

KAPASİTE KISITLI ESNEK ATÖLYE TİPİ ÇİZELGELEME PROBLEMİ İÇİN ÜÇ AŞAMALI BİR ÇÖZÜM YAKLAŞIMI VE BİR İŞLETMEDE UYGULANMASI

Mehmet Ali KARABULUT¹, Tuğba SARAÇ^{2*}

¹Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir
ORCID No : <http://orcid.org/0000-0003-3612-717X>

² Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir
ORCID No : <http://orcid.org/0000-0002-8115-3206>

DOI : <http://dx.doi.org/10.31796/ogummf.613268>

Anahtar Kelimeler	Öz
Esnek atölye tipi çizelgeleme, Tek makine çizelgeleme, Paralel makine çizelgeleme, Kapasite kısıtlı çizelgeleme.	<i>Bu çalışmada oluklu mukavva kutu üreten bir fabrikada yaşanan atölye tipi çizelgeleme probleminin özel bir hali olan esnek atölye tipi çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Çizelgeleme problemleri çözülürken genellikle işletmenin kapasitesi göz ardı edilmektedir. Ancak bu durum gerçekçi çizelgelerin oluşturulabilmesini engellemektedir. Bu çalışmada, esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için, üç aşamalı bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşımın her bir aşamasında sırasıyla; sıra bağımlı hazırlık süreli tek makine çizelgeleme problemi, tek makine çizelgeleme problemi ve paralel makine çizelgeleme problemi çözülmektedir. Bu problemlerin amaç fonksiyonu toplam gecikmeyi enküçükmektir. Ayrıca bu problemlere kapasite kısıtı eklenerek problem genelleştirilmiş ve literatürdeki benzer çalışmalara kıyasla daha uygulanabilir çözümler üretilebilmesi sağlanmıştır. Önerilen matematiksel modeller küçük boyutlu ve gerçek hayat problemleri kullanılarak GAMS/Cplex ile kapasite kısıtsız ve kapasite kısıtlı olarak test edilmiş ve elde edilen sonuçlar birbirleriyle ve işletmenin çizelgeleriyle karşılaştırılmıştır.</i>

A THREE-STAGE SOLUTION APPROACH FOR CAPACITY LIMITED FLEXIBLE JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM AND AN APPLICATION IN A FACTORY

Keywords	Abstract
Flexible job shop scheduling, Single machine scheduling, Parallel machine scheduling, Capacity limited scheduling.	<i>In this study, flexible job shop scheduling problem which is a special case of job shop scheduling problem in a factory producing corrugated cardboard boxes is discussed. When solving scheduling problems, the capacity of the factory is often overlooked. However, this situation prevents the generation of realistic schedules. In this study, a three stage solution approach is developed for flexible job shop scheduling problem. At each stage of the proposed approach, respectively; single machine scheduling problem with sequence dependent setup times, single machine scheduling problem and parallel machine scheduling problem is solved. The objective function of these problems is to minimize the total tardiness. Furthermore, by adding the capacity constraint to the problem, it is generalized and provided to produce more viable solutions compared to similar studies in the literature. The proposed mathematical models are tested using small size and real life problems with and without capacity constraints. Obtained results by GAMS / Cplex solver are compared with each other and with the schedule of factory.</i>

Araştırma Makalesi	Research Article
Başvuru Tarihi : 30.08.2018	Submission Date : 30.08.2018
Kabul Tarihi : 22.10.2019	Accepted Date : 22.10.2019

* Sorumlu yazar; e-posta : tsarac@ogu.edu.tr

1. Giriş

Üretim sistemlerinin temel amaçlarından birisi, müşteri taleplerinin zamanında karşılanmasıdır. Bu amacı gerçekleştirebilmek için, üretimin, mevcut koşulları dikkate alarak planlanması gerekmektedir. Üretimin planlanması, üretim sistemlerinin genellikle dinamik bir yapıya sahip olması nedeniyle karmaşık bir problemdir. Ayrıca, bu problemler hızlı karar vermeyi de gerektirmektedir (Saraç ve Sipahioğlu, 2009).

