

Araştırma Makalesi / Research Article

OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE BULANIK ORTALAMA MUTLAK SAPMA MODELİ VE BİST 30 UYGULAMASI

Hüseyin ÜNAL*
Semin PAKSOY**

FUZZY MEAN ABSOLUTE DEVIATION MODEL IN OPTIMAL PORTFOLIO SELECTION AND BIST 30 APPLICATION

Öz

Tasarruflarını menkul kıymet araçlarında değerlendirmek isteyen yatırımcılar, hangi yatırım aracına, ne oranda yatırım yapmaları gerektiğine yönelik karar almada minimum risk ile maksimum getiri sağlayan menkul kıymetlerden oluşan portföyü hazırlamak istemektedirler. Bu çalışmada Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen, ortalama mutlak sapma modeline dayalı klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılmıştır. Ocak 2010 - Aralık 2018 tarihleri arasında BIST- 30 endeksinde sürekli işlem gören 26 adet hisse senedine ait aylık getiri oranları kullanılarak optimal portföyler oluşturulmuştur. Yapılan analiz sonucunda, bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile farklı yatırımcı tiplerine göre farklı portföy önerilerinde bulunulmuştur. Elde edilen portföyler değerlendirildiğinde, beklenen getiri oranı arttıkça yatırım yapılacak hisse senedi sayısının da arttığı görülmüştür. Böylece çalışmada önerilen portföy çeşitlendirmesinin riski azaltarak, yatırımcıya daha güvenilir yerel optimum sunulmasına katkı sağladığı yorumu yapılabilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Bulanık Doğrusal Programlama, Portföy Analizi, Borsa İstanbul.

Abstract

Investors who want to evaluate their savings in securities instruments want to prepare a portfolio consisting of securities that provide maximum return with minimum risk in making decisions about which investment tool they should invest in. In this study, classical and fuzzy linear programming models based on the Mean Absolute Deviation model developed by Konno-Yamazaki are

* Arş. Gör., Karadeniz Teknik Üniversitesi, SBE, Ekonometri Bölümü, e-posta: huseyin.unal@ktu.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0001-6323-1322>.

** Dr. Öğr. Üyesi, Çukurova Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü, e-posta: spaksoy@cu.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-1693-0184>.

used. Optimal portfolios were created using the monthly return ratios of 26 stocks, which are continuously traded in the BIST-30 index between January, 2010 and December, 2018. As a result of the analysis, different portfolio proposals were made according to different investor types by using fuzzy mean absolute deviation model. When obtained portfolios are considered, it is seen that the number of stocks to be invested increases as the expected rate of return increases. Thus, by decreasing the risk with the proposed portfolio diversification, this study can be interpreted as a contribution to the more reliable local optimum presentation to the investors.

Keywords: Fuzzy Logic, Fuzzy Linear Programming, Portfolio Analysis, Stock Exchange Istanbul.

1. Giriş

Sermaye piyasalarında gittikçe yaygınlaşan ortak yatırım fonlarının oluşturulmasında, yatırım planının önemli bir parçası olarak değerlendiren yatırım yöneticiliğinin temel yaklaşımı yer almaktadır. Bu yaklaşıma göre yatırıma dönüştürülecek fonlar çeşitli menkul kıymetler arasında pay edilerek riskin dağıtılması esas alınmaktadır. Dolayısıyla çeşitli menkul kıymetlerin bir araya getirilmesi ile meydana gelen bu genel yatırıma portföy adı verilmektedir (Uğuz, 1990: 129). Başka bir ifade ile portföy, belli bir getiri seviyesinde riski azaltmak veya katlanılan riske göre en yüksek getiriye sağlamak amacıyla birden fazla menkul kıymetin bir araya getirilmesidir.

Yatırım portföyü oluşturulurken izlenen rasyonel strateji, belli bir getiri oranı altında riski minimize etmeye çalışmaktır. Ancak risk azaldıkça beraberinde menkul kıymetlerin getirisinin de azaldığı bilinmektedir. Bu yüzden portföye alınacak menkul kıymetlere hangi oranlarda yatırım yapılması gerektiği kararı büyük önem kazanmaktadır. Markowitz (1989) çalışmasında, risk ve getiri ilişkisi çerçevesinde geliştirdiği Ortalama-Varyans Modeli ile amaçlanan, beklenen getiri düzeyine karşılık portföy varyansını (riskini) minimum yapan bütün etkin portföyleri bulmaya çalışmaktadır. Ancak Markowitz'in Ortalama Varyans Modelinin büyük ölçekli portföylere uygulanmasında karşılaşılan işlem zorlukları nedeniyle Konno ve Yamazaki (1991) alternatif bir model geliştirmişlerdir. Bu modelde, Markowitz'in riski varyansla ölçme yaklaşımına karşın riskin mutlak sapma ile ölçülmesi benimsenerek, problem doğrusal programlama problemi formuna indirgenmektedir.

Çalışmada, portföy seçimi yapılırken portföye dahil edilecek menkul kıymetlerin beklenen getirisine göre riskin ne olacağı tespit edilmeye çalışılmıştır. Böylece yatırımcının katlanacağı riske karşı getiri

beklentisinin karşılanmasına, yani optimal portföyün oluşturulması amaçlanmıştır. Söz konusu optimal portföy için Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen Ortalama Mutlak Sapma Modeli ve BIST 30 endeksinde Ocak 2010-Aralık 2018 döneminde sürekli işlem gören hisse senetlerinin aylık verileri kullanılmıştır. BIST 30’da yer alan ancak ilgilenilen dönemde sürekli işlem görmeyen Emlak Konut Gayrimenkul Yatırım Ortaklığı AŞ (EKGYO), Koza Altın İşletmeleri AŞ (KOZAL) ve Pegasus Hava Taşımacılığı AŞ (PGSUS) modele dahil edilmemiştir. Ayrıca Doğan Şirketler Grubu Holding AŞ (DOHOL)’ne ait hisse senedi ise ilgilenilen dönem boyunca negatif getiriye sahip olduğu için çalışmaya dahil edilmemiştir.

