İstanbul Üniversitesi
İktisat Fakültesi Mecmuası, C. 43
Prof. Dr. S. F. Ülgener'e Armağan
İstanbul, 1987

STATİK TOPLANMA ÖLÇÜLERİ

Mehmet GENCELİ*

Giriş

Günümüzün en önemli iktisadi sorunlarından biri de kuşkusuz toplanma olgusudur. Kısaca, iktisadi büyüklüklerin bir odak etrafında birikmesi [Arndt-Ollenburg (1960 : 7)] olarak tanımlanan toplanmanın ortaya atılması ve ölçülmesine ilişkin çalışmalar 20. yüzyılın başına uzanmaktadır. Lorenz'in çığır açan makalesinden (1905: 209-219) sonra bu konuda en büyük katkı olaya ilk kez bir ölçü getiren Gini'den gelmiştir. Gini (1926 : 709) aynı zamanda İstatistik Kuramm'da gelişmelere açık yeni bir dalın oluştuğunu da vurgulamıştır. Nitekim bu öngörü doğru çıkmış, toplanmaya ilişkin çalışmalar hızla arttığı gibi özellikle 1950'lerden itibaren işletme ve sanayilerdeki toplanmanın ölçülmesine yönelik çalışmalara da ağırlık verilmiştir [Adelman, 1951; Herfindahl, 1950; Blair, 1956; Hart, 1957].

Toplanmanın ölçülmesi kıt kaynakların optimal dağılımı, toplanmaya ve onunla birlikte tekelleşmeye karşı önlemler getirilmesi açısından önemli olmaktadır.

Kişiler veya kurumlar, bir toplamın bölüştürülmesinde bazen payları oranında menfaat sağlamaktadırlar. Böyle durumlarda söz konusu bölüşümün dağılımının yanısıra paylar arasındaki farklılıkların da saptanması gerekir. Bu nitelikteki dağılımlarda, özellikle gelir, servet, ücret, üretim, satış gibi iktisadi ve mali nitelikteki birçok olayda, toplanma ölçüleri, dağılma ölçülerinin tamamlayıcısı olarak düşünülebilir [kar : Marfels (1971 b : 484)].

---

* İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü

Ancak, toplanma olayının bu alışılagelmiş örneklerinin yanısıra, günümüzde asıl amacın büyük işletmelerin piyasa egemenliklerinin saptanması olduğu söylenebilir [kar : Adelman (1951 : 269)].

Sayılan nedenlerden ötürü İktisat Politikasının son yıllarda toplanmaya karşı önlem alma gereksinmesinin sonucunda İktisadi İstatistik içinde «Toplanma Ölçüleri» dalı geliştirilmiştir [Piesch (1974 : 1)].

Önemine rağmen, Gini oranı dışındaki toplanma ölçülerine Türkçe kaynaklarda yer verilmediği gibi bu alandaki çalışmalar hemen hemen yok denecek kadar azdır (1).

Bu bakımdan yazıda statik toplanma ölçülerinin başlıcalarmm tanıtılması ve tartışılması amaçlanmıştır. Birinci bölümde toplanmanın istatistik tanımından sonra bağıl ve mutlak toplanma ayırımı ele alınacaktır. İkinci bölümde ise bağıl toplanma ölçüleri, üçüncü bölümde de mutlak toplanma ölçüleri incelenmeye çalışılacaktır. Nihayet, bu ölçülerin iktisadi uygulanabilirliği ve bunun tartışılması çalışmanın odağını oluşturmaktadır.

1) Toplanma

Toplanma, bir ana kütlede, $X_i, (i=1,\ldots,n)$ paylaştırılan incelikler toplanmmm $\sum_i X_i = N = n.\overline{X}$, pay alan i birim $(i=1,\ldots,n)$ arasında eşit olmayan dağılımı veya bu dağılımın sonucu olarak tanımlanmaktadır [Bruckmann (1969 : 184)].

Bu tanımda yer alan öğeler şu şekilde sıralanabilirler :

Ana kütle : toplam üretim, çalışanların toplam sayısı, toplam gelir, servet, mevduat, kâr gibi toplam ile ifade edilmeye uygun vasıftaki pay alan birimlerden oluşmaktadır.

Paylaştırılan niceliklerin toplamı : incelenen vasfın şıklarının, $X_i, (i=1,\ldots,n)$ toplamı, $\sum_i X_i = N = n.\overline{X}$ olup, pay alan birimlere dağılma biçimine göre toplanmanın ölçülebildiği niceliktir.

Pay alan birimler : ana kütleyi oluşturan i birim $(i=1,\ldots,n)$ pay alan birim olarak adlandırılmaktadır.

Toplanma olayları için bağıl ve mutlak olmak üzere ikili bir ayırıma gidilmektedir. Paylaştırılan nicelikler toplamının büyük bir kısmının mutlak olarak az sayıda birimlere dağılması halinde mut-

---

(1) Toplama ölçülerine ilişkin ilk çalışmalar için bkz.: Erlat (1976), Ersoy (1980).

lak dağılmadan söz edilebilir. Buna göre, paylaştırılan niceliklerin toplamının %q'su en fazla pay alan k birim tarafından elde edilmektedir. Bağıl toplanmada ise paylaştırılan niceliklerin toplamının büyük bir kısmı, pay alan birimlerin küçük bir kısmına düzensiz bir biçimde dağılmaktadır, diğer bir deyişle; paylaştırılan niceliklerin toplamının %q'su bütün pay alan birimler arasından en üstte yer alan % r kadarı tarafından elde edilmektedir [Bruckmann (1969 : 184-185)].

Bu tanıma göre, gerek mutlak gerek bağıl toplanma olarak işlev yapacak bir ölçü bulunmamakta, dolayısıyle de toplanma ölçüleri için de aynı ayırımın gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Toplanmanın derecesi, olaya ilişkin pay alan birim sayısı n ve bunların bağıl paylarına p_i ($p_i \geqq 0$; $p_i = 1; i=1,...,n$) bağlıdır. [kar: Davies (1979 : 67)].

