşina oldukları tecrübelerle ilişkilendirme yapmalarını sağlayabilir (Pepin & Haggarty, 2007).

Singapur kitabı, görsel temsilleri Türk kitabına göre çok daha fazla kullanmaktadır. Çözümlü örnekler, problem çözümünde çoklu temsilleri birleştirici gücünden dolayı önemlidir (Mayer ve ark., 1991). Singapur kitabı bazen bir soru için birden çok görsel temsil sunarak, modellemelere sıkça başvurarak ve görsel temsilin yanında az ve öz açıklama yaparak bu önemin farkında olduğunu göstermektedir. Ayrıca, Singapur ders kitabının çözümlü örnekleri yapılandırmada modellemeyi etkin olarak kullandığı söylenebilir (Mayer ve ark., 1995).

Singapur'da kullanılan grafiksel resimler (matematiksel olmayan resimler) konuşma balonlarıyla birlikte verilip ya problemde var olan öğrencinin yeni karşılaştığı terimleri açıklamak, ya farklı çözüm yolu sunmak, ya da işlem adımlarının nasıl ve niye bu şekilde yapıldığını açıklamak için kullanılmaktadır. Türk kitabında ise, grafiksel resimler dekoratif olarak kullanılmaktadır. Örneğin, içinde bilgisayarın geçtiği bir soruda bilgisayar resmi kullanılmıştır. Grafiksel resim bir öğrenciyi temsilen kullanılmışsa ve konuşma balonuyla desteklenmişse dahi, genelde problem çözümündeki anlatımı tekrar etmekte, problem çözümüne katkı sunmamaktadır.

Araştırmacıların dikkatini çeken bir başka husus da, iki ülke kitabının çözümlü örnekler ve öğrencinin çözmesi istenen soruların sıralaması bakımından benzerlik göstermesidir. Kitaplar sıralamalı olarak çözümsüz, çözümü tamamlanmış, çözümünün bir kısmı eksik bırakılmış ve sonrasında yine çözümsüz soru içermektedir. Ders kitaplarının öncelikle çözümsüz soruya yer verip, ardından Shen ve Tsai'nin (2009) sıralamasını takip ettikleri görülmektedir. Bu farklı başlangıcın sebebi, öğrencinin o problemi çözmek için sahip olduğu bilgileri gözden geçirmesini sağlamak, öğrenciye hangi bilgiye ihtiyacı olduğunu hissettirmek veya öğrencinin kavramsal bilgiye ulaşmasını teşvik etmek için olabilir.

4.2. Potansiyel Bilişsel İstem

Potansiyel bilişsel isteme bakıldığında, 5. sınıf Singapur ve Türk ders kitabında en fazla yer alan soruların hatırlama düzeyinde ondan sonra da ilişkisiz işlemler düzeyinde olduğu görülmektedir. Reçber (2012), 8. sınıf ve Engin (2015), 7. sınıf Türkiye matematik ders kitabındaki etkinlikleri ABD ve Singapur ders kitaplarındakilerle karşılaştırdığı çalışmasında üç ülkenin ders kitabında da hatırlama düzeyinde nerdeyse hiç etkinlik bulunmadığını belirtmiş, kitapların çoğunlukla yüksek düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren etkinlik bulundurduğunu belirtmiştir. Bu bulgunun mevcut çalışmanın bulgularıyla örtüşmemesinin ana nedeni, çalışmalardaki veri analiz birimlerinin örtüşmemesi olabilir çünkü bu çalışma sorulara odaklanırken söz konusu çalışmalar birbirine bağlı soru setinden oluşan etkinliği bütüncül olarak analiz etmişlerdir. Reçber (2012), yüksek düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren etkinliklerin oranı bakımından sıralamayı Singapur, ABD ve Türkiye olarak yaparken, Engin (2015) ise sıralamayı Türkiye, Singapur ve ABD olarak yapmıştır. Mevcut çalışma ise, yüksek potansiyel bilişsel istem gerektiren görevlerin Singapur kitabında daha fazla olduğunu göstermektedir. Reçber (2012), matematik yapma düzeyinde Türk kitabının %4 oranında etkinlik bulundurduğunu ve diğer ülkelere kıyasla bunun çok az olduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmada da benzer şekilde matematik yapma düzeyinde etkinliğe her iki kitapta da az rastlanmış olup, konulara göre matematik yapma düzeyinde etkinlik bulundurma oranı %4 veya altında çıkmıştır. Sarpkaya (2011), Türkiye'de okutulan 6-8. sınıf matematik ders kitabındaki cebirsel görevleri incelediği çalışmasında, 6. sınıf düzeyinde çoğunlukla yüksek düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren görevler bulunduğunu, en fazla ilişkili işlemler düzeyinde görev bulunduğunu, 7. ve 8. sınıf düzeyinde çoğunlukla düşük düzey potansiyel bilişsel istem gerektiren görevler bulunduğunu ve en fazla ilişkisiz işlemler düzeyinde görev bulunduğunu belirtmektedir. Özgeldi ve Esen (2010), 6-8. sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel görevleri incelediği çalışmasında, görevlerin çoğunun ilişkisiz işlem düzeyinde bulunduğunu belirtmektedir. Bu çalışmalardan farklı olarak mevcut çalışma 5. sınıf seviyesinde Türk kitabının yanı sıra Singapur kitabında da soruların en az yarısının en düşük seviye olan hatırlama düzeyinde olduğunu göstermektedir. Bu durum, incelenen kitapların ait olduğu sınıf seviyelerinin farklı olmasından kaynaklanabilir.