2. Literatür İncelenmesi

Modern Portföy Teorisi ve portföy oluşturulması ile ilgili pek çok çalışma literatürde mevcuttur. Portföy yönetim sistemlerinde genellikle geleneksel yöntemler kullanılarak portföy riski gelişigüzel çeşitlendirmelerle azaltılmaya çalışılmaktadır. Modern Portföy yaklaşımında ise risk-getiri ilişkisi çerçevesinde Ortalama Varyans Modeline göre portföy çeşitlendirilmesi yapılmaktadır.

Harry Markowitz tarafından 1952 yılında yayınlanan “Portfolio Selection” adlı çalışma modern portföyün başlangıcı olarak kabul edilmektedir. Markowitz’e göre bir menkul kıymetin değerini, o menkul kıymetin beklenen getirisinin standart sapması ve portföydeki diğer menkul kıymetlerle olan ilişkisi belirlemektedir. Söz konusu çalışmada, belli bir risk düzeyinde mümkün olan en büyük getiri oranını sağlayan yatırım portföyünün sınırı belirlenmektedir. Ancak bu yaklaşımın hesaplama tekniğinin karmaşıklığından dolayı, zaman sorunu ortaya çıkmaktadır. Bu zaman sorununu ortadan kaldırmak için William Sharpe (1964), söz konusu hesaplama tekniğini basite indirgeyerek “tek-endex” olarak bilinen yeni bir model geliştirmiştir. Basitleştirilmiş bu model, çeşitlendirilmiş portföy yönetimine uygulanabilmektedir. Tek-endex modelinden sonra Perold (1984), çoklu endeks modellerini geliştirmiş ve menkul kıymetlerin sayıları arttığında ortaya çıkan problemlerin çözülmesinde kullanılmıştır. Markowitz’in modern portföy teorisi, izleyen yıllarda geliştirilecek pek çok hisse senedi fiyatlama modellerinin temelini oluşturmuştur. Sharpe (1964), Mossin (1966) ve Lintner (1975) tarafından geliştirilen Sermaye Varlıkları Fiyatlama Modeli söz konusu bu çalışma üzerine inşa edilmiştir.

Sonraki yıllarda da optimal portföyün oluşturulmasında Markowitz’in Ortalama Varyans Modelini dikkate alan farklı yaklaşımlar

geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlardan bir tanesi 1991 yılında portföy optimizasyonu konusunda Hiroshi Konno ve Hiroaki Yamazaki tarafından geliştirilmiştir (Konno ve Yamazaki, 1991). Ortalama Mutlak Sapma Modeli adı verilen bu doğrusal programlama modeline göre yatırımcı, portföyün getirisini ve riskini kolaylıkla hesaplayabilmekte ve uygun portföyü seçebilmektedir. Konno-Yamazaki doğrusal programlama modeli olarak da bilinen bu model sadece amaç fonksiyonunda Ortalama Varyans Modelinden farklılık göstermektedir. Ortalama Mutlak Sapma Modeli ile ilgili yapılan bazı temel çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Bekçi (2001), çalışmasında BİST 100 endeksinde yer alan 63 adet hisse senedinin Ocak 1999-Haziran 2001 tarihleri arasındaki aylık getiri oranlarını kullanarak bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile optimal portföyler elde etmiştir. Sadece sağ taraf sabitlerini bulanık kabul eden bu çalışmada, beklenen getirinin belli bir kısmından vazgeçildiğinde meydana gelen yeni portföylerin riski hesaplanmıştır. Güngör vd. (2005) çalışmalarında, Haziran 2000 – Mart 2005 dönemini ele alarak Borsa İstanbul’da işlem gören ve piyasa faizi üzerinden getirisi olan 114 hisse senedinin üçer aylık verisini kullanarak optimal portföyler oluşturmuşlardır. Ortalama mutlak sapma modelinin bulanık çerçevede ele alındığı bu çalışmada, üçer aylık süreçte %15 in üzerinde getiri elde edilen 11 farklı portföy oluşturulmuştur. Aliev vd., (2008) çalışmalarında, farklı sektörlerden ve ekonomik özelliklerine göre Borsa İstanbul’da işlem gören 12 farklı hisse senedinin bir yıllık dönemini ele alıp aylık getiri oranlarını kullanarak portföy optimizasyonu gerçekleştirmişlerdir. Yapılan analiz sonucunda Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin önerilen portföylerde yüksek derecede etkili olduğu ortaya konulmuştur.

Pai ve Michel (2010) çalışmalarında, Temmuz 2001–Temmuz 2006 tarihleri arasında Bombay Borsasının BSE 200 endeksinde ve Mart 2002–Mart 2007 tarihleri arasında Tokyo Borsasının Nikkei 225 endeksinde yer alan hisse senetlerinin aylık verilerini kullanarak bulanık optimal portföylerin performans verimliliğini Sharpe ve Treynor oranları ile ölçmüşlerdir. Sarokolaei vd. (2013) çalışmalarında, Tahran borsasında işlem gören seçilen 15 hisse senedinin 2005 ile 2011 yılları arasındaki aylık verileri kullanarak portföy optimizasyonu gerçekleştirmişlerdir. Optimal portföy belirlemede 6 farklı risk ölçütü kullanılmış ve bu ölçütler çerçevesinde bulanık ortalama mutlak sapma modelinin başarılı olduğu ifade edilmiştir. Erdaş ve Demir (2016) çalışmalarında, Ocak 2012 - Aralık 2014 döneminde BİST 30 endeksinde sürekli işlem gören hisse

senetlerinin aylık verileri kullanılarak portföy önerilerinde bulunmuşlardır. Çalışmada ilk olarak klasik doğrusal programlama yaklaşımına dayalı olan Ching-Ter Chang modeli kullanılarak optimal portföyler oluşturulmuştur daha sonrasında ise, bulanık kaynaklı portföy modelinin Verdagay yaklaşımı ile farklı portföyler elde edilmiştir.

Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin uygulandığı portföy optimizasyonu ile ilgili literatür incelendiğinde genellikle sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu modeller ele alınmıştır. Bu çalışmada, sağ taraf sabitlerinin yanı sıra amaç fonksiyonunun da bulanık olarak kabul eden ve literatürde az kullanılan Werners yaklaşımı kullanılmıştır. Söz konusu bulanık ortalama mutlak sapma modeli, portföy yöneticisinin veya yatırımcının portföye dahil edilecek menkul kıymetlere müdahale edebilmesine olanak tanınması açısından önem kazanmaktadır. Ayrıca bu model bazı parametreleri kullanarak yatırımcının kendi bireysel kararlarına göre portföy belirleyebilmesine imkan tanımaktadır.

3. Yöntem: Ortalama Mutlak Sapma Modeli

Modern portföyün kurucusu olarak kabul edilen Markowitz 1959'da portföy seçim problemi üzerine yoğunlaştığı eserinde, menkul kıymet seçimi yerine portföy seçimi yapılması gerektiğini belirtmiştir. Markowitz (1959)' e göre portföy seçimi için menkul kıymetlerin bireysel olarak geçmiş performanslarının önemi kadar gelecek hakkındaki inançlar da önemlidir. Markowitz'in üzerinde durduğu önemli bir nokta da, menkul kıymetlerin yalnızca kendi özelliklerine göre değil diğer menkul kıymetlerle olan ilişkileri de dikkate alarak seçilmesi gerektiğidir (Kardiyen, 2008: 337-338).

Markowitz (1989)' in geliştirdiği ortalama-varyans modeli, amaçlanan beklenen getiri düzeyine karşılık minimum riskli portföyü bulmaya çalışır. Ortalama-varyans modelinin büyük ölçekli portföylere uygulanmasında karşılaşılan işlem zorlukları nedeniyle Konno ve Yamazaki (1991) tarafından Ortalama Mutlak Sapma Modeli geliştirilmiştir. Portföy optimizasyonu konusunda Konno ve Yamazaki' nin geliştirdikleri doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir (Konno ve Yamazaki, 1991: 524):

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \right| / T$$

Kısıtlar

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Konno ve Yamazaki' nin geliştirdiği bu doğrusal programlama modeli $y_t = |\sum_{j=1}^n a_{tj} x_j|$ yardımcı değişkeni kullanılarak (Konno ve Yamazaki, 1991: 524):

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T y_t / T$$

Kısıtlar

$$y_t + \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$y_t - \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad 0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

yeniden ifade edilir. Modelde kullanılan notasyonlar aşağıda gösterilmiştir;

$$a_{tj} = r_{jt} - r_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad t = 1, 2, \dots, T$$

T = İncelenen dönem sayısı

t = T dönemi içindeki herhangi bir t. dönemi

r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı

r_{jt} : t döneminde j. hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı

ρ : beklenen getiri oranı

x_j : j. varlığın oluşturulan portföy içerisindeki oranı

u_j : j. varlığın portföy içerisinde alacağı maksimum ağırlık

M_0 : toplam yatırım miktarı

y_t : yardımcı değişken

Ortalama mutlak sapma modelinin amaç fonksiyonunda, her bir periyotta ortalama sapmalar minimize edilmektedir. Bu model ile ele alınan şirketlerden ilgilenilen dönem boyunca en az riske sahip hisse senedi kombinasyonu oluşturulmaktadır. Modelin çözüm sonucunda riske duyarlı yatırımcılar için minimum riskli optimal portföy elde edilmektedir.

Ortalama mutlak sapma modeli bulanık çerçevede ele alındığında ise amaç fonksiyonunun maksimize ya da minimize edilmesi yerine bir istek seviyesi (λ) sağlanmaya çalışılır. “0-1” aralığında değer alan bu istek seviyesi, oluşturulan portföydeki yatırımcının memnuniyet düzeyini göstermektedir. Söz konusu modelin etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için, $u_j = \infty$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ iken model en fazla $2T + 2$ kısıt içermelidir.

4. Kullanılan Veriler ve Uygulama

Çalışmada, Borsa İstanbul’ da işlem gören hisse senetlerinin aylık getiri oranları kullanılarak Konno-Yamazaki modeli ile belli bir getiri seviyesinde minimum riskli portföyler oluşturulmuştur. Optimal portföyler oluşturulurken Ocak 2010 - Aralık 2018 tarihleri arasında BIST- 30 endeksinde sürekli işlem gören 26 adet hisse senedine ait aylık getiri oranları kullanılmıştır. İlk olarak hisse senetlerinin Ocak 2010-Aralık 2014 tarihleri arasındaki getiri oranları kullanılarak Ortalama Mutlak Sapma Modeli ile optimal portföy oluşturulmuştur. Ardından Werners Yaklaşımı kullanılarak portföyün beklenen getiri oranında bir sapmaya (pozitif veya negatif yönde) izin verildiğinde, bu portföyün içinde yer alan hisse senetlerinde ne tür değişikliklerin meydana geldiği saptanmış ve oluşturulan yeni portföylerin risk oranları hesaplanmıştır. Son olarak hisse senetlerinin Ocak 2010-Aralık 2018 tarihleri arasındaki aylık getiri oranları yardımı ile borsada kısa ve uzun pozisyonda yer almak isteyen yatırımcılar için çeşitli portföy önerilerinde bulunulmuştur. Söz konusu getiri oranları hesaplanırken fiyat endeksinden yararlanılmıştır. Çalışmaya konu olan hisse senetleri Akbank, Arçelik, Bim Mağazaları, Enka İnşaat, Ereğli Demir Çelik, Ford Otosan, Garanti Bankası, Halk Bankası, İş Bankası, Koç Holding, Kardemir, Migros, Otokar, Petkim, Sabancı Holding, Şişe Cam, TAV Havalimanları, Turkcell, Türk Hava Yolları, Tekfen Holding, Tofaş Otomobil Fabrikası, Türk Telekom, Tüpraş, Ülker,