Genel olarak, mutlak toplanma ölçülerinin fazla pay alan az sayıdaki birimlere ve bunların dağılımlarına yönelik olduğu söylenebilir.

$$K_c = f(p\,;\,n)$$

$$(dK_c/dp) > 0 \quad (dK_c/dn) < 0$$

Buna karşın bağıl toplanma ölçüleri, K_1 pay alan birimler arasındaki farklılıkları ortaya koyma çabasındadır [Marfels (1972 : 161)] :

$$K_1 = f(p)$$

İşlevlerine uygun olarak mutlak toplanma ölçüleri kısaca toplanma ölçüleri, bağıl toplanma ölçüleri de eşitsizlik ölçüleri olarak ta adlandırılmaktadır.

2) Bağıl Toplanma Ölçüleri

2.1) Gini Oranları

Bu ölçüler en eski ve halen de en fazla kullanılan R ve R* Gini toplanma oranlarıdır. Gini, toplanmayı hesaplayabilmek için ortalama fark Δ ve tekrarlı ortalama fark Δ_R olarak isimlendirdiği mutlak değişkenlik ölçülerinden hareket etmektedir. Gini'ye göre iktisadi, demografik, biolojik, antropolojik olaylardaki değişkenliğin incelenmesindeki asıl sorun, birimlerin kendi aralarındaki dağılmalarının ne olduğudur [Bowley (1948 : 114)]. Bu da Δ ile ve/veya Δ_R ile ölçülebilir :

$$\Delta=\frac{1}{n(n-1)}\sum_i\sum_j|X_i-X_j|;\ \Delta_R=\frac{1}{n^2}\sum_i\sum_j|X_i-X_j|$$

$$\text{mak.}\Delta=\text{mak.}\Delta_R=2\,\bar{X}$$

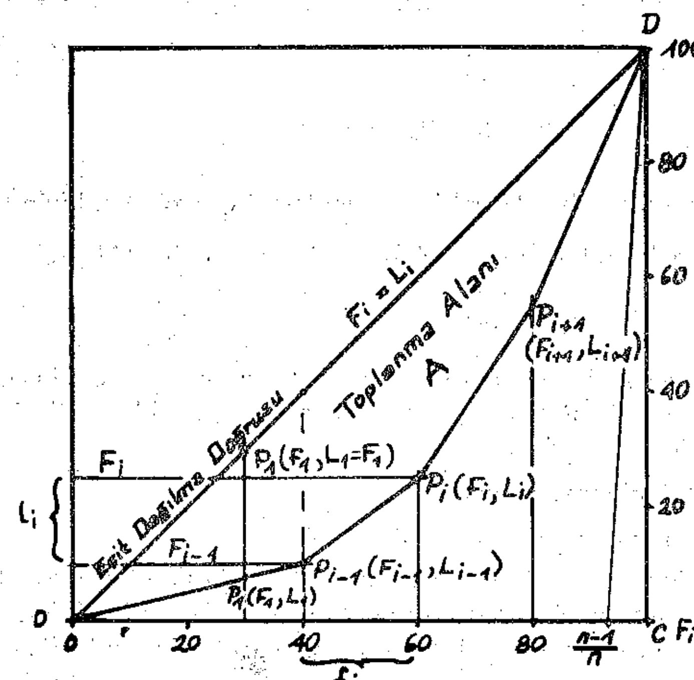
oranlanması ile de R ve R* elde edilmektedir (2).

$$R'=\frac{\Delta}{\text{mak.}\Delta}=\frac{1}{2\,\bar{X}\,n^2}\ ;0\leq R\leq\frac{n-1}{n}$$

$$R^*=\frac{\Delta_R}{\text{mak.}\Delta_R}=\frac{1}{2\bar{X}n(n-1)}\ ;0\leq R^*\leq 1$$

$$R/R^*=\frac{n-1}{n}\ ;=R=\frac{n-1}{n}R^*$$

Gini oranları şekil 1 yardımı ile şöyle açıklanabilir :



ŞEKİL 1 - Lorenz Eğrisi

(2) Δ_R'ın maksimumu aslında $\frac{n-1}{n}.\ 2\bar{X}$ dır. Ancak n çok büyük olduğu zaman mak.

Gini oranları R ve R*, yukarıdaki şekilde görülen A toplanma alanının azami toplanma alanına oranıdır:

$$R = R^* = \frac{A}{mak. A}$$

Aradaki tanım aralığı farkı mak. A'dan ileri gelmekte, R için maksimum alan OBD üçgeni kabul edilmekte ve buna göre de

$$mak. A = \frac{n-1}{n} . \frac{1}{2} = \frac{1}{2} . \frac{n-1}{n}$$

olmaktadır. Bu da kendine bölününce R'nin azami ölçüsü olan 1 elde edilir.

B'de ise mak. A kendine değil, fakat OCD üçgeninin alanı olan ($\frac{1}{2}$)'ye bölünmektedir.

$$mak. R = \frac{mak. A}{1/2} = \frac{n-1}{n}$$

A toplanma alanı ise:

$$X_1, X_2 ..., X_i ..., X_n$$

olarak küçükten büyüğe doğru sıralanmış paylaştırılan niceliklerden elde edilir. Bu bölünme serisinde sırayı gösteren i indisini küçükten büyüğe doğru birikimli olarak absis ekseninde, bunlara karşılık gelen X_i değerlerini de ordinat eksenine koyarak bir derecelenme eğrisi elde edilir [Castellano (1956 : 15-19)].

Bu eğrinin ordinat ekseninde yer alan X_i'leri yerine bunların küçükten büyüğe doğru birikimli değerlerinin, $S_i = \Sigma X_i$ almak ve [0,1] tanım aralığına dönüştürmek suretiyle Lorenz eğrilerine ulaşılır.

