

**Mevsimsel Birim Kök Testleri:
Türkiye Sanayi Üretim Endeksi Üzerine Bir Uygulama**

Keziban TEKİN*
Türkiye İstatistik Kurumu, Ankara
e-posta: kezibantekin@gmail.com

Yılmaz AKDİ
Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Ankara
e-posta: akdi@science.ankara.edu.tr

Özet

Çalışmada Türkiye için 1991:01-2013:04 sanayi üretim endeksi verileriyle, HEGY yöntemi kullanılarak mevsimsel birim kök varlığı araştırılmıştır. HEGY testi sonucunda seride 0 frekansta birim kök olduğu tespit edilmiştir. Aynı seriye periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi uygulanmış, serinin mevsimsel birim kök içerdiği bulunmuştur. Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök test yöntemi modele bağlı değildir. Ayrıca, periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi için analitik güç fonksiyonu mevcuttur. Bu nedenle HEGY yöntemine göre tercih edilebilir.

Anahtar Sözcükler: *Mevsimsel birim kökler, HEGY testi, periodogram.*

**Seasonal Unit Root Tests:
An Application for Industrial Production Index of Turkey**

Abstract

In this article, we investigated the presence of seasonal unit roots in the industrial production index for Turkey data for the period 1991:01-2013:04 by using HEGY test. It is found that series has a unit root at 0 frequency in the result of HEGY test. We applied periodogram based seasonal unit root test for same series, and it is found that series has a seasonal unit root. Periodogram based unit root test is model-free. Besides, analytical power function for periodogram unit root test is available. Therefore, it may be preferred according to HEGY test.

Key Words: *Seasonal unit roots, HEGY test, periodogram.*

* Bu çalışma Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Doktora tezinden türetilmiştir. Bulgular ve değerlendirmeler yazarların kişisel görüşleri olup, hiçbir şekilde TÜİK'i bağlamaz.

1. Giriş

Zaman serileri analizinde en önemli kavramlardan biri durağanlık kavramıdır. Serinin durağan olup olmadığını araştırmak için birim kök testleri yapılır. Birim köklü serilerde kaç tane birim kök varsa o kadar fark alınarak, seri durağan hale getirilmeye çalışılır. Birim kök sayısı kadar fark almak bazen seriyi durağan hale getiremeyebilir. Bu durumda serinin mevsimsel etkiler içerdiği düşünülür. Ayrıca, mevsimsel modellerde böyle bir fark alma işlemi modeli daha karmaşık hale getirdiği gibi, aynı zamanda istatistiki problemlere de neden olabilir. Dolayısıyla öncelikle bir zaman serisinin mevsimsellik içerip içermediği tespit edilmelidir. Eğer zaman serisinin mevsimsellik içerdiği tespit edilirse, serinin durağanlığını sağlamak için mevsimsel fark alma yöntemi kullanılmalıdır (Akdi 2010).

Zaman serilerinin çoğunda mevsimsel etkiler bulunmaktadır. Mevsimsel zaman serilerinde durağanlık incelemesi için çeşitli birim kök testleri geliştirilmiştir. En yaygın olarak kullanılan mevsimsel birim kök testi, Hylleberg Engle Granger ve Yoo (1990) tarafından geliştirilen ve HEGY testi olarak bilinen yöntemdir.

Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) zaman serilerinde mevsimsel frekanslara karşılık gelen kökler için testler geliştirmişlerdir. Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) yardımcı bir regresyon modeli ile geliştirdikleri yöntemi İngiltere verilerine uygulamışlardır. Daha sonra, Engle, Granger, Hylleberg ve Lee (1993) bu yöntemi revize ederek, Japonya verileriyle çalışmışlardır.

Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından önerilen yöntem, çeyreklik seriler için mevsimsel frekanslarda birim kök varlığını tespit etmekte kullanılan bir yöntemdir. Aylık serilerde ise Franses (1990) mevsimsel birim kök testi araştırması yapmıştır.

Beulieu ve Miron (1990) ABD imalat sanayi sektöründeki mevsimsel döngüyü araştırmışlardır. Çalışmada veri seti aylık olarak ikili faaliyet düzeyinde incelenip, mevsimsel bileşenleri tahmin edilerek mevsimsel döngü ile iş döngüsünün genel olarak benzer olduğu tespit edilmiştir. Beulieu ve Miron (1992) ise aylık ve çeyreklik ABD verileri için HEGY testini uygulayarak, verilerde mevsimsel birim kök olup olmadığını araştırmışlardır.

Türe ve Akdi (2005) 1987:1-2003:4 dönemi Türkiye'nin makroekonomik değişkenlerinden GSYİH ve tüketim serilerinde mevsimsel kointegre bir ilişki olup olmadığını araştırmışlardır. Çalışmada HEGY testi ile serilerin mevsimsel birim kök içerip içermediği incelenmiştir. Ayrıca mevsimsel kointegrasyon testleri ile serilerde 0, 1/4 ve 3/4 frekansta kointegre ilişki bulunduğu ancak 1/2 frekansta ise kointegre ilişkiye rastlanmadığı tespit edilmiştir.

Ayvaz (2006) 1989:1-2004:4 dönemi Türkiye GSMH, tüketim, ihracat ve ithalat serileri için HEGY testi uygulamıştır. Çalışmada tüketim serisinde stokastik mevsimsellik, GSMH ve ihracat serilerinde yarıyıllık ve yıllık frekanslarda mevsimsel birim kök ve ithalat serisinde mevsimsel olmayan birim kök olduğu tespit edilmiştir.

Depalo (2009) mevsimsel birim kök testini Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) çalışmasını dikkate alarak incelemiştir. Çalışmada İngiltere Ulusal İstatistik Enstitüsü'nden alınan 1955-2006 yılları arasında İngiltere'ye ait çeyreklik tüketim verisi kullanılarak, Stata programı yardımıyla hegy4 komutunun alternatifi olan sroot komutu geliştirilmiş, komutların işleyişi ve sonuçları irdelenmiştir. Depalo (2009) iki komutun benzer olduğunu fakat bazı noktalarda farklılıklar olduğunu belirtmiştir.

