

ÇİFT TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN DENGE VE KONUM KONTROLÜ İÇİN ARI ALGORİTMASI İLE LQR KONTROLÇÜ PARAMETRELERİNİN TAYİNİ

Muhammed Arif Şen

Arş. Gör.,

Selçuk Üniversitesi,

Mühendislik Fakültesi,

Makina Mühendisliği Bölümü, Konya

marifsen@selcuk.edu.tr

Hasan Hüseyin Bilgiç*

Arş. Gör.,

İskenderun Teknik Üniversitesi,

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi,

Makina Mühendisliği Bölümü, Hatay

bilgichh@gmail.com

Mete Kalyoncu

Doç. Dr.,

Selçuk Üniversitesi,

Mühendislik Fakültesi,

Makina Mühendisliği Bölümü, Konya

mkalyoncu@selcuk.edu.tr

ÖZ

Ters sarkacın sisteminin dengelenmesine yönelik kontrol teorileri geliştirmek, bu alanda çalışan araştırmacılar arasında oldukça popüler bir konudur. Ters sarkaç sistemi, kararsız ve doğrusal olmayan yapısı sayesinde mevcut kontrolcülerin performansının belirlenmesinde ve yeni kontrolcülerin tasarımında sıklıkla kullanılan bir sistemdir. Bu çalışmada, üç serbestlik dereceli çift ters sarkaç sisteminin denge ve konum kontrolü için Arı Algoritması (AA) kullanılarak LQR kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Ön tasarımı yapılan LQR kontrolçüye ait parametreler (Q ve R matrisleri) Arı Algoritması ile optimize edilerek LQR kontrolcü kazanç matrisi (K) elde edilmiştir. Sistemin modellenmesi, kontrol sisteminin tasarımı ve optimizasyon işlemleri MATLAB/Simulink programında gerçekleştirilmiştir. Çalışma kapsamında sunulan yöntemin etkinliğini araştırmak amacıyla, Arı Algoritması parametreleri farklı konfigürasyonlarda seçilerek üç ayrı optimizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen LQR kontrolcü kazanç matrislerinin sistem cevabı üzerindeki etkileri simüle edilmiş ve karşılaştırmalı sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: LQR kontrolcü, çift ters sarkaç, arı algoritması, optimizasyon

DETERMINATION OF LQR CONTROLLER PARAMETERS FOR STABILIZATION AND POSITION CONTROL OF DOUBLE INVERTED PENDULUM USING THE BEES ALGORITHM

ABSTRACT

Control theory for stabilization of the inverted pendulum is quite popular among researchers working in this field. The inverted pendulum with unstable and non-linear structure is system which commonly used for determining the performance of the current controller and designing new control theories. In this study, LQR controller has been designed with The Bees Algorithm (BA) for stabilization and position control of double inverted pendulum which is of three degrees of freedom. LQR controller parameters (Q and R) which are pre-designed, optimised with The Bees Algorithm and obtained LQR gain matrix. Modelling of system, controller design and optimisation process has been carried out with MATLAB and MATLAB/Simulink program. Three different configurations were made selecting different The Bees Algorithm parameters for examining the effectiveness of the presented method which is scope of this study. Effect of the system response of LQR gain matrices have been simulated and results are presented graphically.

Keywords: LQR controller, double inverted pendulum, the bees algorithm, optimisation

* İletişim Yazarı

Geliş tarihi : 04.05.2016

Kabul tarihi : 22.08.2016

Şen, M. A., Bilgiç, H. H., Kalyoncu, M. 2016. "Çift Ters Sarkaç Sisteminin Denge ve Konum Kontrolü için Arı Algoritması ile LQR Kontrolcü Parametrelerinin Tayini," Mühendis ve Makina, cilt 57, sayı 679, s. 53-62.

1. GİRİŞ

İnsan müdahalesini en aza indirmek amacıyla geliştirilen otomasyon ve robotik sistemlerin endüstriyel alanlardaki uygulamalarının yaygınlaşması, endüstriyel sistem tasarımı imalat teknolojilerinin yanı sıra, kontrol teorisi ve kontrolcü geliştirilmesini de zorunlu kılmaktadır. Özellikle zor ve karmaşık insansı hareketleri üretebilecek robotik uygulamalar; doğrusal olmayan, kararsız ve kontrole ihtiyaç duyan sistemlerden oluşmaktadır. Bu çalışmada incelenen, birçok endüstriyel sistemin kontrol çalışmalarında teorik altyapıyı oluşturan ters sarkaç sisteminin ve özellikle kontrolcü tasarımı için önerilen Arı Algoritması ile optimizasyon yönteminin, endüstriyel alanlardaki kararsız sistemler için kontrol teorilerinin geliştirilmesinde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Kararsız ve doğrusal olmayan yapısı ile ters sarkaç sistemi kontrol alanında çalışan araştırmacılar arasında oldukça popülerdir. Gerek yeni tasarlanan kontrolcü performansının gözlemlenmesi, gerekse mevcut kontrolcü performanslarının iyileştirilmesine yönelik literatürde oldukça fazla çalışma bulunmaktadır [1-3]. Ayakta duran insanın modellenmesinde, insan kolunun modellenmesinde, itme kuvvetinin alttan uygulandığı roket, füze vb. sistemlerde ve benzer birçok sistemde ters sarkaç ve çift ters sarkaç modelinden faydalanılmaktadır [4-8]. Ayrıca, uçuş sistemlerinin kalkış ve iniş problemlerinin üstesinden gelinmesinde, gemilerdeki denge probleminin çözümünde, hava türbülansına giren uçakların dengede kalmasının sağlanmasında, çeşitli kuvvet ölçüm cihazlarında ve benzer daha birçok endüstriyel alanda çift sarkaç sistemi ve eş sarkaçlar kullanılmaktadır [9-12].

Singh ve Yadav, klasik doğrusal kontrolcü tasarım yöntemleri kullanarak çift ters sarkaç sistemi için PD ve LQR kontrolcü tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Her iki kontrolcünün de sistemin konum ve denge kontrolünde başarılı olduğunu; ancak PD kontrolcünün LQR kontrolcüye kıyasla daha iyi sonuç verdiğini vurgulamışlardır [13]. Bilgiç ve arkadaşları, doğrusal arabalı çift ters sarkaç sisteminin denge kontrolü için yapay sinir ağı tabanlı bulanık kontrolcü tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Bulanık kontrolcü için gerekli eğitim verilerini LQR kontrolcünden elde etmişler ve veri setini MATLAB/Anfis editör aracılığı ile eğitmişlerdir. Sonuç olarak, sistemin denge kontrolü için hızlı etkin ve iyi bir performansa sahip Bulanık Mantık Kontrolcü elde ederek doğrusal olmayan sistem davranışlarının üstesinden gelmeye çalışmışlardır [14]. Bogdanov ise yine doğrusal arabalı çift ters sarkaç sisteminin optimal kontrolü için LQR, Bulanık Mantık, durumlara bağlı “Ricatti Eşitliği” ve kombinasyonlarından oluşan farklı kontrolcü yaklaşımları test etmiştir. Sonuçta, en iyi performansı LQR kontrol üzerinden durumlara bağlı Ricatti Eşitliği ile tasarladığı kontrolcüde elde etmiştir [15]. Prasad ve arkadaşları, arabalı ters sarkaç sistemi için PID, LQR ve birleşimlerinden