$\Delta_R = 2\bar{X}$ olmaktadır. Fakat bu ölçüyü kullanabilmek için gerekli birim sayısı belirtilmemiştir. Süreksiz pay alan birimler için $n \geq 1000$ olması önerilebilir. [kar: Castellano (1956 : 47)]. Bununla beraber mak. A_R için $2\bar{X}$ alınmaktadır. [bkz.: Kellerer-Schaich (1971 : 54), Castellano (1952 : 98), Castellano (1956 : 56), Marfels (1972 : 165), Piesch (1974 : 39)].

$$F_i = \frac{i}{n}.100 \rightarrow L_i = \frac{S_i}{n}.100 \qquad (i=1,\ldots,n)$$

Şekil 1'de görüldüğü gibi Lorenz eğrisi ile eşit dağılma doğrusu arasındaki alan A'yı vermektedir.

Toplanma olayına böyle bir yaklaşım Gini oranlarının alternatif hesaplanmasına da olanak vermektedir. Buna göre :

$$R = \frac{A}{1/2} = 2\,A = \frac{\Delta_2}{2\overline{X}}$$

$$R = \sum_i \frac{2i-n-1}{n}.l_i = \frac{2\Sigma iXi}{n\Sigma Xi} - \frac{n+1}{n}, \quad l_i = F_i - F_{i-1}$$

$$R = \frac{A}{(1/2)\frac{(n-1)}{n}} = \frac{n}{n-1} 2\,A = \sum_i \frac{2i-n-1}{n-1}.l_i$$

formüllerin yardım ıile dė Gini oranları hesaplanabilir.

R ile R* arasındaki en önemli ayrıcalık tanım aralığından kaynaklanmaktadır. R'nin azami değeri pay alan birim sayısına bağlı iken standart tanım aralığı [0,1]'e dönüştürülmüş R*'de 1 dir. Böylece, hangi ölçünün eşitsizlik ölçüsü olarak kullanılacağı ortaya çıkmıştadır.

R ile R*den hangisinin kullanılacağı konusunda bir ayırım yoktur. Bazı yazarlar [Gini (1947 : 241), Ferschl (1979 : 89 ve 140), Münzner (1963 : 6)] R*'yı bazıları ise [Hart-Prais (1956 : 153), Marfels (1972 : 54)] R'yı terih etmektedirler.

Fikrimizce R ve R*den hangisinin kullanacağı pay alan birim sayısı n ve toplanma açısından bir karşılaştırma yapma isteğine bağlıdır. Birim sayısının fazla olması halinde her iki ölçü de kullanılabilir. Buna karşılık birim sayısının az olması halinde R tercih edilmelidir [kar : Kellerer-Schaich (1971 : 55)].

Diğer taraftan R toplanma oranının diğer bir alternatifi de Lorenz-Münzner katsayısı k dir [Ferschl (1978 : 127)].

$$k = \frac{\text{Lorenz eğrisi altındaki alan}}{\text{Maksimum alan}} = \frac{n+1-2v}{n-1}$$

$$v = \Sigma v_i \,;\; v_i = \frac{X_1 + X_2 + \ldots X_n}{\sum\limits_{j=1}^{\wedge} X_i} \qquad \frac{\sum\limits_{j=1} X_j}{n.X}$$

2. 2. Münzner Katsayıları

Münzner ise (1963) bağıl toplanma ölçülerine daha farklı bir açıdan yaklaşmış ve bir toplanma olayında eşit dağılımın ne olduğundan hareket etmiştir.

Münzner'e göre, toplanmanın bulunmaması için paylaştırılan niceliğin eşit olarak dağıldığı bir asgari pay alan birim sayısı olmalıdır. n_o olarak tanımlanan bu parametre her olay için ayrı ayrı belirlenmekle beraber her halde $n \leq n_o \leq N$ olmalıdır.

Bununla beraber gelir, servet gibi mali konular için $n_o = n$ alınabilirse de birçok konularda n_o'm belirlenmesi çok zordur. Münzner (1963:6) toplanma için n_o'ı gözönüne alan

$$K_3 = 1 - \frac{2 \Sigma X_i (n_o - i)}{r.n_o(n_o - 1) + m\,(m - 1)} \quad ; \; 0 \leq K_3 \leq 1$$

şeklinde ayrıca bir ölçü de teklif etmiştir.

Olayın ortalaması $\overline{X} = \frac{N}{n_o}$, r ve m yardımı ile ifade edilmektedir. $X = r + m$ toplamı, r tamsayı ve m kesir kısmından oluşmaktadır. Buna göre de $N = r.n_o + m.n_o$ olduğundan m de $(N - r.n_o)$ dır.

Ortalamanın tam sayı olması halinde K_3 :

$$K_3 = \frac{\Sigma i(n_o - i)\,(X_i + 1 - Xi)}{N\,(n_o - 1)} = 1 - \frac{2\Sigma X_i (n_o - 1)}{N\,(n_o - 1)}$$

formülleri ile hesaplanabilir. $n_o = n$ alınması ile de bu formüller gene R^* ile aynı sonucu verecek, buna karşın $n_o > n$ için $K_o > R^*$ olacaktır.

2.3. Mutlak Redundans

Theil (1967 : 91-96) entropinin de bir bağıl toplanma ölçüsü olarak kullanılmasını önermiştir.

Haberleşme Tekniği ve Fizik'te uzun süreden beri kullanılan entropinin toplanma ölçüsü olarak tanıtılması Hildenbrand-Paschen

(1964) ile başlamaktadır. Fınkelstein-Friedberg (1967), Theil (1967), Bruckmarın (1969) da entropi üzerinde çalışmışlardır.

Genel olarak entropi ölçüsü

$$H(p) = -c\sum_i p_i \log p_i \quad ; \quad 0 \leq H(p) \leq \log n$$

şeklinde tanımlanmaktadır [Piesch (1974:167)].

Formüldeki $P_i, (i=1, . . ,n), \Sigma p = 1$, bağıl paylardır. c herhangi bir sabit katsayı olup genellikle ç=1 alınmakta, logaritmalar ise istenilen tabana göre seçilebilmektedir.

Tek bir birimin paylaştırılan niceliğin tamamım alması halinde H(p)=O, toplanma olmaması durumunda ise H(p)=log n dir. Görüldüğü gibi, entropi yönü ters bir ölçüdür.

Buna karşın, toplanma kuramına dayanarak birleşme ve bölünmenin kolayca ifade edilebilmesi dolayısıyla H(p) mutlak toplanmanın, ondan üretilen U(p) de bağıl toplanmanın ölçülmesinde kullanılmaktadır [Piesch (1974:164)].

