



Scalar-weight interacting multiple model based on converted measurements Kalman filter

Kübra Turgut^{ID}, Ali Köksal Hocaoğlu*^{ID}

Department of Electronics Engineering, Gebze Technical University, Kocaeli, 41400, Turkey

Highlights:

- Proposed a novel algorithm called SIMM-CMKF for radar measurements in spherical coordinates
- Smaller estimation error compared to SIMM-KF and IMM-CMKF algorithms
- Suitable for real-time tracking systems due to low computational cost

Keywords:

- Target tracking
- interacting multiple model (IMM)
- scalar-weight interacting multiple model (SIMM)
- converted measurements Kalman filter (CMKF)

Article Info:

Research Article
Received: 30.06.2018
Accepted: 07.04.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.439384

Correspondence:

Author: A. Köksal Hocaoğlu
e-mail:
khocaoglu@gtu.edu.tr
phone: +90 262 605 3234

Graphical/Tabular Abstract

In this study, we adapt the Converted Measurements Kalman Filter (CMKF) algorithm to the scalar-weighted interacting multiple model (SIMM) algorithm to minimize the estimation errors in target tracking problems. The proposed method has been tested on heavy maneuvering-target under high measurement noise. The following graphs depict the estimation errors of the SIMM-KF, IMM-CMKF and the proposed SIMM-CMKF algorithm. The peaks in the graphs occur during the target maneuvers. Especially when non-maneuvering cases, the estimation error of the SIMM-CMKF algorithm is lower than the other algorithms. As seen from the figures, the Kalman filter has a lower estimation error during the maneuvers. Since the target maneuvers occur only rarely unlike from this demanding test scenario, the overall tracking performance of SIMM-CMKF algorithm is better than the other algorithms.

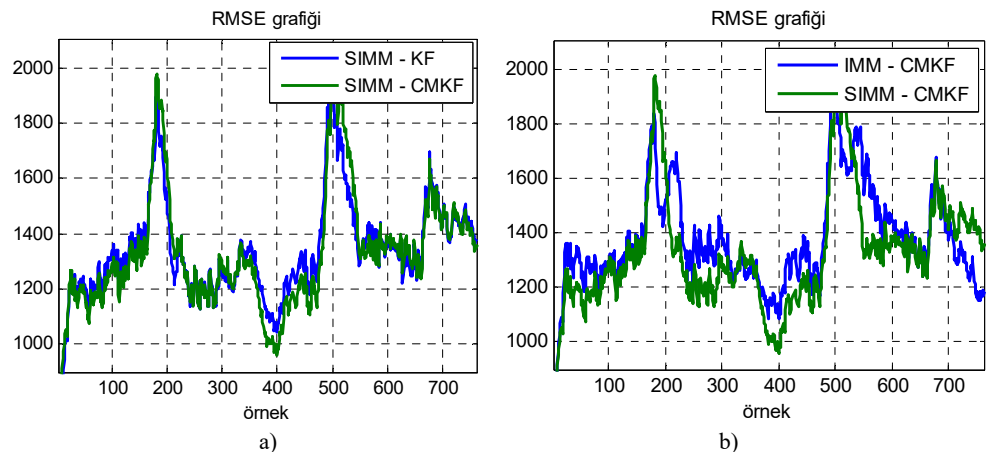


Figure A. Comparison of RMSE performance of SIMM-CMKF to those of a) SIMM-KF and b) IMM-KF

Purpose: In this research, it is aimed to develop an algorithm with a low calculation-cost and estimation error for target tracking systems.

Theory and Methods:

In this study, the scalar-weighted interacting multiple model (SIMM) algorithm based on fusion criteria is adapted to the proposed Converted Measurements Kalman Filter (CMKF) algorithm to eliminate the bias caused by coordinate transformations.

Results:

The proposed algorithm has been tested in dense maneuvering and high measurement noise scenarios in three dimensions. Test results show that the proposed method has smaller estimation errors than the IMM-CMKF algorithm and SIMM-KF algorithm, which are extended to three dimensions in this study.

Conclusion:

The proposed algorithm called SIMM-CMKF has a smaller estimation error and low computational cost.



Dönüştürülmüş ölçümler Kalman filtresi tabanlı skalerle ağırlıklandırılmış etkileşimli çoklu model

Kübra Turgut^{id}, Ali Köksal Hocaoglu*^{id}

Gebze Teknik Üniversitesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gebze, Kocaeli, 41400, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Radar ölçümlerinin küresel koordinatta olması durumu için SIMM-CMKF algoritmasının önerilmesi
- SIMM-KF ve IMM-CMKF algoritmalarından daha az mesafe hatasına sahip kestirim yapılması
- Hesaplama yükünün az olması nedeniyle gerçek zamanlı çalışabilmesi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi
Geliş: 30.06.2018
Kabul: 07.04.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.439384

Anahtar Kelimeler:

Hedef takibi,
etkileşimli çoklu model
(IMM),
skalerle ağırlıklandırılmış
etkileşimli çoklu model
(SIMM),
dönüştürülmüş ölçümler
Kalman filtresi (CMKF)

ÖZET

Bu çalışmada hedef takibi için, füzyon kriterlerine dayalı Skalerle ağırlıklandırılmış Etkileşimli Çoklu Model (SIMM) algoritması ile koordinat dönüşümlerinden kaynaklı sapmanın azaltılmasına yönelik öne sürülen Dönüştürülmüş Ölçümler Kalman Filtresi (CMKF) algoritması özelliklerinden yararlanılarak birden fazla hedef hareket modelinin kullanımına olanak sağlayan yeni bir Etkileşimli Çoklu Model (IMM) algoritması önerilmiştir. Önerilen algoritma yoğun manevralı ve yoğun gürültülü senaryolarda test edilmiştir. Önerilen algoritmanın, ölçümlerin polar/küresel koordinat olması durumunda literatürdeki SIMM-KF ve IMM-CMKF algoritmalarından daha az mesafe hatasına sahip olduğu gösterilmiştir.

Scalar-weight interacting multiple model based on converted measurements Kalman filter

H I G H L I G H T S

- Proposed a novel algorithm called SIMM-CMKF for radar measurements in spherical coordinates
- Smaller estimation error compared to SIMM-KF and IMM-CMKF algorithms
- Suitable for real-time tracking systems due to low computational cost

Article Info

Research Article
Received: 30.06.2018
Accepted: 07.04.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.439384

Keywords:

Target tracking,
interacting multiple model
(IMM),
scalar-weight interacting
multiple model (SIMM),
converted measurements
Kalman filter (CMKF)

ABSTRACT

In this study, we take advantage of the fusion criteria based- Scalar-weight Interacting Multiple Model (SIMM) algorithm and the Converted Measurements Kalman Filter (CMKF), which reduces the bias caused by coordinate transformations to propose a novel Interacting Multiple Model (IMM) tracking algorithm which uses multiple motion models for target tracking. The proposed algorithm has been tested on scenarios with highly maneuvering targets under heavy measurement noise. It is shown that the proposed algorithm has smaller estimation error compared to SIMM-KF and IMM-CMKF algorithms.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: kkul@gtu.edu.tr, khocaoglu@gtu.edu.tr / Tel: +90 262 605 3234

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Hedef takibi, hava savunması, navigasyon, hava trafik kontrolü, robotik, görüntü işleme, uzay gibi hem askeri hem de sivil alanlarda birçok uygulamaya sahiptir. Hedef takip sistemlerindeki farklı algoritmalarla, radarlardan algılanan sinyaller aracılığıyla ilgili hedefe ait konum bilgisine ulaşılarak, hedefin bir sonraki zaman aralığındaki konumu kestirilmeye çalışılmaktadır. Sinyal işleme maliyetlerinin düşmesi ve analog sayısal çeviricilerin fiyatının azalması sebebiyle radarlar atmosferik araştırmalar ve güvenlik gibi birçok farklı alanda uygulama imkanı bulmuştur[1].

