



Düzce Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi

Derleme Makalesi

Regresyon ve Kriging Meta-Modelleri için Kullanılan Deney Tasarımı Yöntemleri

 Muzaffer BALABAN^{a,*}

^a Türkiye İstatistik Kurumu, Ankara, TÜRKİYE

*balabanmuzaffer@gmail.com

DOI : 10.29130/dubited.528940

ÖZET

Benzetim modelinden veri üretmenin oldukça zaman alıcı olduğu durumlarda eniyileme, duyarlılık analizi gibi amaçlarla meta-model kullanılır. Deney tasarımı meta-model kurma çalışmalarının en önemli aşamalarından biridir ve benzetim modelinin hangi girdi değişkenleri kombinasyonları için çalıştırılacağı belirlenir. Seçilen meta-modelin yapısına uygun deney tasarımı kullanılması gerekir. Bu çalışmada literatürde regresyon ve kriging meta-modelleri için kullanılan deney tasarımı yöntemleri incelenmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Deney tasarımı, Latin hiperküp tasarım, Tam faktöriyel tasarım, Azaltılmış faktöriyel tasarım, Merkezi bileşik tasarım, Kriging meta-modeli, Regresyon meta-modeli

Experimental Design Methods for Regression and Kriging Meta-Models

ABSTRACT

Meta-model is used for purposes such as optimization and sensitivity analysis in cases it is so costly to generate data from the simulation model. Experimental design is one of the most important stages of metamodeling studies and it is determined which simulation model will be run for which combinations of input variables. An experimental design must be used in accordance with the selected metamodel structure. In this study, the experimental design methods used for regression and kriging meta-models were examined and interpreted in the literature.

Keywords: Experimental design, Latin hypercube designs, Full factorial design, Fractional factorial designs, Central composit design, Kriging metamodel, Regression metamodel

I. GİRİŞ

Maliyet ya da diğer kısıtlamalar nedeniyle gerçek sistem üzerinde deneyler yapılamayacağından araştırmacılar gerçek sistem yerine benzetim modelini kullanırlar. Bu modellerin kendisi de oldukça karmaşık olabilir ve bu modellerin daha basit yaklaşımları oluşturulur. Kleijnen [1] bunları modelin modeli veya meta-model olarak tanımlamıştır. Meta-model, benzetim modellerinden veri üretmenin oldukça zaman alıcı olduğu durumlarda eniyileme, duyarlılık analizi gibi amaçlarla kullanılır [2]. Meta-model kurulmasının birincil amacı, çıktıların doğru tahmin edilmesini sağlayacak şekilde benzetim modeli yerine kullanılacak bir model olması ve ihtiyaç duyulan hesaplama maliyetinin azaltılmasıdır. Gerekli deney sayısının olabildiğince küçük tutulması ve hesaplama kaynakları açısından etkin deney tasarımı yönteminin kullanılması da bu amaçların içinde yer alır [3]. En temel anlamda meta-model kurma çalışması; veri üretmek için bir deney tasarım yönteminin seçilmesi, verileri temsil edecek bir meta-model yönteminin belirlenmesi ve seçilen meta-modeli deney tasarımı uyarınca elde edilen verilere uygun şekilde oluşturmak olarak tanımlanabilir [4]. Barton [5, 6] önce meta-model yönteminin belirlenerek meta-modele uygun deney tasarımının yapılmasını önermiştir.

Genellikle birinci ve ikinci dereceden regresyon modellerini kullanan cevap yüzeyi yöntemleri meta-model olarak kullanılmıştır. Diğer bir meta-model yöntemi ise Sacks vd. [7] tarafından ilk kez belirli benzetim modellerine uygulanan, konumsal-istatistiklerde enterpolasyon yöntemi olarak kullanılan kriging yöntemidir. Van Beers ve Kleijnen [8] olasılıklı benzetim modellerinde krigingi ilk kez meta-model olarak kullanmıştır.

Simpson vd. [9] bilgisayar deneylerinin tasarımı ve modellenmesi konusunda farklı deney tasarımı yöntemlerini incelemişlerdir. Batmaz ve Tunalı [10] ikinci dereceden benzetim meta-modelleri için deney tasarımların performansını karşılaştırmışlardır. Giunta vd. [11] benzetimde kullanılan modern deney tasarımı yöntemlerini incelemişlerdir. Chen vd. [3] bilgisayar deneylerinin tasarımı ve modellenmesi konusunda literatür taraması yapmışlardır. Kleijnen [12] duyarlılık analizi için benzetim deneylerinin tasarımı ve analizini detaylı bir şekilde incelemiştir. Kleijnen vd. [13] birçok tasarım sınıfını incelemiş ve çeşitli benzetim ortamları için tasarım özelliklerinin güçlü ve zayıf yönlerini değerlendirmişlerdir. Johnson vd. [14] benzetim deneyleri için tasarımları karşılaştırmışlardır. Sanchez vd. [15] benzetim deneyleri için kullanılan temel tasarımları incelemişlerdir. Kleijnen [16] düşük dereceli regresyon ve kriging meta-modelleri için benzetim deneylerinin tasarımını ve analizini gözden geçirmiştir.