Tıraşoğlu (2012) zaman serilerindeki mevsimsel değişimin stokastik veya deterministik olup olmadığını belirlemek için gerekli olduğu vurgulamıştır. Çalışmada HEGY mevsimsel birim kök testi ile Türkiye'de TÜFE ve TÜFE harcama grupları için mevsimsel birim kökün varlığı incelenmiştir

Zimmermann (2012) Almanya GSYH verilerini kullanarak zaman serilerinde mevsimsellik kavramını araştırmıştır. Çalışmada verilerin özellikleri dikkate alınarak, Dickey-Fuller, Phillips Perron, DF-GLS, KPSS ve HEGY testlerinin uygulaması Stata programı yardımıyla yapılmıştır.

Şahin, Tansel ve Berument (2014) Türkiye için işteki duruma göre istihdam ve üretim ilişkisini incelemişlerdir. Çalışmada HEGY testi ile verilerde mevsimsel birim kök varlığı araştırılarak, mevsimsel kointegrasyon testi ve Engle-Granger kointegrasyon testi uygulanmıştır.

Serilerin durağanlığı hakkında ön bilgi edinmek için otokovaryans fonksiyonu kullanılabilir. Bu anlamda, otokovaryans fonksiyonu zaman serileri analizinde önemli araçlardan biridir. Otokovaryans fonksiyonunun değerlerine göre serinin model dereceleri sezgisel olarak belirlenebilir.

Bazen otokovaryans fonksiyonu periyodik bir yapıya sahip olabilir. Böyle durumlarda serinin model derecelerinin ve durağanlığının sezgisel de olsa tespiti zordur. Bu tür durumlarda periodogram istatistiğine başvurulur. Periodogram istatistiği, çeşitli istatistiki sonuç çıkarımlarında kullanılmasının yanı sıra serilerde bulunan periyodikliğin tespitinde ve serilerin durağanlığının incelenmesinde de kullanılır.

Periodogram istatistiğinin yardımıyla zaman serilerinde birim kök araştırması yapılarak, serilerin durağanlığı hakkında yorum yapılabilir. Periodogramlarla ilgili literatürde çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Birim köklerle ilgili çalışmalarda Akdi ve Dickey'in çalışmaları ön plana çıkmaktadır. Akdi ve Dickey (1998) periodogramların birim kök sınavında kullanılabileceğini göstermişlerdir. Çalışmada birim kök testine ilişkin periodogram istatistiğine dayalı test istatistiği geliştirilerek, test istatistiğinin dağılımı bulunarak, kritik değerler hesaplanmıştır. Daha sonra Akdi ve Dickey (1999) periodogram tabanlı birim kök testlerinin mevsimsel birim kök incelemelerinde de kullanılabileceğini ortaya koymuşlardır.

Evans ve Dickey (2002) periodogram tabanlı birim kök testinin sıfırdan farklı ortalamalar için değişmez olduğunu ve hata serilerinin parametrelerinin de değişmez olduğunu incelemiştir. Çalışmada trend ve mevsimsel bileşenler için modifikasyonlar sunulmuştur.

Bhattacharyya, Richardson ve Flores (2006) $Y_t = \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$ modelini dikkate alarak, $H_0: \alpha = 1$ yokluk hipotezine karşı, $H_1: |\alpha| < 1$ alternatif hipotezinin testi için asimptotik testi periodogram istatistiğini kullanarak incelemiştir.

Akdi, Kalafatçılar ve Özcan (2010) çalışmasında mal ve hizmet sektörlerinde olası uzun dönem ilişkii periodogram tabanlı birim kök testi ve kointegrasyon testleri ile araştırmışlardır. Ayrıca periodogram tabanlı birim kök testinin robust ve ortalamaya göre değişmez olduğunu vurgulamışlardır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde veri seti tanıtılarak, HEGY testi ve periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi metodolojisi hakkında bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümünde ise HEGY testi ve periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi ile Türkiye için sanayi üretim endeksi serisinin mevsimsel birim kök içerip içermediği incelenmiş, analize ilişkin sonuçlar sunulmuştur. Çalışmanın sonuç bölümünde ise, HEGY testi ile periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin özellikleri karşılaştırılarak tartışılmıştır.

2. Veri Seti ve Metodoloji

2.1. Veri Seti

Sanayi üretim endeksi verileri TÜİK tarafından aylık periyotlarla arındırılmamış, takvim etkisinden arındırılmış, mevsim ve takvim etkisinden arındırılmış olarak yayınlanmaktadır.

Sanayi üretim endeksi yıllar boyunca çeşitli sınıflama ve temel yıllarda hesaplanarak yayınlanmıştır. TÜİK tarafından farklı sınıflama ve temel yıllara ait sanayi üretim endekslerinin karşılaştırılabilirliğini sağlamak için, tarihsel sanayi üretim endeksleri yeniden hesaplanmıştır. Hesaplanan tarihsel seride sınıflama ve temel yıl değişikliklerinin etkileri giderilerek, farklı temel yıl ve sınıflamadaki sanayi üretim endeksi serileri birleştirilmiştir. Böylelikle, 2010 temel yıllık sanayi üretim endeksi serisi geriye dönük olarak elde edilmiş, TÜİK internet sayfasında kamuoyu ile paylaşılmıştır (TÜİK 2013).

Serilerin mevsimsel birim kök içerip içermediğini araştırmak için, mevsimsel arındırılmamış verilerin kullanılması tercih edilmelidir. Bu bağlamda, Depalo (2009) analizlerde arındırılmamış veri kullanmanın mevsimsel arındırılmış verileri kullanmaktan daha karmaşık bir süreç olmasına rağmen, her zaman arındırılmamış verinin dikkate alınmasının daha uygun olacağı görüşünü savunmuştur.