Hedef takip sistemlerinin, gerçek zamanlı çalışabilecek kadar hızlı olması ve aynı zamanda hedef konumunu en az hata ile kestirmesi beklenir. Takip sistemlerinde, ölçüm gürültüleri, hedefin manevraları ve sensör ölçümlerinin koordinat dönüşümünden kaynaklı sapmaları takip performansını olumsuz etkilemektedir. Hedef takibi algoritmaları, bu durumlar dikkate alınarak geliştirilmelidir.

Takip performansını olumsuz etkileyen bu sorunlardan biri olan koordinat dönüşümlerinden kaynaklı sapmanın azaltılması için literatürde Dönüştürülmüş Ölçümler Kalman Filtresi (CMKF) ve bu filtrenin türevleri öne sürülmüştür [2-6]. Uygulamaya yönelik farklı CMKF algoritmaları geliştirilmiştir. Örneğin, Doppler radarının kullanıldığı sistemler için Doppler ölçümlerinin kullanılması durumunda Dönüştürülmüş Doppler Ölçümler Kalman Filtresi (CDMKF) kullanırken, Gauss Karışımı (GM) kestirim algoritması kullanılması durumunda GM-CDMKF algoritması kullanılmaktadır [7, 8]'de yine Doppler ölçümleri için İstatistiksel Kaynaştırılmış Dönüştürülmüş Ölçüm Kalman Filtresi (SF-CMKF) geliştirilmiştir. [9]'da ise SFCMKF, faz dizinli radarlardan alınan ölçümler için geliştirilmiştir. [10]'da ise geleneksel ağırlıklı en küçük kareler füzyonu kullanılarak CMKF algoritması değiştirilerek öne sürülmektedir.

Hedefin manevra yapması hedef takibini güçleştiren konulardan biridir. Pratikte hedef sabit ivme veya sabit hız gibi sadece tek bir modele uygun olarak hareket etmemektedir. Hedef bazen sabit hızlı, bazen sabit ivmeli, bazen de manevra yapan bir davranış sergileyebilmektedir. Dolayısıyla, birçok hedef takip algoritmasında varsayıldığı üzere hedef hareketi tek bir model kullanılarak modellendiğinde takip performansı düşmekte, birden fazla modelin birlikte kullanılması ise takip performansını iyileştirmektedir. Bu amaçla, birden fazla hedef hareket modelinin kullanılmasına olanak sağlayan Etkileşimli Çoklu Model algoritması kullanılmaktadır[11, 12]. IMM algoritması, birçok farklı uygulamada kullanılmaktadır. Örneğin, [13]'te parazit yankılı ortamda yer araçlarının takibi için IMM ve Entegre Olasılıksal Veri İlişkilendirme (IPDA) yöntemleri birleştirilerek yapılmaktadır. Kontrol sistemlerindeki IMM uygulamasına örnek olarak ise, [14]'te robot duruş kestirim sistemi geliştirilmesi ve bu amaçla Kokusuz Kalman Filtresi (UKF) tabanlı IMM filtresinin

kullanılması verilebilir. [15]'de IMM tabanlı genişletilmiş nesne takipçisi otonom araçlar için öne sürülmektedir. [16]'da manevralı hedef takibi için geliştirilmiş uyarlamalı IMM filtresi kullanılmıştır. [17]'de ise manevralı hedef tespitinde IMM-KF algoritmasının performansını artırmak için sinir ağı yönteminden yararlanılmıştır. [18]'de ise IMM algoritmasına uyarlanan CMKF ve UKF algoritmaları iki boyutta hedefin manevra yapması durumunda karşılaştırılmış ve IMM-CMKF'nin performansının manevralarda IMM-UKF'den daha iyi olduğu gösterilmiştir.

Bu çalışmada, skalerle ağırlıklandırılmış IMM algoritmasına CMKF algoritması uyarlanarak SIMM-CMKF algoritması önerilmiştir. Önerilen yöntemde, koordinat dönüşümlerinden kaynaklı sapmaların giderilmesi için CMKF algoritması ve birden fazla hedef hareket modelinin kullanılmasına olanak sağlayan IMM algoritmaları kullanılmıştır. Önerilen yöntem, [18]'deki IMM-CMKF ve [19]'daki SIMM-KF algoritmaları ile üç boyutta karşılaştırılmış ve önerilen yöntemin daha az hataya sahip olduğu gösterilmiştir.

Bölüm 2'de, CMKF, IMM ve SIMM algoritmaları, Bölüm 3'te, bu çalışmada önerilen CMKF algoritmasının SIMM algoritmasına uyarlanması anlatılmıştır. Bölüm 4'te, test senaryoları ve elde edilen sonuçların analizi sunulmuştur. Bölüm 5, yapılan çalışmayı özetlemekte ve varılan yargıları sunmaktadır.

2. CMKF, IMM ve SIMM ALGORİTMALARI (CMKF, IMM and SIMM ALGORITHMS)

Bu bölümde, CMKF, IMM ve IMM algoritmasına alternatif olarak öne sürülen SIMM algoritması hakkında bilgi verilmektedir.

2.1. CMKF Algoritması (The CMKF Algorithm)

Birçok takip yönteminde sensörler ölçümleri polar/küresel koordinatlarda almaktadır. Bu durumda radardan alınan menzil, yanal açı ve düşey açı (r_m , θ_m , φ_m) ölçümleri, Eş. 1, Eş. 2 ve Eş. 3'te belirtildiği gibi modellenmektedir.

$$r_m = r + \tilde{r} \quad (1)$$

$$\theta_m = \theta + \tilde{\theta} \quad (2)$$

$$\varphi_m = \varphi + \tilde{\varphi} \quad (3)$$

Eşitliklerde yer alan r gerçek menzili, θ yanal açı değerini ve φ düşey açı değerini; \tilde{r} , $\tilde{\theta}$ ve $\tilde{\varphi}$ ise ortalaması sıfır, varyansları sırasıyla σ_r^2 , σ_θ^2 ve σ_φ^2 olan Gauss ölçüm gürültülerini temsil etmektedir.