Deney tasarımı meta-model kurma çalışmalarının en önemli aşamalarından biridir. Deney tasarımı ile benzetim modelinin hangi girdi değişkenleri kombinasyonları için çalıştırılacağı belirlenir. Bir deney tasarımı seçerken, benzetim modelinde çalıştırılacak deney sayısı ve girdi değişkenlerinin değerleri de belirlenir. Seçilen meta-model yöntemi ile deney tasarımı arasındaki yakın ilişki söz konusudur. Deney tasarımına karar vermeden önce meta-model yönteminin ne olacağına karar verilmelidir. Bu ilişki deney tasarımları altında detaylı olarak incelenmiştir.

Bu çalışmada literatürde regresyon ve kriging meta-modelleri için kullanılan deney tasarımı yöntemlerinin derlenerek, incelenmesi ve yorumlanması amaçlanmıştır. Bölüm 2’de deney tasarım yöntemleri incelenmiştir. Bölüm 3’te deney sayıları incelenmiştir. Bölüm 4’te sonuçlar değerlendirilmiştir.

II. DENEY TASARIMLARI

Hem klasik hem de modern deney tasarımı yöntemleri, sınırlı sayıda laboratuvar veya bilgisayar deneylerinden mümkün olduğunca fazla bilgi elde etme ortak hedefini paylaşmaktadır. Klasik ve modern deney tasarımı arasındaki temel fark, laboratuvar deneylerinin rastsal hata içerdiği, ancak belirli benzetim modellerinin içermediği varsayımından kaynaklanmaktadır [11]. Belirli benzetim modellerinde aynı girdi değerleri için yapılan yeni deneylerden (tekrarlardan) aynı sonuç elde edilir [7]. Dolayısıyla rastsallaştırma, bloklara ayırma ve tekrarlama belirli benzetim deneyleri için söz konusu değildir. Bununla birlikte olasılıklı benzetim modelleri yapısı gereği rastsal hata içermektedir [14]. Olasılıklı benzetim için deney tasarımında rastsallaştırma ve tekrarlama dikkat edilmelidir. Benzetim modelinin tekrarlama sayısı konusunda Law [17] iyi bir başvuru kaynağıdır.

Regresyona dayalı meta-modeller için genellikle faktöriyel tasarım türleri ve merkezi bileşik tasarım (MBT) kullanılır. MBT ve faktöriyel tasarımların sorunu cevap yüzeyini kapsamamalarıdır. Kriging meta-modeli için bu tür tasarımlar uygulanamaz [18]. Çünkü kriging için tüm cevap yüzeyini temsil edecek deneylerin olması gerekir. Deney noktaları arasındaki uzaklıklara dayanarak hesaplanan konumsal ilişki değerleri tahmin doğruluğu üzerinde önemli etkiye sahiptir.

Kriging meta-modelleri bütün doğrusal tahmin ediciler arasında en iyi yansız tahmin edicidir ve yapısı gereği meta-model kurulumunda kullanılan tüm deney noktaları için sıfır hatalı tahmin verir [19, 3, 8, 20]. Bu özelliği nedeniyle meta-modelin tahmin hatalarının ölçülmesi için yeni deney noktalarına ihtiyaç duyulur. Kriging meta-modellerinde parametre tahmini alan doldurma tasarımları (space filling design) kullanılarak yapılır. Latin hiperküp tasarım (LHT), alan doldurma tasarımlarının basit ve en popüler olanıdır [20]. Bu tasarım uygun çözüm alanında ve en iyi çözüme yakın yerlerde deney yapılmasına olanak verir [18]. Deney tasarımının seçimi, meta-model oluşturma maliyeti ve tahmin doğruluğu üzerinde büyük bir etkiye sahip olabilir. Kriging yöntemini kullanmak için gözlemler küleden homojen seçilmelidir. Gözlemlerin deney bölgesindeki yayılımı meta-model parametrelerini etkilediğinden deney tasarımı kriging meta-modellerinin doğruluğu için kritik öneme sahiptir. Benzetimdeki girdi değişkenleri deney tasarımında faktör, girdi değişken değerleri ise faktör seviyesi olarak ifade edilmektedir. Faktöriyel tasarım ve MBT konusunda daha ayrıntılı bilgi için araştırmacıların çoğu tarafından sıklıkla kullanılan Montgomery [21], Myers vd. [22] ve Law [17] iyi bir başvuru kaynağıdır.

A. TAM FAKTÖRİYEL TASARIM

Bir tam faktöriyel deney tasarımı, tüm olası faktör seviyelerinin kombinasyonlarını içerir. Tam faktöriyel tasarımda tasarım noktalarının sayısı, her faktörün seviye sayılarının çarpımı kadardır. Tam faktöriyel tasarımlar birçok faktör (girdi değişkenleri) ile ilgili ana etkiler ve etkileşim etkilerini incelemek için büyük esneklik ve verimlilik sağlar [3].

