

# Siyah Alaca Süt Sığırlarının Laktasyon Eğrilerinin Tanımlanmasında Legendre ve Splayn Modellerin Klasik Laktasyon Eğrisi Modelleri ile Karşılaştırılması

Seyrani Koncagül\*, Kemal Yazgan

Harran Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootekni Bölümü, Şanlıurfa

\*e-posta: m\_seyrani\_n@yahoo.com; Tel: +90 (414) 318 3713; Fax: +90 (414) 318 3682

## Özet

Bu çalışmada amaç, karmaşık yapıdaki fonksiyonların (Doğrusal ve Kübik Splayn, ve Legendre Polinomiyaller) Şanlıurfa'da yetiştiriciliği yapılan Siyah Alaca ırkı süt sığırlarının laktasyon eğrilerini tanımlamadaki performanslarını tespit etmek ve bunları yaygın olarak kullanılan modellerle (Wood ve Ali-Schaeffer) karşılaştırmaktır. Araştırmada kullanılan veriler, Şanlıurfa'daki özel bir işletmeden temin edilen ve 2000–2005 yılları arasında kaydedilmiş, 866 Siyah Alaca ırkı süt sığırının 1,713 laktasyonuna ait toplam 511,067 test-günü süt verim kaydından oluşmuştur. Modellerin performanslarının değerlendirilmesinde Kalıntı ortalaması (KO), gözlenen ve tahmin edilen laktasyon eğrileri arasındaki korelasyon katsayısı (R), Durbin-Watson (DW) istatistiği, ve hata varyasyonunun toplam fenotipik varyasyondaki payı (Quotient) karşılaştırma ölçütleri olarak kullanılmıştır. Test günü süt verimleri aylık verim olarak tekrar düzenlenmiş ve model parametreleri kullanılarak günlük süt verimleri tahmin edilmiştir. Kübik ve Doğrusal Splayn modeller, Siyah Alaca ırkı süt sığırların laktasyon eğrilerinin tanımlanmasında en iyi performansı göstermişlerdir.

**Anahtar kelimeler:** Laktasyon eğrileri, süt sığırı, splayn fonksiyonlar, legendre polinomial

## Comparison of Spline and Legendre Polynomial Functions with Conventional Methods for Describing Lactation Curves of Holstein Dairy Cows

### Abstract

The purpose of this study were to determine the performance of complex functions (Linear and Cubic Splines, and Legendre Polinomials) and to compare these with the most common used models (Wood and Ali-Schaeffer) in describing lactation curve of Holstein dairy cattle raised in Şanlıurfa. Data used in the analysis were spanned the years from 2000 to 2005, and consisted of 511,067 test day milk records of 1,713 completed lactations belonging to 866 dairy cows. The criteria used to compare the models were the mean of residuals (KO), the correlation coefficient between the observed and estimated lactation curves (R), Durbin-Watson statistic (DW), and the ratio of residual variance to total variance (Quotient). The records were rearranged in monthly basis and daily milk yields were estimated by using the model parameters. Cubic and Linear Spline functions showed the best performance in describing lactation curve of Holstein dairy cattle.

**Keywords:** Lactation curves, dairy cattle, Spline function, Legendre polynomial

### Giriş

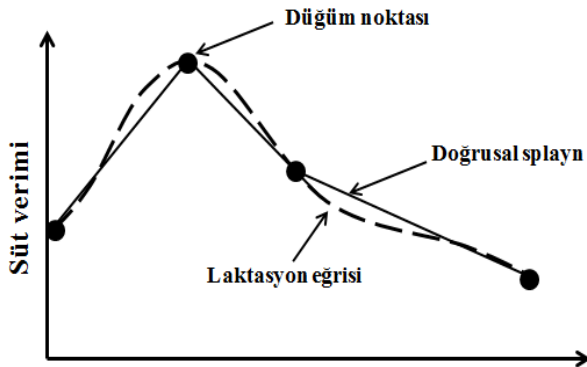
Günümüzde mevcut teknolojiden yararlanılarak ortaya çıkarılan bilgisayar yazılımları sayesinde, REML (Restricted Maximum Log Likelihood) algoritması kullanılarak karmaşık ve çok sayıda parametre içeren laktasyon eğrisi modelleriyle sadece laktasyon eğrileri tanımlanmayıp aynı zamanda yağ, protein, laktoz, somatik hücre sayısı ve süt nitrojeni gibi süt bileşenlerinin de modellere uyumu yapılmakta ve bunlara ait genetik parametreler tahmin edilebilmektedir. Söz konusu süt bileşenlerinin laktasyon boyunca değişimi klasik laktasyon eğrisi biçiminden farklı olduğundan bunlara ait genetik parametre ve damızlık değer hesaplarını yapabilmek

için klasik laktasyon eğrisi tanımlayan modellerin dışında Legendre Polinomiyalleri ve splayn modellere gereksinim duyulmakta ve bunlar şansa bağlı regresyon modelleri ile yapılan analizlere baz fonksiyonu teşkil etmektedir (Kirkpatrick ve ark., 1990; Van der Werf, 1997; Misztal, 2006)