Ölçümlerin küresel koordinatlarda olması ve gürültünün küresel koordinatlarda toplamsal gürültü olarak modellenmesine karşı Kalman filtresi (KF) kullanılması durumunda durum denklemlerinin kartezyen koordinatlarda

tanımlı olmasından dolayı ölçümler, Eş. 4'te belirtildiği gibi kartezyen koordinata dönüştürülmektedir. Bu durumda ölçümlerin beklenen değeri hesaplandığında Eş. 5'te verilen eşitlik elde edilmektedir [6].

$$\begin{bmatrix} x_m^c \\ y_m^c \\ z_m^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_m \cos \theta_m \cos \varphi_m \\ r_m \sin \theta_m \cos \varphi_m \\ r_m \sin \varphi_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E \begin{bmatrix} x_m^c \\ y_m^c \\ z_m^c \end{bmatrix} &= E \begin{bmatrix} (r + \tilde{r}) \cos(\theta + \tilde{\theta}) \cos(\varphi + \tilde{\varphi}) \\ (r + \tilde{r}) \sin(\theta + \tilde{\theta}) \cos(\varphi + \tilde{\varphi}) \\ (r + \tilde{r}) \sin(\varphi + \tilde{\varphi}) \end{bmatrix} \\ &= E \begin{bmatrix} e^{-\sigma_{\theta}^2/2} e^{-\sigma_{\varphi}^2/2} r \cos \theta \cos \varphi \\ e^{-\sigma_{\theta}^2/2} e^{-\sigma_{\varphi}^2/2} r \sin \theta \cos \varphi \\ e^{-\sigma_{\theta}^2/2} r \sin \varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Görüldüğü üzere beklenen değerlerde, hedefin gerçek menzil ve açı değerlerinin yanında bir yanlışlık çarpanı bulunmaktadır. Bu durumda sapma etkisi oluşmaktadır. Bu ise Kalman filtresinin sıfır ortalama değerli Gauss gürültüsü varsayımına aykırı durum oluşturmaktadır [2, 3]. Bu etkiyi azaltmak için farklı CMKF algoritmaları öne sürülmüştür [2-6]. Bu çalışmada [3]'te öne sürülen Yansız CMKF (CMKFU) kullanılmıştır. CMKFU algoritması ile ölçümleri yansız hale getirmek için aşağıdaki adımlar takip edilmiştir.

- Yansızlaştırılmış ölçümler Eş. 6'da belirtilen şekilde hesaplanır [3].

$$\begin{bmatrix} x_m^u \\ y_m^u \\ z_m^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\sigma_{\theta}^2/2} e^{\sigma_{\varphi}^2/2} r_m \cos \theta_m \cos \varphi_m \\ e^{\sigma_{\theta}^2/2} e^{\sigma_{\varphi}^2/2} r_m \sin \theta_m \cos \varphi_m \\ e^{\sigma_{\varphi}^2/2} r_m \sin \varphi_m \end{bmatrix} \quad (6)$$

Eşitlikte yer alan x_m^u , y_m^u ve z_m^u sırasıyla x , y ve z eksenlerinde elde edilen yansız ölçümlerdir.

- Yansızlaştırmaya dayalı kovaryans matrisi ise Eş. 7'de verilmektedir.

$$\mathbf{R}_u = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{12} & R_{22} & R_{23} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (7)$$

R_u matrisinde yer alan elemanlar Eş. 8 – Eş. 13'te belirtildiği gibi hesaplanır [3]. Eşitliklerde yer alan ve kompanyasyon faktörleri olarak bilinen $\lambda_{\theta} = e^{-\sigma_{\theta}^2/2}$ ve $\lambda_{\varphi} = e^{-\sigma_{\varphi}^2/2}$, dir.

$$\begin{aligned} R_{11} &= \left((\lambda_{\theta} \lambda_{\varphi})^{-2} - 2 \right) r_m^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \varphi_m \\ &+ \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) [1 + \lambda'_{\theta} \cos(2\theta_m)] \\ &[1 + \lambda'_{\varphi} \cos(2\varphi_m)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} R_{22} &= \left((\lambda_{\theta} \lambda_{\varphi})^{-2} - 2 \right) r_m^2 \sin^2 \theta_m \cos^2 \varphi_m \\ &+ \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) [1 - \lambda'_{\theta} \cos(2\theta_m)] \end{aligned}$$

$$[1 + \lambda'_{\varphi} \cos(2\varphi_m)] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} R_{33} &= (\lambda_{\varphi}^{-2} - 2) r_m^2 \sin^2 \varphi_m + \\ &\frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) [1 - \lambda'_{\varphi} \cos(2\varphi_m)] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} R_{12} &= \left((\lambda_{\theta} \lambda_{\varphi})^{-2} - 2 \right) r_m^2 \sin \theta_m \cos \theta_m \cos^2 \varphi_m \\ &+ \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda'_{\theta} \sin(2\theta_m) [1 + \lambda'_{\varphi} \cos(2\varphi_m)] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} R_{13} &= (\lambda_{\theta}^{-1} \lambda_{\varphi}^{-2} - \lambda_{\theta}^{-1} - \lambda_{\theta}) r_m^2 \cos \theta_m \sin \varphi_m \cos \varphi_m \\ &+ \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda_{\theta} \lambda'_{\varphi} \cos \theta_m \sin(2\varphi_m) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} R_{23} &= (\lambda_{\theta}^{-1} \lambda_{\varphi}^{-2} - \lambda_{\theta}^{-1} - \lambda_{\theta}) r_m^2 \sin \theta_m \sin \varphi_m \cos \varphi_m \\ &+ \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda_{\theta} \lambda'_{\varphi} \sin \theta_m \sin(2\varphi_m) \end{aligned} \quad (13)$$

Yukarıda belirtilen iki adım yardımıyla küresel koordinatlarda alınmakta olan radar ölçümlerinin kartezyen koordinata dönüştürülmesinde oluşan yanlışlık etkisi giderilmeye çalışılarak ölçümlerin yansız olması sağlanmaktadır.

2.2. IMM Algoritması (The IMM Algorithm)

Hedef takip algoritmaları, hedefe ait gürültülü ölçümleri kullanarak hedefin durum kestirimini yapmaktadır. Hedef takibi için yaygın olarak kullanılan birçok algoritma mevcuttur ve bu algoritmalar uygulanırken hedef hareket modelinin hedefin gerçek hareketi ile uyumlu olması gerekmektedir. Hareket modelinin doğru seçilmemesi filtre performansını olumsuz etkilemektedir. Bu nedenle hareket modeli seçimi yapılırken olası hedef dinamikleri göz önünde bulundurulmalıdır.