En yaygın tasarımlar 2^k ve 3^k tasarımlarıdır. Burada k faktör sayısını, 2 ve 3 ise faktörlerin seviye sayısını göstermektedir. 2^k tasarımları, faktörlerin doğrusal etkileri ve etkileşimleri değerlendirmek için kullanılır. 3^k tasarımları ise faktörlerin doğrusal ve karesel (ikinci dereceden) etkileri ile etkileşimleri değerlendirmek için kullanılır [4]. 2^k tasarımı ile sadece faktörlerin etkisini değil, aynı zamanda tüm etkileşimleri içeren bir meta-model kurmak mümkündür. Daha karmaşık meta-modeller içinse 3^k veya m^k tasarımları kullanılabilir [13]. Genellikle 2^k tasarımlarında faktörün alacağı en küçük değeri “-” ile en büyük değeri ise “+” ile gösterilir. Örneğin, -3 ile 3 arasında değer alan x_1 , x_2

faktörleri için 2^2 tam faktöriyel deney tasarımı Tablo 1 ile verilmiştir. -3 ile 3 arasında değer alan x_1, x_2, x_3 faktörleri için 2^3 tam faktöriyel deney tasarımı ise Tablo 2 ile verilmiştir. Tasarım tablolarındaki D_i sütunları i. faktörün tasarım seviyesini, x_i sütunları ise i. faktörün alacağı değerleri göstermektedir.

Tablo 1. 2^2 tam faktöriyel deney tasarımı

Deney Sayısı	D_1	D_2	x_1	x_2
1	+	+	3	3
2	+	-	3	-3
3	-	+	-3	3
4	-	-	-3	-3

Tablo 2. 2^3 tam faktöriyel deney tasarımı

Deney Sayısı	D_1	D_2	D_3	x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	3	3	3
2	+	+	-	3	3	-3
3	+	-	+	3	-3	3
4	+	-	-	3	-3	-3
5	-	+	+	-3	3	3
6	-	+	-	-3	3	-3
7	-	-	+	-3	-3	3
8	-	-	-	-3	-3	-3

B. AZALTILMIŞ FAKTÖRİYEL TASARIM

Tam faktöriyel tasarımda deney sayısı, faktörlerin sayısı ile katlanarak artar ve uygulanamayacak sayıda deneye yol açabilir. Örneğin, her biri 2 seviyeli 10 faktör için 2^{10} veya 1024 deney gerekir ki bu deney sayısının uygulaması çok zordur [4].

Finney 1945 yılında, tasarım ekonomisini iyileştirmek için tam faktöriyel tasarımların altkümelerinden seçilen azaltılmış (fractional) faktöriyel tasarımları geliştirmiştir [3]. Azaltılmış faktöriyel tasarımlar, deneyler maliyetli olduğunda ve tam faktöriyel tasarım için tasarım noktalarının sayısı büyük olduğunda kullanılır. Azaltılmış faktöriyel tasarım, tam faktöriyel tasarımın bir kısmından oluşur. En yaygın azaltılmış faktöriyel tasarımlar $1/2^p$ azaltmaya sahip olan $2^{(k-p)}$ tasarımlardır. Azaltılmış faktöriyel tasarımlarda deney sayısının azaltılmasının da bir bedeli vardır. Bu tasarım seçilirken, tasarımın çözünürlüğü ve etki karışımı konuları önemli olan konulardır. Başka bir ifadeyle bu tasarımlar, bazı faktörlerin ana etkilerini ve düşük dereceli etkileşimlerini incelemek için daha yüksek dereceli etkileşimleri tahmin etme yeteneğinden vazgeçerek, tam faktöriyel tasarımlardan çok daha az sayıda deney yapmayı gerektirir [3]. Genellikle $2^{(k-p)}$ tasarımları, faktör sayısı çok büyük olduğunda önemli faktörleri belirlemek için kullanılır. Tablo 2 ile verilen tasarımın, 2^{3-1} azaltılmış faktöriyel tasarımı Tablo 3 ile verilmiştir.

Tablo 3. 2^{3-1} azaltılmış faktöriyel deney tasarımı

Deney Sayısı	D_1	D_2	D_3	x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	3	3	3
2	+	-	-	3	-3	-3
3	-	+	-	-3	3	-3
4	-	-	+	-3	-3	3

Tablo 4'te ise -3 ile 3 arasında değer alan x_1, x_2, x_3, x_4 faktörleri için 2^{4-1} azaltılmış faktöriyel deney tasarımı verilmiştir.