Vakıfbank ve Yapı Kredi Bankası' dır. Bu hisse senetleri ve temsil edildikleri karar değişkenleri ile birlikte aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 1: Hisse Senetlerinin Ait Oldukları Şirketler ve Karar Değişkenleri

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri
x_1	Akbank	x_{14}	Petkim
x_2	Arçelik	x_{15}	Sabancı Holding
x_3	Bim Mağazaları	x_{16}	Şişe Cam
x_4	Enka İnşaat	x_{17}	TAV Havalimanları
x_5	Ereğli Demir Çelik	x_{18}	Turkcell
x_6	Ford Otosan	x_{19}	Türk Hava Yolları
x_7	Garanti Bankası	x_{20}	Tekfen Holding
x_8	Halk Bankası	x_{21}	Tofaş Otomobil Fabrikası
x_9	İş Bankası	x_{22}	Türk Telekom
x_{10}	Koç Holding	x_{23}	Tüpraş
x_{11}	Kardemir	x_{24}	Ülker
x_{12}	Migros	x_{25}	Vakıfbank
x_{13}	Otokar	x_{26}	Yapı Kredi Bankası

Uygulamada BIST-30 endeksinde yer alan 26 adet hisse senedinin 60 dönemine(T) ait verileri kullanılarak $y_t = \left| \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \right|$ olmak üzere Konno-Yamazaki doğrusal programlama modeli kurulmuştur.

Modelde amaç fonksiyonu oluşturulurken y_t fonksiyonu her bir dönem için hesaplanmıştır. y_t fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılan karar değişkenlerinin katsayıları (a_{tj}), t dönemindeki hisse senedinin aylık getiri oranından ortalama getiri oranı çıkartılarak elde edilmiştir. Elde edilen a_{tj} değerleri ilgili karar değişkenleri (x_j) ile çarpılıp sonucun mutlak değerinin alınması suretiyle t . döneme ait risk oranı olan y_t fonksiyonu hesaplanmıştır. Her bir dönem için bulunan y_t fonksiyonlarının toplamının döneme bağlı ortalama değerinin minimizasyonu, amaç fonksiyonunu oluşturmaktadır.

Ortalama Mutlak Sapma modelinde etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için, $u_j = \infty$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ iken model $2T + 2$ kısıt içermelidir. Çalışmada kullanılan modelde 60 dönem söz konusu olduğundan toplam kısıt sayısı $(2.60 + 2) = 122$ olmalıdır.

Buradan hareketle 26 adet hisse senedinin 60 dönemine ait verileri kullanılarak Ortalama Mutlak Sapma Modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir (Ünal, 2015: 57-58).

$$\text{Amaç fonksiyonu: } \text{Min } Z = \sum_{t=1}^{60} y_t / 60$$

$$1. \text{ Kısıt: } y_t + \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, 60$$

$$2. \text{ Kısıt: } y_t - \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, 60$$

$$3. \text{ Kısıt: } \sum_{j=1}^{26} r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$4. \text{ Kısıt: } \sum_{j=1}^{26} x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$y_t \geq 0$$

Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen bu doğrusal programa modelinin amaç fonksiyonunda, her bir periyotta ortalama sapmalar (risk) minimize edilmektedir. Modeldeki 3. Kısıt, 26 adet hisse senedine yapılan toplam yatırım miktarının 1.00' e eşit olma kısıtıdır ($M_0 = 1.00$). 4. Kısıt ise her bir hisse senedine yapılacak yatırım payı ile ilgili hisse senedinin ortalama getirisinin çarpımlarının toplamının beklenen getiri oranından büyük veya eşit olma kısıtıdır. Çalışmada beklenen getiri oranı, ilgilenilen T dönemi boyunca modele dahil edilen hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının aritmetik ortalaması olarak hesaplanmıştır ($\rho = 2.01$). Hisse senetlerinin aylık ortalama getiri oranlarının ortalaması, ilgilenilen dönemde BIST 30 endeksinin getirisinden (%1.98) daha fazla kazanç sağladığı için tercih edilmiştir.

Kurulan model dikkate alındığında 1.Kısıt altında 60, 2.Kısıt altında 60, 3.Kısıtta 1 ve 4. Kısıtta 1 olmak üzere toplamda 122 kısıt bulunmaktadır. Bu da etkinlik sınırının belirlenebilmesi için gereken zorunlu kısıt sayısını sağlamaktadır.