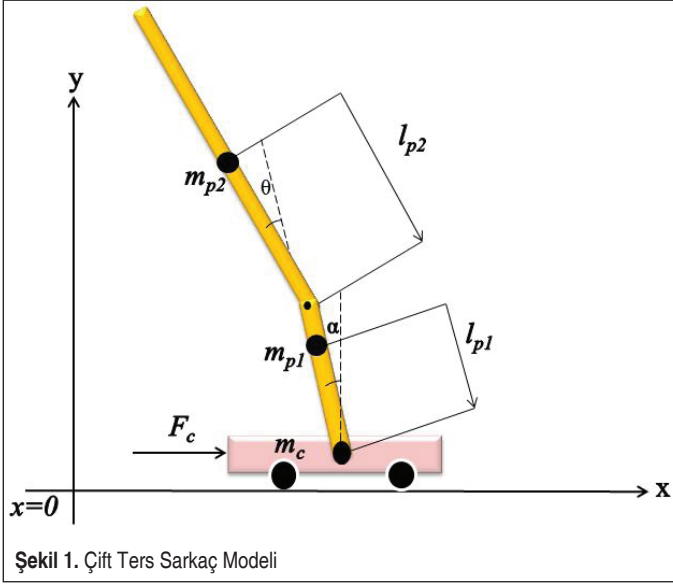
oluşan kontrolcüler tasarlamışlar. MATLAB/Simulink ortamında oluşturdukları sistem üzerinden simülasyon çalışmaları yapmışlardır. Kontrolcülerin performanslarının daha iyi anlaşılması için referans giriş haricinde sisteme ilave gürültü de eklemişlerdir. PID kontrol uygulanan sisteme, doğrusal durum uzay modeli üzerinden doğrusal olmayan sistem durumları LQR kontrolcüye geri besleme yapılarak hibrit PID-LQR kontrolcü tasarlamışlardır. Tasarlanan LQR kontrolcüye ait kazanç matrisinin iyi bir şekilde optimize edildiğinde, LQR kontrolcünün doğrusal olmayan sistemlerde dahi başarılı olabileceği sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca çalışmalarında, sistemde gürültü varken kontrolcü performansı PID-LQR kontrolcüde en iyi olduğu sonucuna ulaşmışlardır [16].

Bu çalışmada, çift ters sarkaç sisteminin denge ve konum kontrolünü sağlamaya yönelik ön tasarımı yapılan LQR kontrolcü parametrelerinin Arı Algoritması ile optimizasyonu ele alınmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde, sistemin Euler-Lagrange eşitlikleri kullanılarak elde edilmiş hareket denklemlerine ve giriş-çıkış formunda ifade edilen Durum Uzay modeline yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, Arı Algoritması detaylı bir şekilde anlatılarak LQR kontrolcü parametrelerinin tayini için Arı Algoritması ile optimizasyon uygulaması geliştirilmiştir. Arı Algoritmasına ait parametrelerin LQR kontrolcü performansı üzerindeki etkisinin belirlenmesi için farklı konfigürasyonda Arı Algoritması parametreleri belirlenerek üç ayrı optimizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Dördüncü bölümde ise optimizasyon sonucu elde edilen LQR kontrolcülerin sistemin kontrolü üzerindeki etkinliklerini inceleyebilmek amacıyla, MATLAB/Simulink ortamında sistemin simülasyon çalışmaları yapılmış, sonuçlar tablo ve grafikler halinde sunulmuştur. Sonuçta, çift ters sarkaç sistemi için kontrolcünün tasarımında farklı bir yaklaşım sunan bu çalışmada, Arı Algoritmasının, sistemin LQR kontrolcü tasarımında başarılı olduğu, farklı Arı Algoritması parametrelerinin sistem cevabı üzerinde benzer eğilim gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

2. ÇİFT TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN MATEMATİKSEL MODELİ

Üç serbestlik derecesine sahip çift ters sarkaç sistemi, bir araba, arabaya mesnetlenmiş ve serbest durumda döner hareket yapabilen bir alt sarkaç ve bu sarkaca bağlı ve mesnetlendiği noktada döner hareket yapabilen üst sarkaçtan oluşmaktadır (Şekil 1). Sistemin kararsız olmasının nedeni, sarkaçlar düşeyde denge durumundayken küçük bir bozucu girişte dahi denge konumundan hızla sapmasıdır. Bu sebeple, sistemi dengede tutacak bir F_c kontrol kuvveti sürekli olarak sisteme uygulanarak sarkaçların düşey (α ve θ açıları “0” derecede olduğu) konumda dengede tutması istenmektedir.

Çift ters sarkaç sisteminin matematik modeli oluşturulurken Euler-Lagrange Eşitliği kullanılmıştır. İlk olarak genelleştiril-



miş koordinatlar belirlenmiş, bu koordinatlar için sistemin her bir elemanın kinetik ve potansiyel enerjileri hesaplanmıştır. Hesaplamalarda kullanılan Euler-Lagrange Denklemi Eşitlik 1 ile gösterilmiştir.

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

Burada;

L : Lagrange operatörü T+V

T : Kinetik enerji

V : Potansiyel enerji

Q_i : Genelleştirilmiş kuvvetler

q_i : Genelleştirilmiş koordinatlar

q_i genelleştirilmiş koordinatlar Eşitlik 2'de gösterildiği gibi;

$\alpha(t)$ ilk sarkacın açısı, $\theta(t)$ ikinci sarkacın birinci sarkaca göre açısı ve $x_c(t)$ arabanın konumu olarak belirlenmiştir.

$$q(t)^T = [x_c(t) \ \alpha(t) \ \theta(t)] \quad (2)$$

Q_i genelleştirilmiş kuvvetler ise Eşitlik 3 ile aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Q_i^T = [Q_1 \ Q_2 \ Q_3] = [F_c - B_{eq} \dot{x}_c - B_{p1} \dot{\alpha} - B_{p2} \dot{\theta}] \quad (3)$$

Burada F_c , sistemi kararsız denge noktasında dengede tutmak için arabaya uygulanan kuvvettir. Arabanın hareket etmesi için uygulanması gereken kuvvet, servo motora uygulanan V_m motor voltajı ile belirlenir ve Eşitlik 4'te olduğu şekilde ifade edilir.

$$F_c = \frac{\eta_g K_g K_t}{R_m r_{mp}} \left(-\frac{K_g K_m \dot{x}_c}{r_{mp}} + \eta_m V_m \right) \quad (4)$$

Sistemin hareket denklemleri MATLAB programa aktarılarak sistem matrisleri, durum ve çıkış matrisleri oluşturulmuştur. Eşitlik 5, sisteme ait durum-uzay modelinin gösterimidir. Sistem durumları (x ve çıkışlar, y) Eşitlik 6'da gösterildiği gibidir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx + Du$$

$$x^T = [x_c \ \alpha \ \theta \ \dot{x}_c \ \dot{\alpha} \ \dot{\theta}] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6] \quad (6)$$

$$y^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$$

Burada "u", sistem girişi olan F_c kuvvetidir.