Çizelgeleme, işlerin hangi makinede hangi sırada yapılacağına belirlenmesidir. Çizelgeleme problemleri, üretim ortamı açısından ele alındığında; tek makine, paralel makine, akış tipi ve atölye tipi çizelgeleme problemleri olmak üzere dört ana başlıkta incelenebilir (French, 1982). Tek makine çizelgeleme problemi, bütün işlerin tek makinede tamamlandığı üretim ortamlarında ortaya çıkan çizelgeleme problemidir. Paralel makine çizelgeleme probleminde ise, her iş alternatif makinelerden herhangi birisinde yapılabilmektedir. Sadece işlerin sıralanmasını değil makinelere atanmasını da gerektirdiğinden, tek makine çizelgeleme problemine göre daha zordur. Akış tipi çizelgeleme probleminde, bütün işler aynı makine grubunda aynı işlem sırasıyla yapılır. Bir başka deyişle, işlerin öncelik ilişkisi ve makinelerdeki işlem sırası aynıdır. Atölye tipi çizelgeleme probleminde ise, her iş, farklı makinelerde ve farklı iş rotalarını izleyerek yapılabilir.

Bu çalışmada ele alınan problem, klasik atölye tipi çizelgeleme probleminin genelleştirilmiş halidir. Literatürde esnek atölye tipi çizelgeleme problemi olarak adlandırılmaktadır. Esnek atölye tipi çizelgeleme problemlerinin klasik atölye tipi çizelgeleme problemlerinden farkı paralel makineleri içermesidir. Bu nedenle, klasik problemde daha zordur. Ayrıca esnek atölye tipi çizelgeleme problemine kapasite kısıtlarının da dahil edilmesiyle işlerin makinelere atanması ve sıralanmasının yanı sıra toplam çizelge süresinin tüm işlerin tamamlanmasına izin vermediği durumlarda seçilmeleri de söz konusudur.

Makalenin izleyen bölümünde yapılan yazın taraması yer almaktadır. Üçüncü bölümde kapasite kısıtsız ve kapasite kısıtlı problemler için geliştirilen çözüm yöntemleri açıklanmıştır. Dördüncü bölümde deneysel sonuçlar, makalenin son bölümünde ise sonuç ve öneriler sunulmuştur.

2. Bilimsel Yazın Taraması

Çizelgeleme problemleri ile ilgili literatürdeki çalışmalar incelendiğinde, tek ve paralel makine çizelgeleme problemleri üzerine birçok çalışmanın olduğu görülmüştür. Esnek atölye çizelgeleme problemlerinin ise klasik çizelgeleme problemlerine kıyasla daha az sayıda olduğu gözle çarpılmaktadır.

Eren ve Güner (2006), özdeş iki paralel makinenin çizelgenmesi problemini incelemişlerdir. Problemin amaç fonksiyonu toplam tamamlanma zamanını ve enbüyük gecikmenin ağırlıklı toplamını enküçükmektir. Problemin çözümü için, bir tamsayı programlama modeli geliştirmişler ve bu model ile 20 işe kadar olan problemlerin çözümlerini gerçekleştirebilmişlerdir. Daha büyük boyutlu problemleri çözebilmek için çizelgeleme literatüründe iyi bilinen sıralama kuralları kullanılarak başlangıç çözüm elde etmişler ve bu başlangıç çözümü iyileştirmek için yasaklı arama ve rassal arama yöntemlerini kullanmışlardır. Geliştirilen çözüm yöntemleri ile 1000 işe kadar problemlerin çözümlerini elde edebilmişlerdir.

Gao, Sun ve Gen (2008) üç amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için melez bir genetik algoritma geliştirmişler ve geliştirdikleri algoritmanın performansını test problemleri üzerinde göstermişlerdir.

Zhang, Shao, Li ve Gao (2009) çok amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemini çözebilmek için parçacık sürü optimizasyonu algoritmasını ve yasaklı arama algoritmasını birleştirerek melez bir algoritma geliştirmişlerdir. Yazarlar, geliştirdikleri melez algoritmanın büyük boyutlu problemleri çözebildiğini göstermişlerdir.

Saraç ve Sipahioğlu (2009), çalışmalarında kalıp kullanımlarının da dikkate alındığı paralel makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için sırt çantası problemini temel alan bir matematiksel model önermişlerdir.

Bagheri, Zandieh, Mahdavi ve Yazdani (2010) iki alt problemde oluşan esnek atölye tipi çizelgeleme probleminin tamamlanma zamanını enküçükmek için yapay bağışıklık algoritması önermişlerdir. Önerilen algoritmanın etkinliğini test problemleri üzerinde göstermişlerdir.

Motaghedi-Larijani, Sabri-Laghaie ve Heydari (2010) üç amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için melez bir genetik algoritma önermişlerdir. Önerilen algoritmada, Pareto-optimal çözüm elde etme şansını arttırmak için yerel arama algoritmasından faydalanmışlardır.