Modelde kullanılan hisse senetlerine ait aylık getiri oranları Borsa İstanbul veri tabanından elde edilmiştir. Araştırmada kullanılan bu veriler Excel programı yardımı ile düzenlenmiş ve LINGO 15.0 paket programında çözülmüştür. Bu doğrusal programlama modelinin çözümlenmesi ile oluşturulan minimum riskli optimal portföy sonuçları aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2: Doğrusal Programlama ile Oluşturulan Optimal Portföy

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.317
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.088
x_6	Ford Otosan	0.027
x_{13}	Otokar	0.036
x_{17}	TAV Havalimanları	0.110
x_{18}	Turkcell	0.182
x_{22}	Türk Telekom	0.216
x_{24}	Ülker	0.025

Tablo 2’ de doğrusal programlama modeli ile oluşturulan optimal portföyün içinde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları gösterilmektedir. Tablo 2 incelendiğinde aylık minimum %2.01 beklenen getiri oranı altında Bim mağazaları (%31.70), Ereğli Demir Çelik (%8.79), Ford Otosan (%2.66), Otokar (%3.58), TAV Havalimanları (%10.96), Turkcell (%18.18), Türk Telekom (%21.60) ve Ülker (%2.49) hisse senetlerine belirtildiği oranlarda yatırım yapılmalıdır. Portföyün ortalama risk oranı ise modelde minimize edilen amaç fonksiyonu olan %3.572’ dir.

Doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonu ve kısıtlarda kullanılan parametreler kesin bir şekilde ifade edilmektedir. Ancak parametrelerin tam olarak belli olmaması durumlarında bulanık doğrusal programlama modellerine başvurulmaktadır. Çalışmanın bu kısmında Werners tarafından önerilen sağ taraf sabitlerinin (beklenen getiri oranı) ve amaç fonksiyonunun (minimize edilen risk oranı) bulanık olması durumu ele alınmıştır. Modelde beklenen getiri oranı için tolerans miktarının biliniyor olduğu kabul edilmektedir (beklenen getiri oranının tolerans miktarı $p_i = \%1.00$ olarak alınmıştır). Amaç fonksiyonuna ait tolerans miktarının belirlenebilmesi için $\rho M_0 - p_i$ ve ρM_0 beklenen getiri oranları kullanılarak Z_0 (toleransın 0 olduğu) ve Z_1 (toleransın tam olduğu) minimize edilen risk oranlarının elde edilmesi gerekmektedir (Werners, 1987: 136).

$$\begin{aligned}
 Z_0 &= \text{Min } c^T x & Z_1 &= \text{Min } c^T x \\
 a_{ij}x_j &\geq \rho M_0 - p_i & a_{ij}x_j &\geq \rho M_0 \\
 x_j &\geq 0 & x_j &\geq 0 \\
 i &= 1, 2, \dots, m & j &= 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

Ortalama Mutlak Sapma Modelinde 3. kısıta tolerans miktarının eklenmesi (diğer kısıtlar sabit) ile oluşan bu modellerin LINGO paket programında çözülmesi ile $Z_0 = 3.465$ ve $Z_1 = 3.571$ olarak bulunmuştur. Elde edilen bu Z_0 ve Z_1 değerlerinin farkı amaç fonksiyonundaki bulanıklık miktarını göstermektedir. Tolerans miktarı sırası ile $(Z_1 - Z_0)$ ve p_i olan bulanık amaç ve bulanık kısıtlara ait üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir (Lai ve Hwang, 1992: 88).

$$\mu_{\bar{Z}}(x) = \begin{cases} 1 & , Z \leq Z_0 \\ 1 - \left[\frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0} \right] & , Z_0 \leq Z \leq Z_1 \\ 0 & , Z \geq Z_1 \end{cases}$$

$$\mu_{\bar{c}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq \rho M_0 \\ 1 - \left[\frac{\rho M_0 - a_{ij}x_j}{p_i} \right] & , \rho M_0 - p_i \leq a_{ij}x_j \leq \rho M_0 \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq \rho M_0 - p_i \end{cases}$$

Yukarıda belirlenen p_i , Z_0 ve Z_1 değerleri üyelik fonksiyonlarında yerine yazılmasıyla;

$$\mu_{\bar{Z}}(x) = \begin{cases} 1 & , Z \leq 3.465 \\ 1 - \left[\frac{Z - 3.465}{0.106} \right] & , 3.465 \leq Z \leq 3.571 \\ 0 & , Z \geq 3.571 \end{cases}$$

$$\mu_{\bar{c}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq 2.01 \\ 1 - \left[\frac{2.01 - a_{ij}x_j}{1} \right] & , 1.01 \leq a_{ij}x_j \leq 2.01 \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq 1.01 \end{cases}$$

elde edilir. Modelde hem sağ taraf sabitleri hem de amaç fonksiyonu bulanık olduğundan, optimal karar en yüksek üyelik dereceli elemanın

bulunması problemine dönüşür. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise

$$\mu_{\bar{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0} \left(\min \left[\left(1 - \left\lfloor \frac{c^T x - Z_0}{Z_1 - Z_0} \right\rfloor \right), \left(1 - \left\lfloor \frac{b_i - a_{ij} x_j}{p_i} \right\rfloor \right) \right] \right) \\ = \max_{x \geq 0} \lambda$$

şeklinde tanımlanan max-min operatörü yardımı ile bulunur.

Buradan hareketle amaç ve sağ taraf sabitlerini bulanık kabul eden bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki klasik doğrusal programlama modeline dönüşür.

Amaç fonksiyonu: $Max \lambda$

1. **Kısıt:** $\lambda(Z_1 - Z_0) + \sum_{t=1}^T y_t/T \leq Z_1$

2. **Kısıt:** $y_t + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$

3. **Kısıt:** $y_t - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$

4. **Kısıt:** $\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 - p_i$

5. **Kısıt:** $\sum_{j=1}^n x_j = M_0$

Bu modelin çözümlenmesi ile oluşturulan portföyde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerinin portföy içindeki miktarı Tablo 3' te özetlenmiştir. Modelin amaç fonksiyonu $\lambda = 0.779$ olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değer üyelik fonksiyonunda $\mu_{\bar{Z}}(x) = \lambda = 1 - \left\lfloor \frac{Z - 3.465}{0.106} \right\rfloor$ yerine yazılarak $Z = 3.488$ olarak bulunur. Bu ise $\lambda = 0.779$ memnuniyet düzeyinde minimize edilen risk oranının %3.488 olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 3: Bulanık mantık çerçevesinde oluşturulan optimal portföy ($p_i = -\%1.00$)