Hedefler daimi olarak aynı modelle hareket etmemektedir. Belli bir müddet sabit hıza sahip bir hedef, bir müddet sonra manevra yapabilmektedir. Bu durumda filtre modeli sabit hız (CV) seçildiğinde, manevra durumunda hedefe ait konum ve hız kestirimlerinin performansı düşer ve hedef kaybedilebilir. Aynı şekilde filtre modeli olarak koordineli dönüş (CT) modeli seçildiğinde ise hedefin doğrusal hareket ettiği sabit hızlı modele sahip olması durumunda CT modelinin performansı CV modelinin performansından daha düşük olmaktadır. Bu ikilemlerin üstesinden gelmek için etkileşimli çoklu model (IMM) filtresi önerilmiştir [11]. IMM filtresi, hedef dinamiği sabit olmayan veya hedef dinamiği ile filtre modeli arasında geçişlerin olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Bu algoritma, takip sisteminin sonlu sayıda modellerden oluştuğunu varsaymaktadır ve algoritma farklı modeller arasında geçiş yaparak sistemin parametrelerini kestirmektedir.

N modele sahip IMM filtresi, durum kestirim karışımı, model güncellemesi, model olasılık hesapları, model olasılık güncellemesi ve durum kestirimlerinin birleşimi adımlarından oluşmaktadır [12]. IMM algoritmasına ait bu adımlar, toplam beş adım olarak aşağıda verildiği gibidir.

1- Durum kestirim karışımı:

Bu adımda her j modeli için önsel durum kestirimi olan $\mathbf{X}_{k-1|k-1}^j$, durum kovaryans matrisi $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^j$ ve ilişkili model olasılığı $\mu_{k-1}(j)$ (Eş. 15) kullanılarak j modeline ait başlangıç durum kestirimi $\mathbf{X}_{k-1|k-1}^{0j}$ (Eş. 14) ve başlangıç kovaryans matrisi $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{0j}$ Eş. 17'deki gibi hesaplanmaktadır [12]. İfadelerde yer alan k terimi, zaman indeksidir.

$$\mathbf{X}_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_{k-1|k-1}^i \mu_{k-1|k-1}(i|j) \quad (14)$$

$$\mu_{k-1|k-1}(i|j) = \frac{1}{\bar{c}_j} p_{ij} \mu_{k-1}(j) \quad (15)$$

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^N p_{ij} \mu_{k-1}(j) \quad (16)$$

Eşitliklerdeki N terimi model sayısını, Eş. 15'te kullanılan p_{ij} , i modelinden j modeline geçiş olasılığını, \bar{c}_j ise normalizasyon sabitini temsil etmektedir.

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=uk-1|k-1}^N \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k-1|k-1}^i + \\ \left(\mathbf{X}_{k-1|k-1}^i - \mathbf{X}_{k-1|k-1}^{0j} \right) \\ \left(\mathbf{X}_{k-1|k-1}^i - \mathbf{X}_{k-1|k-1}^{0j} \right)^T \end{pmatrix} \quad (17)$$

2- Model güncellemesi:

Bu adımda standart Kalman filtresi denklemleri kullanılarak j modeli için filtre durum kestirimi olan $\mathbf{X}_{k|k}^j$ ve filtre kovaryans matrisi kestirimi olan $\mathbf{P}_{k|k}^j$ elde edilir [12]. CMKF algoritması için durum kestirimine ait eşitlikler Bölüm 3'te verilmektedir.

3- Model olasılık hesapları:

Bu adımda k indeksli ölçüm inovasyonu $\tilde{\mathbf{Z}}_k^j$ ve inovasyon kovaryansı \mathbf{S}_k^j kullanılarak her j modeli için model olasılığını temsil eden $\Lambda_k(j)$, Eş. 18'deki gibi hesaplanmaktadır[12].

$$\Lambda_k(j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\mathbf{S}_k^j|}} \exp[-0.5(\tilde{\mathbf{Z}}_k^j)^T (\mathbf{S}_k^j)^{-1} \tilde{\mathbf{Z}}_k^j] \quad (18)$$

İlgili denklemdeki $|\mathbf{S}_k^j|$ ifadesi j modeline ait inovasyon kovaryansının normunu temsil etmektedir.

4- Model olasılık güncellemesi:

IMM algoritmasında k indeksindeki j 'inci modeli temsil eden M_j^k modelinin ağırlık güncellemesi olan $\mu_k(j)$ Eş. 19'da verilmektedir[12, 19].

$$\begin{aligned} \mu_k(j) &\triangleq \mathbf{P}\{M_j^k | \mathbf{z}^{k-1}\} = \frac{p[\mathbf{Z}_k | M_j^k, \mathbf{z}^{k-1}] \cdot \mathbf{P}\{M_j^k | \mathbf{z}^{k-1}\}}{c} \\ &= \frac{N \left[\mathbf{Z}(k) \tilde{\mathbf{Z}}_j^k \left[k \mathbf{X}_{k|k}^{0j} \right], \mathbf{S}_j^k \left[k; \mathbf{P}_{k|k}^{0j} \right] \right] \bar{c}_j}{c} \\ &= \frac{1}{c} \Lambda_k(j) \bar{c}_j \end{aligned} \quad (19)$$

Eşitlikteki \mathbf{Z}_k ölçümler olmak üzere $\mathbf{z}^{k-1} = [\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_{k-1}]$, $\mathbf{X}_{k|k}^{0j}$ ve $\mathbf{P}_{k|k}^{0j}$ durum kestirim karışımı sonucunda elde edilen durum ve kovaryans matrislerini temsil etmektedir. Eşitlikte yer alan ve normalizasyon sabiti olarak bilinen c terimi Eş. 20'de, \bar{c}_j terimi ise Eş. 16'da verilmiştir[12].

$$c = \sum_{i=1}^N \Lambda_k(j) \bar{c}_i \quad (20)$$

5- Durum kestirimlerinin birleşimi:

Bu son adımda durum kestirimlerinin birleşimi için her bir filtre sonunda elde edilen kestirimler, ilgili modelin model ağırlıkları da göz önünde bulundurularak birleştirilir. Bu amaçla k indeksine ait durum kestirimi $\mathbf{X}_{k|k}$ ve kovaryans matris kestirimi $\mathbf{P}_{k|k}$ sırasıyla Eş. 21 ve Eş. 22'deki gibi hesaplanmaktadır[12].

$$\mathbf{X}_{k|k} = \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_{k|k}^i \mu_k(i) \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \sum_{i=1}^N \mu_k(i) [\mathbf{P}_{k|k}^i + (\mathbf{X}_{k|k}^i - \mathbf{X}_{k|k})(\mathbf{X}_{k|k}^i - \mathbf{X}_{k|k})^T] \quad (22)$$

Yukarıda belirtilen bu beş adım sonrasında farklı filtrelerden elde edilen kestirimler, her bir filtre için olasılığa dayalı filtre ağırlıkları kullanılarak birleştirilmektedir. Böylece hedeflerin birden fazla hareket modeli kullanabileceği göz önünde bulundurularak, algoritmada birden fazla hareket modelinin kullanılmasına olanak sağlanmakta ve hedef hareket modeline en çok uyan filtre cevabı ağırlıklı olacak şekilde kestirim yapılmaktadır.