Çift ters sarkaç sistemi matematik modeli oluşturulurken he-

Tablo 1. Çift Ters Sarkaç Sistem Parametreleri [17]

Parametre	Açıklama	Parametre	Açıklama
$g=9.81$	Yer çekimi sabiti [m/sn ²]	$B_{p1}=0.0024$	Alt sarkaç sönüm oranı [N.m.sn/rad]
$m_{p1}=0.072$	Alt sarkaç ağırlığı [kg]	$B_{p2}=0.0024$	Üst sarkaç sönüm oranı [N.m.sn/rad]
$m_{p2}=0.127$	Üst sarkaç ağırlığı [kg]	$K_m=0.0077$	Ters elektromotor kuvveti sabiti [V.s/rad]
$m=0.70313$	Sarkaç arabasının ağırlığı [kg]	$K_t=0.0077$	Motor tork sabiti [N.m/A]
$l_{p1}=0.2096$	Alt sarkaç uzunluğu [m]	$K_g=3.71$	Planet dişli kutusu dişli oranı
$l_{p2}=0.3365$	Üst sarkaç uzunluğu [m]	$R_m=2.6$	Motor armatür direnci [Ohm]
$\eta_g=1$	Planet dişli kutusu verimi	$r_{mp}=0.0064$	Motor pinyon dişlisi yarıçapı [m]
$\eta_m=1$	Motor verimi	V_m	Motor voltajı [V]
$B_{eq}=4.3$	Eşdeğer sönüm oranı [N.m.sn/rad]		

saplamalar için kullanılan parametreler ve değerleri Tablo 1'de sunulmuştur. Sistem parametreleri seçilirken daha gerçekçi sonuçlar elde etmek amacıyla, deneysel doğrulamaları yapılmış olan Quanser firmasına ait çift sarkaç deney seti parametreleri kullanılmıştır.

Tablo 1 ile verilen parametreler kullanılarak sistemin durum matrisleri ve çıkış matrisleri MATLAB programı yardımıyla;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4.87 & -0.16 & -35.47 & -0.01 & 0.01 \\ 0 & 76.60 & -31.91 & -185.09 & -0.37 & 0.72 \\ 0 & -84.30 & 123.77 & 203.70 & 0.72 & -2.06 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.16 \\ 21.70 \\ -23.89 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

olarak hesaplanmıştır.

3. ARI ALGORİTMASI İLE LQR KONTROLÇÜ PARAMETRELERİNİN OPTİMİZASYONU

LQR (İkinci Dereceden Doğrusal Düzenleyici/Linear Quadratic Regulator), en uygun kontrol girdisini hesaplamak için performans indeksi ve durum değişkenlerini kullanarak yapılan hesaplamalarla tasarlanan bir kontrol yöntemidir. LQR kontrol yönteminde amaç, durum takip hatası ve sistem girdi maliyeti kullanılarak Eşitlik 9 ile sunulan J performans indeksinin minimize edilmesidir. LQR kontrolcü tasarımında, kullanıcı tanımlı olan ve Eşitlik 10 ile sunulan Q ve R köşegen matrislerine bağlı olarak performans indeksi minimize edecek sistem girdisi "u" bulunur. Sistemin durum-uzay modelinde de görülen $\dot{x} = Ax + Bu$ için sistem girdisi; $u = K.(Ref-x)$ şeklindedir. Burada LQR kontrolcü kazancı, $K = R^{-1} B^T P$ olup, P ise Eşitlik 11 ile sunulan Ricatti Eşitliği'nin çözümünden bulunabilen simetrik bir matristir [18].

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (9)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_n \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_m \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (11)$$

LQR kontrolcü tasarımında parametre tayini; sisteme ait durum değişkenlerinin birbirlerine ve sistemin kontrolü üzerine etkileri dikkate alınarak, genellikle deneme-yanılma yöntemiyle yapılmaktadır. Q ve R matrislerinin, LQR kontrolcü verimliliğini ve performansını artırmak amacıyla, bir arama algoritması optimizasyonu ile ilgili birçok çalışma mevcuttur [19]. Literatürde, LQR kontrolcü tasarımı için önerilen başlıca Sezgisel algoritmalar; Memetik Algoritması [20], Çok Amaçlı Diferansiyel Gelişim Algoritması [21], Genetik Algoritma [22], Kuantum Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması [23] ve Yapay Arı Koloni Algoritması [23, 25] olarak sıralanabilir.

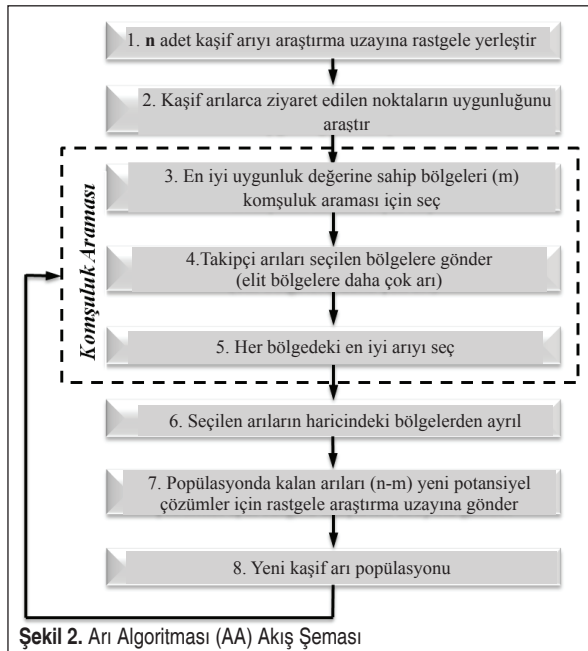
Arı Algoritması (The Bees Algorithm) [26, 27]; D. T. Pham tarafından geliştirilen, arıların nektar ve su gibi kaynak arama davranışları, öğrenme, hatırlama ve bilgi paylaşma gibi kolektif zeka özelliklerini taklit eden popülasyon tabanlı, sezgisel bir arama algoritmasıdır. Arı Algoritması kullanarak kontrolcü optimizasyona ait ilk teorik ve deneysel çalışmalar [28, 29], Pham ve Kalyoncu tarafından gerçekleştirilen elastik uzuvlu bir robot kolunun kontrolü için Arı Algoritması kullanılarak Bulanık Mantık ve PID kontrolcülere tasarladıkları çalışmalardır. Şen ve Kalyoncu, Arı Algoritmasının kontrolcü optimizasyonundaki performansını incelemek üzere, ters sarkaç sistemi için Arı Algoritması ile PID ve LQR kontrolcü tasarımı gerçekleştirmişlerdir [30, 31]. Çalışmaları sonucunda, Arı Algoritmasının kontrolcü parametrelerinin optimizasyonunda başarılı sonuçlar verdiği, geleneksel yöntemlere kıyasla sistemin konum ve denge kontrolünde iyileşme gösterdiği, özellikle sistemin geçici ve kalıcı rejim cevap kriterlerinin (yerleşme zamanı, maksimum aşma, kalıcı durum hatası vb.) ayarlanmasına imkân sağladığı, ayrıca önerilen yöntemin farklı sistem ve kontrolçülere yönelik geliştirilmeye açık olduğu belirtilmiştir.