Tablo 4. 2^{4-1} azaltılmış faktöriyel deney tasarımı

Deney Sayısı	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄
1	+	+	+	+	3	3	3	3
2	+	+	-	-	3	3	-3	-3
3	+	-	+	-	3	-3	3	-3
4	+	-	-	+	3	-3	-3	3
5	-	+	+	-	-3	3	3	-3
6	-	+	-	+	-3	3	-3	3
7	-	-	+	+	-3	-3	3	3
8	-	-	-	-	-3	-3	-3	-3

Plackett-Burman tasarımları (PBT), iki seviyeli bir tasarımdır ve önemli faktörleri belirlemek için yaygın olarak kullanılan azaltılmış faktöriyel tasarım sınıfının bir üyesidir. Plackett ve Burman tarafından 1946 yılında deney sayısını daha da azaltmak üzere geliştirilmiştir [22]. Nispeten düşük deney sayılarıyla çok sayıda faktörün ana etkisini araştırmak için kullanılır. Bu özellik nedeniyle PBT faktör seçimleri için sıklıkla kullanılır. PBT, hangi faktörlere odaklanacağımızı belirlemenize yardımcı olarak toplamanız gereken veri miktarını büyük ölçüde azaltır. Önemli olarak tanımlanan faktörler daha sonra yapılacak yeni deneylerle daha ayrıntılı olarak incelenir. Azaltılmış faktöriyel tasarımlar birinci dereceden modellerin geliştirilmesi veya önemli faktörlerin belirlenmesi için çok etkilidir, ancak ikinci veya daha üst derecedeki polinomial modellerinin geliştirilmesinde kullanışlı değildir [3]. Kleijnen [16] azaltılmış faktöriyel tasarımlar ve PBT ile doğrusal regresyon ve birinci dereceden polinomların ilişkisini detaylı olarak açıklamıştır.

C. MERKEZİ BİLEŞİK TASARIM

Karesel etkileri tahmin etmek için 3^k tam faktöriyel veya 3^{k-p} azaltılmış faktöriyel tasarımlar kullanılabilir, ancak bu tasarımlarda genellikle uygulanamaz sayıda deney sayısına ihtiyaç duyulur. Karesel etkileri tahmin etmede tasarım noktalarının sayısını azaltmak için geliştirilmiş en yaygın tasarım, MBT'dir. MBT, ikinci dereceden regresyon modellerini geliştirmek için yaygın olarak kullanılan bir tasarım olup belki de ikinci dereceden modeller için kullanılan tasarımların en popüleridir [4, 18]. Box ve Wilson tarafından 1951 yılında tanıtıldığından beri, MBT birçok araştırmacı tarafından kullanılmıştır [22].

Bir MBT, bir merkez noktası ve her faktör için $\pm a$ 'da konumlandırılmış iki "yıldız" noktalarıyla artırılmış iki seviyeli bir faktöriyel tasarımıdır. MBT' de deney sayısı, $2^k + 2k + 1$ veya $2^{(k-p)} + 2k + 1$ ile hesaplanır. Yıldız noktalarının tasarımı ise $a = 2^{k/4}$ ile hesaplanır. Faktörlerin $\pm a$ 'da alacağı gerçek değerleri ise, $(x_+ + x_-)/2 \pm (x_+ - x_-)/2a$ ile hesaplanır. x_+ ve x_- faktörlerin alacağı en büyük ve en küçük değeri (seviyeleri) göstermektedir. Giunta vd. [11] ve Kleijnen [16] çalışmalarında MBT ve ikinci dereceden polinomlar hakkında detaylı bilgileri vermektedir.

MBT, tasarım alanının tek biçimli yerel bir bölgesinde karesel regresyonu tahmin etmek için kullanılır. MBT gibi tasarımların temel zorluğu alan-dolduran (space-filling) bir tasarım olmamalarıdır. Daha açık bir ifadeyle tasarım alanına düzgün yayılmamalarından dolayı cevap yüzeyi hakkında daha sınırlı bir bilgi edinilir. Bu nedenlerle kriging vb. enterpolasyon yöntemlerinde MBT kullanılamaz [18].

-3 ile 3 arasında değer alan x_1 , x_2 faktörleri için MBT bilgileri Tablo 5 ve -3 ile 3 arasında değer alan x_1 , x_2 , x_3 faktörlerine ait MBT bilgileri ise Tablo 6 ile verilmiştir.

Tablo 5. İki faktörlü merkezi bileşik tasarımı

Deney Sayısı	D_1	D_2	x_1	x_2
1	+	+	3	3
2	+	-	3	-3
3	-	+	-3	3
4	-	-	-3	-3
5	+a	0	2,63	0
6	-a	0	-2,63	0
7	0	+a	0	2,63
8	0	-a	0	-2,63
9	0	0	0	0