Ekonomistlerin büyük çoğunluğu birim kök araştırmalarında logaritması alınmış arındırılmamış verileri tercih etmektedir. Bu durumda küçük farklılıklar dışında, test sonuçları daha robust sonuçlar vermektedir (Zimmermann, 2012).

Bu çalışmada, Türkiye İstatistik Kurumu tarafından yayınlanan sanayi üretim endeksi verileri incelenmiştir. Veriler TÜİK internet sayfasından elde edilmiştir. 1991:01-2013:04 dönemi için arındırılmamış çeyreklik sanayi üretim endeksi verileri kullanılmıştır. Aynı zamanda analizlerin robust sonuçlar vermesi için, verilerin doğal logaritması alınmıştır.

2.2. HEGY Testi ile Mevsimsel Birim Kök İncelemesi

Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından önerilen ve HEGY testi olarak bilinen yöntem aşağıdaki yardımcı regresyon denkleminde dayanmaktadır.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$\varphi(B)y_{4,t} = \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

şeklinde verilen yardımcı regresyon modeli göz önüne alınsın. Yardımcı regresyon modelinde yer alan, $y_{1,t}$, $y_{2,t}$, $y_{3,t}$ ve $y_{4,t}$ ifadeleri,

$$y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3)x_t \quad (2)$$

$$y_{2,t} = -(1 - B + B^2 - B^3)x_t$$

$$y_{3,t} = -(1 - B^2)x_t$$

$$y_{4,t} = (1 - B^4)x_t$$

şeklinde dir.

HEGY (1990) mevsimsel birim kök testinin yapılabilmesi için tahmin edilmesi gereken regresyon denkleminde yer alan değişkenler gecikme operatörü yardımıyla elde edilmekte olup, denklemdeki π_i katsayıları ise mevsimsel köklerin katsayılarıdır.

Gecikme operatörünün bulunduğu $(1 - B^4)$ terimi incelendiğinde,

$$\begin{aligned} (1 - B^4) &= (1 - B)(1 + B + B^2 + B^3) \\ &= (1 - B)(1 + B)(1 + B^2) \\ &= (1 - B)(1 + B)(1 - iB)(1 + iB) \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada 1, -1, i ve -i olarak dört tane birim kök vardır. Birim kökler sıfır sıklık, yılda 2 devir ve yılda 1 devir olarak adlandırılabilir. Son iki birim kök ayrıştırılmadığından yıllık devir olarak dikkate alınır.

HEGY testine göre mevsimsel birim köklerin frekanslarını saptayabilmek için mevsimsel köklerin katsayıları olan π_i katsayılarına ilişkin hipotez testleri incelenir.

$H_0 : \pi_1 = 0$ yokluk hipotezi $H_1 : \pi_1 < 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir. H_0 yokluk hipotezi red edilemez ise, “seride 0 frekansta birim kök vardır” denir. Bu durumda $(1 - B)$ operatörü kullanılarak, seri durağan hale getirilebilir.

$H_0 : \pi_2 = 0$ yokluk hipotezi $H_1 : \pi_2 < 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir. H_0 yokluk hipotezi red edilemez ise, “seride 1/2 frekansta mevsimsel birim kök vardır” denir. Seride 1/2 frekansta birim kök olduğunda, seriyi durağan hale getirmek için $(1 + B)$ operatörü kullanılır.

$H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$ yokluk hipotezi $H_1 : \pi_3 \neq 0$ ve/veya $H_1 : \pi_4 \neq 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir. H_0 yokluk hipotezi red edilemez ise, “1/4 ve 3/4 frekanslarda mevsimsel birim kök vardır” denir.

Bu hipotezleri test etmek için test istatistiklerinin dağılımlarına ilişkin kritik değerler Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından hesaplanmıştır.

Mevsimsel birim kök testi yapılırken belirtilen modele sabit, trend ve mevsimsel kukla değişkenleri gibi deterministik değişkenler eklenerek daha geniş bir yardımcı regresyon modeli kullanılabilir.

Modeller (4), (5) ve (6) numaralı denklemlerde verildiği şekilde oluşturulabilir:

Sabit terim ve trendin olduğu model,

$$y_{4,t} = \alpha_0 + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \delta t + \sum_{i=1}^k \beta_i y_{4,t-i} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Sabit terim ve mevsimsel kukla değişkenlerin olduğu model,

$$y_{4,t} = \alpha_0 + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \sum_{i=1}^k \beta_i y_{4,t-i} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Sabit terim, trend ve mevsimsel kukla değişkenlerin olduğu model,

$$y_{4,t} = \alpha_0 + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \delta t + \sum_{i=1}^k \beta_i y_{4,t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

şeklindedir.

2.3 Periodogram Tabanlı Mevsimsel Birim Kök İncelemesi

Periodogram istatistiği, Y_t serisi $t = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere,

$$I_n(w_k) = \frac{n}{2} (a_k^2 + b_k^2) \quad (7)$$

biçiminde ifade edilir. Burada a_k ve b_k Fourier katsayıları,

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \cos(w_k t)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \sin(w_k t) \quad (8)$$

şeklindedir (Akdi, 1995).

Zaman serisi modeli,

$$Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

şeklinde olsun.

$|\rho| < 1$ olduğu durumunda, normalleştirilmiş periodogram istatistiği asimptotik olarak 2 serbestlik dereceli ki-kare dağılır. Yani,

$$\frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} \xrightarrow{D} \chi_2^2 \quad n \rightarrow \infty \quad (10)$$

şeklindedir. Burada,

$$f(w_k) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k)} \quad (11)$$

olarak dikkate alınır (Akdi, 1995).