2.3. SIMM Algoritması (SIMM Algorithm)

Eş. 19'da görüldüğü üzere ağırlık güncellemesi, olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif olasılık fonksiyonundan türetilmektedir. Kümülatif olasılık fonksiyonu [0-1] arasında değer alırken, olasılık yoğunluk fonksiyonunun bir sınırı yoktur. Bu nedenle iki farklı seviye kullanılır ve bunun sonucunda elde edilen $\mu_k(j)$ yaklaşık olasılıktır[19]. Takip sistemlerinde, kestirim hatasının mümkün olduğunca küçük olması istenmektedir. Bu nedenle [19]'da füzyon kriterlerine dayalı değiştirilmiş ve skalerle ağırlıklandırılan SIMM algoritması öne sürülmektedir.

SIMM algoritmasında, model olasılıklarının ağırlık güncellemesindeki olasılık hesabı yerine Eş. 23'te verildiği gibi skaler değerler kullanılmaktadır [19].

$$\mu_k(j) = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\text{tr} \mathbf{P}_{k|k}^i} \right)^{-1} \frac{1}{\text{tr} \mathbf{P}_{k|k}^j} \quad (23)$$

Eşitlikteki N terimi model sayısını, $P_{k|k}^i$ ise IMM algoritmalarında kullanılan ve Kalman filtresinin çıktısı olan kovaryans matrisinin kestirimini, tr ise matristeki köşegen elemanların toplamını belirtmektedir.

IMM algoritmasında durum kestirimlerinin birleşimi için kullanılan filtre çıktılarının hesaplanması, SIMM algoritmasında Eş. 24 ve Eş. 25'te belirtildiği gibi yapılmaktadır [19]. Kullanılan diğer adımlar ise IMM algoritmasında verilen adımlar ile aynıdır.

$$X_{k|k} = \sum_{i=1}^N \mu_k^i(j) X_{k|k}^i \quad (24)$$

$$P_{k|k} = \sum_{i=1}^N \mu_k^i(j) P_{k|k}^i \quad (25)$$

3. SIMM ALGORİTMASININ KÜRESEL KOORDİNATLAR İÇİN UYARLANMASI (ADAPTATION OF SIMM ALGORİHM FOR SPHERICAL COORDINATES)

Bu çalışmada, SIMM algoritmasına CMKF algoritması uyarlanarak elde edilen SIMM-CMKF algoritması önerilmiştir. Bu algoritmada CMKF algoritması, SIMM algoritmasının model güncellemesi aşamasında uygulanmaktadır ve buna ilişkin kullanılan denklemler Eş. 26 – Eş. 30'da verilmiştir.

$$X_{k|k-1}^j = F_{k-1}^j X_{k-1|k-1}^{0j} \quad (26)$$

$$P_{k|k-1}^j = F_{k-1}^j P_{k-1|k-1}^{0j} (F_{k-1}^j)^T + Q_k^j \quad (27)$$

$$K_k^j = P_{k|k-1}^j (H_k^j)^T (H_k^j P_{k|k-1}^j (H_k^j)^T + R_k^{CM})^{-1} \quad (28)$$

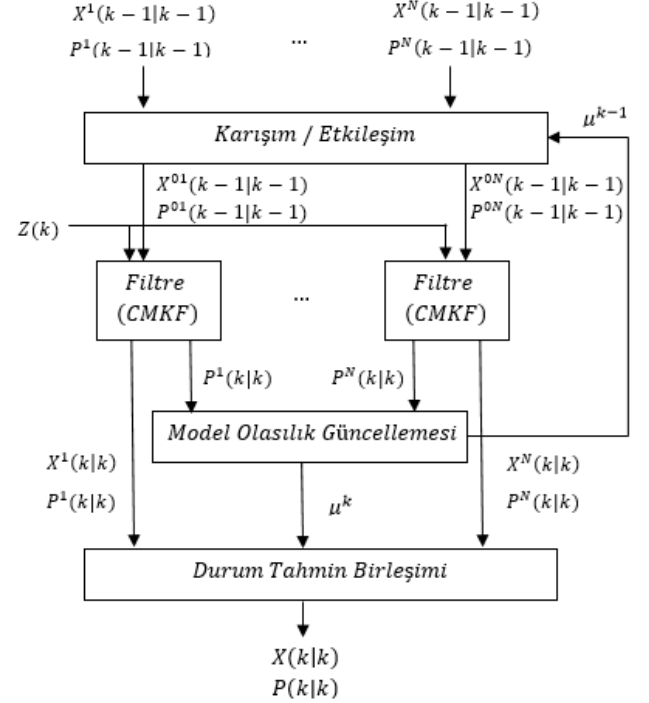
$$X_{k|k}^j = X_{k|k-1}^j + K_k^j (Z_k^{CM} - H_k^j X_{k|k-1}^j) \quad (29)$$

$$P_{k|k}^j = [I - K_k^j H_k^j] P_{k|k-1}^j \quad (30)$$

Eşitliklerdeki Z_k^{CM} , kullanılan CMKF algoritmasına göre elde edilen ve Eş. 6'daki gibi hesaplanan yansız ölçümleri, R_k^{CM} ise Eş. 8 – Eş. 13'teki gibi hesaplanan yansızlaştırmaya dayalı kovaryans matrisini temsil etmektedir.

SIMM-CMKF algoritmasının akış diyagramı Şekil 1'de verilmiştir. Akış diyagramında belirtilen N değeri model sayısını, $Z(k)$ k indeksindeki ölçümleri, μ^k ise k indeksindeki model olasılığını temsil etmektedir. Akış diyagramında görüldüğü üzere $k-1$ indeksindeki her bir modele ait $X^j(k-1|k-1)$ durum kestirimi ve $P^j(k-1|k-1)$ ve $P^{0j}(k-1|k-1)$ etkileşimli kestirimler hesaplanır. Daha sonrasında her model için elde edilen etkileşimli kestirimler, CMKF algoritmasına girdi olarak verilerek filtre çıktıları olan $X^j(k|k)$ durum kestirimi ve $P^j(k|k)$ kovaryans kestirimi hesaplanır. Model olasılık güncellemesi aşamasında elde edilen μ^k model olasılığı, Eş. 23'te verildiği gibi kovaryans kestirimleri kullanılarak hesaplanır. Son

aşamada ise elde edilen filtre çıktıları ve model olasılıkları kullanılarak durum kestirim birleşimi yapılır ve $X(k|k)$ durum kestirimi ve $P(k|k)$ kovaryans kestirimi elde edilir.



Şekil 1. SIMM-CMKF algoritması akış diyagramı (The flow-chart of SIMM-CMKF algorithm)

Bu çalışmada, ele alınan senaryolarda süreç gürültüsü düşük ve yüksek olan iki sabit hız (CV) modeli, sağa ve sola olmak üzere iki koordineli dönüş (CT) modeli olmak üzere toplam dört hareket modeli kullanılmıştır. Dolayısıyla akış diyagramında yer alan ve model sayısını temsil eden N değeri bu senaryolar için dörttür.