Bu çalışma kapsamında, popüler bir kontrol problemi olan çift ters sarkaç sistemi için LQR kontrolcü tasarımına yönelik sunulan mevcut sezgisel algoritmaları çeşitlendirmek amacıyla, Arı Algoritması ile optimizasyon yöntemi önerilmiştir. Çalışmanın ana hedefi, Arı Algoritmasının LQR kontrolcü optimizasyonunda kullanılabilirliğini incelemenin yanı sıra, Arı Algoritması parametrelerinin sistem cevabı üzerindeki etkisini de araştırmaktır. Bu sebeple, Arı Algoritması ile

mevcut arama yöntemlerinin kontrolcü tasarımına yönelik performanslarının kıyaslanmasına farklı ve detaylı bir çalışmada yer verilmesi düşünülmektedir. Ayrıca, Arı Algoritması ile farklı bir arama algoritmasının çeşitli standart problemlerin çözümüne yönelik karşılaştırmalı değerlendirmelerini ve çok kapsamlı performans testlerini içeren çalışmalar da mevcuttur [32].

İlk olarak 2006 yılında D. T. Pham ve arkadaşları tarafından önerilen temel Arı Algoritmasına ait parametreler; kâşif arı sayısı (n), ziyaret edilen n nokta içinden seçilen en uygun bölge sayısı (m), seçilen m bölge içindeki elit bölge sayısı (e), en iyi e bölgeye gönderilen arı sayısı (nep), kalan ($m-e$) bölgeye gönderilen arı sayısı (nsp), bölge boyutu (ngh) ve durdurma kriteri/iterasyon (itr) sayısıdır.

Arı Algoritması n adet kâşif arının araştırma uzayına rastgele yerleştirilmesi ile başlar. 2. adımda, kâşif arılarca ziyaret edilen noktaların birbirlerine göre uygunlukları değerlendirilir. 3. adımda, n adet bölge içerisinde diğerlerine göre daha uygunluk değerine sahip m adet bölge seçilir. 4 ve 5. adımda, m adet bölge içerisinde en iyi uygunluk değerine sahip elit bölgeler (e) ve geriye kalan bölgeler ($m-e$) seçilir. Bu bölgelerin komşuluk arama boyutu (ngh) belirlenir. Seçilen bölgelerde komşuluk araması (bölge içinde en uygun noktaların araştırılması) için, daha umut verici çözümleri temsil eden en iyi e bölgeye seçilen diğer bölgelere göre daha fazla takipçi arı (nep), diğer bölgelere ise daha az takipçi arı (nsp) gönderilerek detaylı arama yapılır. Her bölge içerisinde en uygun değere sahip arı seçilir. 6, 7 ve 8. adımda ise her bölgede en uygun değere sahip arı haricindeki diğer arılar araştırma uzayından ayrılır. Popülasyondaki diğer arılar ($n-m$) yeni potansiyel çözümler elde etmek için tekrar, rastgele olarak, araştırma uzayına yer-

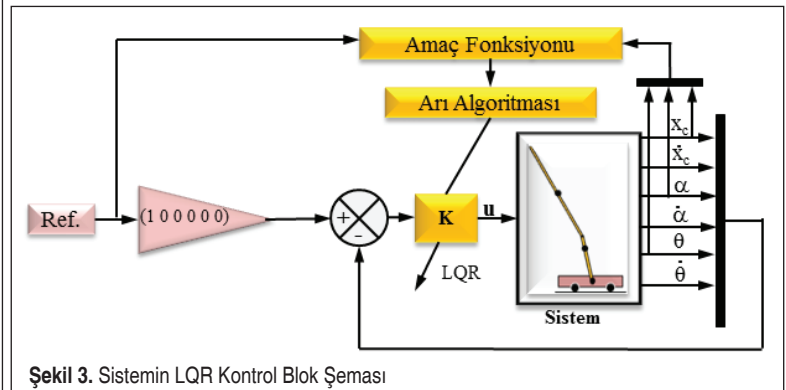


Şekil 2. Arı Algoritması (AA) Akış Şeması

leştirilir. Optimizasyon durdurma kriteri (itr) sağlanana kadar devam ettirilir. Her bir iterasyonun sonunda yeni popülasyon, seçilen her bir bölgenin temsilcileri ve rastgele arama yapan kâşif arılar olmak üzere iki parçadan oluşur. Arı Algoritmasına ait akış şeması Şekil 2'de sunulmuştur [27].

Şekil 3'te, çift ters sarkaç sistemine ait LQR kontrol blok şeması verilmiştir. Sistemin denge ve konum kontrolü için optimize edilen kapalı çevrim LQR kontrolcü ile sağlanmıştır. Kontrol sisteminin girişi, arabanın istenen doğrusal konumu (Ref); çıkışları ise arabanın gerçekleşen doğrusal konumu (x_c), sarkaçların açısal konumları (α , θ) ve değişim hızlarıdır. Sistemin kendini dengede tutarak, istenilen referans konuma hareketinin sağlanması için arabaya uygulanacak kuvvet, LQR kontrolcü tarafından üretilmektedir.

Bu çalışmada, ön tasarımı yapılan LQR kontrolcünün $Q=diag[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$ ve $R=diag[r_1]$ matrislerine ait parametreler Arı Algoritması kullanılarak optimize edilmiştir. Optimizasyonda sistemin, denge kararlılığını koruyarak (sarkaçların denge noktalarından en az sapması) referans konuma hareketi için gerekli optimum LQR kontrolcü tasarımı hedeflenmiştir. Sistemin durum değişkenlerine ait birim-basamak-zaman cevaplarını içeren Je amaç fonksiyonunu minimize edecek değerler araştırılmıştır. Sistemin denge ve konum kontrolünü birlikte sağlayabilecek optimum LQR kontrolcüyü elde edebilmek için, her üç durum değişkenine ait zaman cevaplarını (kontrolcü performanslarını) içeren kapsamlı bir amaç fonksiyonu belirlenmiştir. Eşitlik 12'de; yükselme zamanı (tr), oturma zamanı (ts), tepe zamanı (tp), mutlak maksimum aşma (max), kalıcı durum hatası (ess) ve matrisel norm ($norm$) olarak ifade edilmiştir. Değişkenlerinin etkilerini birbirlerine göre dengelemek için sabit sayılar kullanılmıştır. Tablo 2'de ise optimize edilen parametrelerin optimizasyon aralıkları verilmiştir. Amaç fonksiyonunun belirlenmesinde, Arı Algoritmasına ait parametrelerin ve optimizasyon aralıklarının tespitinde, sistemin dinamik karakteristiği ve yazarların Arı Algoritması ile ilgili mevcut çalışmalarından [28-31] elde edilen tecrübeler göz önüne alınmıştır.