$\rho = 1$ olduğunda Akdi ve Dickey (1998) normalleştirilmiş periodogram istatistiğinin her birinin bir serbestlik dereceli ki-karelerin toplamı olarak dağıldığını göstermişlerdir. Yani, birinci dereceden otoregresif zaman serileri için, Z_1 ve Z_2 bağımsız standart normal dağılıma sahip rasgele değişkenleri göstermek üzere,

$$\frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} \xrightarrow{D} Z_1^2 + 3Z_2^2, \quad f(w_k) = \frac{\sigma^2}{2(1 - \cos(w_k))} \quad (12)$$

şeklindedir. Ayrıca, $Z \sim N(0,1)$ olduğunda Z^2 değişkeni serbestlik derecesi 1 olan ki-kare dağılımına sahiptir. Dolayısıyla asimptotik dağılımı için,

$$\frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} \xrightarrow{D} \chi_1^2 + 3\chi_1^2, \quad f(w_k) = \frac{\sigma^2}{2(1 - \cos(w_k))} \quad (13)$$

gösterimi kullanılabilir (Akdi ve Dickey, 1999).

Seride birim kök incelemesi yapılırken periodogram tabanlı birim kök testinde test istatistiği,

$$T_n(w_k) = \frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} = \frac{2(1 - \cos(w_k))}{\hat{\sigma}^2} I_n(w_k) \quad (14)$$

şeklindedir. Test istatistiği için üretilen kritik değerler yardımı ile $H_0: \rho = 1$ (seride birim kök vardır) yokluk hipotezi test edilebilir (Akdi ve Dickey, 1999).

Mevsimsel zaman serisi $Y_t = \alpha + \rho Y_{t-4} + e_t$ olarak dikkate alınsın. Burada, $H_0: |\rho| = 1$ yokluk hipotezinin testi için, Akdi ve Dickey (1999) tarafından önerilen test istatistiği modifiye edilerek,

$$T_{4,n}(w_k) = \frac{2(1 - \cos(4w_k))}{\hat{\sigma}_n^2} I_n(w_k)$$

(15)

şeklinde tanımlansın. Bu durumda, periodogram tabanlı mevsimsel birim kök hipotez testi problemi için testin güç fonksiyonu,

$$\begin{aligned}
\beta_n(\rho) &= P(H_0 \text{ red}) = P_\rho(T_n < c \mid |\rho| < 1) \\
&= P_\rho\left(\frac{2(1 - \cos(4w_k))}{\sigma^2} I_n(w_k) < c_\alpha(n)\right) \\
&= P_\rho\left(\frac{2(1 - \cos(4w_k))}{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))} \frac{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))}{\sigma^2} I_n(w_k) < c_\alpha(n)\right) \\
&= P_\rho\left(\frac{2(1 - \cos(4w_k))}{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))} \frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} < c_\alpha(n)\right) \\
&= P_\rho\left(\frac{I_n(w_k)}{f(w_k)} < c_\alpha(n) \frac{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))}{2(1 - \cos(4w_k))}\right) \\
&= P_\rho(\chi_2^2 < k_n(\rho)) = \int_0^{k_n(\rho)} e^{-x} d_x = 1 - e^{-k_n(\rho)}
\end{aligned} \tag{16}$$

şeklinde bulunur. Burada $k_n(\rho)$ ifadesi ise,

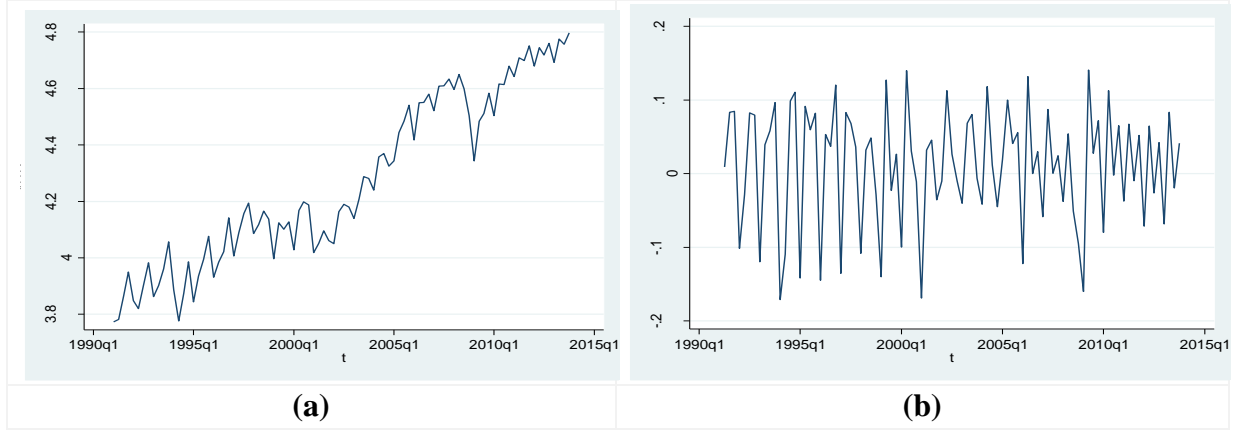
$$k_n(\rho) = c_\alpha(n) \left(\frac{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))}{2(1 - \cos(4w_k))} \right) \tag{17}$$

olup, $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n(\rho) = 1$ ve $\lim_{\rho \rightarrow 1} \beta_n(\rho) = \alpha$ şeklindedir.

3. Bulgular

Sanayi üretim endeksi için doğal logaritması alınmış ve birinci fark serilerinin grafikleri incelenerek, mevsimsel etkiler ve trend hakkında yorum yapılabilir.