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.370
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.108
x_{13}	Otokar	0.022
x_{17}	Tav Havalimanları	0.017
x_{18}	Turkcell	0.224
x_{22}	Türk Telekom	0.246
x_{24}	Ülker	0.012

Tablo 3 incelendiğinde aylık %2.01 beklenen getiri oranından maksimum %1.00'lik bir sapmaya izin verildiğinde oluşturulan portföyde; Bim mağazaları (%37.01), Ereğli Demir Çelik (%10.83), Otokar (%2.21), TAV Havalimanları (%1.67), Turkcell (%22.41), Türk Telekom (%24.64) ve Ülker (%1.19) hisse senetlerini belirtildiği oranlarda yer almaktadır. Oluşturulan portföyün amaç fonksiyonu değeri $\lambda = 0.779$ iken modelde minimize edilen risk oranı %3.488' dir.

Yukarıdaki bulanık modelde beklenen getirinin kabul edilebilir bir miktarından ($p_i = -\%1.00$) vazgeçilmesi durumu ele alınmıştır. Ancak beklenen getirinin bir miktar ($p_i = +\%1.00$) üstünde bir getiri oranı hedeflenmesi durumu söz konusu olduğunda ise yeni bir portföy oluşturmak için bulanık amacın alt ve üst sınır değerleri $Z_0 = 3.571$ ve $Z_1 = 4.480$ şeklinde yeniden hesaplanmıştır. Bulanık amaç ve kısıtın tolerans miktarları ($(Z_1 - Z_0)$, p_i) dikkate alınarak yeni model için üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi yeniden oluşturulmuştur.

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} 1 & , Z \leq 3.571 \\ 1 - \left[\frac{Z - 3.571}{0.909} \right] & , 3.571 \leq Z \leq 4.480 \\ 0 & , Z \geq 4.480 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq 3.01 \\ 1 - \left[\frac{3.01 - a_{ij}x_j}{1} \right] & , 2.01 \leq a_{ij}x_j \leq 3.01 \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq 2.01 \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonlarının yukarıdaki bulanık modelde yerine yazılması ve modelin çözülmesiyle yeni bir optimal portföy elde edilmiştir. Oluşturulan portföyde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlığı Tablo 4’ te verilmiştir. Modelin amaç fonksiyonu $\lambda = 0.573$ ve minimize edilen risk oranı %3.959 olarak bulunmuştur.

Tablo 4: Bulanık Mantık Çerçevesinde Oluşturulan Optimal Portföy ($p_i = +\%1.00$)

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.301
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.050
x_6	Ford Otosan	0.095
x_{13}	Otokar	0.113
x_{17}	TAV Havalimanları	0.221
x_{18}	Turkcell	0.049
x_{19}	Türk Hava Yolları	0.025
x_{22}	Türk Telekom	0.102
x_{24}	Ülker	0.044

Tablo 4’te oluşturulan portföye göre aylık minimum %2.01 beklenen getiri oranı ve %1.00 artı beklenen getiri oranı altında Bim mağazaları (%30.08), Ereğli Demir Çelik (%4.97), Ford Otosan (%9.52), Otokar (%11.25), TAV Havalimanları (%22.12), Turkcell (%4.87), Türk Hava Yolları (%2.53), Türk Telekom (%10.23) ve Ülker (%4.37) hisse senetlerine belirtildiği oranlarda yatırım yapılmalıdır. Amaç fonksiyonu değeri $\lambda = 0.573$ iken modelde minimize edilen risk oranı %3.959’ dur.

Klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile oluşturulan optimal portföylerin içinde yer alan hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları aşağıda bir tablo halinde verilmiştir.

Tablo 5: Optimal Portföyler İçinde Yer Alan Hisse Senetleri ve Yatırım Payları (%)

Hisse Senetleri		Doğrusal Prog.	Bulanık Doğrusal Prog. ($p_i = -\%1$)	Bulanık Doğrusal Prog. ($p_i = +\%1$)
x_3	Bim Mağazaları	31.70	37.01	30.08

x_5	Ereğli Demir Çelik	8.79	10.83	4.97
x_6	Ford Otosan	2.66	-	9.52
x_{13}	Otokar	3.58	2.21	11.25
x_{17}	TAV Havalimanları	10.96	1.67	22.12
x_{18}	Turkcell	18.18	22.41	4.87
x_{19}	Türk Hava Yolları	-	-	2.53
x_{22}	Türk Telekom	21.60	24.64	10.23
x_{24}	Ülker	2.49	1.19	4.37

Tablo 5 ele alındığında; toplamda 9 adet hisse senedine yatırım yapıldığı görülmektedir. Tabloda yer almayan diğer hisse senetlerinin karar değişkenlerinin sıfır olduğu veya başka bir deyişle ilgilenilen dönemde bu hisse senetlerinin yatırım yapılamayacak değerde olduğu söylenebilir. Ayrıca söz konusu dönemde beklenen getiri oranı arttıkça Bim Mağazaları, Ereğli Demir Çelik, Turkcell ve Türk Telekom şirketlerinin hisse senetlerine yapılacak yatırım payının azaldığı; Ford Otosan, Otokar, TAV Havalimanları, Türk Hava Yolları ve Ülker şirketlerinin hisse senetlerine yapılacak yatırım payının ise arttığı gözlenmiştir.