Şekil 3. Sistemin LQR Kontrol Blok Şeması

Tablo 2. Parametrelerinin Optimizasyon Aralıkları

	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₅	q ₆	r ₁
Maks.	100	500	500	1	2	2	0.2
Min.	0	0	0	0	0	0	0

$$J_e = (2.5 \times X_{t_r} + 1.4 \times X_{t_s} + 1 \times X_{t_p} + 55 \times X_{\max} + 3.10^3 \times X_{e_{ss}}) + (12 \times \alpha_{norm} + 0.9 \times \alpha_s + 8 \times \alpha_p + 235 \times \alpha_{\max} + 715 \times \alpha_{e_{ss}}) + (40 \times \theta_{norm} + 1.8 \times \theta_s + 50 \times \theta_p + 455 \times \theta_{\max} + 805 \times \theta_{e_{ss}}) \quad (12)$$

4. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Simülasyon çalışmalarında, çift ters sarkaç sisteminin kontrolü için farklı konfigürasyonlarda belirlenen Arı Algoritması parametreleri ile üç farklı LQR kontrolcü optimizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Belirlenen Arı Algoritmasına ait parametreler, optimizasyon sonrası elde edilen LQR kontrolcüyü ait ağırlık matrisleri (Q ve R) ile kazanç matrisi (K), her bir konfigürasyon için ayrı ayrı Tablo 3'te sunulmuştur.

Çift ters sarkaç sisteminin denge ve konum kontrolü için yapılan simülasyon sonuçları, üst sarkaç açısının, alt sarkaç

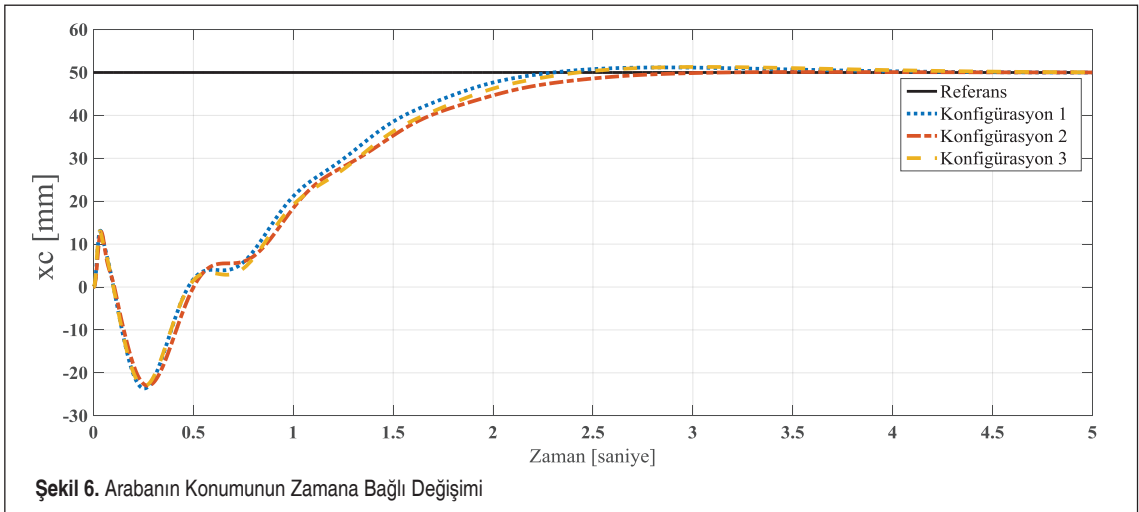
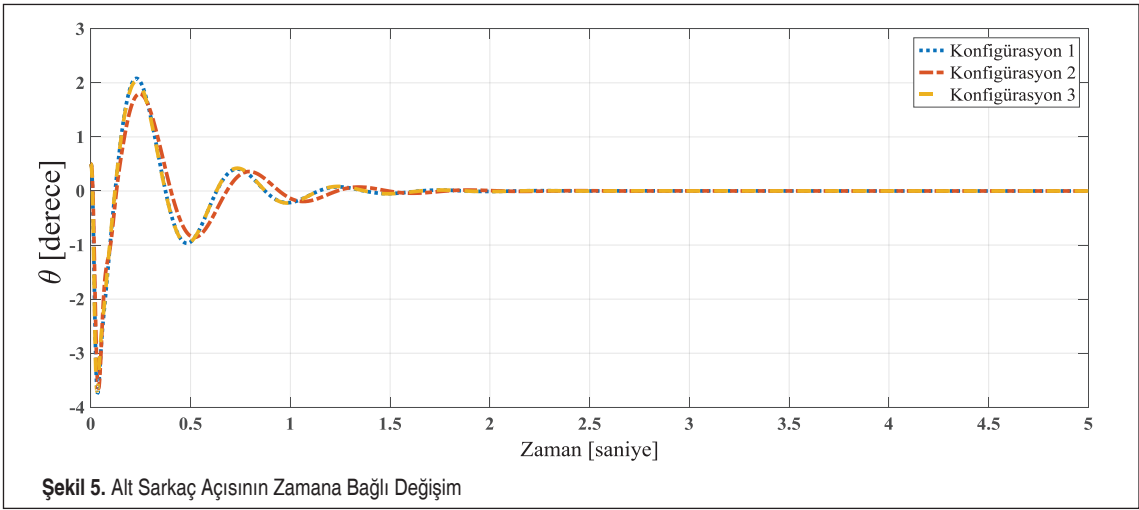
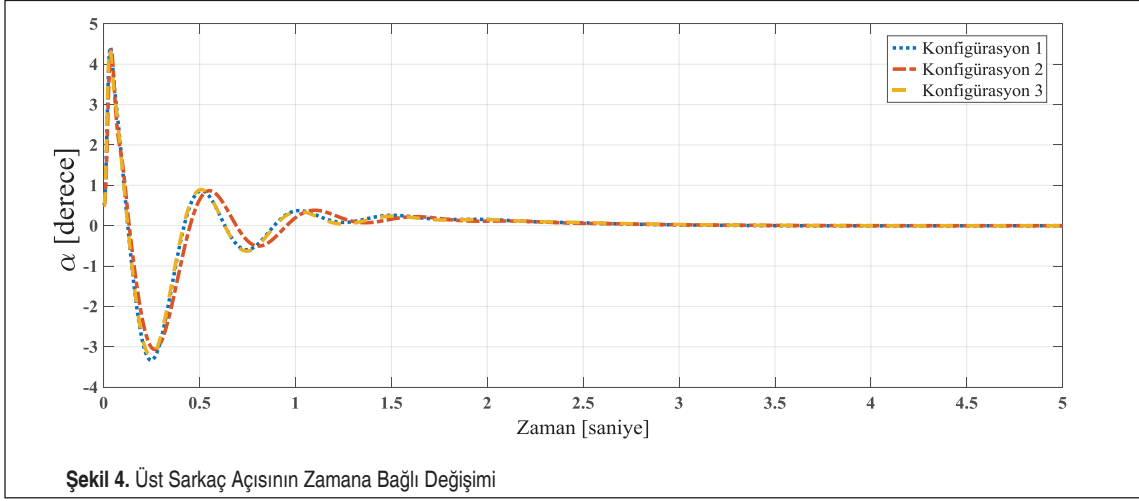
açısının, sarkaç arabasının ve motor voltajının zamana bağlı değişim grafikleri Şekil 4-7 ile sunulmuştur. Şekil 4 ile verilen grafikte üst sarkaç açısının zamana bağlı değişimi görülmektedir. Sarkaç arabasına verilen bir referans giriş ile araba, belirtilen konuma giderken üst sarkaç açısı denge noktasından sapmış ve daha sonra LQR kontrolcü sistemi tekrar denge noktasına getirmiştir. LQR kontrol için elde edilen üç farklı konfigürasyon, aynı grafikte gösterilmiş ve performans kriterleri de Tablo 4'te paylaşılmıştır.