Bu çalışmada incelenen kitaplardaki düşük potansiyel bilişsel istem gerektiren soruların çoğunlukta olmasının nedenlerinden biri, iki ülkenin de işlemsel akıcılığı öğrencilerine kazandırmak istemesi olabilir. İşlemsel akıcılığın matematiksel anlama, problem çözme ve muhakeme gibi matematiksel becerilerin temeli olduğu düşünüldüğünde (NCTM, 2014), incelenen matematik kitaplarında bu akıcılığa verilen önem anlaşılabilir. Ancak matematik, arkasında yatan anlam olmaksızın yapılan işlemlerden daha fazlasıdır. Bu işlemlerin bazı matematiksel ilişkileri keşfetme ve bu ilişkinin açıklanma dili olarak kullanılması yerine, anlamdan yoksun kullanımı matematiği anlamaya katkıyı sınırlandırmaktadır. Oysaki, ilişkili işlemler ve matematik yapma, öğrencilerin matematiksel kavramları ve kavramlar arası ilişkilerin doğasını anlamalarını sağlamaya yöneliktir. Öğrencilere çoklu temsiller arasında ilişkiler kurmalarını, problem çözerken matematiksel kavramlarla beraber ilgili süreç ve ilişkileri görmelerini gerektiren etkinliklerin azlığı, onları derin matematiksel anlamayı sağlayan önemli fırsatlardan mahrum bırakır (Georgius, 2014). Ayrıca, düşük bilişsel istem gerektiren görevlerin, yüksek bilişsel yoğunlaşmaya neden olmaları hiç bir zaman beklenemez (Smith & Stein, 1998). O yüzden, ders kitaplarında yüksek düzey bilişsel istem gerektiren sorulara daha fazla yer verilmelidir.

4.3. Muhakeme ve İspat

Singapur ders kitabı Türk kitabına göre daha fazla muhakeme ve ispat problemine yer vermektedir. Bu, Singapurlu öğrencilerin Türk öğrencilere göre ileriki sınıf seviyelerinde ispat yapma sürecinde kendilerini daha güvende ve hazır hissetmelerini sağlayabilir.

Bu araştırmada her iki kitapta da denemeye ve kapsamlı örneğe dayalı argümana rastlanmamıştır. Stylianides (2009), Amerika'da okutulan 6., 7. ve 8. sınıf ders kitaplarında yaptığı analizde de benzer sonuçlara ulaşmış, denemeye dayalı argümanla çok az oranda, kapsamlı örneğe dayalı argümanla da hemen hemen hiç karşılaşmamıştır. Oysa ki, Bieda ve arkadaşları (2014), Amerika'da yedi adet 5. sınıf ders kitabında yaptığı analizde en fazla denemeye dayalı argümana rastlamıştır. Singapur ve Türk kitaplarında 5. sınıf düzeyinde denemeye dayalı argümana rastlanmaması bir avantaj olarak algılanabilir. Öğrenciler gelişimleri ve sezgileri gereği kendilerinden istenmese bile bazı sayıları, işlemleri, deneyerek sonuca ulaşmaya eğilimlidirler. Bu gelişimsel özelliğin farkında olan ders kitabı yazarları, öğrenciyi denemeye dayalı argümana yönlendirmek istememiş olabilirler çünkü denemeye dayalı argüman oluşturma sürecinde öğrenci genel matematiksel iddianın, birkaç örneğin bu genel iddiayı sağlamasıyla ispatlanacağı gibi bir kavram yanılgısına düşebilir (Healy & Hoyles, 2000; Knuth & Sutherland, 2004).