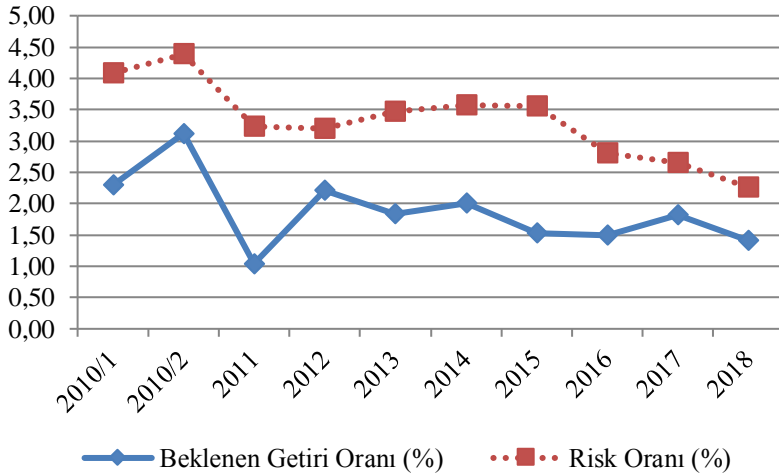
Son olarak çalışmada ele alınan hisse senetlerinin Ocak 2010- Aralık 2018 tarihleri arasındaki aylık getiri oranları kullanılarak kısa veya uzun vadeli yatırım yapmak isteyen yatırımcılar için Ortalama Mutlak Sapma Modeli ile optimal portföyler oluşturulmuştur. Oluşturulan portföylerin beklenen getiri oranları, risk oranları, portföyde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılacak yatırım oranları Tablo 6' da gösterilmiştir.

Tablo 6: Ortalama Mutlak Sapma Modeli ile Oluşturulan Çeşitli Portföyler

Portföy No	Zaman (T)	Beklenen Getiri Oranı (%)	Risk Oranı (%)	Karar değişkenleri ve Yatırım Oranları (%)
1	6 Ay	2.29	4.088	X3(50.5), X19(23.7), X22(25.8)
2	12 Ay	3.12	4.384	X3(69.9), X13(6.7), X19(5.1), X22(18.3)
3	24 Ay	1.04	3.239	X3(42.9), X5(3.4), X13(4.0), X18(33.6), X22(16.1)
4	36 Ay	2.21	3.194	X3(40.9), X5(5.5), X18(21.4), X22(22.6), X24(9.6)
5	48 Ay	1.83	3.466	X3(38.4), X5(11.9), X6(6.8), X13(5.6), X18(18.1), X22(18.3), X24(0.8)
6	60 Ay	2.01	3.572	X3(31.7), X5(8.8), X6(2.7), X13(3.6), X17(11.0), X18(18.2), X22(21.6), X24(2.5)
7	72 Ay	1.53	3.552	X3(31.0), X5(3.4), X13(7.6), X17(14.0), X18(23.8), X22(20.2)

8	84 Ay	1.50	2.803	X3(28.3), X5(2.2), X13(6.6), X14(3.4), X17(20.9), X18(16.7), X22(19.5), X23(2.5)
9	96 Ay	1.81	2.649	X3(17.5), X4(9.1), X5(3.0), X13(11.3), X14(3.9), X15(0.7), X17(22.5), X18(17.5), X22(14.7)
10	108 Ay	1.41	2.258	X2(5.5), X3(9.5), X4(24.0), X5(4.4), X13(6.4), X17(11.7), X20(2.7), X21(12.6), X22(14.5), X23(8.7)

En az 6 ay ve en fazla 108 ay olmak üzere belli dönemler dikkate alınarak borsada yatırım yapmak isteyen yatırımcılar için çeşitli portföy önerileri Tablo 6'da yer almaktadır. Tablo 6 incelendiğinde; örneğin ilk 6 aylık bir dönem baz alınarak borsada işlem görmek isteyen bir yatırımcının, tasarrufunun %50.5 ini X3 (Bim Mağazaları), %23.7 sini X19 (Türk Hava Yolları) ve %25.8 inin X22 (Türk Telekom) hisse senetlerine yatırması halinde aylık beklenen getiri oranının % 2.29 ve risk değerinin ise %4.088 olacağı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde daha uzun dönem baz alınarak borsada işlem görmek isteyen yatırımcılar için farklı risk ve getiri oranı çerçevesinde çeşitli portföyler sunulmuştur. Toplamda elde edilen bu 10 tane portföyün beklenen getiri ve risk oranları Şekil 1 üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1: Beklenen Getiri ve Risk Oranı Arasındaki İlişki

Şekil 1. incelendiğinde; en yüksek getiri oranının ilk 12 aylık dönem baz alınarak oluşturulan portföyde, en düşük getiri oranının ise ilk 24 aylık dönem dikkate alınarak oluşturulan portföyde elde edildiği anlaşılmaktadır. Aynı zamanda beklenen getiri oranının yüksek (veya düşük) olduğu dönemler için riskin de yüksek (veya düşük) olacağı

görülmektedir. Ayrıca zaman dilimi arttıkça beklenen getiri oranının azalan bir trend içerisinde olduğu yorumu yapılabilmektedir.

5. Sonuç

Optimal portföy seçimi; belli bir risk altında en yüksek getiriye sahip olan veya belli bir getiri düzeyinde riski en düşük yapan portföy seçimidir. Tasarruflarını finansal piyasalarda değerlendirmek isteyen yatırımcılar risk-getiri ilişkisi çerçevesinde yatırım araçları arasında karşılaştırma yaparak hangi varlıkların daha verimli olacağına karar vermeye çalışırlar. Dolayısıyla portföy oluşturmada getiri ve risk gibi iki belirleyici faktör söz konusudur. Bu çalışmada belli bir getiri oranı altında riskin minimize edilmesi temel amaç olarak alınmıştır. Başka bir ifade ile en düşük risk düzeyinde optimal portföyler elde edilmiştir. Çalışmada, Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen Ortalama Mutlak Sapma Modeli bulanık mantık çerçevesinde ele alınmış ve Borsa İstanbul alanında uygulaması gerçekleştirilmiştir.