Tablo 6. Üç faktörlü merkezi bileşik tasarımı

Deney Sayısı	D_1	D_2	D_3	x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	3	3	3
2	+	+	-	3	3	-3
3	+	-	+	3	-3	3
4	+	-	-	3	-3	-3
5	-	+	+	-3	3	3
6	-	+	-	-3	3	-3
7	-	-	+	-3	-3	3
8	-	-	-	-3	-3	-3
9	+a	0	0	1,78	0	0
10	-a	0	0	-1,78	0	0
11	0	+a	0	0	1,78	0
12	0	-a	0	0	-1,78	0
13	0	0	+a	0	0	1,78
14	0	0	-a	0	0	-1,78
15	0	0	0	0	0	0

Box ve Behnken tasarımı (BBT), 1960 yılında ikinci dereceden regresyon modellerini kurmak için geliştirilmiş bir yöntemdir ve MBT'nin özel bir durumudur [22]. BBT üç düzey gerektiren özel bir tasarımıdır ve deney bölgesinin köşelerinde herhangi bir nokta içermemektedir. Bu tasarım, (hiper) küpün köşelerindeki noktalar için fiziksel işlem kısıtlamaları nedeniyle deney yapılmasının olanaksız olduğu durumlarda avantajlı olabilir. -3 ile 3 arasında değer alan x_1 , x_2 , x_3 faktörleri için BBT Tablo 7 ile verilmektedir. Batmaz ve Tunalı [11] benzetim için MBT ve BBT'yi ikinci dereceden regresyon meta-modellerine en uygun tasarımlar olduğunu göstermişlerdir.

Tablo 7. Üç faktörlü Box ve Behnken tasarımı

Deney Sayısı	D ₁	D ₂	D ₃	x ₁	x ₂	x ₃
1	+	+	0	3	3	0
2	+	-	0	3	-3	0
3	-	+	0	-3	3	0
4	-	-	0	-3	-3	0
5	+	0	+	3	0	3
6	+	0	-	3	0	-3
7	-	0	+	-3	0	3
8	-	0	-	-3	0	-3
9	0	+	+	0	3	3
10	0	+	-	0	3	-3
11	0	-	+	0	-3	3
12	0	-	-	0	-3	-3
13	0	0	0	0	0	0

D. LATİN HİPERKÜP TASARIM

Belirli benzetimde kriging meta-modelleri kurulması için ortogonal dizi, düzgün, maksimum entropi, minimaks, maksimum, bütünlük ortalama kare tahmin hatası ve optimal tasarımlar gibi çeşitli tasarım türleri mevcuttur [16]. Ancak en yaygın kullanılan yöntem LHT yöntemidir ve burada LHT yöntemi hakkında temel bilgiler verilecektir.

LHT ilk kez Mc Kay vd. [23] tarafından bilgisayar deneyleri için tanımlanmıştır. Bu tasarım, her bir faktörün eksenini “n” eşit aralıklarla bölen, Latin hiperküp örnekleme ile üretilmektedir [24]. Fang vd. [25], LHT’nin k faktörün n farklı değeri ile çalıştığını, LHT (n,k) olarak gösterildiğini ve nxk’lık matrisin her kolonunun {1,2, ..., n}’nin rastsal permütasyonu olduğunu belirtmişlerdir. Böylece meta-model kurmada hangi faktör kombinasyonlarından elde edilecek verilerin kullanılacağı rastsal olarak belirlenir. Kriging meta-modelleri için deney tasarımının alan doldurma özelliğine sahip olması istenen bir özelliktir. Deneylerin, amaç ve kısıtlar için daha fazla bilgi elde etmek üzere mümkün olduğunca tüm araştırma uzayını kapsamaları gerekmektedir [26]. LHT, kriging için deney uzayını daha iyi kapsayacağından literatürde önerilmiş bir tasarımdır [18, 13]. LHT, faktörler için verimli tasarımlar yapmada oldukça esnek ve alan doldurma özelliklerinden dolayı çok sayıda faktörün tüm düzeyleri için daha az deney sayısına ihtiyaç duyar [15].

Rastsal olarak oluşturulan LHT iki soruna neden olabilir. Birincisi faktörler arasında çok yüksek korelasyona sahip olabilirler. İkincisi, deney bölgesinde geniş alanların incelenmesi mümkün olmayabilir. Bu sorunlardan kaçınmak için literatürde bazı çalışmalar yer almaktadır [27]. Owen [28] ve Tang [29] ortogonal diziye dayalı LHT’leri önermişlerdir. Owen [30] girdi değişkenleri arasındaki ikili korelasyonları enküçükleme için çalışmalarda bulunmuştur. Tang [31] girdi değişkenlerinden kaynaklanan yüksek dereceli etkiler arasındaki korelasyonu dikkate alarak bu yaklaşımı genişletmiştir. Ye [32] tüm faktörlerin sıfır korelasyona sahip olduğu ortogonal sütun LHT’ler için bir yöntem geliştirmiştir. Balaban ve Dengiz [33] iki faktörlü benzetim eniyilemesi probleminde deney tasarım noktalarını elde etmek için deney bölgesini, faktörler arasındaki yüksek korelasyonun önüne geçmek ve tasarım noktalarının eşit olarak dağıldığından emin olmak için dört bloğa bölmüşler, rastgele LHT algoritması kullanarak her blok için deney noktalarını belirlemişlerdir. Birçok LHT rastsal olarak oluşturularak, aralarında deney bölgesindeki yayılımı en fazla olan tasarım seçilerek bu tür sorunların kısmen önüne geçilebilir.