Entropide toplanma kuramı şöyle ifade edilebilir [Menges 361)]:

$$H(p_1,...,p_n) = H(p_1+p_2, p_3,...,p_n) + (p_1+p_2)H\left(\frac{F_1}{p_1+p_2}, \frac{P_2}{p_1+p_2}\right)$$

$$H(p_1+p_2, p_3 . . , p_n) = H(p_1 ..., p_n) - p_1 + p_2)H\left(\frac{p_1}{p_1+p_2}, \frac{p_2}{p_1+p_2}\right) \text{dır.}$$

Theil (1967 : 91) H(p)'yi bir eşitlik ölçüsü olarak kabul ederek buradan

$$U(p) = \log n - H(p) = \sum_i p_i \log n \, p_i \quad ; \quad 0 \leq U(p) \leq \log n$$

ölçüsüne ulaşmıştır. U(p) mutlak redundans (3) olarak adlandırılmaktadır.

Bu ölçülerin yanı sıra çok sayıdaki başka ölçülerin varlığına da değinilmelidir. Bunlar arasından başlıca olarak

---

(3) Haberleşme Kuramı'nda maksimum entropi ile gerçek entropi değeri arasındaki farka redundans denilmektedir. Mutlak redundans ta bu farka eşittir.

$D = \frac{1}{2\overline{X}} \Sigma |X - \overline{X}|$, Ricci-Schutz katsayısı ile gene Münzner tarafından ortaya atılan $K = \frac{V^2}{n_o - 1}$ gibi değişkenliğin birim sayısına oranladığı [0,1] aralığındaki ölçüler sayılabilir.

3. Mutlak Toplanma Ölçüleri

Mutlak toplanma ölçüleri çok daha sonra, 1950'lerde oluşturulmuştur. Burada amaç daha değişiktir. Pay alan birimler arasındaki farklılıklar değil pay alan birimler inceleme konusudur.

Başlıca mutlak toplanma ölçüleri kullanılan tartılarına göre üç gruba ayrılabilirler [Marfels (1971 c:758)] :

1) Birimlerin paylarının tartı olarak alındığı ölçüler : Hirschman-Herfindahl indeksi [Hirschman (1945); Herfindahl (1950)] bu grupta yer almaktadır.

2) Aldıkları pay bakımından büyükten küçüğe doğru sıralanmış birimlerin

$$X_1, X_2, X_3 \ldots, X_i, X_{i+1} + 1, \ldots, X_n X_i \geqq X_{i+1} \; ; i < i+1$$

sıralarını gösteren indislerin tartı alındığı ölçüler :
Rosenbluth indeksi (1961) bu gruptaki başlıca ölçüdür.

3) Birimlerin paylarının tartı olduğu tartılı geometrik ortalama şeklindeki ölçüler : Entropi ölçüleri de bu kapsamdadır.

3.1. Hirschman-Herfindahl İndeksi

Bu indeks

$$HH = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{N} \right)^2 = \Sigma p_i^2, N = \Sigma X_i \qquad \frac{1}{n} \leq HH \leq 1$$

şeklinde pay alan birimlerin bağıl paylarının karelerinin toplamıdır. Öte yandan, HH ile değişim katsayısının karesi arasında ilişki de bulunmaktadır.

$$N/n=\overline{X}=\Sigma X/n \ ; \ \sigma^2=(X_i-X)^2/n=\Sigma X^2/n-\overline{X}^2$$

$$V^2=\sigma_i^2/\overline{X}^2=((X^2-n.\overline{X}^2)/n)(n^2/N^2)=(n\Sigma X^2-N^2)/N_i^2 \ \frac{n\Sigma X^2}{N^2}-1$$

$$V^2=n.\frac{\Sigma X^2}{N^2}-1=n\,HH-1 \qquad 1111=\frac{V^2+1}{n}$$

Bu ilişkiden dolayı da HH'nm, bazen mutlak ve bağıl ölçüler arasında bir geçiş ölçüsü olduğu da savunulmaktadır [Kellerer - Schaich (1971 : 61)].

HH indeksinin bir özelliği de toplanabilirliktir. Çeşitli gruplardan oluşan bir toplanma olayında, HH gruplariçi ve gruplararası indekslerin tartılı ortalamasıdır. HH—V^2 ilişkisi yardımı ile bu durum şöyle açıklanabilir (4):

Bilindiği gibi k gruptan oluşan bir olayda varyans, varyanslar ortalaması ile ortalamalar varyansmm toplamına eşittir :

$$Var=\sum_{i=1}^{k} w_i.\sigma_i^2+\sum_{i=1}^{k} w_i(\overline{X}_i-\overline{X})^2 \ ; \ w_i>0 \ ; \sum_{i=1}^{k} w_i=k \ ; \ w_i=\frac{n_i}{n}$$

$$Var=\Sigma w_i.\sigma_i^2+\Sigma w_i\overline{X}_i^2-2\overline{X}\,\Sigma w_i X_i+\overline{X}_i^2\Sigma w_i$$

$$=\Sigma w_i\sigma_i^2+\Sigma w_i\overline{X}_i^2-2\overline{X}^2+\overline{X}^2$$

$$\Sigma w_i\sigma_i^2+\Sigma w_i\overline{X}_i^2-\overline{X}^2$$

Değişim katsayısı ise :

$$V^2/\overline{X}^2=\frac{\Sigma w_i.\sigma_i^2}{\overline{X}^2}+\frac{\Sigma w_i\overline{X}_i^2}{\overline{X}^2}-1 \text{ dir.}$$

(4) Başka bir yoldan ispat için bilgi bkz.: [Menges (1972 : 363)].

$$n\,HH - 1 = \frac{\Sigma w_i . \bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} . \frac{\sigma_i^2}{\bar{X}^2} + \frac{\Sigma w_i . \bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} - 1$$

$$n\,HH = \frac{\Sigma w_i . \bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} (n_i\,HH_i - 1) + \frac{\Sigma w_i . \bar{X}_i^2}{\bar{X}^2}$$

$$n\,HH = \Sigma w \frac{n_i . \bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} HH_i - \frac{\Sigma w_i\,\bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} + \frac{\Sigma w_i\,\bar{X}_i^2}{\bar{X}^2}$$

$$HH = \Sigma w_i \frac{n_i}{n} . \frac{\bar{X}_i^2}{\bar{X}^2} . HH_i = \frac{\Sigma (w_i \bar{X}_i)^2}{\bar{X}^2} . HH_i$$

$$HH = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{w_i . \bar{X}_i}{(\Sigma w_i . \bar{X}_i)} \right)^2 . HH_i$$

Görüldüğü gibi gruplariçi toplanma indeksi HH_i 'nin tartılı ortalaması olmaktadır.