Şekil1 Sanayi Üretim Endeksi Verileri (1991:1-2013:4)



Türkiye'nin 1991-2013 dönemine ait çeyreklik sanayi üretim endeksi verileri Şekil 1'de verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde; sanayi üretim endeksi verilerinin genel olarak pozitif trende sahip olduğu ve sezgisel olarak verilerin durağan olmadığı yorumu yapılabilir.

Birinci farkı alınan serinin grafiği (Şekil 1(b)) incelendiğinde ise seride mevsimsel etkilerin varlığı daha net olarak görülmektedir.

Türkiye sanayi üretim endeksi serisine uygun modelin belirlenmesi için SBC ve AIC istatistiklerinin değerleri dikkate alınmıştır. Verilere uygun modelin $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$Y_t = \alpha + \rho Y_{t-4} + e_t \quad (18)$$

olduğu gözlenmiştir.

Seride mevsimlerin trendi benzer ise HEGY mevsimsel birim kök test yöntemi uygulanırken modelin sabit terim, trend ve mevsimsel kukla değişkenlerini içerdiği varsayılır (Zimmermann, 2012).

Sanayi üretim endeksi serisinde mevsimlerin trendinin genel anlamda benzerlik gösterdiği söylenebilir. Bundan dolayı sabit terim, trend ve mevsimsel kukla değişkenleri modele dahil edilerek, sanayi üretim endeksi verilerinin mevsimsel birim kök içerip içermediği sınanmıştır.

Çalışmada HEGY testi Stata programı yardımıyla uygulanmıştır. Gecikme uzunluğu Schwarz Bayesian Bilgi Kriteri'ne göre 4 olarak belirlenmiştir. HEGY testi sonucunda elde edilen test

istatistikleri ve $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyi için kritik değerler Tablo 1’de verilmektedir. Tablonun birinci satırında π_1 , ikinci satırında π_2 , beşinci satırında ise π_3 ve π_4 katsayılarının testi için gerekli olan test istatistikleri ile kritik değerler bulunmaktadır.

Tablo 1 HEGY Testi Sonuçları

	Test İstatistiği	Kritik değer
t[Pi1]	-2.144	-3.585
t[Pi2]	-5.786 *	-2.983
t[Pi3]	-4.309	-3.585
t[Pi4]	-4.011	-1.931
F[3-4]	21.583 *	6.585
F[2-4]	47.787	6.021
F[1-4]	36.122	6.488

* : İlgili yokluk hipotezi 0.05 anlamlılık düzeyinde red edilmiştir.

$H_0 : \pi_1 = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1 : \pi_1 < 0$ alternatif hipotezi test edildiğinde, $t_h = -2.144 > t_t = -3.585$ olduğundan, “ π_1 katsayısına ait yokluk hipotezi red edilemez yani 0 frekansta birim kök vardır” denir.

$H_0 : \pi_2 = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1 : \pi_2 < 0$ alternatif hipotezi test edildiğinde, $t_h = -5.786 < t_t = -2.983$ olduğundan, “ π_2 katsayısına ait yokluk hipotezi red edilir, 1/2 frekansta mevsimsel birim kök yoktur” olarak yorumlanır.

$H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1 : \pi_3 \neq 0$ ve/veya $H_1 : \pi_4 \neq 0$ alternatif hipotezi test edildiğinde, $F_h = 21.583 > F_t = 6.585$ olduğundan, “ π_3 ve π_4 katsayılarına ait yokluk hipotezi red edilir, 1/4 ve 3/4 frekanslarda mevsimsel birim kök yoktur” denir.

HEGY yöntemi sonuçlarına göre Türkiye sanayi üretim endeksi verilerinin 0 frekansta birim köklü olduğu söylenebilir. Farklı bir yaklaşım olarak, aynı seri için $H_0 : |\rho| = 1$ yokluk hipotezinin testi periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi incelenebilir.

Bilindiği gibi (18) numaralı eşitlikte verilen model $\rho = 1$ için durağan değildir. Yukarıda HEGY yöntemine göre $H_0 : \rho = 1$ hipotezi red edilememiştir. Çalışmada aynı yokluk hipotezi periodogramlara bağlı olarak geliştirilen yöntem ile de test edilmiştir.

Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testini uygulamak için öncelikle Monte-Carlo simülasyonu ile tablo kritik değerleri elde edilmiştir. SAS programı kullanılarak yapılan simülasyon çalışmasında 50000 tekrar uygulanmıştır. Örneklem hacmi n değeri değiştirilerek, kritik değerler çeşitli anlamlılık düzeyleri için hesaplatılmıştır.

Seride mevsimsel birim kök vardır şeklindeki yokluk hipotezi, $T_n(w_k) < c_\alpha(n)$ ise α anlamlılık düzeyinde red edilir. Aksi takdirde ise, α anlamlılık düzeyinde seride mevsimsel

birim kökün mevcut olduğu söylenebilir. Hipotez testine ilişkin anlamlılık düzeyleri genellikle, 0.01, 0.05 ve 0.10 olarak alınabilmektedir.

Çalışmada kullanılan veri sıklığı çeyreklik olduğundan periyot 4 olarak alınmıştır. Simülasyon yapılırken başlangıç değerleri $Y_1 = 0, Y_2 = 0, Y_3 = 0$ ve $Y_4 = 0$ olarak alınmıştır. $Z \sim N(0,1)$ olmak üzere, $Y_t = Y_4 + Z$ eşitliği dikkate alınarak, mevsimsel zaman serisinin ilk değeri elde edilmiştir. Daha sonraki n tane değer $Y_4 = Y_3, Y_3 = Y_2, Y_2 = Y_1$ ve $Y_1 = Y$ eşitlikleri yardımıyla üretilmiştir. Bu döngü 50000 defa tekrarlanmıştır. Sonuç olarak 50000 tane n uzunluğunda mevsimsel zaman serisi üretilmiş, bu değerler yardımıyla Tablo 2’de yer alan kritik değerler hesaplatılmıştır.