Eş. 26'da yer alan X durum değişkeni sırasıyla x , y ve z eksenlerindeki hedef konumunu ve bunlara ilişkin hedef hızı V_x , V_y ve V_z bileşenlerini içermektedir. CV modeli için durum denkleminde kullanılan F^{CV} Eş. 31'de, CT modeli için kullanılan durum matrisi F^{CT} ise Eş. 32'de verilmektedir.

$$F^{CV} = \begin{bmatrix} I_3 & T \cdot I_3 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$F^{CT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & \frac{-(1-\cos(\omega T))}{\omega} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (1-\cos(\omega T))/\omega & \sin(\omega T)/\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\omega T) & -\sin(\omega T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\omega T) & \cos(\omega T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Eşitliklerdeki I_3 , üç boyutlu birim matrisi, T ölçüm zaman aralıklarını temsil etmektedir. Eş. 32'deki ω ise açısal hızı

(dönüş oranını) belirtmektedir ve saat yönünün tersine dönüşte pozitif, saat yönündeki dönüşte ise negatif değer almaktadır.

Eş. 27'de j 'inci modele ait süreç gürültüsü kovaryans matrisi Q^j , Eş. 33'te belirtildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$Q^j = \Gamma^j q^j \Gamma^{jT} \quad (33)$$

Eşitlikteki Γ^j matrisi, CV ve CT modeli için aynıdır ve Eş. 34'te verilmektedir. q^j matrisi ise süreç gürültüsünün x , y ve z eksenleri için bağımsız olduğu kabulüyle elde edildiğinde Eş. 35'teki matris ile temsil edilebilir.

$$F^{CT} \Gamma^{CV} = \Gamma^{CT} = \begin{bmatrix} (T^2/2)I_3 \\ (T)I_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$q^j = \begin{bmatrix} q_x & 0 & 0 \\ 0 & q_y & 0 \\ 0 & 0 & q_z \end{bmatrix} \quad (35)$$

Kullanılan CV ve CT modelleri göz önünde bulundurulduğunda Eş. 28'de yer alan H matrisi ise üç boyutlu durum için Eş. 36'da belirtildiği gibidir.

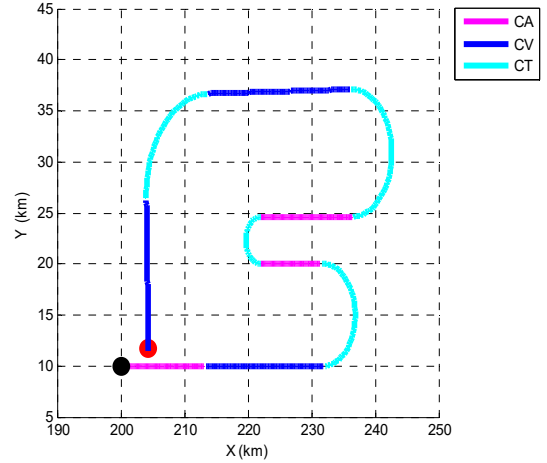
$$H^j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

4. TEST SENARYOLARI VE ANALİZ (TEST SCENARIO AND ANALYSIS)

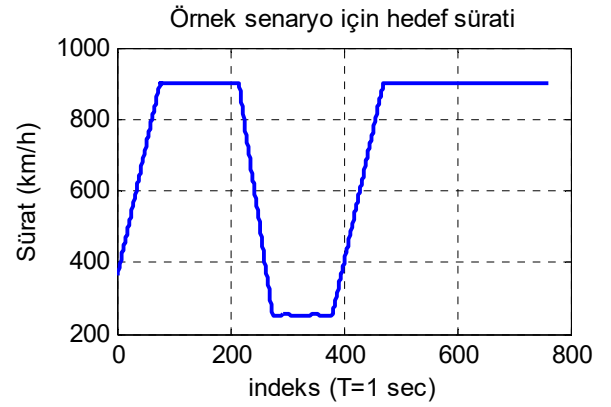
Bu bölümde, ilk olarak önerilen yöntemin etkinliğini göstermek için, ölçümlerin küresel koordinatta alınması durumunda, [19]'da önerilen SIMM-KF algoritması ile bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritmasının performansı kıyaslanmaktadır. Daha sonra ise IMM-CMKF ve SIMM-CMKF algoritmaları için mesafe hataları karşılaştırılmaktadır. Bu amaçla simülasyon ortamında, $T=1$ saniye ile, yaklaşık 15 dakikalık, üç boyutlu takip senaryosu üretilmiştir. Hedef z ekseninde, genliği 200 metre olacak şekilde sinüzoidal salınımla hareket etmektedir. Hedef, Şekil 2'de görüldüğü üzere x ve y eksenlerinde sırasıyla [200, 10] km 'den başlayarak, kırmızı bitiş noktasına kadar hareketini sürdürmektedir. Bu senaryoda hedef bazen sabit hızlı, bazen sabit ivmeli, bazen de koordineli dönüş hareketleri yapmaktadır. Şekil 2'de hedefe ait gerçek konum bilgisi ve hareketine ilişkin modeller verilmektedir. Sabit hız (CV), sabit ivme (CA), saat yönü ve saat yönünün tersi koordineli dönüş (CT) olmak üzere dört hareket modeli kullanılmıştır ve Şekil 2'de sırasıyla lacivert, pembe ve turkuaz renkleriyle gösterilmiştir. Şekil 3'te ise senaryo boyunca hedefin hızının zamana bağlı grafiği verilmiştir. Görüldüğü üzere hedef hızı, senaryo süresince değişkendir ve 250 $km/saat$ -900 $km/saat$ aralığında değişmektedir.

Radar, x , y ve z eksenlerinde [0,0,0] km konumundadır. Ölçüm gürültüsünün standart sapmaları r , θ ve φ için sırasıyla 1 km , 1 $derece$ ve 1 $derece$, Monte Carlo sayısı

olarak ise 100 alınmıştır. Algoritmaların başlangıç durum kestirimi $X_{k-1|k-1}$ ve başlangıç durum kovaryans matrisi $P_{k-1|k-1}$ her j modeli için aynı alınmıştır. Karşılaştırma yapılan tüm algoritmalarda bu değerler aynı alınarak testler yapılmıştır. Model ağırlığı olan $\mu_k(j)$ değeri her j modeli için eşit olacak şekilde seçilmiştir. Eş. 15'te kullanılan ve model geçiş olasılıklarını temsil eden p matrisinin değerleri tipik olarak seçildiği üzere Eş. 37'de verildiği gibi kullanılmıştır.



Şekil 2. Hedefin x - y eksenindeki hareketi
(Position of the target on x - y coordinates)



Şekil 3. Hedef sürati (Target Speed)

$$p = \begin{bmatrix} 0.97 & 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.97 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.97 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.97 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Eş. 35'te kullanılan q_x , q_y ve q_z süreç gürültülerinin her eksen için eşit olduğu varsayılarak, süreç gürültüsü yüksek olan CV modeli için 100, süreç gürültüsü düşük olan CV modeli için 0.01 ve her iki koordineli dönüş modelleri için ise 0.1 değerleri kullanılmıştır. Koordineli dönüş modellerinde kullanılan ω açısal hız değeri olarak ise 0.1 rad/sn kullanılmıştır.