Pay alan bütün birimler ölçü kapsamına girmekte ve her birim için kendi bağıl payı tartı olmaktadır. Bundan dolayı da pay alan birim sayısındaki değişmeler ölçüyü etkilemektedir. Bir toplanma olayında bağıl payları çok düşük fazla sayıda birimlerin yanı sıra bağıl payları fazla az sayıda birimin bulunması halinde, ikinci grup HH'nın değerini etkileyici role sahiptir. Gerçi, bu toplanma ölçülerinde aranılan bir niteliktir [Bruckmann (1969:168)], ama indeksin de bağıl payları düşük birimlerdeki değişmelere duyarlı olmadığını [kar : Marfels (1972:762)] de ortaya koymaktadır.

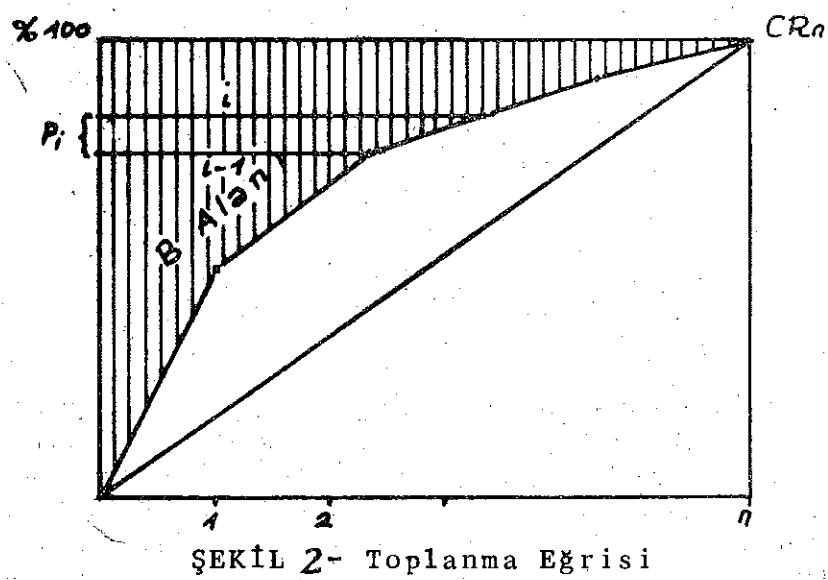
Münzner (1963:4) ise toplanma ölçülerinin sınırlarının [0,1] olması gerekliliğini savunmaktadır. Bu dönüşüm yapıldığı ve $n_o = n$ alındığı takdirde HH Münzer'in K_2 indeksine eşit olur :

$$HH^* = \frac{n\,HH - 1}{n - 1} = K_2 = \frac{V^2}{n - 1} = \frac{n\Sigma p_i^2 - 1}{n - 1} = K_1^2 \; ; 0 \leq HH^* \leq 1$$

HH*'nın bir eşitsizlik ölçüsü K_2'ye eşit olması Hirschman-Herfindahl'ın tam anlamı ile bir mutlak toplanma ölçüsü olmadığı savını doğrulamaktadır, çünkü toplanmanın ölçülmesinde bağıl payların yanında birim sayısı n de rol oynamaktadır.

3.2. **Rosenbluth İndeksi**

Rosenbluth, birimlerin bağıl payları yerine, büyükten küçüğe doğru sıralanmaları sonucu elde edilen sıra numaralarını, i, (i=1,...,n) tartı olarak kullanarak Σip_i'den ve toplanma eğrilerinin dışındaki alandan faydalanmıştır [Rosenbluth (1961:393)].



ŞEKİL 2- Toplanma Eğrisi

Yukarıdaki şekilde görülen B alanı

$$B = \sum_{i=1}^{n} ip_i - 1/2 \; ; \; \Sigma p_i = 1$$

olmaktadır (5).

(5) İspat için bkz.: Finkelstein-Friedberg (1966 : 705 ve sonrası).

B alanı, toplanma ile ters orantılıdır. Toplanma arttıkça eğri dikleşeceğinden alan azalacak, toplanma azaldıkça da tersi olacaktır.

Bu sakıncayı ortadan kaldırmak için Rosenbluth

$$I = \frac{1}{2B} \qquad \frac{1}{n} \leqq I \leqq 1$$

indeksini ortaya atmıştır (6). Ancak bu indeks çok fazla rağbet görmemiştir, çünkü I bağıl payları düşük olan birimlerdeki değişmelere karşı aşırı duyarlıdır [Marfels (1971 b:487)].

İkinci bir neden ise, Rosenbluth indeksinin diğer toplanma ölçülerinin verdiği sonuçların dışında kalmasıdır [kar : Bailey-Boyle (1971:705)].

Buna karşın I ile R arasında

$$I = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{1-R} \right)$$

ilişkisi bulunmaktadır. Böylece R'nin hesaplanması ile aynı zamanda mutlak bir toplanma ölçüsüne de erişilmektedir [kar : Marfels (1972:167)].

3.3. Entropi

$$H(p) = -e \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \quad ; \quad 0 \leqq H(p) \leqq \log n$$

şeklindeki entropi mutlak toplanma ölçüsüdür. Entropinin mutlak toplanma ölçüsü olarak uygulanması amacıyla çeşitli yaklaşımlar kullanılmıştır.