Tablo 2 Kritik Değerler

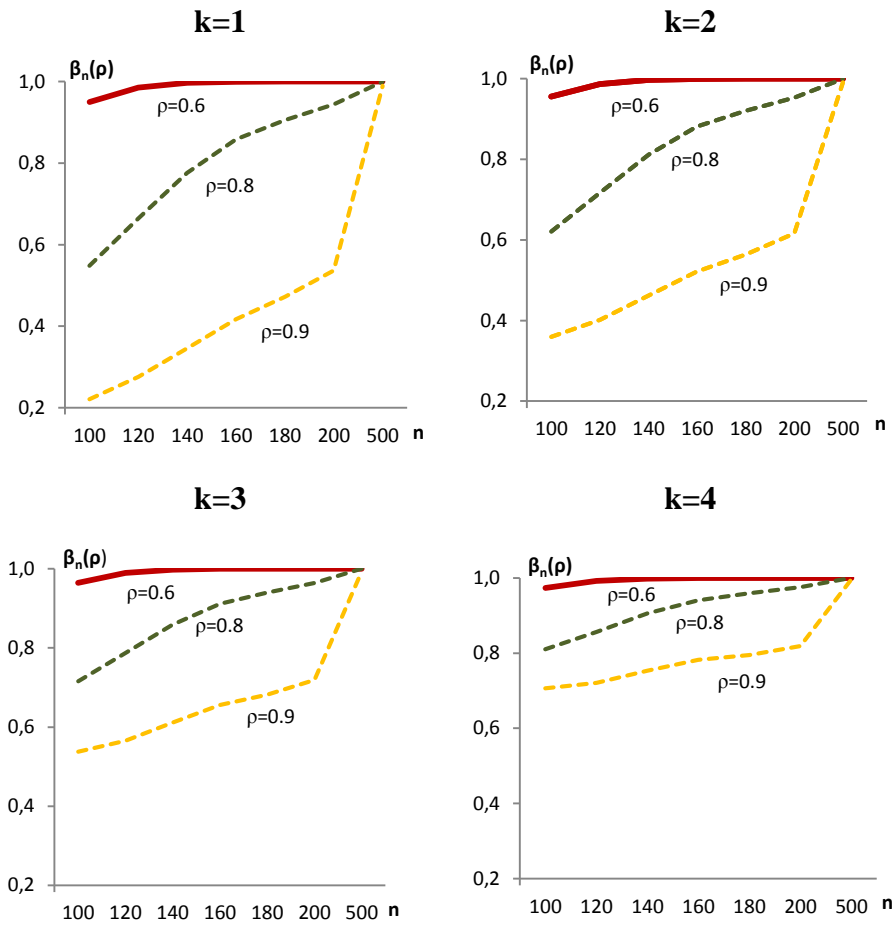
k=1	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.10$	$\alpha=0.25$	$\alpha=0.50$	$\alpha=0.75$	$\alpha=0.90$	$\alpha=0.95$	$\alpha=0.99$
n=100	0.0337	0.1842	0.3847	1.0411	2.5698	5.3889	9.5059	12.8563	21.3004
n=120	0.0354	0.1800	0.3822	1.0477	2.5630	5.3785	9.5841	12.9903	21.2466
n=140	0.0341	0.1838	0.3780	1.0389	2.5731	5.3911	9.4927	12.9214	21.3669
n=160	0.0370	0.1858	0.3816	1.0338	2.5700	5.4034	9.5650	12.9525	21.4843
n=180	0.0344	0.1785	0.3753	1.0408	2.5591	5.3755	9.4389	12.8255	21.2001
n=200	0.0342	0.1773	0.3716	1.0227	2.5591	5.3910	9.5596	12.9640	21.4997
n=500	0.0366	0.1805	0.3758	1.0254	2.5406	5.3653	9.4991	12.7941	20.9030

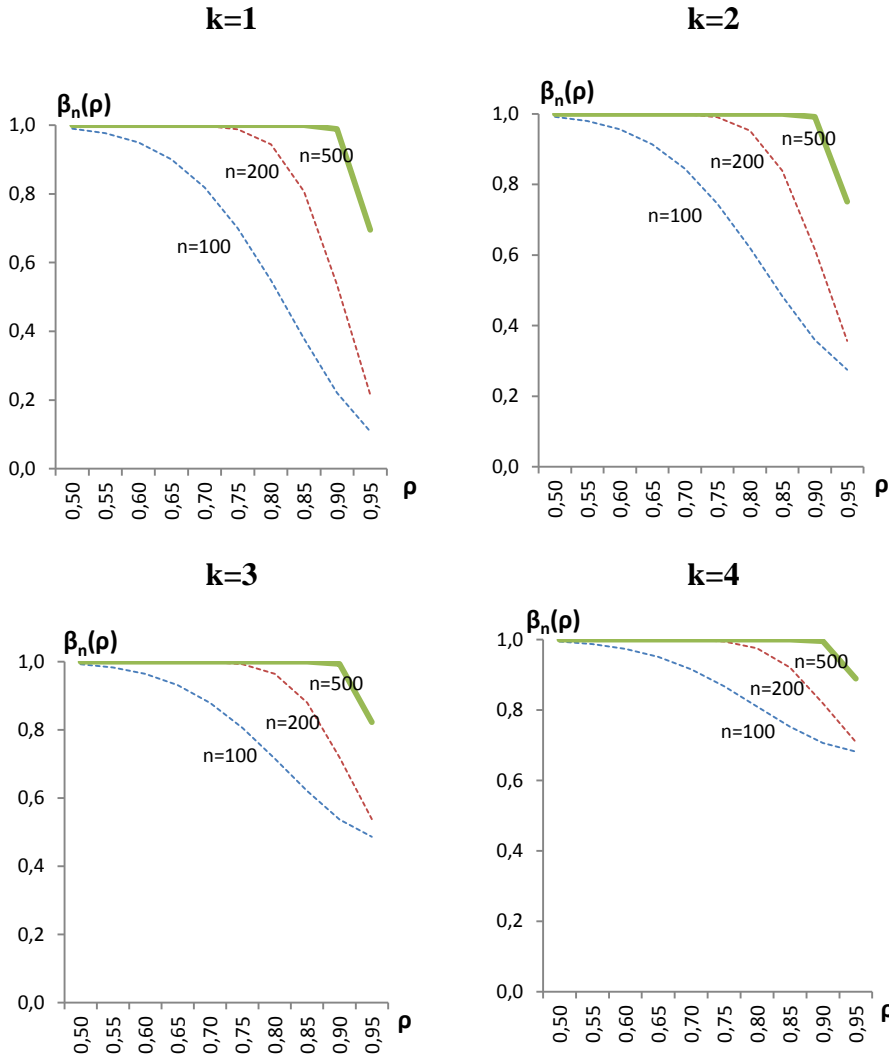
Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin gücü (16) numaralı eşitlikte verilmektedir. Bu eşitlik dikkate alınarak, güç fonksiyonunun farklı ρ ve n için aldığı değerler SAS programı yardımıyla hesaplatılmıştır. Sonuçlar Tablo 3’te verilmektedir.