Yapılan çalışmalar zamana bağlı değişken içeren fonksiyonlarla kantitatif verimlere ait tahminlerin doğruluğunun test günlerinin aralıklarına duyarlı olduklarını göstermiştir (Silvestre ve ark., 2006). Bununla birlikte Legendre Polinomiyaller kullanılarak oluşturulan şansa bağlı regresyon modelleriyle yapılan tahminlerin güvenilirliklerinin tartışılmalı olduğuna dair bildirişler de mevcuttur (Robbins ve ark., 2005;

Bohmanova ve ark., 2005). Bu durum, modellerin yapısı ve test günü aralıklarından en az etkilenen modellerin kullanılması gerektiği sonucunu ortaya çıkarmakta ve genetik parametre tahminleri için splayn modellerin kullanımı Legendre Polinomiyalere alternatif olmaktadır (Bohmanova ve ark., 2008; White ve ark., 1999; Druet ve ark., 2003; Silvestre ve ark., 2005). Nitekim, Meyer (2005), doğrusal, karesel ve kübik splayn modelleri ile Legendre polinomiyallerinin performanslarını karşılaştırdığı çalışmasında karesel splaynların Legendre Polinomiyalere karşı üstün olduklarını bildirmiştir.

Splaynlar birbirinden ‘‘Düğüm Noktası’’ adı verilen bölümlerle ayrılan bağımsız dilimlerin oluşturduğu fonksiyonlar olup (de Boor, 1978; Bohmanova ve ark., 2008), laktasyon eğrilerine uygulanırken laktasyon periyotlara ayrılarak dilimlenir. Dilimlerin başladığı ve bittiği yere düğüm noktası adı verilir (Şekil 1) ve bu noktalar süt verimlerinin ölçüldüğü test günlerine tekabül eder (Silvestre ve ark., 2006). Splayn fonksiyonların ilk iki türevi kırılma noktalarında sürekli olmalıdır (Green ve Silverman, 1994). Seçilecek düğüm noktalarının yeri ve sayısı fonksiyonun eğriyi tanımlamadaki performansını etkiler (Misztal, 2006). Nitekim, Bohmanova ve ark. (2008) 6 düğüm noktalı doğrusal splayn modelin 4 ve 5 düğüm noktalı doğrusal splayn modeller ile dördüncü derece Legendre Polinomial fonksiyonlardan daha iyi performans gösterdiğini bildirmiştir.



Şekil 1. Doğrusal splayn ve laktasyon eğrisine uyumu

Verbyla ve ark. (1999) düzgünleştirilen kübik splayn model kullanılarak şansa bağlı etkilerin hesaplanabildiğini bildirmiştir. Verilerin oluşturulması deneysel bir sürece dayanıyorsa, kesikli verilerden fonksiyonel verilere yapılan bu dönüşüm sürecine düzgünleştirme adı verilir (Ramsay ve Silverman, 1997; Ertaş ve Keser, 2008). Bununla birlikte doğrusal

splaynlar kübik splaynlara göre daha az parametre içermesi sebebiyle kübik splaynlara göre daha kullanışlı olabilir. Seçilecek dilim sayısı hesaplamalardaki hata payını da doğrudan etkileyebilecek bir unsurdur.

Bu çalışmada amaç, klasik laktasyon eğrisi modelleri dışında son zamanlarda genetik korelasyon ve damızlık değer tahmininde sıkça kullanılan ve çok sayıda parametre içeren doğrusal ve kübik (üçüncü derece) splayn modellerin ve Legendre Polinomiyalere gibi karmaşık yapıdaki fonksiyonların, Şanlıurfa’da yetiştiriciliği yapılan Siyah Alaca ırkı süt sığırlarının laktasyon eğrilerini tanımlamadaki performanslarını tespit etmek ve bunların performanslarını yaygın modellerden olan Wood ve Ali-Schaeffer modelleri ile karşılaştırmaktır. Karşılaştırmada, kalıntı ortalaması (KO), gözlenen ve tahmin edilen laktasyon eğrileri arasındaki korelasyon katsayısı (R), Durbin-Watson (DW) istatistiği, ve hata varyasyonunun toplam fenotipik varyasyondaki payı (Quotient) karşılaştırma ölçütleri olarak kullanılmıştır.