Ayrıca, her iki kitapta da kapsamlı örneğe dayalı argümanın olmaması bir eksiklik olarak görülebilir çünkü bu tür argümanlar gerekçe sunma düzeyinden ispat yapma düzeyine bir geçiş noktası olarak görülmekte ve önemsenmektedir (Stylianides, 2009). Her iki ülke kitabında da ispata az yer verilmesinin bir nedeni, araştırmanın yapıldığı 5. sınıf seviyesindeki öğrencilerin gelişimsel psikoloji açısından ispat yapma ve ispatı anlamaya pek hazır olmamaları, bu yeterliklerin yaşla gelişmesi olabilir (Stylianides & Stylianides, 2008). Bununla beraber, Zack ve Reid (2003), Bieda ve arkadaşları (2014), Zack (1999), Stylianides (2016) gibi araştırmacılar, 5. sınıf seviyesinde dahi öğrencilerin formel olmasa bile, günlük konuşma dilinde muhakeme ve ispat yapabildiklerini iddia etmektedirler. NCTM'nin (2000), muhakeme ve ispata tüm K-12 seviyelerinde gereken önemin verilmesine dair önerisi de, sınıf seviyesinden bağımsız olarak muhakeme ve ispata matematik ders kitaplarında yer verilmesi düşüncesini güçlendirmektedir.

Bu çalışma sonuçları temelinde, kitap yazarlarına belirli öneriler sunulabilir. Matematik ders kitapları geliştirilirken, çözümlü örnek ve sorular öğrencilerin gerçek hayat durumlarıyla ilişki kurmalarını, çoklu temsilleri ve çoklu çözüm yollarını kullanmalarını teşvik edici olmalıdır. Bu şekilde, öğrencilerin matematiği daha derin anlamalarına yardımcı olunabilir. Çözümlü örneklerdeki görseller, dekoratif öğeler olmanın ötesinde, öğrencinin matematiği anlamasına katkıda bulunacak şekilde sunulmalıdır. Kitaplar farklı bilişsel istem düzeylerindeki sorulara yer vermeli ancak bilişsel istem düzeyleri arasında denge gözetilmelidir. Özellikle ilişkili işlemler düzeyindeki sorulara daha fazla yer verilip, işlemsel akıcılığın yanı sıra öğrencilerin kavramsal gelişimleri de desteklenmelidir. Ayrıca, matematik ders kitapları ilköğretimin hangi seviyesi olursa olsun, gerekli düzeyde muhakeme ve ispat gerektiren görevler içermelidir. Kitaplardaki görevler, öğrencilerin argüman geliştirmelerini teşvik edici olmalıdır. Son olarak, öğrencilerin gelecek sınıflarda muhakeme ve ispat yapmada tecrübe kazanmaları ve kendilerini güvende hissedebilmeleri için ilkokuldan itibaren muhakeme ve ispat problemlerine maruz bırakılmalarının yararlı olacağı düşünülmektedir.

A Comparative Analysis of Turkey and Singapore 5th Grade Mathematics Textbooks in Terms of Worked Examples and Questions

Extended Abstract

Introduction

Whether textbooks are used or not and how they are used may influence students' learning opportunities. In addition, while some teachers adapt parts of textbooks and use those parts by completely ignoring the remaining parts (Chavez-Lopez, 2003; Remillard, 2005), some choose to use textbooks as supporting sources (Özgeldi, 2012; Özmantar, Dapgın, Kurt & İlgün, 2017). Due to various use of mathematics textbooks, this study adopts hypothetical enterprise for textbook analysis (Mesa, 2004; Stylianides, 2009). In other words, it tries to analyze learning opportunities students would have considering that students use the studied parts of the textbooks in the projected sequence and solve all posed questions. Questions students are asked to solve may help them understand the nature of mathematics and how it is made (Henningsen & Stein, 1997; Hiebert et al., 1997). Therefore, this study analyzes 5th grade mathematics textbooks of Turkey, which has only achieved below average in Programme for International Students Assessment (PISA) and Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS) and Singapore, which has received the highest achievement in 2015 and compares both textbooks in terms of worked examples, potential cognitive demand, and encouragement to do proof and reasoning.