Tablo 3 Testin Gücü ($\alpha = 0.05$)

k=1	$\rho=0.50$	$\rho=0.55$	$\rho=0.60$	$\rho=0.65$	$\rho=0.70$	$\rho=0.75$	$\rho=0.80$	$\rho=0.85$	$\rho=0.90$	$\rho=0.95$
n=100	0.9904	0.9770	0.9498	0.9001	0.8189	0.7006	0.5484	0.3789	0.2209	0.1087
n=120	0.9985	0.9949	0.9848	0.9599	0.9074	0.8119	0.6645	0.4741	0.2758	0.1237
n=140	0.9999	0.9993	0.9970	0.9883	0.9625	0.8997	0.7757	0.5810	0.3458	0.1466
n=160	1.0000	0.9999	0.9995	0.9971	0.9867	0.9511	0.8584	0.6766	0.4172	0.1714
n=180	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9947	0.9741	0.9057	0.7423	0.4724	0.1900
n=200	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9984	0.9885	0.9439	0.8076	0.5365	0.2156
n=500	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9895	0.6958

Testin gücü $k=1,2,3,4$ için hesaplatılmış olup, her bir k değerine ilişkin örneklem hacmine göre güç grafikleri Şekil 2’de, ρ parametresine göre güç grafikleri ise Şekil 3’te yer almaktadır. Testin gücüne ilişkin grafikler incelendiğinde, ρ değeri arttıkça testin gücünün azaldığı net bir şekilde görülmektedir.

Şekil 2: Testin Gücü-Örneklem Hacmi Grafikleri

Şekil 3: Testin Gücü- ρ Grafikleri

$\rho = 1$ olduğunda, testin gücü anlamlılık düzeyine yakınsaması beklenmektedir. $k=1$ için $\alpha = 0.01, 0.05, 0.10$ anlamlılık düzeylerinde testin gücü hesaplandığında, her biri ilgili anlamlılık düzeyine yakınsamaktadır. Bu duruma ilişkin sonuçlar Tablo 4'te verilmektedir.

Tablo 4 Anlamlılık Düzeyleri

k=1	n=100	n=160	n=180	n=200	n=500
$\alpha = 0.01$	0.01322	0.01445	0.01346	0.01335	0.01427
$\alpha = 0.05$	0.07012	0.07049	0.06779	0.06733	0.06846
$\alpha = 0.10$	0.14085	0.13941	0.13724	0.13594	0.13722

SAS programında *proc spectra* komutuyla periodogram değeri $I_n(w_1) = 5.0877777593$ olarak hesaplanmıştır. Bu durumda, $H_0: |\rho| = 1$ şeklindeki seride mevsimsel birim kök olduğunu iddia eden yokluk hipotezi (15) numaralı eşitlikte verilen,

$$T_n(w_k) = \frac{2(1 - \cos(4w_k))}{\hat{\sigma}_n^2} I_n(w_k)$$

şeklindeki test istatistiği ile test edilir. Burada, $n=100$ olduğunda $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyi için kritik değer $k=1$ için 0.1842'dir. Hesaplanan test istatistiğinin değeri $T_n(w_1) \cong 4.13872 > 0.1842$ olduğundan mevsimsel birim kök vardır şeklindeki yokluk hipotezi red edilemez, yani seride mevsimsel birim kök vardır denir.

Periodogram tabanlı birim kök testinin gücünü hesaplamak için (16) numaralı eşitlikte yer alan ρ parametresinin tahmininin elde edilmesi yeterlidir. Bunun için, Türkiye sanayi üretim endeksi serisine uygun model olan mevsimsel otoregresif zaman serisi modeli $Y_t = \alpha + \rho Y_{t-4} + e_t$ dikkate alınır. SAS programı aracılığıyla $\hat{\rho} = 1$ şeklinde elde edilir. Dolayısıyla, periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin gücü ise,

$$\begin{aligned} k_n(\rho) &= c_\alpha(n) \left(\frac{2\pi(1 + \rho^2 - 2\rho \cos(w_k))}{2(1 - \cos(4w_k))} \right) \\ &= 0.1842 \left(\frac{2\pi(1 + 1^2 - 2 \cos(\frac{2\pi}{92}))}{2(1 - \cos(4 \frac{2\pi}{92}))} \right) \\ &= 0.072758 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

Testin gücü ise,

$$\beta_n(\rho) = 1 - e^{-k_n(\rho)} = 1 - e^{-0.072758} \cong 0,07$$

şeklinde elde edilir.