Ocak 2010-Aralık 2014 tarihleri arasında Borsa İstanbul'da sürekli işlem gören 26 şirketin hisse senedinden oluşan optimal portföyler elde edilmiştir. Ortalama Mutlak Sapma Modeli ile oluşturulan portföyde, %2.01 getiri oranı altında riskin %3.57 olarak gerçekleştiği ve çözümde 8 adet hisse senedine yatırım yapılması gerektiği gözlenmiştir.

Belirsizliğin hâkim olduğu finansal piyasalarda belli bir beklenen getiri elde etme yerine yaklaşık bir beklenen getiri oranı elde etmek daha gerçekçi olabilir. Bu yüzden Ortalama Mutlak Sapma Modelinin bulanık mantık çerçevesinde ele alınma ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. Ortalama Mutlak Sapma Modelinde baz alınan beklenen getiri oranının %1.00'lik kısmından vazgeçilebileceği (beklenen getirinin %1.00 bulanıklaştırılması) varsayımı altında kurulan bulanık doğrusal programlama modeli ile oluşturulan portföyde, riskin $\lambda = 0.779$ memnuniyet düzeyinde % 3.48 olarak gerçekleştiği ve 7 adet hisse senedinin çözümde yer aldığı görülmüştür. Beklenen getirinin %1.00 kadar üzerinde bir getiri hedeflenmesi (beklenen getiri oranı %3.01) durumunda oluşturulan portföyde ise riskin $\lambda = 0.573$ memnuniyet düzeyinde %3.95 olarak gerçekleştiği ve 9 adet hisse senedine yatırım yapılması gerektiği sonucuna varılmıştır.

Çalışmada son olarak belli zaman dilimleri dikkate alınarak Ocak 2010-Aralık 2018 tarihleri arasında borsada sürekli işlem gören hisse senetlerinden çeşitli portföyler oluşturulmuştur. Elde edilen bu portföylerin, belirlenen beklenen getiri oranı altında risk değerinin en

düşük olduğu portföyler olması sebebiyle yatırımcıya yol göstereceği düşünülmektedir. Ayrıca analizde, zaman dilimi genişletilerek oluşturulan portföylerin beklenen getiri oranlarının azalan bir eğilim içerisinde olduğu görülmektedir. Sonuç olarak hem klasik hem de bulanık doğrusal programlama modellerin çözümünden, beklenen getiri oranındaki artma/azalmanın riskin artma/azalmasına yol açtığı gözlenmiştir. Dolayısıyla portföy seçiminde yatırımcıların riske karşı olan duyarlılığı, portföye dahil edilecek menkul kıymetlerin seçiminde belirleyici bir rol oynamaktadır.

Kaynaklar

- Aliev, R., Abiyev R. and Menekay M. (2008), Fuzzy Approach To Portfolio Selection Using Genetic Algorithms, *Intelligent Automation and Soft Computing*, 14(4), s.525-540.
- Bekçi, İ. (2001), Optimal Portföy Oluşturulmasında Bulanık Doğrusal Programlama Modeli ve İMKB’de Bir Uygulama (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
- Borsa İstanbul, <http://www.borsaistanbul.com/>(Erişim Tarihi: 28/12/2018)
- Erdaş, M. L. ve Demir Y. (2016), Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemiyle Bir Portföy Optimizasyonu Modelinin Geliştirilmesi: Bist30 Endeksinde Bir Uygulama, *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9(45), s. 768-789.
- Güngör, İ., Aycan M. ve Demir Y. (2005), Bulanık Ortamda Portföy Optimizasyonu, *Sosyal Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 5(10), s. 104-120.
- Kardiyen, F. (2008), Portföy Optimizasyonunda Ortalama Mutlak Sapma Modeli ve Markowitz Modelinin Kullanımı ve İMKB Verilerine Uygulanması, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 13(2), s. 335-350.
- Konno, H. and Yamazaki H. (1991), Mean–Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market, *Management Science*, 37(5), s. 519-531.
- Lai, Y.J. and Hwang C. L. (1992), *Fuzzy Mathematical Programming- Methods and Applications*, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag.

- Lintner, J. (1975), The Valuation of Risk Assets and The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, *The Review of Economics and Statistics*, s.13-37.
- Markowitz, H. M. (1952), Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7, s.77-91.
- Markowitz, H. M. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, New York: JohnWiley and Sons.
- Markowitz, H. M. (1989), *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, New York: Basil Blackwell.
- Mossin, J. (1966), Equilibrium in A Capital Asset Market, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, s.768-783.
- Pai, G. V. and Michel T. (2013), Fuzzy Decision Theory Based Optimization of Constrained Portfolios Using Metaheuristics, in: *Fuzzy Systems (FUZZ), 2013 IEEE International Conference on. IEEE*, s.1-8.
- Perold, A. F. (1984), Large-Scale Portfolio Optimization, *Management Science*, 30(10), s.1143-1160.
- Sarokolaie, M. A., Salteh H. M. and Edalat A. (2013), Presenting A Fuzzy Model for Fuzzy Portfolio Optimization with the Mean Absolute Deviation Risk Function, *European Online Journal of Natural and Social Sciences*, 2(3), s.1793-1799.
- Sharpe, W. F. (1964), Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, 19(3), s.425-442.
- Uğuz, M. (1990), *Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi*, İstanbul: Mali ve Ekonomik Yayınlar A.Ş.
- Ünal, H. (2015), Bulanık Doğrusal Programlama ve Borsa İstanbul'da Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Werners, B. (1987), An Interactive Fuzzy Programming System, *Fuzzy Sets and Systems*, 23(1), s.131-147.