Method

This qualitative study follows document analysis technique that entails a systematic analysis, interpretation, and making sense of data in printed and digital materials (Bowen, 2009). To achieve this end, Turkey 5^{th}-grade mathematics textbook *Ortaokul Matematik 5. Sınıf Ders Kitabı* (Cırıtcı et al., 2017) and Singapore 5th grade mathematics textbook *My Pals are Here* (Kheong, Soon & Ramakrishnan, 2017) published by Marshall Cavendish Education are comparatively analyzed. Worked examples were analyzed through worked examples dimension of the analysis framework developed to analyze textbooks by Charalambous, Delaney, Hsu and Mesa's (2010). Activity Analysis Guide developed by Stein, Smith, Henningsen and Silver (2000) was used to analyze potential cognitive demand of questions. Reasoning and proof level of questions was analyzed through the analysis framework compiled by Bieda et al. (2014) from the works of Thompson, Senk and Johnson (2012) and Stylianides (2009).

Results

While some worked examples are left incomplete in the Turkish textbook so students can solve the rest, all worked examples in the Singapore textbook are completed. Singapore textbook tends to support worked examples through more visuals, representatives, graphical pictures (pictures or photos that are not representative of mathematical thinking or drawings that are not mathematical). It is also interesting that almost all worked examples contain visual components in the Singapore textbook. Although neither textbook presents multiple solution methods in worked examples in the triangles and quadrilaterals subjects, the Singapore textbook emphasizes multiple solution methods in percentages subject.

Only 9 % of questions in both textbooks in the subject of quadrilaterals contain high-level cognitive demand and minimum half of the questions in the subjects of percentages, triangles, and quadrilaterals in both textbooks is at memorization level.
In the Turkish textbook, 2 of total 58 questions (3 %) in percentages subject, 3 questions out of 47 questions (6 %) in triangles subject, and 1 out of 33 questions (3 %) in quadrilaterals subject are questions of proof and reasoning. In the Singapore textbook, 9 out of total 89 questions (10 %) in percentages subject, 32 questions out of 75 questions (43 %) in triangles subject, 30 questions out of 77 questions (39 %) in squares subject are questions of reasoning and proof. It is interesting that no encouragement towards generic examples, empirical types of elicited arguments, and evaluating justifications was observed in either book. The Singapore book seems to have a more variety in reasoning and proof problems. More questions are at the level of making claims and justifying claims in the Singapore textbook. Also, both books include proof in geometry but both fail to include proof in percentages subject.

Conclusions and Discussion

Singapore textbooks seems to lay much emphasis on multiple solution methods which is known to positively influence students to develop a deeper understanding of mathematics by allowing them to think and understand relationally (Charalambous et al., 2010). Therefore, the Singapore textbook is inclined to work better towards more meaningful understanding of mathematics. The Turkish textbook, on the other hand, tends to pay relatively little weight to include multiple solution methods.

Reçber (2012) found out that Singapore, the USA, and Turkey textbooks include tasks that require high potential cognitive demand respectively while Engin’s (2015) study presented this sequence as Turkey, Singapore, and the USA. This study revealed that, compared to the Turkish textbook, Singapore textbook covers more tasks that necessitate high potential cognitive demand.

Reçber (2012), similarly, showed that only 4 % of activities are at doing mathematics level in the Turkish textbook and highlights how this percentage is very low compared to other textbooks. Current study’s findings confirm this result as activities at doing maths level are found to be very few in both Turkish and Singapore textbooks, at or below 4 %.

Neither of the analyzed books in this study seems to include generic examples and empirical types of elicited arguments. This confirms the results by Stylianides (2009) who observed very few empirical types of elicited arguments and found no generic example in American 6th, 7th, and 8th grade textbooks. A counter result is reached by Bieda et al. (2014) who observed that empirical types of elicited arguments was the most frequently presented type of argument in seven 5th grade American textbooks. Absence of empirical types of elicited arguments in Singapore and Turkish textbooks may be perceived as an advantage. One reason for this is that, for their development and intuitions, students tend to reach results by experimenting with numbers and procedures. Considering this, textbooks writers might have not wanted to encourage students to develop empirical types of elicited arguments because in the process of developing these types of arguments, students may develop misconceptions thinking that a few examples lead to a generic argument (Healy & Hoyles, 2000; Knuth & Sutherland, 2004).