Özçelik ve Saraç (2011), iki amaçlı tek makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Problemin amaçları toplam gecikmeyi ve son işin tamamlanma zamanını enküçükmektir. Problemin çözümü için en kısa hazırlık süresi (SST) sıralama kuralını temel alan yeni bir sıralama kuralı önermişlerdir. Ayrıca başlangıç çözümü önerdikleri sıralama kuralı ile elde eden ve bir yerel arama yöntemiyle de iyileştiren yeni bir sezgisel algoritma önermişlerdir.

Demir ve İşleyen (2013) esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için zaman endeksli bir matematiksel model önermişlerdir.

Akyol ve Saraç (2012), montaj hatlarının çizelgelenmesi problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için, tek makine ve özdeş paralel makine çizelgeleme problemlerini temel alan matematiksel modeller önermişlerdir. Geliştirdikleri matematiksel modelleri GAMS/Cplex çözücüsünü kullanarak çözmüşler ve elde edilen sonuçları mevcut çizelgeler ile karşılaştırmışlardır.

Kaya ve Fırlalı (2013, 2016), çok amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemi üzerine yayın taraması yapmışlardır. Bu problemin meta sezgisel yöntemler ile çözümü için önerilerde bulunmuşlardır.

Erişilebilen literatür incelendiğinde, çizelgeleme problemlerini konu alan çalışmalarda kapasite kısıtının göz ardı edildiği ve genellikle tek aşamalı çözüm yöntemlerinin kullanıldığı dikkat çekmektedir. Bu çalışmada ise literatürden farklı olarak kapasite kısıtı dikkate alınmış ve problemin çözümünü kolaylaştırmak için problem parçalanarak çok aşamalı bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir.

3. Yöntem

Ele alınan problemin yaşandığı fabrikada siparişe dayalı üretim yapılmaktadır. Fabrika oluklu mukavva kutu ürettiği için bu ambalaja ihtiyaç duyan müşteri firmalar için teslim zamanları çok büyük önem arz etmektedir. Müşteri firmalar siparişlerinin gecikmesiz olarak ellerine ulaşmasını istemektedir. Bu nedenle toplam gecikmeyi en aza indirecek sistematik bir çözüm yaklaşımına ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak ilgili fabrikada sistematik bir çizelgeleme yaklaşımı kullanılmamaktadır.

Çalışmanın yapıldığı fabrikada üretim süreci, oluklu mukavva üretimi ve konfeksiyon (kesme, baskı, dikiş) olarak bölümlere ayrılmıştır.

Fabrikanın oluklu mukavva üretimi bölümünde tek makine bulunmaktadır. İşletmeye gelen kağıt bobinleri bu makine ile öncelikle farklı dalga cinslerine sahip oluklu mukavvaya dönüştürülmekte daha sonra farklı boyutlarda kesilerek oluklu mukavva levhaları elde edilmektedir. Bu levhalar, istenilen nem seviyesine ulaşabilmeleri için bekleme alanlarında bir süre bekletilmektedir. Ardından baskı, kesim ve katlama için ilgili makinelere gönderilmektedir.

Fabrikada iki ayrı konfeksiyon bölümü (fabrika 1 ve fabrika 2 olarak adlandırılmakta) bulunmaktadır. Bu bölümler üretim sürecinin ilk basamağı olmadığı için yarı mamullerin (levha oluklu mukavvaların) hazır olma zamanları dikkate alınmalıdır. İlk konfeksiyon bölümünde (fabrika 1 olarak adlandırılmakta) üç adet

kesme, baskı ve katlama yapabilen makine, bir adet tek taraflı dikiş yapabilen dikiş makinesi, bir adet iki taraflı dikiş yapabilen dikiş makinesi ve bir adet baskı ve döner kesim yapabilen makine bulunmaktadır. Üç makine, kesme, baskı ve katlama süreçlerini gerçekleştirebilme kapasitelerine sahiptir. Bu makinelerin her biri farklı ölçülerdeki levha boyları için tasarlanan makinelerdir ve dolayısıyla levhalar boyutlarına uygun makinelere atanmaktadır. Bu nedenle bu aşamadaki çizelgeleme problemi paralel makine çizelgeleme problemi değildir. Bu üç makinenin her birisinin tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınması gerekmektedir.

İkinci konfeksiyon bölümünde (fabrika 2 olarak adlandırılmakta) ise iki adet düz kesim yapabilen aynı özelliklere sahip makine, üç adet farklı levha boylarını katlayabilen makine ve bir adet baskı ve döner kesim yapabilen makine bulunmaktadır.

Oluklu mukavva makinesi tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinenin ismi aşağıda verilmiştir:

- BHS (oluklu).