## Materyal ve Metot

### Materyal

Araştırmada 2000–2005 yılları arasında günde üç kez sağım yapılan ve elektronik olarak günlük kayıt tutulan bir işletmeden sağlanan 866 sağlıklı ineğe ait en az 270 test günü içeren laktasyon kaydı kullanılmıştır. Araştırmada laktasyon kayıtlarının ilk 5 günü herhangi bir hataya yol açmaması için kullanılmamış ve 300 günlük veriler değerlendirilmiştir. Kayıtlar, 1., 2., 3., 4. ve 5. laktasyonda sırasıyla 804, 498, 280, 107 ve 24 olmak üzere toplam 1,713 laktasyon ve sırasıyla 240,095; 148,301; 83,601; 31,922 ve 7,148 olmak üzere toplam 511,067 test günü verimlerini içermektedir. Laktasyon sırasına göre 300 günlük toplam süt verimi kg olarak  $8,248 \pm 49$ ;  $9,392 \pm 72$ ;  $9,707 \pm 88$ ;  $9,670 \pm 136$  ve  $9,320 \pm 316$  olarak gözlemlenmiştir (Çizelge 1). Kayıtlar, buzağılamadan itibaren her otuz günde bir ölçüm alındığı varsayılarak yeniden düzenlenmiş ve her bir laktasyona ait 10 adet test günü süt verimi belirlenmiştir. Düzenlenen verim kayıtlarında test günü sayıları beş laktasyon için sırasıyla 8,692; 5,361; 3,021; 1,416 ve 259 olmuştur (Çizelge 1). Bu test günü verim kayıtları kullanılarak her bir laktasyon için tüm modellere ait parametreler tahmin edilmiş ve bu parametreler kullanılarak her bir laktasyona ait günlük (300 gün) süt verimleri de tahmin edilmiştir.

Çizelge 1. 866 Siyah Alaca ırkı ineğin modellere uyumu yapılan 1,713 adet günlük kaydedilmiş laktasyona ait toplam 511,067 adet test günü içeren veri setinin tanıtıcı istatistikleri\*

Lak. Sırası	Sağmal İnek Sayısı	Test Günü	Düzenlenmiş Test Günü	305-g Süt Verimi
1	804	240,095	8,692	8,247± 49
2	498	148,301	5,361	9,392± 72
3	280	83,601	3,021	9,707± 88
4	107	31,922	1,416	9,670±137
5	24	7,148	259	9,319±316

\* Aynı hayvana ait birden fazla laktasyon kaydı kullanılmıştır.

### Metot

Araştırmada parametreleri hesaplanan ve bu parametreler kullanılarak günlük süt verimi tahmini yapılan modeller aşağıda verilmiştir.

*Wood modeli (WD)*: Gama fonksiyonu olarak da bilinen ve Wood (1967) tarafından tanımlanan bu model laktasyon eğrilerini analizde kullanılan en yaygın modellerden biri olup şu şekilde ifade edilmektedir,  $Y_{(t)}=at^b e^{-ct}$ . Burada,  $Y(t)$ : t. zamandaki süt verimini, a parametresi başlangıç süt verimini, b parametresi pik verime kadar olan çıkışı, c parametresi ise pik verimden sonraki inişi tanımlamaktadır.

*Ali-Schaeffer modeli (AS)*: Araştırma da kullanılan bir diğer model olup şu şekilde ifade edilmektedir,  $Y_{(t)} = a + b\gamma_t + c\gamma_t^2 + d\epsilon_t + g\epsilon_t^2$ , burada, a parametresi pik verimi, d ve q parametreleri yükselişe geçen eğriyi, b ve c parametreleri inişe geçen eğriyi tanımlamaktadır,  $\gamma_t$  ve  $\epsilon_t$  ise sırasıyla  $t/300$ ,  $\ln(300/t)$  değerlerini ifade etmektedir (Silvestre ve ark., 2006).

*Doğrusal Splayn (DS)*: Bu model dilimlerin (Laktasyon periyodu) doğrusal polinomiyalle tanımlandığı eşitlik  $Y_{(t)}=a_0+b_1(t-t_1)+b_2(t-t_2)+\dots+b_n(t-t_n)$  şeklindedir ve bu fonksiyonun birbirine komşu iki düğüm noktası arasındaki ilgili parametreleri bu dilim için değer alırken diğer dilimlerde parametreler 0 olmaktadır (Bohmanova ve ark., 2008). Uygulamada kaç dilim kullanılacaksa fonksiyon, kırılma noktalarının arasını (Dilimleri) tanımlayacak şekilde genişletilir. Bu çalışmada 9 dilim kullanılmıştır.

*Kübik Splayn (KS)*: Yarı parametrik bir modeldir ve doğrusallaştırılmış hali şu şekilde ifade edilmektedir,  $Y_{(t)}=a_n+b_n(t-t_n)+c_n(t-t_n)^2+d_n(t-t_n)^3$  ve  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  (White ve ark., 1999; Silvestre ve ark., 2006). Son zamanlarda laktasyon eğrisi modeli olarak kullanılmaya başlanan (White ve ark., 1999) bu modelin DS modelinden farklı

olarak kırılma noktaları arasını kübik (Üçüncü derece polinomiyal) fonksiyonlar tanımlar. Fonksiyonun ilk iki türevi tüm kırılma noktalarında sürekli olmalıdır. Her bir dilim için dört katsayı (Parametre) hesaplanır. Laktasyon eğrilerine uyumu yapıldığında kullanılan dilim sayısına göre parametreler yorumlanabilir. Bu araştırmada her bir laktasyon kaydı için 10 dilim ve 44 parametre hesaplanmıştır.