Kaynaklar/References

Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research*, *70*(2), 181-214.

Bentley, B., & Yates, G. C. (2017). Facilitating proportional reasoning through worked examples: Two classroom-based experiments. *Cogent Education*, *4*(1), 1-14.

Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, *64*, 71-80.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). *Exemplification in mathematics education.* Retrieved October, 12, 2018, from *http://mcs.open.ac.uk.*

Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, *9*(2), 27-40.

Cai, J., & Cirillo, M. (2014). What do we know about reasoning and proving? Opportunities and missing opportunities from curriculum analyses. *International Journal of Educational Research*, *64*, 132-140.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Chavez-Lopez, O. (2003). *From the textbook to the enacted curriculum: Textbook use in the middle school mathematics classroom* (Unpublished doctoral dissertation). University of Missouri, USA.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(2), 117-151.

Cırıtcı, H., Gönen, İ., Kavas, D., Özarslan, M., Pekcan, N. ve Şahin, M. (2017). *Ortaokul matematik ders kitabı 5*. İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Davis, J. D., Smith, O., Roy, A. R., Bilgic, Y. K. (2014). Reasoning-and-proving in algebra: The case of two reform-oriented U.S. textbooks. *International Journal of Educational Research*, *64*, 92-106.

Dole, S., & Shield, M. (2008). The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, *10*(1), 19-35.

Ecemiş, U. O. (2017). A comparison of cognitive demand levels of tasks in 5th grade mathematics textbook used in Singapore, the United States, and Turkey. *EJMS European Journal of Multidisciplinary Studies Articles*, *5*(1),469-469.

Engin, Ö. (2015). *Türkiye 7. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel istem düzeylerinin program ve farklı ülkelerle karşılaştırılması* (Yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Erbaş, A. K., Alacacı, C., & Bulut, M. (2012). A comparison of mathematics textbooks from Turkey, Singapore, and the United States of America. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *12*(3), 2324-2329.

Fan, L. (2010, March). *Principles and processes for publishing textbooks and alignment with standards: A case in Singapore.* Paper presented at the APEC Conference on Replicating Exemplary Practices in Mathematics Education, Koh Samui, Thailand.

Fong, A. (2015). *Educational resource development in Singapore*. Retrieved September, 3, 2018, from https://www.internationalpublishers.org.

Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research, 64,* 81-91.

Georgius, K. (2014). *Planning and enacting mathematical tasks of high cognitive demand in the primary classroom* (doctoral dissertation). Retrieved May 14, 2018 from http://digitalcommons.unl.edu.

Gracin, D. G., & Matić, L. J. (2016). The role of mathematics textbooks in lower secondary education in Croatia: An empirical study. *The Mathematics Educator*, *16*(2), 31-58.

Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, *28*(4), 567-590.

Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward a comprehensive perspective on proof. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 805-842). Charlotte: National Council of Teachers of Mathematics.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(4), 396-428.

Henningsen, M., & Stein, M. (1997). Mathematical tasks and student's cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28,* 524-549.

Hiebert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Human, P., Murray, H., & Olivier, A. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Potsmouth, NH: Heinemann.

Jones, D. L., & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, *6*(2), 4-27.

Kaur, B., Soh, C. K., Wong, K. Y., Tay, E. G., Toh, T. L., Lee, N. H., Ng, F. S., Dindyal, J., Yen, Y. P., Loh, M. Y., Tan, H. C. J., & Tan, L.C. (2015). Mathematics education in Singapore. In Cho, S. J. (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: intellectual and attitudinal challenges* (pp. 311-316). Cham Heidelberg: Springer.

Kheong, F. H., Soon, G. K. & Ramakrishnan, C. (2017). *My pals are here: Maths 5 B.* Singapore: Marshall Cavendish Education.

Knuth, E. J., & Sutherland, J. (2004). Student understanding of generality. In D. E. McDougall, & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 561–567). Toronto: OISE/UT.

LeFevre, J. A., & Dixon, P. (1986). Do written instructions need examples? *Cognition and Instruction*, *3*(1), 1-30.