Bu çalışmada verilen örneklerde rastsal LHT kullanılmıştır. Örneğin, -3 ile 3 arasında değer alan x_1 ve x_2 faktörlerine ait 12 deney için ($n=12$, $k=2$) rastsal bir LHT için tasarım matrisi Tablo 8’de verilmiştir. -3 ile 3 arasında değer alan x_1 , x_2 , x_3 faktörleri için LHT ile elde edilen 18 deneye ait tasarım bilgileri ise Tablo 9’da verilmiştir. Tablo 8 ve 9’da yer alan D_i sütunları i. faktörün rastsal sırasımı, x_i sütunları i. faktörün alacağı değeri göstermektedir.

Tablo 8. İki faktörlü rastsal LHT matrisi

Deney Sayısı	D_1	D_2	x_1	x_2
1	6	7	-0,273	0,273
2	12	9	3	1,364
3	9	4	1,364	-1,364
4	7	1	0,273	-3
5	1	5	-3	-0,818
6	3	12	-1,909	3
7	2	8	-2,455	0,818
8	8	10	0,818	1,909
9	5	11	-0,818	2,455
10	11	2	2,455	-2,455
11	4	3	-1,364	-1,909
12	10	6	1,909	-0,273

Tablo 9. Üç faktörlü rastsal LHT matrisi

Deney Sayısı	D_1	D_2	D_3	x_1	x_2	x_3
1	13	14	14	1,24	1,59	1,59
2	14	16	8	1,59	2,29	-0,53
3	4	11	4	-1,94	0,53	-1,94
4	9	12	16	-0,18	0,88	2,29
5	1	1	13	-3,00	-3,00	1,24
6	16	10	18	2,29	0,18	3,00
7	12	9	3	0,88	-0,18	-2,29
8	7	5	10	-0,88	-1,59	0,18
9	10	13	15	0,18	1,24	1,94
10	17	2	5	2,65	-2,65	-1,59
11	18	4	9	3,00	-1,94	-0,18
12	5	15	2	-1,59	1,94	-2,65
13	6	17	6	-1,24	2,65	-1,24
14	3	3	11	-2,29	-2,29	0,53
15	8	18	12	-0,53	3,00	0,88
16	15	7	7	1,94	-0,88	-0,88
17	11	6	1	0,53	-1,24	-3,00
18	2	8	17	-2,65	-0,53	2,65

Daha anlaşılabilir olması ve deney noktalarının deney bölgesindeki yayılımının daha anlaşılır olarak görünmesi için Tablo 10’da x_1 ve x_2 faktörlerine karşı gelen tasarım noktaları düzlem üzerinde gösterilmektedir.

Tablo 10. İki faktörlü rastsal LHT'nin yüzey gösterimi

		x_2											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_1	1					x							
	2								x				
	3												x
	4			x									
	5												x
	6							x					
	7												
	8											x	
	9				x								
	10						x						
	11		x										
	12									x			

Belirli benzetimde deney tasarımı her bir tasarım noktası için bir kez çalıştırılır. Olasılıklı benzetimde ise her bir noktanın belirli sayıda tekrar çalıştırılması gereklidir. Bu konuda detaylı bilgi Law [17] tarafından verilmiştir.

III. DENEY SAYILARI

Tam faktöriyel tasarımda deney sayısı, her faktörün seviye sayılarının çarpımı kadardır. PBT ile $k+1$ adet tasarım yapılır. MBT' de deney sayısı, $2^k + 2k + 1$ veya $2^{(k-p)} + 2k + 1$ ile hesaplanır.

Literatürde kesin belirlenmiş bir deney sayısı hesaplama yöntemi olmamasına rağmen bu konuda yapılan bazı çalışmalar vardır. Jin vd. [34] deney sayısının, faktör sayısının 3 ile 12 katı arasında değişebileceğini belirtmişlerdir. Üç faktörlü problemlerde doğru cevap yüzeyi modeli oluşturmak için 15 ile 25 arasında deney sayısının kullanılabileceği önerilmiştir [35, 34].