Şekil 5 ile verilen grafikte ise alt sarkaç açısının zamana bağlı değişimi görülmektedir. Üst sarkaç açısının değişimine benzer şekilde, sarkaç arabasına verilen bir referans giriş ile araba, belirtilen konuma giderken alt sarkaç açısı denge noktasından sapmış ve daha sonra LQR kontrolcü sistemi tekrar denge noktasına getirmiştir. Sistem için sadece denge kontrolü değil aynı zamanda konum kontrolü de yapılmıştır. Alt sarkaç açısının performansı incelendiğinde, LQR kontrol için elde edilen üç farklı konfigürasyon aynı grafikte gösterilmiş ve performans kriterleri Tablo 4'te paylaşılmıştır. Grafiklerden de anlaşılacağı üzere, konfigürasyon 1, 2 ve 3'te benzer eğilimde sonuçlar gözlenmiştir.

Şekil 6'da verilen grafikte sarkaç arabasının konumunun zamana bağlı değişimi görülmektedir. Arabaya verilen referans

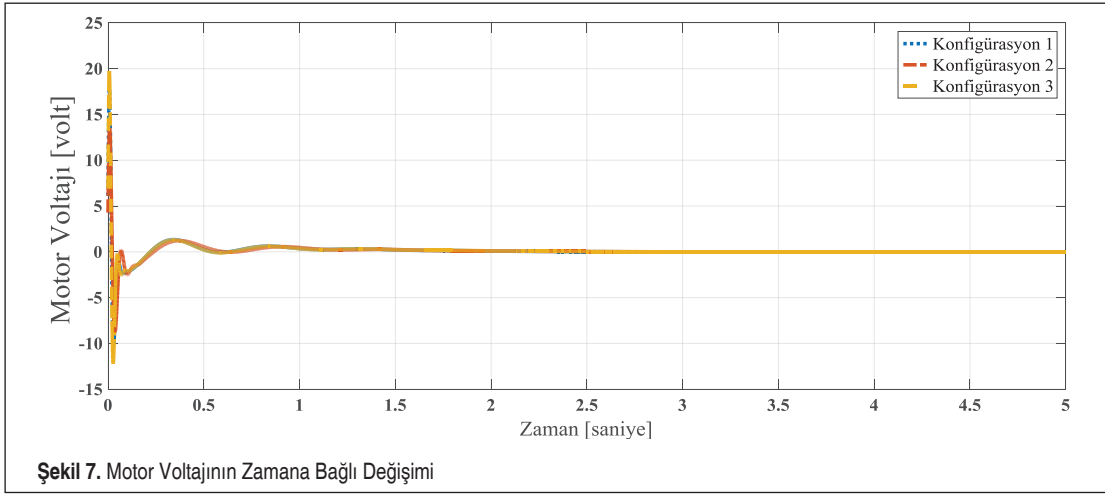
Tablo 3. Optimizasyon Parametreleri ve Sonuçları

		Konfigürasyon 1	Konfigürasyon 2	Konfigürasyon 3	
Arı Algoritması Parametreleri	n	20	30	50	
	m	10	15	20	
	e	7	10	14	
	nep	12	16	22	
	nsp	8	12	16	
	ng	0.01	0.005	0.001	
	itr	20	50	100	
LQR Kontrolcü Parametreleri	Q	q1	42.169	34.266	31.7089
		q2	347.382	255.685	376.861
		q3	479.868	240.257	289.851
		q4	0.1871	0.1783	0.6314
		q5	1.1744	1.6251	0.6391
		q6	1.1039	1.8643	1.7112
	R	r1	0.1327	0.1107	0.0500
		Kazanç Matrisi (K)	[23.949, -153.837, -408.323, 20.518, -43.654, -41.514]	[15.268, -105.3073, -297.680, 11.788, -30.923, -30.637]	[25.229, -178.007, -467.130, 23.397, -49.922, -47.982]
Min. Hata (Je)		37.338	37.078	37.994	
Optimizasyon Süresi [sn]		209.2	1092.6	3808.9	



konum girişi sonrası sarkaç arabasının referansa ulaşmasına ilişkin simülasyon sonuçlarına göre, sarkaç arabası üç farklı konfigürasyonda sarkaçların denge kontrolünü sağlarken aynı zamanda referans konuma başarılı bir şekilde ulaşmıştır.

Grafikten de anlaşılacağı üzere, sistem denge kontrolü yapılırken konum kontrolünün de başarılı bir şekilde sağlandığı görülmektedir. Konfigürasyonlara ilişkin performans kriterleri Tablo 4'te sunulmuştur.



Şekil 7. Motor Voltajının Zamana Bağlı Değişimi

Tablo 4. Konfigürasyon Performansları

Değişken	Zaman Cevabı	Konf. 1	Konf. 2	Konf. 3	LQR [13]	PD [13]
x	Yükselme Zamanı (tr) [sn]	1.8001	2.0093	1.9031	0.51	0.15
	Yerleşme Zamanı (ts) [sn]	2.0852	2.4859	2.2156	3.05	3.0
	Tepe Zamanı (tp) [sn]	2.8650	3.6210	3.0450	3.5	2.0
	Maksimum Aşma (max) [mm]	1.1743	0.1160	1.2975	%20	%5.8
	Kalıcı Durum Hatası (ess) [mm]	0	0	0	0.02	0.0117
α	Matriksel Norm (deg)	51.3141	49.1082	50.0535	-	-
	Yerleşme Zamanı (ts) [sn]	2.3022	2.3067	2.3738	4.67	3.08
	Tepe Zamanı (tp) [sn]	0.0340	0.0380	0.0320	0.85	0.8
	Maksimum Aşma (max) [deg]	4.4212	4.3493	4.3894	%5	%7
	Kalıcı Durum Hatası (ess) [deg]	0	0	0	0	0
θ	Matriksel Norm (deg)	35.2139	32.2689	34.4977	-	-
	Yerleşme Zamanı (ts) [sn]	1.2559	1.1837	1.2798	4.68	2.876
	Tepe Zamanı (tp) [sn]	0.0340	0.0380	0.0320	0.75	0.7
	Maksimum Aşma (max) [deg]	3.7390	3.6564	3.7067	%1.6	%7.5
	Kalıcı Durum Hatası (ess) [deg]	0	0	0	0	0

Şekil 7’de verilen grafikte motor voltajının zamana bağlı değişimi görülmektedir. Arabaya verilen referans konum girişi sonrası sarkaç arabasının referansa ulaşması sırasında motora uygulanması gereken voltaj değerlerindeki değişim, her bir konfigürasyon için aynı grafikte sunulmuştur.