Hildenbrand-Paschen (1964:56) entropi ölçüsünü

$$\varepsilon(p) = +c \sum_{i=1}^{n} p_i \log n_i \qquad c > 0 \; ; -\log n \leqq \varepsilon(p) \leqq 0$$

olarak tanımlamaktadırlar.

(6) Hall ve Tideman da (1967 : 165-166) Rosenbluth'dan bağımsız olarak $\sum$ pi'den harekete aynı ölçüye ulaşmışlardır.

c ve p_i H(p) için verilen tanıma uyduğundan (p)=—H(p) dır. Buna göre de (p) toplanma ile aynı yönde bir ölçüdür.

Bu üstünlüğüne rağmen ε(p)'nin koşulları iktisadi yaşantıda pek rastlanılmayan pozitif olmayan entropiyi ölçmeye yöneliktir [kar : Marfes (1971 b:487]. Böylece ε(p)'nin iktisadi olaylara uygulanabilirliği pratik olarak ortadan kalkmaktadır.

Buna karşın birleşme ve bölünmenin kolayca ifade edilebilmesi H(p)'nin iktisadi olaylardaki üstünlüğünü sağlamaktadır. Birleşme için :

$$H(p_1+p_2, p_3, \ldots, p_n) = c\Sigma p_i \log p_i — (p_1+p_2)c\left(\frac{p_1}{p_1+p_2}\log\frac{p_1}{p_1+p_2} + \frac{p_2}{p_1+p_2}\log\frac{p_2}{p_1+p_2}\right) = c\Sigma p_i \log p_i — c[p_1(\log p_1 — \log(p_n+p_2))+$$

$$p_2(\log p_2 — \log(p_1+p_2))] = c\, p_i\, \Sigma \log p_i — c\,(p_1 \log p + p_2 \log p_2$$

$$—(p_1+p_2)\log(p_1+p_2)) = c[\Sigma p_i \log p_i — p_1 \log p_1 — p_2 \log p_2 +$$

$$p_1+p_2)\log p_1+p_2)]$$ elde edilir.

Bölünme özelliği için de aşağıdaki yol izlenebilir :

n pay alan birimden oluşan bir grubu K alt gruba, $G_1, G_2 \ldots, G_K$ ayıralım :

$$\sum_{k=1}^{K} n_k = n$$

$$H(p) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{i \in G_K} p_i \log \frac{1}{p_i}$$

$$\sum_{i \in G_k} p_i \log \frac{1}{p_i} = P_k \Sigma \frac{p_i}{p_k}\left(\log\frac{p_k}{p_i} + \log\frac{1}{p_k}\right) = P_k H_k(p) +$$

$$P_k \log \frac{1}{p_k}$$

yazılabilir [Theil (1967:93)]. Burada P_k k'ncı grubun bağıl payını göstermektedir.

$$P_k = \sum_{i \in G_k} p_i \qquad k=1,\dots,K$$

$$H(p) = \sum_{k=1}^{K} P_k \log \frac{1}{P_k} + \sum_{k=1}^{K} P_k H_k(p) \quad \text{olmaktadır.}$$

Eşitliğin sağ tarafındaki birinci ifade gruplararası entropi ölçüsüdür. İkinci ifade ise gruplariçi entropilerin tartılı ortalamasıdır.

Alt grupların paylarının aynı olması halinde gruplararası entropi ölçüsü en düşük değeri alacaktır. Gruplara ilişkin birim sayısının bu ölçü üzerinde bir etkisi bulunmamaktadır.

Finkelstein-Friedberg (1966/67 : 611-717) yaklaşımında ise entropinin uygulanmasına ağırlık verilmekte ve toplanması C indeksi ile ölçülmektedir :

$$C = n_1^{\frac{1}{n_1}} . n_2^{\frac{1}{n_2}} . n_3^{\frac{1}{n_3}} \dots n_n^{\frac{1}{n_n}} = \prod_{i=1}^{n} n_i^{\frac{1}{n_i}} \; ; \; \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n_i} = 1$$

$$\log C = \frac{1}{n} \log n_1 + \frac{1}{n} \log n_2 + \dots + \frac{1}{n_n} \log n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n_i} \log n$$

$\frac{1}{n_i}$ yerine $p_i = \frac{1}{n_i}$, $(i=1,\dots,n)$ ve $\log n_i$ yerine de $\frac{1}{p_i}$; $p \geq 0$,

$(i=1,\dots,n)$ ifadelerini koyarsak C ölçüsü $C = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{p_i} \right)^{p_i}$;

$$\log C = \sum_{i=1}^{n} p_i \log \frac{1}{p_i} \; ; \; p_i \geq 0$$

haline dönüşecektir.

İndeks toplanma ile ters yönlü bir ölçü olup

$$1 \leq C \leq n; \quad 0 \leq \log C \leq \log n$$

arasındadır. Logaritmik bir ifade olmamasından ötürü deC ile H(p) arasındaki ilişki üstel ifade ile sağlanmaktadır.

C pozitif değerler almakta, sınırlar ise H(p)'nin paralelinde C ile log n arasında bulunmaktadır.

Ancak, C' için üç sakınca sayılabilir :

a) C logaritmik bir ölçü değildir. Halbuki gerek H(p), gerekse ε)p) logaritmik bir ölçüdür. Bununla beraber log C yerine H(p) yazmak suretiyle

$$H(p) = \sum_i p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right) = -\sum_i p_i \log p_i \; ; \quad p_i \geq 0$$

entropinin genel tanımı elde edilebilir.

b) C de H(p) gibi ters yönlü bir ölçüdür.

c) Üst sınırın pay alan birim sayısı ile belirlenmesi karşılaştırmalara olanak vermemektedir.

Buna rağmen C "rekabet yoğunluğunun" bir göstergesi, diğer bir deyişle aynı toplanma derecesine erişebilmek için eşit pay alması gereken birim sayısıdır [Horowitz (1971:390)].