Mayer, R. E., Tajika, H., & Stanley, C. (1991). Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison. *Journal of Educational Psychology*, *83*(1), 69-72.

Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). Brief note: A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, *32*(2), 443-460.

Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational Studies in Mathematics*, *56*(2-3), 255-286.

Ministry of Education [MOE]. (2017). *Compulsory education*. Retrieved May 3, 2018 from https://www.moe.gov.sg.

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. Retrieved May 12, 2018 from https://timssandpirls.bc.edu

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: NCTM.

Oates, T. (2014). *Why textbooks count. A policy paper*. Retrieved February 6, 2018 from http://www.cambridgeassessment.org.uk.

Özer, E., & Sezer, R. (2014). A comparative analysis of questions in American, Singaporean, and Turkish mathematics textbooks based on the topics covered in 8th grade in Turkey. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *14*(1), 411-421.

Özgeldi, M. (2012). *Middle school mathematics teachers use of textbooks and integration of textbooks tasks into practise: A mixed methods study* (Unpublished doctoral dissertation). Middle East Technical University, Graduate School of Social Sciences, Turkey.

Özgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 2277-2281.

Özmantar, M. F., Dapgın, M., Çırak Kurt, S., & İlgün, Ş. (2017). Mathematics teachers' use of source books other than textbooks: Reasons, results and implications. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, *16*(3), 741-758.

Özmantar, M. F., Öztürk, A. ve Bay, E. (2016). *Reform ve değişim bağlamında ilkokul matematik öğretim programları*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Pepin, B., & Haggarty, L. (2007). *Making connections and seeking understanding: Mathematical tasks in English, French and German textbooks.* Retrieved October 12, 2018, from www.maths-ed.org.uk.

Reçber, H. (2012). *Türkiye 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel düzeylerinin programdakilerle ve diğer ülkelerle karşılaştırılması* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, *75*(2), 211-246.

Reys, B. J., Reys, R. E., & Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, *61*(5), 61–66.

Sağlam, R. (2012). *A comparative analysis of quadratics in mathematics textbooks from Turkey, Singapore, and the International Baccalaureate Diploma Programme*. (Unpublished master's thesis). Bilkent University, Graduate School of Education, Ankara.

Sarpkaya, G. (2011). *İlköğretim ikinci kademe cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesi: Matematik ders kitapları ve sınıf uygulamaları* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco (CA): Jossey-Bass.

Schoenfeld, A. H. (2009). Series editor's foreword: The soul of mathematics. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton, & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K–16 perspective* (pp. xii–xvi). New York, NY: Routledge.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 165-197). New York: MacMillan.

Shen, C. Y., & Tsai, H. C. (2009). Design principles of worked examples: A review of the empirical studies. *Journal of Instructional Psychology*, *36*(3), 238-244.

Smith, M. P., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics in the Middle School*, *3*(5), 344-350.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*, 50-80.

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289-321.

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, *28*(1), 9-16.

Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2008). Proof in school mathematics: Insights from psychological research into students' ability for deductive reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(2), 103-133.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, *11*(4), 258-288.

Stylianides, G. J. (2014). Textbook analyses on reasoning-and-proving: Significance and methodological challenges. *International Journal of Educational Research*, *64*, 63-70.

Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Cambridge: Oxford University Press.

Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in year 8 textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(3), 271-288.

Thompson, D. R., Senk, S. L., & Johnson, G. J. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. *Journal of Research in Mathematics Education*, *43*(3), 253–295.

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Shmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Van Loon-Hillen, N., Van Gog, T., & Brand-Gruwel, S. (2012). Effects of worked examples in a primary school mathematics curriculum. *Interactive Learning Environments*, *20*(1), 89-99.

Vincent, J., & Stacey, K. (2008). Do mathematics textbooks cultivate shallow teaching? Applying the TIMSS video study criteria to Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, *20*(1), 82-107.

Weinberg, A., Wiesner, E., Benesh, B., & Boester, T. (2012). Undergraduate students' self-reported use of mathematics textbooks. *PRIMUS*, *22*(2), 152-175.

Zack, V. (1999). Everyday and mathematical language in children's argumentation about proof. *Educational Review*, *51*(2), 129-146.

Zack, V., & Reid, D. A. (2003). Good-enough understanding: Theorising about the learning of complex ideas (part 1). *For the Learning of Mathematics*, *23*(3), 43-50.