Elde edilen sonuçlar, sistem performansının ölçülebilmesi için MATLAB/Simulink ortamında oluşturulan sistem modeli ile simüle edilerek yükselme zamanı, yerleşme zamanı, tepe zamanı, maksimum aşma ve kalıcı durum hatası gibi perfor-

mans kriterleri elde edilmiş ve Tablo 4’te sunulmuştur. Elde edilen sonuçları kıyaslayarak önerilen yöntemi değerlendirebilmek amacıyla, çift ters sarkaç sistemi için klasik doğrusal kontrolcü tasarım yöntemleri kullanarak elde edilen PD ve LQR kontrolcüye ait sistemin birim basamak cevapları mevcut bir çalışmadan [13] alınarak Tablo 4’te belirtilmiştir. Sonuçlar değerlendirildiğinde, klasik yöntemlere kıyasla önerilen Arı Algoritması ile LQR kontrolcü tasarım yönteminin daha başarılı olduğu; arabanın referans konuma, sarkaçların

ise denge konumuna minimum sapmalar ile daha hızlı ve kararlı bir şekilde ulaşabildiği anlaşılmıştır.

5. SONUÇ

Birçok endüstriyel sistemin kontrol çalışmalarında teorik alt yapıyı oluşturan ters sarkaç sisteminin ve özellikle kontrolcü tasarımı için önerilen Arı Algoritması ile optimizasyon yönteminin, endüstriyel alanlardaki karasız sistemler için kontrol teorilerinin geliştirilmesinde katkı sağlayacağı düşünülen bu çalışmada, üç serbestlik dereceli çift ters sarkaç sistemine ait Euler-Lagrange Eşitliği kullanılarak elde edilmiş hareket denklemleri ve durum-uzay modeli ile sistem için MATLAB/Simulink ortamında modellenmiş ve Arı Algoritması kullanılarak LQR kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Kontrolcü tasarımında sistemin denge ve konum kontrolünü birlikte gerçekleştirebilecek LQR kontrolcünün elde edilmesi amaçlanmıştır. Ön tasarımı yapılan LQR kontrolcüye ait parametreler (Q ve R matrisleri) Arı Algoritması ile optimize edilerek LQR kontrolcü kazanç matrisi elde edilmiştir. Arı Algoritması parametreleri ve amaç fonksiyonu, sistemin dinamik karakteristiği ve benzer çalışmalar göz önüne alınarak belirlenmiştir. Çalışmada sunulan yöntemin etkinliğini araştırmak amacıyla, Arı Algoritması parametreleri farklı konfigürasyonlarda seçilerek üç ayrı optimizasyon yapılmıştır. Elde edilen LQR kontrolcü kazanç matrislerinin sistem cevabı üzerindeki etkileri simüle edilmiş ve sonuçlar grafiksel olarak incelenmiştir. Aynı amaç fonksiyonunu minimize etmeye yönelik farklı konfigürasyonlardaki Arı Algoritması parametreleri ile yapılan üç farklı optimizasyon işlemi ile elde edilen LQR kontrolcüler, sistem cevabı üzerinde benzer etki göstermiştir. Sunulan yöntemin deneysel doğrulama ile desteklenebileceği, farklı sistemler ve farklı kontrolcü tasarımları için de uygulanabileceği öngörülmektedir.

SEMBOLLER

F_c	: sarkaç arabasına uygulanan kuvvet
α	: alt sarkaç açılmal konumu
θ	: üst sarkaç açılmal konumu
x_c	: sarkaç arabasının konumu
$\dot{\alpha}$: alt sarkaç açılmal hızı
$\dot{\theta}$: üst sarkaç açılmal hızı
\dot{x}_c	: sarkaç arabasının doğrusal hızı
L	: lagrange operatörü
T	: kinetik enerji
V	: potansiyel enerji
Q_i	: genelleştirilmiş kuvvetler
q_i	: genelleştirilmiş koordinatlar
B_{eq}	: eşdeğer sönüm oranı

B_{p1}	: alt sarkaç sönüm oranı
B_{p2}	: üst sarkaç sönüm oranı
η_g	: planet dişli kutusu verimi
η_m	: motor verimi
K_g	: planet dişli kutusu dişli oranı
K_t	: motor tork sabiti
K_m	: ters elektromotor kuvveti sabiti
R_m	: motor armatür direnci
r_{mp}	: motor pinyon dişlisi radüsü
V_m	: motora uygulanan gerilim
x	: durum vektörü
u	: kontrol vektörü
y	: çıkış vektörü
A	: sistem matrisi
B	: giriş matrisi
C	: çıkış matrisi
D	: doğrudan iletim matrisi

KAYNAKÇA

1. **Nikolov, S., Nedev, V.** 2016. "Bifurcation Analysis and Dynamic Behaviour of an Inverted Pendulum with Bounded Control," Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 46 (1), p. 17-32.
2. **Bilgiç, H. H., Şen, M. A., Yapıcı, A., Kalyoncu, M.** 2014. "Doğrusal Ters Sarkacın Denge Kontrolü İçin Yapay Sinir Ağı Tabanlı Bulanık Mantık & LQR Kontrolcü Tasarımı," Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK 2014) (Poster), 14-17 Haziran 2015, İzmir, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı Bildiriler Kitabı, Makina Teorisi Derneği, Ankara, s. 921-926
3. **Saidi, E., Hammi, Y., Douik, A.** 2016. "Equivalence between PWA Formalism and MLD Formalism: Inverted Pendulum System Example," International Journal of Applied Engineering Research, vol. 11 (2), p. 1353-1360.
4. **Bilgiç, H. H., Conker, Ç., Yavuz, H., Şen, M. A.** 2015. "Sarkaç Tipi Bir Tepe Vincinin Kontrolüne Bulanık Yaklaşım," Uluslararası Katılımlı 17. Makina Teorisi Sempozyumu, 14-17 Haziran 2015, İzmir.
5. **Mifsud, A., Benallegue, M., Lamiroux, F.** 2016. "Stabilization of a Compliant Humanoid Robot Using Only Inertial Measurement Units with a Viscoelastic Reaction Mass Pendulum Model," Rapport LAAS, 16063, hal-01285643.
6. **Suzuki, Y., et al.** 2012. "Intermittent Control with Ankle, Hip, and Mixed Strategies during Quiet Standing: A Theoretical Proposal Based on a Double Inverted Pendulum Model," Journal of Theoretical Biology, vol. 310, p. 55-79.
7. **Colobert, B., et al.** 2006. "Force-Flate Based Computation of Ankle and Hip Strategies from Double-Inverted Pendulum Model," Clinical Biomechanics, vol. 21(4), p. 427-434.