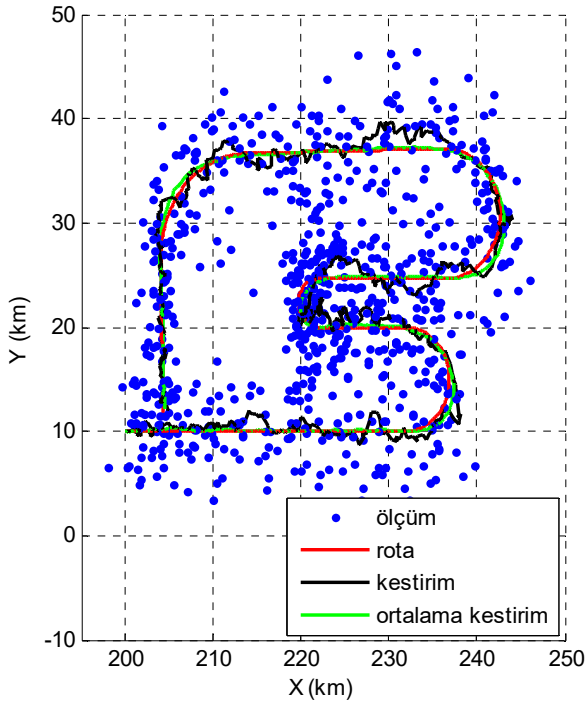
Performans değerlendirmesi için Eş. 38'de verilen ortalama karesel hatanın karekökü (RMSE) değerlerine bakılmıştır.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \hat{X}_i)^T (X_i - \hat{X}_i)} \quad (38)$$

Eşitlikteki N terimi Monte Carlo sayısını, X_i doğru konumu, \hat{X}_i kestirimi, $X_i - \hat{X}_i$ ise i 'inci örnekteki kestirim hatasını belirtmektedir.

Algoritmalarda, süreç gürültüsü düşük ve yüksek olan iki sabit hız (CV) modeli, saat yönü ve saat yönünün tersi olmak üzere iki koordineli dönüş (CT) modeli olmak üzere toplam dört hareket modeli kullanılmıştır ve hareket modellerine ilişkin ayrıntılar Bölüm 3'te verilmiştir.

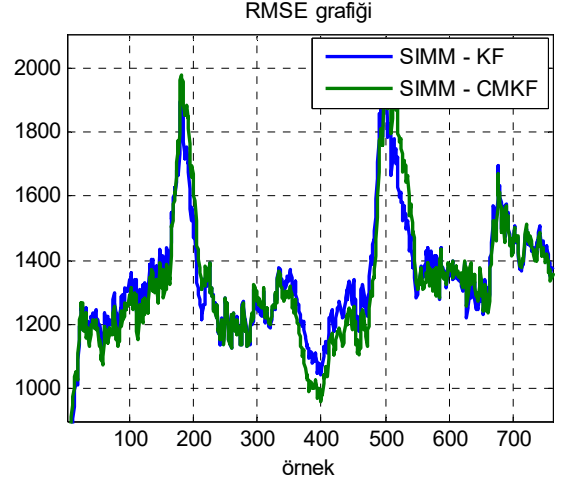
Şekil 4'te yoğun manevra yapan hedefe ait güzergah, ölçüm gürültüsü, SIMM-CMKF algoritmasının bir örneklem için elde edilen kestirim güzergahı ve 100 Monte Carlo için elde edilen ortalama kestirim güzergahı çizdirilmiştir. Şekilde de görüldüğü üzere yoğun kargaşa ve manevra durumunda dahi kestirim algoritması hedef güzergahına yakın bir güzergah vermektedir.



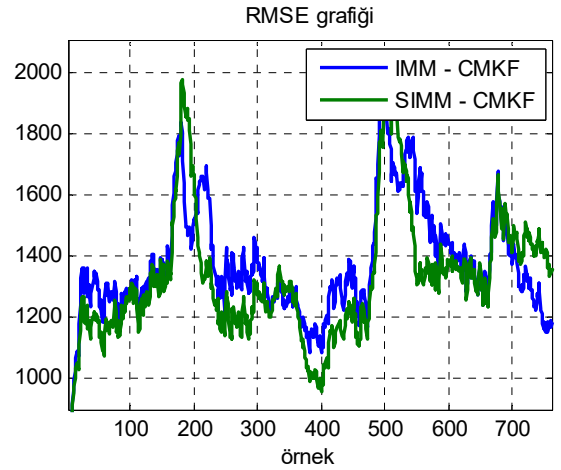
Şekil 4. Hedef güzergahı, ölçümler ve SIMM-CMKF algoritmasının kestirim ve ortalama kestirim grafiği
(Target position, measurements and estimates of the SIMM-CMKF algorithm)

[19]'da öne sürülen SIMM-KF algoritması, ölçümlerin küresel koordinatlarda olması durumunda Şekil 5'te gösterilen RMSE hatasını üretmiştir. Bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritması ise özellikle hedefin manevra yapmaması durumunda SIMM-KF algoritmasından daha az RMSE değerine sahiptir. Şekil 6'da ise aynı senaryo için IMM-CMKF [18] ve bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritmalarının RMSE değerlerinin grafiği verilmektedir.

Grafikte görüldüğü üzere SIMM-CMKF algoritması daha az mesafe hatasına sahiptir. RMSE değerlerindeki farklılıkların açık şekilde görünebilmesi için bu iki grafik ayrı ayrı verilmiştir.



Şekil 5. SIMM açısından KF ve CMKF algoritmalarının kestirim hatası
(Estimation errors of KF and CMKF algorithms for SIMM)



Şekil 6. CMKF açısından IMM ve SIMM algoritmalarının kestirim hataları
(Estimation errors of IMM and SIMM algorithms for CMKF)