Aslında, C için ileri sürülen ters yönlü bir ölçü ve birim sayısına bağlı olması gibi sakıncalar H(p) için de geçerlidir. Bu sakıncaları gidermek için bağıl dönüşüme başvurulabilir :

$$H^*(p) = \frac{H(p)}{\log n} \qquad 0 \leq H^*(p) \leq 1$$

Böylece bir dönüşüm entropiyi [0,1] aralığına dönüştürmeyi ve toplanma ile aynı yönde işlemeyi sağlarsa da toplanma özelliğini de kaybettirir [kar : Piesch (1974:165)].

O halde sorun toplanma ile aynı yönde işleyen ve iktisadi uygulanabilirliği olan bir entropi ölçüsünün saptanmasıdır. Bu ölçü de üstel indekstir.

Bruckmann (1969 : 195-196) üstel indeksi

$$E = \pi_{i}\, p_i^{\,p_i} \; ; \; \Sigma_{i}\, p_i = 1 \; ; \; \frac{1}{n} \leq E \leq I$$

olarak tanımlanmaktadır.

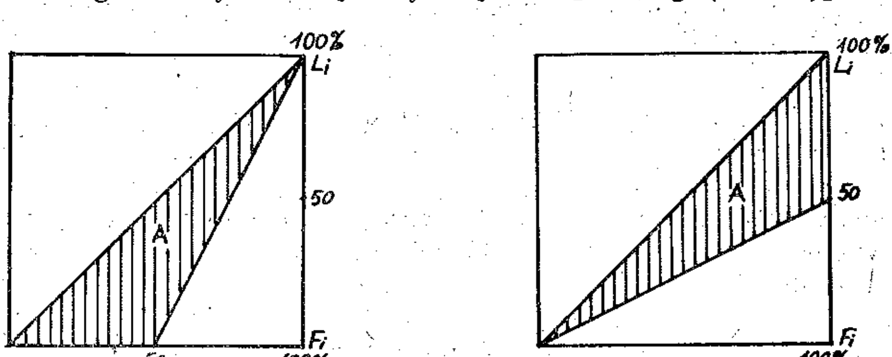
E pay alan birimlerin bağıl paylarının tartılı geometrik ortalamasıdır [Marfels (1971 c:758)]. Aynı zamanda $\frac{1}{c}$ olan E'nin alt hududu $\frac{1}{n}$ dir. Biçim sayısı arttıkça E'nin hududu asimtotik olarak O'a yaklaşmaktadır.

E'nin iktisadi olaylardaki toplanmayı ölçme uygunluğu diğer entropi ölçülerinden çok daha fazladır. Bundan ötürü de mutlak toplanmanın ölçülmesinde HH ve I indekslerinin yanısıra kullanılmaktadır [Piesch (1974:164)], çünkü HH bağıl payları düşük birimlerdeki değişmelere duyarlı değil, buna karşın I aşırı duyarlıdır.

Üstel indeks ise ikisi arasında yer almaktadır.

4) **Sonuç**

Uygulamada çok kullanılan Gini oranları, geometrik olarak, Lorenz eğrileri ile eşit dağılma ölçüsü arasındaki alanın toplam alana oranıdır. Bu durum, aşağıdaki örnekten görüleceği gibi, iktisadi açıdan doğru olmayan sonuçlara yol açabilir [Pfanzagl (1972:36)].



3 a ŞEKİL 3 - Lorenz Eğrileri 3 b

3 a ve 3 b şekillerindeki A alanları birbirlerine eşit olup aynı B'yi vermektedirler. 3 a'da birimlerin % 50'si hiç pay almamakta, diğer % 50'si eşit pay almaktadır. 3 b'de ise tek bir birim % 50 elde etmekte, kalan % 50 diğer pay alan birimler arasında eşit olarak paylaştırılmaktadır. Görüldüğü gibi, A'nın konumu değil büyüklüğü önemlidir. Halbuki bu biçim değişmelerin iktisadi toplanmaya etkisinin de beklenmesi gerekir. Bu ise bağıl toplanma ölçüleri ile belli olmamaktadır [Arndt-Ollenburg (1960:9)].

Adelman ve Blair'e göre [Adelman (1951:270), Blair (1956:355), Blair (1957:252)] bir toplanma ölçüsü az sayıdaki büyük işletmelerin ekonomideki yerini ölçmektedir. Burada eşit dağılımdan sapmalar söz konusu olduğundan istenilen özellik gerçekleşmemektedir.

Gerçekten de bağıl toplanma ölçülerine getirilebilecek en büyük eleştiri eşit dağılımın hareket noktası olarak alınmasıdır. Buna karşılık paylaştırılan niceliğin tümü az sayıda birimlere eşit olarak paylaştırılabilir.

Bütün bağıl toplanma ölçülerinin 0 çıkmasına rağmen bir toplanma vardır. Örneğin eşit piyasa payına sahip işletmelerden oluşan bir oligopol için bağıl toplanma ölçüleri 0 bulunacaktır.

Üçüncü bir hususta, şekil 2 a'da olduğu gibi, paylaştırılan nicelikten pay almayan birimlerin durumudur. Burada, Münzner anlamında $n_o > n$ olup $(n_o - n)$ birimin herbirinin payı O dır. Gerek Münzner gerekse bağıl entropi bunu gözönüne alırken Gini oranları olaya çözüm getirmemektedir.

Nihayet [0,1] dönüşümünün her zaman geçerli olmadığına da değinilmelidir. Mutlak redundansın [0,1] aralığına dönüştürülmesi ile bağıl redundans

$$U^*(p) = \frac{\log n - \bar{H}(p)}{\log n} = 1 - \frac{H(p)}{\log n} \qquad 0 \leq U^*(p) \leq 1$$

bulunur. Ancak ölçünün pay alan birim sayısına bağımlılığı, aşağıdaki örnekten görüleceği gibi, iktisadi açıdan anlamsız sonuçlar vermektedir :

A olayı : 0.9, 0.05, 0.05 ; $H_A(p) = 0.1713$; $U_A(p) = 0.3058$;

$$U_A^*(p) = 0.641$$

B » : 0.09, 0.05, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01 ; $H_B(p) = 0.2713$;

$$U_B(p) = 0.574$$

$$U_B^*(p) = 0.679$$

A olayında toplanma daha fazla iken $U_A^*(p) < U_B^*(p)$ eşitsizliği vardır, çünkü birim sayısı n arttıkça H(p)/loğ n oranı küçülmekte, dolayısıyle de U*(p) büyümektedir.