8. **Nagasaki, T., Kajita, S., Yokoi, K., Kaneko, K., Hirukawa, H., Tanie, K.** 2003. "Running Pattern Generation for a Humanoid Robot," *Journal-Robotics Society of Japan*, vol. 21(8), p. 74-80.
9. **Poorhossein, A., Vahidian, K. A.** 2010. "Design and Implementation of Sugeno Controller for Inverted Pendulum on a Cart System," In *IEEE 8th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics*, 10-11 September 2010, Subotica, Serbia, p. 641-646.
10. **Kizir, S.** 2008. "Doğrusal Olmayan Ters Sarkaç Sisteminin Tasarımı ve Kontrolü," Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
11. **Boubaker, O.** 2012. "The Inverted Pendulum: A Fundamental Benchmark in Control Theory and Robotics," In *Education and e-Learning Innovations (ICEELI)*, 2012 International Conference, 1-3 July 2012, Sousse, Tunus, p. 1-6.
12. **Wanli, Z., Guoxin, L., Lirong, W.** 2014. "Research on the Control Method of Inverted Pendulum Based on Kalman Filter," In *Dependable, Autonomic and Secure Computing (DASC)*, IEEE 12th International Conference, 24-27 August 2014, Dalian, Çin, p. 520-523.
13. **Singh, N., Yadav, S. K.** 2012. "Comparison of LQR and PD Controller for Stabilizing Double Inverted Pendulum System," *International Journal of Engineering*, vol. 1 (12), p. 69-74.
14. **Bilgiç H. H., Conker Ç., Yavuz, H.** 2016. "Çift Ters Sarkaçın Denge Kontrolü İçin Yeni Bir Bulanık Mantık Kontrolcü Yaklaşımı," *International Conference on Natural Science and Engineering (ICNASE'16)* 19-20 March 2016, Kilis, Turkey, p. 2899-2908.
15. **Bogdanov, A.** 2004. "Optimal Control of a Double Inverted Pendulum on a Cart," Oregon Health and Science University, Tech. Rep. CSE-04-006, OGI School of Science and Engineering, Beaverton, OR.
16. **Prasad, L. B., Tyagi, B., Gupta, H. O.** 2011. "Optimal Control of Nonlinear Inverted Pendulum Dynamical System with Disturbance Input Using PID Controller & LQR," In *Control System, Computing and Engineering (ICCSCE)*, 2012 International Conference, 23-25 November 2012, Penang, p. 540-545.
17. **Quanser.** 2012. *Linear Double Inverted Pendulum Experiment User Manuel*, Quanser Inc.
18. **Anderson, B. D. O., Moore, J. B.** 1989. *Optimal Control—Linear Quadratic Methods*, ISBN: 0 – 13 – 638651 – 2, Prentice Hall.
19. **Amir, S., Basiri, S. O.** 2011. "Optimal Design of LQR Weighting Matrices Based on Intelligent Optimization Methods," *International Journal of Intelligent Information Processing*, vol. 2, p. 57–62.
20. **Zhang, J., Zhang, L., Xie, J.** 2011. "Application of Memetic Algorithm in Control of Linear Inverted Pendulum," *IEEE International Conference on Cloud Computing and Intelligence Systems*, 15-17 September 2011, Beijing, China, p. 103-107.
21. **Tijani, I. B., Akmeliawati, R., Abdullateef, A. I.** 2013. "Control of an Inverted Pendulum Using MODE-Based Optimized LQR Controller," *IEEE 8th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 19 -21 June 2013, Melbourne, Australia, p. 1759-1764.
22. **Wongsathan, C., Sirima, C.** 2009. "Application of GA to Design LQR Controller for an Inverted Pendulum System," In *Robotics and Biomimetics, ROBIO 2008. IEEE International Conference*, 22 - 25 February 2009, Bangkok, Thailand, p. 951-954.
23. **Hassani, K., Lee, W. S.** 2014. "Optimal Tuning of Linear Quadratic Regulators Using Quantum Particle Swarm Optimization," In *Proceedings of the International Conference on Control, Dynamic Systems, and Robotics (CDSR'14)*, 14-15 May 2014, Ottawa, Ontario, Canada, paper no:59.
24. **Ata, B., Coban, R.** 2015. "Artificial Bee Colony Algorithm Based Linear Quadratic Optimal Controller Design for a Nonlinear Inverted Pendulum," *International Journal of Intelligent Systems and Applications in Engineering*, vol. 3 (1), p. 1-6.
25. **Wang, H., Zhou, H., Wang, D., Wen, S.** 2013. "Optimization of LQR Controller for Inverted Pendulum System with Artificial Bee Colony Algorithm," In *Proceedings of the 2013 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, 25-27 September, Luoyang, China, p. 158-162.
26. **Pham, D. T., Ghanbarzadeh, A., Koc, E., Otri, S., Rahim, S., Zaidi, M.** 2005. *The Bees Algorithm*. Technical Note, Manufacturing Engineering Centre, Cardiff University, UK, p. 1-57.
27. **Pham, D. T., Ghanbarzadeh, A., Koc, E., Otri, S., Rahim, S., and Zaidi, M.** 2011. "The Bees Algorithm—a Novel Tool for Complex Optimisation," In *Intelligent Production Machines and Systems-2nd I* PROMS Virtual International Conference*, 3-14 July 2006, Cardiff, UK.
28. **Pham, D. T., Kalyoncu, M.** 2009. "Optimisation of a Fuzzy Logic Controller for a Flexible Single-Link Robot Arm Using the Bees Algorithm," In *2009 7th IEEE International Conference on Industrial Informatics*, 23 - 26 June 2009, Cardiff, UK., p. 475-480.
29. **Pham, D. T., Koc, E., Kalyoncu, M., Tinkır, M.** 2008. "Hierarchical PID Controller Design for a Flexible Link Robot Manipulator Using the Bees Algorithm," In *Proceedings of 6th International Symposium on Intelligent Manufacturing Systems*, 14-17 October 2008, Sakarya, Turkey, p. 757-765.
30. **Sen, M. A., Kalyoncu, M.** 2015. "Optimisation of a PID Controller for an Inverted Pendulum Using the Bees Algorithm," *Applied Mechanics and Materials*, vol. 789-790, p. 1039-1044
31. **Şen, M. A., Kalyoncu, M.** 2016. "Optimal Tuning of a LQR Controller for an Inverted Pendulum Using The Bees Algorithm," *Journal of Automation and Control Engineering*, vol. 4 (5), p. 384-387.
32. **Pham, D. T., Castellani, M.** 2013. "Benchmarking and Comparison of Nature-Inspired Population-Based Continuous Optimization Algorithms," *Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, vol. 18, p. 871-903.