Hesaplama yükü bakımından [19]'da olasılık hesabı yerine skaler değer kullanılmasından dolayı SIMM-KF algoritması, IMM-KF algoritmasından daha az hesaplama yüküne sahiptir [19]. Kalman filtresi ile CMKF algoritmasının adımlarındaki benzerlikler göz önünde bulundurulduğunda, CMKF algoritmasında ek olarak sadece ölçüm kovaryans matrisinin hesaplandığı ve genel olarak KF' ne yakın bir hesaplama yüküne sahip olduğu söylenebilir. Bu durumda bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritması için hesaplama yükünün diğer algoritmalara göre daha az olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 1'de IMM-KF [12], IMM-CMKF [18], SIMM-KF [19] ve bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF

algoritmalarının hedefin manevra yapması durumlarındaki RMSE hata değerleri, Tablo 2’de manevrasız durumlardaki RMSE hata değerleri ve Tablo 3’te genel ortalama RMSE hata değerleri verilmektedir. Tablolar incelendiğinde açıkça görüldüğü üzere bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritması yoğun manevra içeren senaryoda genel olarak diğer algoritmalarından daha az hataya sahiptir. Ayrıca Tablo 2’de görüldüğü üzere hedefin manevra yapmaması durumu tek başına ele alındığında yine SIMM-CMKF algoritması 1214 m’lik hata ile daha az hataya sahip olduğu açıkça görülmektedir. Tablo 1’de belirtilen hedefin manevra yapması durumunda ise SIMM-KF algoritmasının önerilen yöntemden daha az hataya sahip olması, KF’nin manevra durumlarında CMKF’den daha çabuk adapte olmasından kaynaklanmaktadır. Fakat tipik hedeflerin, pratikte senaryoda ele alındığı oranda yoğun manevra yapmadıkları göz önünde bulundurulduğunda SIMM-CMKF algoritmasının diğer yöntemlerden daha iyi bir takip performansına sahip olacağı açıktır. Manevralı ve manevrasız durumu içeren genel senaryo Tablo 3’te verilmiştir ve elde edilen sonuçlara bakıldığında IMM-KF algoritması 1475 m, IMM-CMKF algoritması 1370 m ve SIMM-KF algoritması 1335 m iken SIMM-CMKF algoritması 1326 m’lik hataya sahiptir.

Tablolarda görüldüğü üzere SIMM-CMKF’ye en yakın RMSE hatası üreten algoritma SIMM-KF algoritmasıdır. Fakat SIMM-CMKF algoritmasında ölçümler yansız iken, SIMM-KF algoritmasında ölçümler yansız değildir. Bu nedenle SIMM-CMKF algoritması genel olarak daha bir iyi takip performansı üretmektedir.

Tablo 1. Manevra durumlarındaki ortalama RMSE hataları (Average RMSE during target maneuvers)

	KF	CMKF
IMM	1487 m	1466 m
SIMM	1435 m	1487 m

Tablo 2. Manevrasız durumlardaki ortalama RMSE hataları (Average RMSE in non-maneuvering cases)

	KF	CMKF
IMM	1496 m	1310 m
SIMM	1242 m	1214 m

Tablo 3. Genel ortalama RMSE hataları (Overall RMSE errors)

	KF	CMKF
IMM	1475 m	1370 m
SIMM	1335 m	1326 m

Sonuç olarak bu çalışmada önerilen SIMM-CMKF algoritması ile IMM-KF [12], IMM-CMKF [18] ve SIMM-KF [19] algoritmaları karşılaştırıldığında, genel olarak SIMM-CMKF algoritması, hem daha az RMSE hatasına hem de daha az işlem yüküne sahiptir.

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada, füzyon kriterlerine dayalı ve filtre ağırlıkları skaler ile ağırlıklandırılan SIMM algoritmasına, koordinat dönüşümlerinden kaynaklı sapmanın giderilmesini sağlayan CMKF algoritması uyarlanarak SIMM-CMKF algoritması önerilmiştir. Önerilen algoritma, gerçek zamanlı çalışabilecek kadar hızlı, aynı zamanda koordinat dönüşümlerinin elimine edildiği, birçok filtre modelinin kullanımına olanak sağlayan ve literatürdeki IMM-KF, IMM-CMKF ve SIMM-KF algoritmalarından daha az hataya sahip bir algoritmadır. Manevranın ve ölçüm gürültüsünün yoğun olduğu senaryoda elde edilen sonuçlarda, SIMM-CMKF algoritması genel olarak diğer algoritmalarından daha az hataya sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca, SIMM-CMKF algoritması, diğer algoritmalara göre daha hızlıdır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Tüysüz B., Development of semi-real time multi-frequency band supported passive radar system for aerial target detection, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34(1), 191-199, 2019.
2. Lerro D., Bar-Shalom Y., Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 29 (3), 1015–1022, 1993.
3. Longbin M., Xiaoquan S., Yiyu Z., Kang S. Z., Bar-Shalom Y., Unbiased converted measurements for tracking, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 34 (3), 1023–1027, 1998.
4. Duan Z., Han C., Li X. R., Comments on ‘Unbiased converted measurements for tracking, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 40 (4), 1374-, 2004.
5. Bordonaro S. V., Willett P., Bar-Shalom Y., Unbiased tracking with converted measurements, 2012 IEEE Radar Conference, 0741–0745, 2012.
6. Bordonaro S., Willett P., Bar-Shalom Y., Decorrelated unbiased converted measurement Kalman filter, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 50 (2), 1431–1444, 2014.
7. Guo Z., Zhou G., Xu R., A Gaussian mixture Converted Doppler Measurement Kalman Filter, IET International Radar Conference 2015, 1–6, 2015.
8. Zhou G., Pelletier M., Kirubarajan T., Quan T., Statically Fused Converted Position and Doppler Measurement Kalman Filters, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 50 (1), 300–318, 2014.
9. Zhou G., Guo Z., Chen X., Xu R., Kirubarajan T., Statically Fused Converted Measurement Kalman Filters for Phased-Array Radars, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 54 (2), 554-568, 2018.
10. Spitzmiller J. N., Adhami R. R., A novel data-fusion-based improvement to debiased CMKF tracking, 17th

- European Signal Processing Conference, 1052–1056, 2009.
11. Blom H. A. P., An efficient filter for abruptly changing systems, The 23rd IEEE Conference on Decision and Control, 656–658, 1984.
 12. Blair W. D., Watson G. A., Rice T. R., Interacting multiple model filter for tracking maneuvering targets in spherical coordinates, IEEE Proceedings of Southeastcon '91, 2, 1055–1059, 1991.
 13. Cho C. H., Chong S. Y., Song T. L., IMM filtering for vehicle tracking in cluttered environments with glint noise, 2017 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 98–105, 2017.
 14. Liu Y., Tian X., Xu X., Posture estimation system by IMM-based unscented Kalman filters, 2017 Chinese Automation Congress (CAC), 2363–2368, 2017.
 15. Yuan T., Krishnan K., Duraisamy B., Maile M., Schwarz T., Extended object tracking using IMM approach for a real-world vehicle sensor fusion system, 2017 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI), 638–643, 2017.
 16. Guo J. P., Xu J., Yan L., Xia X. G., Xiao X., Long T., Bian M. M., An improved IMM algorithm based on maneuvering-adaptive model set, 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR), 1–5, 2016.
 17. Sun M., Ma Z., Li Y., Maneuvering Target Tracking Using IMM Kalman Filter Aided by Elman Neural Network, 2015 7th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 1, 144–148, 2015.
 18. Sustika R., Suryana J., Nonlinear-Filtering with Interacting Multiple-Model Algorithm for Coastal Radar Target Tracking System, Telkomnika Telecommunication, Computing, Electronics and Control, 13 (1), 211, 2015.
 19. Fu X., Jia Y., Du J., Yu F., New interacting multiple model algorithms for the tracking of the manoeuvring target [Brief Paper], IET Control Theory Applications, 4(10), 2184–2194, 2010.