*Legendre polinomiyalleri (LEG)*: Şansa bağlı regresyon modeli kapsamında Schaeffer (2004) tarafından laktasyon eğrilerini tanımlamak için bu modellerden yararlanılmıştır ve n. derece ve n+1 tanım kümesindeki polinomiyal fonksiyonlardır ve tek bir laktasyon için aşağıdaki ifade kullanılabilir (Silvestre ve ark., 2006):

$$Y_{(t)} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(w)$$

Burada, w: -1 den +1 arasında bir değer alırken (Eşitlik 1),  $t_{min}$  ve  $t_{max}$  sırasıyla ilk ve son test günlerini (Schaeffer, 2004; Silvestre ve ark., 2006),  $\phi_i(w)$  ifadesi de normalize edilmiş polinomiyali belirtir (Eşitlik 2).  $P_n(w)$  ise polinomialin n. derecesini göstermektedir,

$$w = 2 \left( \frac{t - t_{min}}{t_{max} - t_{min}} \right) - 1 \quad [1]$$

$$\phi_n(w) = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} P_n(w) \quad [2]$$

Çalışmada, Eşitlik 2'deki ifade aşağıda verilen alt fonksiyonlarla (Spiegel, 1971; Silvestre ve ark., 2006) normalize edilerek ikinci (LEG2), üçüncü (LEG3) ve dördüncü (LEG4) derece Legendre Polinomiyalleri kullanılmıştır;

$$P_2(w) = \frac{1}{2} (3w^2 - 1)$$

$$P_3(w) = \frac{1}{2} (5w^3 - 3w) \quad [3]$$

$$P_4(w) = \frac{1}{8} (35w^4 - 30w^2 + 3)$$

Araştırmada süt verimlerinin DS modeline uyumu SAS (2000) programında PROC REG, KS modeline uyumu PROC TRANSREG, diğer modellere uyumu ise PROC NLIN süreci kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

### Model Karşılaştırma Ölçütleri

Araştırmada günlük süt verimleri kullanıldığından, modellerin karşılaştırılmasında kalıntılara ait analizlerde aşağıdaki metotlar kullanılmıştır:

**Kalıntıların ortalaması (KO):** Kalıntılara ait ortalamaların sıfıra ne kadar yakın olduğunu göstermektedir.

**Gözlenen ve tahmin edilen laktasyon eğrisi arasındaki korelasyon katsayısı (R):** Bu ölçüt gerçek ve model parametreleri kullanılarak tahmin edilen süt verimi arasındaki ilişkinin benzerlik derecesini göstermektedir (Guo ve Swalve, 1995; Silvestre ve ark., 2006).

**Durbin-Watson (DW) istatistiği:** Eşitlik 4'de gösterildiği gibi bu test, kalıntıların (e) oto-korelasyon gösterip göstermediğini tespit etmek amacıyla kullanılmıştır. DW değeri 0-4 arasında değişmekle birlikte 2'den küçük değerler pozitif, 2'den büyük değerler negatif oto-korelasyon olduğunu gösterir. DW'nin 2 değerini alması oto-korelasyon olmadığını gösterir:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=2}^n (e_i)^2} \quad [4]$$

**Quotient (Q) :** Gerçek laktasyon eğrisi ile modelin tanımladığı eğri arasındaki benzerliğin bir ölçüsü olarak Eşitlik 5'de verilmiş olup, e kalıntıları y ise gözlem değerlerini temsil eder (Ali ve Schaeffer, 1987; Silvestre ve ark., 2006). Ayrıca bu

$$Q = 100 \times \frac{\sum_{i=5}^{305} e_i^2}{\sum_{i=5}^{305} y_i^2} \quad [5]$$

değerin sıfıra yaklaşması gerçek verim değerleri ile tahmin edilen verim değerleri arasındaki farkın azaldığını diğer bir deyişle gerçek laktasyon eğrisi ile tahmin edilen eğrinin birbirine benzediğini göstermektedir. Bulunan Q değeri büyüdükçe bu durumun tersi meydana gelmektedir.

Modellere ait DW ve Q ölçütlerinin ortalamalarının

birbirlerinden istatistiksel olarak farklı olup olmadıkları Tukey testi ile kontrol edilmiştir.