Baskı, kesim, katlama ve paketleme yapabilen makinelerin çizelgelenmesi tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinelerin isimleri aşağıda verilmiştir:

- IPACK, M924, M618.

Baskı ve döner kesim yapabilen makinelerin çizelgelenmesi tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinelerin isimleri aşağıda verilmiştir:

- SLOTTTER, M1628.

Düz kesim yapabilen makinelerin çizelgelenmesi özdeş paralel makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinelerin adları aşağıda verilmiştir:

- BOBST1, BOBST2.

Katlama makinelerinin çizelgelenmesi tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinelerin isimleri aşağıda verilmiştir:

- MAGNUS, DOMINO1, DOMINO2.

Dikiş makinelerinin çizelgelenmesi tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İlgili makinelerin isimleri aşağıda verilmiştir:

- SODEME1 (tek taraflı dikiş), SODEME2 (iki taraflı dikiş).

İşletmede kullanılan tüm iş rotaları aşağıda verildiği gibidir:

- OLUKLU (BHS)-IPACK
- OLUKLU-M924
- OLUKLU-M618

- OLUKLU-SLOTTER-BOBST-DOMINO 1 veya DOMINO 2 veya MAGNUS
- OLUKLU-M1628-BOBST- DOMINO 1 veya DOMINO 2 veya MAGNUS
- OLUKLU-SLOTTER- DOMINO 1 veya DOMINO 2 veya MAGNUS
- OLUKLU-M1628- DOMINO 1 veya DOMINO 2 veya MAGNUS
- OLUKLU-M1628-SODEME
- OLUKLU-SLOTTER-SODEME

Bu bilgiler ışığında ele alınan problem, kapasite kısıtlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemidir. Esnek atölye tipi çizelgeleme problemi bütünsel olarak ele alındığında çözümü çok zordur ve gerçek hayat problemleri genellikle bütünsel matematiksel modellerle çözülemezler. Bu nedenle problem parçalara ayrılarak çözülecektir. Problemin parçalı çözümü en iyi çözümü garanti edememekle beraber makul süreler içinde etkin çözümler üretilebilmesini mümkün kılmaktadır. Böylece işletmenin problemine bir sezgisel algoritma geliştirilmesine gerek kalmaksızın kısa bir sürede çözüm bulunabilecektir.

İşletmede var olan çizelgeleme problemleri için üçer aşamadan oluşan iki farklı çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Geliştirilen çözüm yaklaşımlarının aşamalarında kullanılmak üzere önerilen matematiksel modeller aşağıda verilmiştir.

3.1. Kapasite Kısıtsız Üç Aşamalı Çözüm Yaklaşımı

Kapasite kısıtlarının ele alınmadığı ilk çözüm yaklaşımında (ÇY1), problem üç aşamada çözülmektedir. Yöntemin adımları ve adımlarda kullanılan matematiksel modeller aşağıda verilmiştir.

Kapasite Kısıtsız Üç Aşamalı Çözüm Yaklaşımının (ÇY1'in) Adımları:

Adım1: j işinin müşteri teslim zamanlarından (d_j^M) ikinci ve üçüncü safhalardaki ortalama üretim sürelerini ve levhaların istenen nem seviyesine gelmesi için beklemesi gereken süreyi çıkararak, j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) hesapla. M1 modelini çöz.

Adım2: j işinin müşteri teslim zamanlarından (d_j^M) üçüncü safhalardaki ortalama üretim sürelerini çıkararak, j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) güncelle. M1 modelinin çözümünden elde edilen tamamlanma zamanlarını (C_j^*), j işinin hazır olma zamanı olarak ata ($r_j = C_j^*$). M2 modelini çöz.

Adım3: $d_j = d_j^M$ olacak şekilde j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) güncelle. M2 modelinin çözümünden elde edilen tamamlanma zamanlarını (C_j^{**}), j işinin hazır olma zamanı olarak ata ($r_j = C_j^{**}$). M3 modelini çöz.

Birinci makine grubu için (oluklu makinesi) önerilen matematiksel model (M1) aşağıda yer almaktadır (Özçelik ve Saraç, 2011).