4. Sonuç

Çalışmada Türkiye için 1991:01-2013:04 çeyreklik sanayi üretim endeksi serisi kullanılmıştır. Sanayi üretim endeksi serisinin grafikleri incelendiğinde, serinin genel olarak pozitif trende sahip olduğu, mevsimsel etkiler içerdiği ayrıca sezgisel olarak durağan olmadığı yorumu yapılmıştır. Bunun üzerine serinin birim kök içerip içermediği iki farklı yöntem ile araştırılmıştır. Seride mevsimsel etkiler bulunduğu için, birim kök testleri olarak HEGY testi ve periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi kullanılmıştır. Her iki yöntem hakkında teorik bilgiler verilerek sanayi üretim endeksi üzerine uygulamalar yapılmıştır. Ayrıca yöntemlere ilişkin bulgular yorumlanmıştır.

HEGY yöntemi kullanılarak yapılan mevsimsel birim kök incelemesinde, sanayi üretim endeksi serisinde 0 frekansta birim kök tespit edilirken, 1/2 frekansta ve 1/4 ile 3/4 frekanslarında mevsimsel birim kök tespit edilmemiştir.

Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin sonucunda ise seride mevsimsel birim kök olduğu tespit edilmiştir.

Her iki testte de seride birim kök tespit edilmiştir. Ancak testlerin uygulaması ve özellikleri birbirinden farklıdır.

HEGY testi yardımcı regresyona dayanan, belli frekanslarda seride birim kök olup olmadığını tespit etmeyi sağlayan bir yöntemdir. Mevsimsel birim kök incelemesinde sıklıkla kullanılması, paket programlarda uygulanabilirliği olması HEGY testinin pozitif özellikleri arasındadır.

Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin ise klasik testlere göre önemli avantajları vardır. Bu avantajlardan en önemlisi, testin modele dayalı olmamasıdır. Yani, HEGY testinde olduğu gibi yardımcı regresyon denklemi tahmin edilmesine gerek yoktur. Bu durum testin uygulanması açısından oldukça kolaylık sağlamaktadır.

Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testinin güç fonksiyonu analitik olarak elde edilebilmektedir. Bu anlamda testin gücü rahatlıkla hesaplanabilmektedir. Ayrıca bu test daha az parametre içermektedir.

Periodogram tabanlı mevsimsel birim kök testi çeşitli avantajlarının yanında istatistiksel anlamda robust sonuçlar verdiği de söylenebilir.

Kaynaklar

- Akdi, Y. "Periodogram Analysis for Unit Roots", Ph.D. Thesis, North Carolina State University, 1995.
- Akdi, Y. and Dickey, D.A. "Periodograms of Unit Root Time Series: Distributions and Tests", *Commun.Statist-Theory Meth.*,1998, 27 (1), 69-87.
- Akdi, Y. and Dickey, D.A. "Periodograms for Seasonal Time Series With a Unit Root", *Journal Of The Turkish Statitical Association*, 1999, vol. 2, number 3, 153-164.
- Akdi, Y. "Zaman Serileri Analizi, Birim Kökler ve Kointegrasyon", Bıçaklar Kitabevi, 2010, Ankara.
- Akdi Y., Kalafatçılar K. M., Özcan K. M. "Application of Periodogram-Based Cointegration Test for the Analysis of the Services and Goods Sector Inflatons", *International Econometric Review (IER)*, 2010, vol. 2, issue 1, 3-10.
- Ayvaz, Ö. "Mevsimsel Birim Kök Testi", *İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 2006, cilt:20 sayı:1.
- Beulieu J.J. and Miron J.A. "The Seasonal Cycle in U.S. Manufacturing", NBER Working Paper Series, 1990, Working Paper No.3450.
- Beulieu J.J. and Miron J.A. "Seasonal Unit Roots in Aggregate U.S. Data, NBER Technical Paper Series", 1992, Technical Paper No.126.
- Bhattacharyya B.B., Richardson G. D. and Flores P.V. "Unit Roots: Periodogram Ordinate", *Statistics & Probability Letters*, 2006, vol. 76, issue 6, 641-651.
- Depalo, D. "A Seasonal Unit Root Test with Stata", Bank of Italy, 2009, Roma.
- Engle, R. F., Granger, C. W. J., Hylleberg, S. and Lee, H. S. "Seasonal Cointegration: The Japanese Consumption Function", *Journal of Econometrics*, 1993, 55, 275-298.
- Evans, B. A., Dickey, D. A. "Normalizations for Periodogram-Based Unit Root Tests", *Statistics & Probability Letters*, 2002, 60, 343-350.
- Franses, P. H. "Testing for Seasonal Unit Roots in Monthly Data", *Econometric Institute Report*, 1990, Nm: 9032/A, Erasmus University, Rotterdam.
- Hylleberg, S., Engle, R.F., Granger, C.W.J. and Yoo, B.S. "Seasonal Integration and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 1990, 44, 215-238.

Şahin, A., Tansel, A. and Berument , M. H. “Output-Employment Relationship across Employment Status: Evidence from Turkey”, *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 2014, 7:1, 99-121.

Tıraşoğlu, M. “HEGY Mevsimsel Birim Kök Testi: Türkiye’de TÜFE ve TÜFE Harcama Grupları İçin Bir Uygulama”, *Kırklareli Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 2012, cilt:1, sayı:1.

TÜİK, “Farklı Temel yıl ve Faaliyet Sınıflamasına Ait Tarihsel Sanayi Üretim Endekslerinin Birleştirilmesi (1986-2010)”, *Türkiye İstatistik Kurumu*, 2013, Ankara.

Türe H. ve Akdi Y. “Mevsimsel Kointegrasyon: Türkiye Verilerine Bir Uygulama”, 2005, Ankara.

Zimmermann S. “Seasonality in German GDP: Testing for Stationarity and Non-Stationarity”, *Term Paper, the Department of Economics, University of Vienna*, 2012.