## Bulgular

Karşılaştırma ölçütleri bakımından modellere ait sonuçlar Çizelge 2'de verilmiştir. Buna göre WD, AS, DS, KS, LEG2, LEG3 ve LEG4 modellerinin kalıntılara ait ortalamaları sırasıyla 0.10±0.005, -0.12±0.005, 0.00±0.004, 0.00±0.003, 0.34±0.005, 0.29±0.005, 0.08±0.005 olarak tespit edilmiş olup, DS ve KS modellerinin bu ölçüt bakımından en iyi sonucu verdiği gözlenmiştir. Şekil 2 incelendiğinde LEG2 ve LEG3 modellerinin laktasyonun yaklaşık ilk 3 aylık periyodunda yüksek hata aralıklarına sahip olduğu görülmekte olup bu durum modellere ait kalıntı ortalamalarının sıfırdan diğer modellere göre daha fazla sapmalarına neden olmuştur.

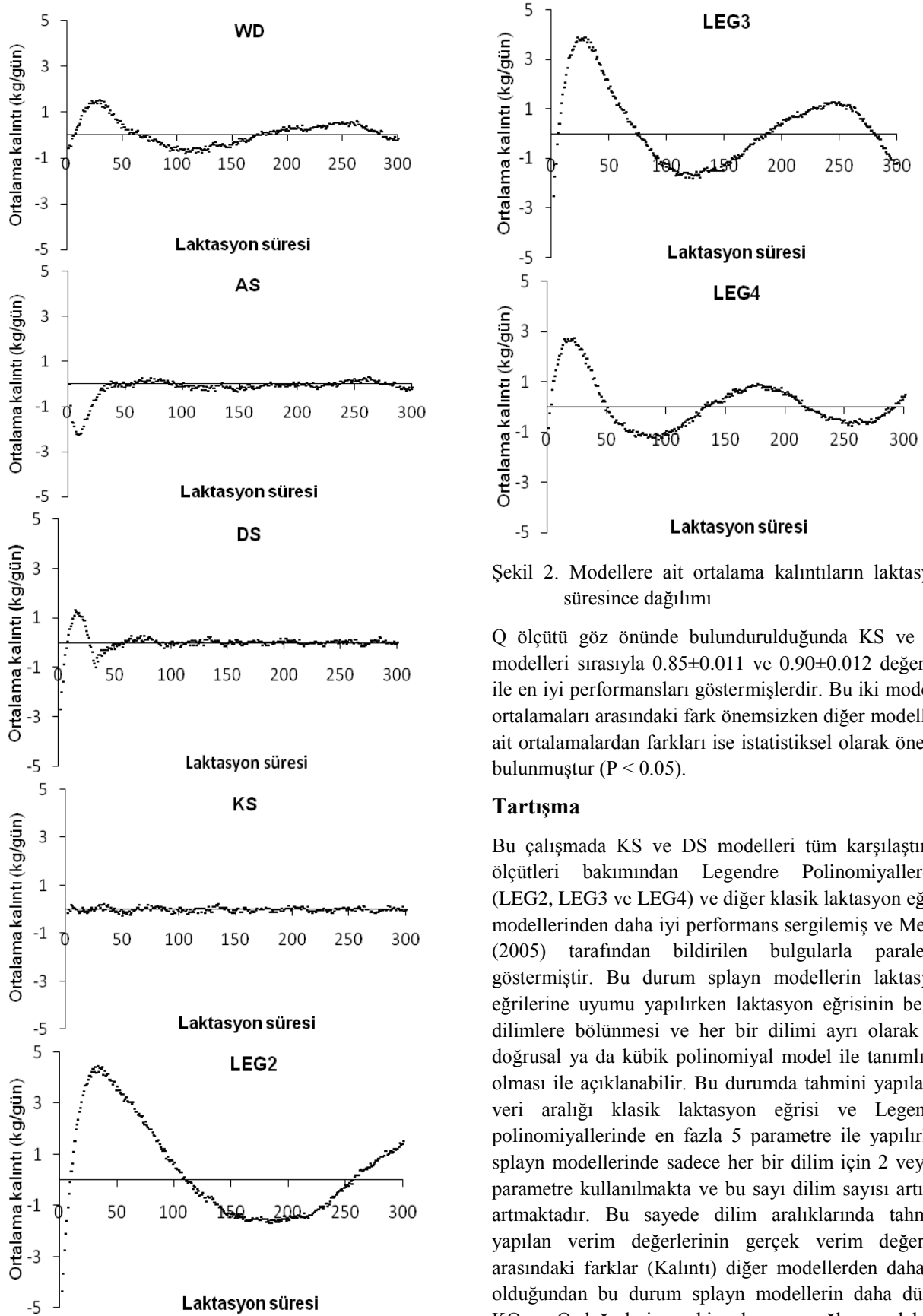
R ölçütü dikkate alındığında 0.93 ile en yüksek korelasyonlara KS ve DS modelleri sahip olmuş ve bunları 0.88 ile LEG4, 0.87 ile WD, AS ve LEG3 modelleri izlemiştir. LEG2 modeli ise 0.86 değerini almıştır. R ölçütü göz önünde bulundurulduğunda, kalıntılara ait ortalama ölçütünde de olduğu gibi KS ve DS'nin üstünlükleri görülmektedir.