Kriging meta-modelleri oluşturulurken kullanılacak deney sayısı oldukça önemlidir. Çünkü kriging konumsal ilişkiye dayalı hesaplanan ağırlıklarla deney (gözlem) verilerinin doğrusal bileşeni olarak hesaplanır [9, 8, 20]. Bu ağırlıklar konumsal ilişkiyi gösteren varyogram, kovaryogram, korelogram modellerini kullanarak hesaplanır [8, 20, 12, 16]. Bu nedenle yeterli sayıda deney verisine ihtiyaç duyulur. Konumsal ilişkiyi hesaplayacak sayıda deney yapılabilirse kriging meta-modelleri o zaman uygun bir tahmin yöntemi olarak kullanılabilir. Deney bölgesinin büyüklüğü de deney sayısını belirlemede önemli bir etkidir. Unutulmamalıdır ki deney sayısının fazlalığı kriging yapısı gereği tahmin doğruluğunu artıran bir etkidir ancak yüksek sayıda deney sayısı kriging hesaplama yükünü çok fazla artırmaktadır. Literatürde var olan kriging meta-model çalışmalarında makul sayıda deney ile çalışılmıştır. Örneğin; Simpson ve Mistree [35] çalışmalarında 25 deneyi kriging meta-modeli oluşturmada, 25 farklı deneyi de kriging meta-modellerinin kesin tahmin edici olmasından dolayı model geçerlemede kullanmışlardır. Van Beers ve Kleijnen [8] olasılıklı benzetimde olağan kriging meta-modeli kullandıkları çalışmalarında iki uygulama yapmışlardır. Birinci örnekte LHT ile elde edilen 20 deneyi model kurmak için, 5 bağımsız deneyi de çapraz geçerleme (cross-validation) için kullanmışlardır. İkinci örnekte LHT ile elde edilen 21 deney sonucunu model kurmak için, 4 deney

sonucunu ise çapraz geçerleme için kullanmışlardır. Van Beers ve Kleijnen [20] bu çalışmalarında 36 deneyden oluşan verilerle çalışmışlar, geçerleme değerlendirmesi için 10 deneyden oluşan bağımsız bir veri seti kullanmışlardır. Biles vd. [18] çalışmalarında olağan kriging meta-modeli oluşturmak için 20 deneyi de LHT ile elde etmişlerdir. Zekarifar vd. [36] (s,S) stok sistemi probleminde regresyon meta-modelleri için kullanılan 13 deneyi MBT ile olağan kriging meta-modeli için kullanılan 20 deneyi LHT ile elde etmişlerdir. Meta-model geçerleme aşaması bu çalışmada uygulanmamıştır. Balaban ve Dengiz [33] LHT ile elde edilen 16 deneyi 10'ar tekrar ile benzetim modelinden elde etmişler ve lognormal olağan kriging meta-modeli ile benzetim eniyilemesi çalışması yapmışlardır.

IV. SONUÇ

Bu çalışmada literatürde en yaygın kullanılan cevap yüzeyi yöntemleri (birinci ve ikinci dereceden regresyon) ile kriging yöntemlerinde kullanılan deney tasarımı yöntemleri derlenerek temel özellikleri incelenmiş ve yorumlanmıştır. Diğer yöntemler kapsam dışı tutulmuştur. İster duyarlılık analizi isterse eniyileme için olsun deney tasarımı benzetim meta-modelleri kurulmasında dikkat edilmesi gereken en temel konulardandır.

Meta-model geliştirme çalışmasında ilk olarak kurulacak meta-model yöntemi belirlenir, daha sonra ise belirlenen yöntem uygun deney tasarımı seçilerek benzetim deneyleri yapılır. Benzetim deneylerinin çalıştırılmasının alacağı süre de dikkat edilmesi gereken diğer bir konudur. Olasılıklı benzetimde deney sayısı hem deney tasarımına hem de tekrar sayısına bağlı olarak değişmektedir. Deney sayısının olabildiğince makul tutularak deneylerden en fazla bilgiyi elde etmek temel amaçlardandır. Bu da benzetim modelinin ve meta-modelin kuruluş amacının iyi belirlenmesi gerektiğini göstermektedir.

Sonraki çalışmalarda, deney tasarım yöntemlerinin meta-modelin tahmin başarımına etkileri incelenecektir.

V. KAYNAKLAR

- [1] J.P.C Kleijnen, "Regression metamodels for generalizing simulation results," *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics*, vol. 9, no. 2, 1979.
- [2] M. Balaban, "Benzetimde olağan ve genel kriging meta-modelleri," Abstract Book of EurasianSciEnTech, 1st International Eurasian Conference on Science, Engineering and Technology, Ankara, Türkiye, 2018, pp. 63.
- [3] V.C.P. Chen, K.L. Tsui, R.R. Barton and J.K. Allen, "A review of design and modeling in computer experiments," *Handbook of Statistics*, vol. 22, pp.231–261, 2003.
- [4] T.W. Simpson, J.D. Peplinski, P.N. Koch and J.K. Allen, "On the use of statistics in design and the implications for deterministic computer experiments," Proceedings of DETC'97, 1997 ASME Design Engineering Technical Conferences, 1997, pp. 14-17.