Ortaya konulduğu gibi bağıl toplanma ölçüleri eşitsizliği ölçmeye yöneliktir. Doğru sonuç vermeleri ise eşitlik ve eşitsizlikten ne anlaşıldığına bağlıdır.

Mutlak toplanma ölçülerinde ise, amaç, pay alan birimlerin bağıl yerinin değil mutlak yerinin saptanmasıdır. Mutlak toplanma ölçüleri arasında en uygunu kabul edilen [Schmalensee (1977 : 186)] Hirschman-Herfindahl indeksinin üstün ve zayıf yönleri şöyle sıralanabilir :

a) HH, pay alan bütün birimleri kapsadığından birim sayısındaki değişmelere duyarlıdır. Ancak bu duyarlılık bağıl payları yüksek olan birimler için fazla, düşük olanlar için azdır. Nitekim Marfels (1971 c:762) küçük işletmelerdeki değişmelerin HH'yı etkilemediğini amprik olarak doğrulamıştır.

b) Çeşitli gruplardan oluşan bir toplanma olayında hem gruplariçi hem de gruplararası toplanma ölçülebilir.

c) k=8 ve k=20 olmak üzere (k<n) HH_k hesaplanarak HH_n yerine ikame edilebilir [Smyth, Boyes, Peseau (1975 : 77-79)].

Rosenbluth indeksi ise bağıl payları düşük olan birimlere aşırı duyarlıdır. Bu sakıncasının yanında ikinci bir sorun da tartıdır. Bir toplanma olayındaki n birimin k tanesi hiç pay almıyorsa büyükten küçüğe doğru sıralamada birinci birimin tartısı n veya (n—k)' den hangisi olacaktır? Bununla beraber bağıl payların düşük ve bir-

birine yakın olduğu toplanma problemleri için I uygun bir seçimdir.

Entropi ise çok yönlü bir olup çeşitli kullanım almaşıkları bulunmaktadır. Lakin sıfır paylı birimler, diğer bir deyişle pay alamayan birimler ölçü kapsamı dışındadır.

Sonuç olarak bir toplanma olayının çeşitli yönleri ve bu yönleri aksettirecek toplanma ölçüleri bulunmaktadır. Bu bakımdan tek bir toplanma ölçüsü ile yetinerek hüküm vermek yanıltıcı olabilir.

KAYNAKÇA

1) Adelmah M.A., «The Measurement of Industrıal Concentration», Rev. Econ. Statistics, 33 (1951), 269-196.
2) Arndt H. Ollenburg G., «Begriff und Arten der Kozentratıon», die Konzentration in der Wirtschaft, Schriften des Vereins für Social-politik içinde, N. F., Band 20/I, Berlin, 1960, 3-41.
3) Bailey D.-Boyle S.E., «The Optimal Measure of Concentration» JASA, 66 (1971), 702-706.
4) Blair John M., «Statistical Measures of Concentration in Business» Bull Oxford Univ., 18 (1956), 351-372.
5) Brucmann G., «Einige Bemerkungen zur statistischen Messung der Konzentration», Metrika 14 (1969), 183-213.
6) Castellano V., Einige Beitraege der italienischen Schule zur statistischen Methodenlehre», Mittbl. f. math. Stat., 4 (1952), 87-120.
7) ————, İstatistik Analizi Cilt I ve II, İstanbul, 1956.
8) Erlat Güzin, «A Comparison of Four Measures of Industrial Concentration within the Context of the Tukısh Manufacturing Industry, O.D.T.Ü Gelişme Dergisi, 10 (1976), 43-72.
9) Ersoy Şakir, «Sanayide Toplanmanın (Temerküz) Alternatif Ölçüleri», İşletme Fakültesi eDrgisi, 9 (1980), 139-155.
10) Ferschl Franz, Deskriptive Statistik, Physias Verlag, Wien, 1979.
11) Genceli Mehmet, İşletmelerde Toplanma ve Toplanmanın Ölçülmesi, Yayınlanmamış Doçentlik Tezi, İstanbul 1982.
12) Gini Corrado, «The Contributions of Italy to Modern Statistical Methods, J. Roy, Stat. Soc., 89 (1926), 703-724.
13) ————, İstatistik Metodolijisi, Ankara, 1947.
14) Hall M.-Tideman N., «Measures of Concentration, JASA 62 (1967), 162-168.
15) Hildenbrandt W.-Paschen H., «Ein axiomatisch begründetes Konzentrationsmass», «Statistische Informationen», 1964, 53-57.
16) Horowitz I., «Numbers Equivalents in U.S. Manufacturing», Economic Journal, 38 (1971), 396-408.
17) Kellerer H.-Schaich E., «Statistiche Probleme der Erfassung von Konzentrationsphaenomen», Konzentration in der Wirtschaft içinde 2. Auflage, Berlin, 1971, 41-74.

18) Marfels C., «Einige neuere Entwicklungen in der Messung der industriellen Konzentration», Metrika, 17 (1971), 69-81.
19) ————, «A Guide to the Literature on the Measurement of Industrial Concentration in the Post-War Period», Z. für Nationalâk. 31 (1971), 483-506.
20) ————, «Absolute and Relative Measures of Concentration Reconsidered», Kyklos 24 (1971), 753-766.
21) ————, «The Gini Ratio of Concentration Reconsidered», Statistische Hefte, 13 (1972), 160-179.
22) Menges Günter-Skala Heinz, Grundriss der Statistik, Teil 2, Westdeutscher Verlag, Opladen, 1973.
23) Münzner H., «Probleme der Konzentrationsmessung», Allf. Stat. Arch., 47 (1963), 1-9.
24) Piesch W., Statistische Konzentrationsmase, J.C.B. Mohr, Tübingen, 1974.
25) Smyth D., Boyes W.J., Peseau P. E., Size, Growth, Profits and Executive Compensation, Mac Millan, London, 1975.
26) Theil Henri, Economics and Information Theory, North-Holland, Amsterdam, 1967.