KS ve DS modelleri DW katsayısı ortalamaları bakımından sırasıyla 1.51±0.010 ve 1.44±0.010 değerlerini alarak oto-korelasyon gösterme eğiliminde olmamışlardır. Bununla birlikte bu iki model söz konusu olduğunda DW ortalamaları arasındaki farklar istatistiksel olarak önemli bulunmuştur (P<0.05). DW katsayısı bakımından diğer tüm modeller ise pozitif oto-korelasyon göstermişlerdir. Bu sonuçlar Şekil 2'de verilen grafiklerle de uyum içerisindedir. Şekil 2'deki KS modeline ait grafik incelendiğinde kalıntılara ait ortalamaların tüm laktasyon boyunca diğer modellere göre çok daha homojen dağıldığı görülmektedir. Bu sonuçlara dayanarak DS modelinin bu çalışmada en az oto-korelasyon gösteren model olduğu söylenebilir.

Çizelge 2. Karşılaştırma kriterleri bakımından modellere ait sonuçlar.

Model	Parametre Sayısı	KO*	R <sup>1</sup>	DW <sup>2</sup>	Q <sup>3</sup>
		$\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$		$\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$	$\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$
WD	3	0.10 ± 0.005	0.87	0.91 ± 0.009 <sup>c</sup>	1.77 ± 0.101 <sup>a</sup>
AS	5	-0.12 ± 0.005	0.87	0.00 ± 0.000 <sup>f</sup>	1.79 ± 0.071 <sup>a</sup>
DS	18	0.00 ± 0.004	0.93	1.44 ± 0.010 <sup>b</sup>	0.90 ± 0.012 <sup>c</sup>
KS	44	0.00 ± 0.003	0.93	1.51 ± 0.010 <sup>a</sup>	0.85 ± 0.011 <sup>c</sup>
LEG2	3	0.34 ± 0.005	0.86	0.73 ± 0.008 <sup>e</sup>	1.90 ± 0.026 <sup>a</sup>
LEG3	4	0.29 ± 0.005	0.87	0.80 ± 0.008 <sup>d</sup>	1.71 ± 0.025 <sup>ab</sup>
LEG4	5	0.08 ± 0.005	0.88	0.89 ± 0.009 <sup>c</sup>	1.56 ± 0.024 <sup>b</sup>

\*Kalıntılara ait ortalama; <sup>1</sup>Gözlem değerleri ile tahmin değerleri arasındaki korelasyon; <sup>2</sup>Durbin-Watson istatistiği; <sup>3</sup>Quotient: Hata kareler toplamını ile gözlem değerleri arasındaki oran; <sup>a, b, c</sup>Aynı sütunda farklı harf taşıyan ortalamalar birbirlerinden farklıdır (P < 0.05).



Şekil 2. Modellere ait ortalama kalıntıların laktasyon süresince dağılımı

Q ölçütü göz önünde bulundurulduğunda KS ve DS modelleri sırasıyla  $0.85 \pm 0.011$  ve  $0.90 \pm 0.012$  değerleri ile en iyi performansları göstermişlerdir. Bu iki modelin ortalamaları arasındaki fark önemsizken diğer modellere ait ortalamalardan farkları ise istatistiksel olarak önemli bulunmuştur ( $P < 0.05$ ).

### Tartışma

Bu çalışmada KS ve DS modelleri tüm karşılaştırma ölçütleri bakımından Legendre Polinomialardan (LEG2, LEG3 ve LEG4) ve diğer klasik laktasyon eğrisi modellerinden daha iyi performans sergilemiş ve Meyer (2005) tarafından bildirilen bulgularla paralellik göstermiştir. Bu durum splayn modellerin laktasyon eğrilerine uyumu yapılırken laktasyon eğrisinin belirli dilimlere bölünmesi ve her bir dilimi ayrı olarak bir doğrusal ya da kübik polinomial model ile tanımlıyor olması ile açıklanabilir. Bu durumda tahmini yapılacak veri aralığı klasik laktasyon eğrisi ve Legendre polinomialarında en fazla 5 parametre ile yapılırken splayn modellerinde sadece her bir dilim için 2 veya 3 parametre kullanılmakta ve bu sayı dilim sayısı artıktıkça artmaktadır. Bu sayede dilim aralıklarında tahmini yapılan verim değerlerinin gerçek verim değerleri arasındaki farklar (Kalıntı) diğer modellerden daha az olduğundan bu durum splayn modellerin daha düşük KO ve Q değerlerine sahip olmasını sağlamış olabilir. Bu avantaj sayesinde Splayn modellerle yapılacak