- [5] R.R. Barton, "Simulation metamodels," Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference, 1998, pp. 167-174.
- [6] R.R. Barton, "Tutorial: simulation metamodeling," Proceedings of the 2015 Winter Simulation Conference, 2015, pp. 1765-1771.
- [7] J. Sacks, W.J. Welch, T.J. Mitchell, and H.P. Wynn, "Design and analysis of computer experiments," *Statistical Science*, vol. 4, pp. 409-435, 1989.
- [8] W. van Beers and J.P.C. Kleijnen, "Kriging for Interpolation in random simulation," *Journal of the Operational Research Society*, no. 54, pp. 255-262, 2003.
- [9] T.W. Simpson, L. Dennis, and W. Chen, "Sampling Strategies for Computer Experiments: Design and Analysis," *International Journal of Reliability and Application*, vol.2, pp.209-240, 2002.
- [10] I. Batmaz and S.Tunali, "Second-Order Experimental Designs for Simulation Metamodeling," *Simulation*, vol.78, no.12, pp. 699-715, 2002.
- [11] A.A. Giunta, S.F. Wojtkiewicz Jr., and M.S. Eldred, "Overview of modern design of experiments methods for computational simulations," *AIAA-2003-0649*, 2003.
- [12] J.P.C Kleijnen, "An overview of the design and analysis of simulation experiments for sensitivity analysis" *European Journal of Operational Research*, Vol. 164, no. 2, pp.287-300, 2005.
- [13] J.P.C Kleijnen, S.M. Sanchez, T.W. Lucas, and T.M. Cioppa, "A User's Guide to the Brave New World of Designing Simulation Experiments," *INFORMS Journal on Computing*, vol. 17, no.3, pp. 263–289, 2005.
- [14] R. T. Johnson, D. C. Montgomery, B. Jones and J. W. Fowler, "Comparing designs for computer simulation experiments," Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference, 2008, pp. 463-470.
- [15] S.M. Sanchez and H. Wan, "Work smarter, not harder: a tutorial on designing and conducting simulation experiments," Proceedings of the 2015 Winter Simulation Conference, 2015, pp. 1795-1809.
- [16] J.P.C Kleijnen, "Regression and kriging metamodels with their experimental designs in simulation: A review," *European Journal of Operational Research*, vol. 256, no.1, pp.1-16, 2017.
- [17] A.M. Law, *Simulation, Modeling and Analysis*, 4th ed., McGraw-Hill International Edition, New York, USA, 2007.
- [18] W.E. Biles, J.P.C. Kleijnen, W.C. Van Beers, and M.I. Van Nieuwenhuysse, "Kriging metamodeling in constrained simulation optimization: an explorative study," Proceedings of the 2007 Winter Simulation Conference, 2007, pp. 355-362.

- [19] T.W. Simpson and F. Mistree, "Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization," *AIAA Journal*, vol. 39, no. 12, 2001.
- [20] W.C. Van Beers and J.P.C. Kleijnen, "Kriging interpolation in simulation: a survey," Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference, 2004, pp. 113-121.
- [21] D.C. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*, 5.ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2001, 680 pages.
- [22] R.H. Myers, D.C. Montgomery and C.M. Anderson-Cook, *Response surface Methodology*, 3. ed., New York, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2009, 689 pages.
- [23] M G.D. Mc Kay, R.J. Beckman, and W.J. Conover, "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code," *Technometrics*, vol. 21, pp. 239– 245, 1979.
- [24] T.J. Santner, B.J. Williams and W.İ. Notz, *The design and analysis of computer experiments*, New York, USA: Springer-Verlag, 2003.
- [25] K.T. Fang, R. Li, and A. Sudjianto, *Design and modeling for computer experiments*, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2006.
- [26] I. Van Nieuwenhuyse, J.P.C. Kleijnen, and W. Van Beers, "Constrained optimization in simulation: a novel approach," Technical report, Department of Decision Sciences and Information Management, Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium, 2008.
- [27] V.R Joseph and Y. Hung, "Orthogonal-maximin latin hypercube designs," *Statistica Sinica*, vol.18, pp.171- 186, 2008.
- [28] A.B. Owen, "Orthogonal arrays for computer experiments, integration and visualization," *Statistica Sinica*, no. 2, pp. 439-452, 1992.
- [29] B. Tang, Orthogonal array-based Latin hypercubes. *Journal of the American Statistical Association*, no. 88, pp. 1392-1397, 1993.
- [30] A.B. Owen, "Controlling correlation in Latin hypercube samples," *Journal of the American Statistical Association*, no. 89, pp. 1517-1522, 1994.
- [31] B. Tang, "Selecting Latin hypercubes using correlation criteria," *Statistica Sinica*, vol. 8, pp. 965-977, 1998.
- [32] K.Q. Ye, "Orthogonal column Latin hypercubes and their application in computer experiments," *Journal of the American Statistical Association*, vol.93, pp.1430-1439, 1998.
- [33] M. Balaban ve B. Dengiz, "Benzetim eniyilemesinde lognormal ordinary kriging meta-modeli", Yedinci Ulusal Savunma Uygulamaları Modelleme ve Simülasyon Konferansı Bildiri Kitabı, ODTÜ, Ankara, 2017, ss.158-168.