genetik parametre ve damızlık değer tahminlerinin hata paylarının düşeceği söylenebilir. Bu sonuç Bohmanova ve ark. (2008)'nın bildirişleri ile uyum içerisindedir. Bununla birlikte Splayn modellerin parametrelerinin biyolojik olarak anlamlandırılmasında yaşanacak zorluklar, parametreler üzerindeki çevresel etkilerin hesaplanmasında problemler meydana getireceğinden dezavantaj teşkil edebilir. Söz gelimi Wood modelinin laktasyon eğrilerine uyumu yapıldığında a, b ve c parametrelerinin anlamı bilindiği için pik verimden sonraki inişle ilintili c parametresinin üzerine sürü, yıl, yaş, buzağılama aralığı, servis periyodu gibi çevresel faktörlerin etkileri kolaylıkla hesaplanabilirken bunun Kübik splayn için yapılması düşünüldüğünde hangi parametre ya da parametrelerin pik verimle direk olarak ilintili olduğunu saptamada karşılaşılabilecek güçlükler ortadadır.

Bu çalışmada, KS modeline ait KO ve Q bakımından elde edilen sonuçlar Silvestre ve ark. (2006) tarafından her laktasyon için 11 test günü kullanılarak yapılan analizler sonucunda, sırasıyla 0.1 ve 1.8 olarak bildirilen değerlerden daha düşük bulunmuştur. Araştırmacıların çalışmalarında KS modeli pozitif oto-korelasyon gösterirken (DW=0.21), bu çalışmada oto-korelasyon göstermediği gözlenmiştir (DW=1.51). Farklılıklara bu çalışmada kullanılan test günü sayısının araştırmacıların kullandıkları test günü sayısından (45,213) daha fazla olması sebep olmuş olabilir. Bununla birlikte araştırmacıların buldukları R ölçütü (0.92) bu çalışmadakine (0.93) benzer sonuç vermiştir. Bu araştırmada sırasıyla üç Legendre Polinomialine ait Q değerleri Silvestre ve ark. (2006) tarafından bildirilen değerlerden (2.2, 1.9 ve 1.9) biraz daha düşük bulunmuştur. Q değerinin sıfıra yaklaşması modelin laktasyon eğrisini tanımlama başarısında bir ölçü olduğundan bu çalışmada Legendre Polinomiallerinin laktasyon eğrilerini araştırmacıların çalışmalarından daha iyi tanımladığı söylenebilir. Fakat LEG3 ve LEG4 polinomialilerinin kalıntılara ait ortalamalar (KO) araştırmacıların çalışmalarında 0.00 olarak tespit edilirken bu araştırmada üç legendre polinomiali kalıntılara ait ortalamalar sıfırdan bir miktar sapma göstermiştir (0.34 ± 0.005, 0.29 ± 0.005 ve 0.08 ± 0.005). Bununla birlikte R değerleri de bu üç model için araştırmacıların çalışmalarındaki değerlerden (0.90, 0.91 ve 0.92) biraz daha düşüktür. Gerek kalıntılara ait ortalamaların gerekse de R değerlerinin araştırmacıların çalışmasından düşük çıkmasına her iki çalışmada kullanılan test günü sayısının farklı olması sebep olmuş olabilir. Bu çalışmada daha öncede bildirildiği gibi 511,067 test günü süt verimi değeri

kullanılmıştır. Bu ise gerek tipik gerekse de tipik olmayan her tipten laktasyon eğrisinin çalışmaya dahil olduğunu göstermektedir. Tipik olmayan laktasyon eğrileri genetik ve bir kısım çevre faktörleri sonucunda meydana gelmektedir (Wood 1969; Perochon ve ark., 1996; Olori ve ark., 1999; Macciotta ve ark., 2005). Bu çalışmada hem genetik hem de bakım besleme ve fizyolojik faktörler sonucu laktasyonlarda anormal verim değişiklikleri sebebiyle bu çalışmadaki kalıntılara ait hata ortalamaları bir miktar yüksek ve R değerleri bir miktar düşük çıkmış olabilir. Bununla birlikte her iki çalışmada da Legendre Polinomialleri pozitif oto-korelasyon göstermişlerdir.

### Sonuç

Aylık verim kayıtları kullanıldığı zaman Siyah Alaca süt sığırlarında Wood ve Ali-Schaeffer modelleri, Q ve DW ölçütleri bakımından LEG4, KS ve DS modellerinin performans bakımından gerisinde kalmışlardır. Bu duruma LEG4, KS ve DS modellerinin parametre sayılarının daha fazla olması sebep olabilir. Gerek laktasyon eğrilerini klasik modellerden daha iyi tanımlamaları gerekse daha az oto-korelasyon göstermeleri sebebiyle laktasyon eğrilerinin tanımlanmasında Doğrusal Splayn modellerin tercihine öncelik verilebilir. Üstelik parametre sayısının Kübik Splayn modele göre daha az olması da bir avantajdır. Bununla birlikte dünyada bu alanda yapılan çalışmalara paralel olarak, ülkemizde süt sığırlarının laktasyon eğrilerini tanımlama çalışmalarında DS ve KS fonksiyonları çok daha büyük veri setlerinde farklı sayıda ve laktasyon eğrilerinin farklı yerlerinde düğüm noktaları seçilerek mümkün olan en az sayıda düğüm noktası ile en doğru tahmini yapma yöntemleri araştırılmalıdır.

### Kaynaklar

- Ali, T. E., Schaeffer, L. R. 1987. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 67: 637-644.
- Bohmanova J., Misztal I., Bertrand J.K. 2005. Studies on multiple trait and random regression models for genetic evaluation of beef cattle for growth. *J. Anim. Sci.* 83: 62-67.
- Bohmanova, J., Miglior, F., Jamrozik, J., Misztal, I., Sullivan, P.G. 2008. Comparison of random regression models with legendre polynomials and linear splines for production traits and somatic cell score of Canadian holstein cows. *J. Dairy Sci.* 91: 3627-3638.
- De Boor, C. 1978. A practical guide to splines. Springer-Verlag, New York, NY.

- Druet, T., Jaffrezic, F., Boichard, D., Ducrocq, V. 2003. Modeling lactation curves and estimation of genetic parameters for first lactation test-day records of French Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 86: 2480–2490.
- Ertaş, K., Keser, İ. K. 2008. Düzgünleştirilmiş fonksiyonel ana bileşenler analizi ile İMKB verilerinin incelenmesi. *Ekonometri ve İstatistik.* 8: 1-32.
- Green, P. J., Silverman, B.W. 1994. Nonparametric regression and generalized linear models. A roughness penalty approach. Chapman and Hall. London. UK.
- Guo, Z., Swalve, H. H. 1995. Modeling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. Proc. (Interbull Mtg. Prague. Czechoslovakia. International Bull Evaluation Service. Uppsala, Sweden. Interbull Bull. No.11.
- Kirkpatrick, M., Lofsvold, D., Bulmer, M. 1990. Analysis of the inheritance, selection and evolution of growth trajectories. *Genetics.* 124: 979–993.
- Macciotta, N. P. P., Vicario, D., Cappio-Borlino, A., 2005. Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.* 88:1178-1191.
- Meyer, K. 2005. Random regression analyses using Bsplines to model growth of Australian Angus cattle. *Genet. Sel. Evol.* 37: 473–500.
- Misztal, I. 2006. Properties of random regression models using linear splines. *J. Anim. Breed. Genet.* 123: 74–80.
- Olori, V. E., Brotherstone, S., Hill, W. G., McGuirk, B. J. 1999. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 58: 55–63.
- Perochon, L., Coulon, J. B., Lescourret, F. 1996. Modelling lactation curves of dairy cows with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 63: 189–200.
- Ramsay, J. O., Silverman B. W. 1997. *Functional Data Analysis.* Springer – Verlag: New York.
- Robbins, K. R., Misztal, I., Bertrand, J. K. A. 2005. Practical longitudinal model for evaluating growth in gelbvieh cattle. *J. Anim. Sci.* 83: 29–33.
- SAS. 2000. SAS/STAT. SAS Inst. Inc. Cary, NC, USA
- Schaeffer, L.R. 2004. Application of random regression models in animal breeding. *Livest. Prod. Sci.* 86: 35–45.
- Spiegel, M. R. 1971. *Advanced mathematics for engineers and scientists.* McGraw-Hill, NewYork, NY.
- Silvestre, A. M., Petim-Batista, F., Colaço, J. 2005. Genetic parameter estimates of Portuguese dairy cows for milk, fat, and protein using a spline test-day model. *J. Dairy Sci.* 88: 1225–1230.
- Silvestre, A.M., Petim-Batista, F., Colaço, J. 2006. the accuracy of seven mathematical functions in modeling dairy cattle lactation curves based on test-day records from varying sample schemes. *J. Dairy Sci.* 89: 1813-1821
- Van der Werf M. 1997. Random regressions in animal breeding. Course notes available at: <http://wwwpersonal.une.edu.au/~jvanderw/ranregrcourse.htm>. Accessed 28 May 2005.
- Verbyla, A. P., Cullis, B. R., Kenward, M.G., Welham, S. J. 1999. Smoothing cubic splines in the analysis of designed experiments and longitudinal data. *Apply.Stat.* 48: 269-311.
- White, I. M., Thompson, R., Brotherstone, S. 1999. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with cubic splines. *J. Dairy Sci.* 82: 632-638.
- Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of lactation curve in cattle. *Nature* 218: 164-165.
- Wood, P. D. P. 1969. Factors affecting the shape of the lactation curve in cattle. *Anim Prod. Sci.* 11: 307-316.