Kümeler:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ iş kümesi

İndisler:

i veya $j \in N$ iş indisi, $k \in N$ sıra indisi

Parametreler:

n : iş sayısı

p_j : j işinin ilgili aşamadaki işlem süresi

d_j : j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanı

h_j : j işi ilk sıraya atanırsa gerekecek başlangıç hazırlık süresi

s_{ij} : j işi hemen i işinin ardında çizelgelendiğinde j işinin sıra bağımlı hazırlık süresi

M : çok büyük bir pozitif tamsayı

Karar değişkenleri:

y_{jk} : j işi k . sıraya atanırsa 1; diğer durumda 0

C_j : j işinin tamamlanma zamanı

T_j : j işinin gecikmesi $T_j = \text{enb}\{C_j - d_j, 0\}$

(M1):

Amaç fonksiyonu:

$$\text{enk } z = \sum_j T_j \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$C_j + M(1 - y_{jk}) \geq h_j + p_j \quad \forall j, k=1, j, k \in N \quad (2)$$

$$C_j - C_i + M(2 - y_{jk} - y_{ik-1}) \geq s_{ij} + p_j \quad \forall i \neq j, k > 1, i, j, k \in N \quad (3)$$

$$\sum_j y_{jk} = 1 \quad \forall k \in N \quad (4)$$

$$\sum_k y_{jk} = 1 \quad \forall j \in N \quad (5)$$

$$T_j \geq C_j - d_j \quad \forall j \in N \quad (6)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall j, k \in N \quad (7)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (8)$$

$$T_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (9)$$

Amaç (1), toplam gecikmeyi enküçükmektir. Kısıt (2), ilk işin tamamlanma zamanını ve kısıt (3), ikinci ve sonraki sıralarda yer alan işlerin tamamlanma zamanlarını hesaplama kısıtlarıdır. Kısıt (4) ve (5) sırasıyla her sıraya bir işin atanmasını ve her işin bir sıraya atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (6), j işinin gecikmesini hesaplamaktadır. Kısıt (8) ve (9) ise işaret kısıtlarıdır.

İkinci makine grubu için önerilen matematiksel model (M2) aşağıda yer almaktadır (Akyol ve Saraç, 2012).

Parametreler:

r_j : j işinin hazır olma zamanı (bir önceki aşamada tamamlanma zamanı)

Karar değişkenleri:

w_j : i işi tamamlandığında, j işinin hazır olması için beklemesi gereken süre $w_j = \text{enb} \{ r_j - C_i, 0 \}$

(M2):

Amaç fonksiyonu:

(1)

Kısıtlar:

(5), (6)-(9)

$$C_j \geq p_j + r_j \quad \forall j \in N \quad (10)$$

$$C_j - C_i + M(2 - y_{jk} - y_{jk-1}) \geq p_j + w_j \quad \forall i \neq j, k > 1, i, j, k \in N \quad (11)$$

$$w_j + M(2 - y_{jk} - y_{ik-1}) \geq r_j - C_i \quad \forall i \neq j, k > 1, i, j, k \in N \quad (12)$$

$$w_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (13)$$

Kısıt (10) ve Kısıt (11), tamamlanma zamanı hesaplama kısıtlarıdır. İşlerin hazır olması için kalan süre ise kısıt (12) ile hesaplanmaktadır. Kısıt (13) karar değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır.

Üçüncü makine grubu için (özdeş paralel makineler) önerilen matematiksel model (M3) aşağıda yer almaktadır (Akyol ve Saraç, 2012).

Kümeler:

$L = \{1, 2, \dots, m\}$ makine kümesi

İndisler:

$l \in L$ sıra indisi

Karar değişkenleri:

y_{jkl} : j iş, l makinede k . sıraya atanırsa 1; diğer durumda 0

(M3):

Amaç fonksiyonu:

(1)

Kısıtlar:

(6), (8), (9), (13)

$$\sum_j y_{j1l} \geq 1 \quad \forall l \in L \quad (14)$$

$$\sum_j y_{jkl} \leq 1 \quad \forall k \in N, \forall l \in L \quad (15)$$

$$\sum_k \sum_l y_{jkl} = 1 \quad \forall j \in N \quad (16)$$

$$C_j + M(1 - y_{j1l}) \geq r_j + p_j \quad \forall j \in N, \forall l \in L \quad (17)$$

$$w_j + M(2 - y_{jkl} - y_{jk-1l}) \geq r_j - C_i \quad \forall i \neq j, k > 1, i, j, k \in N, \forall l \in L \quad (18)$$

$$C_j - C_i + M(2 - y_{jkl} - y_{jk-1l}) \geq p_j + w_j \quad \forall i \neq j, k > 1, i, j, k \in N, \forall l \in L \quad (19)$$

$$\sum_j y_{jkl} - \sum_i y_{ijk-1l} \leq 0 \quad \forall k > 1, k \in N, \forall l \in L \quad (20)$$

$$y_{jkl} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N, k \in M, l \in L \quad (21)$$

Kısıt (14), her makinenin ilk sırasına bir iş atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (15) her makinenin her sırasına en fazla bir iş atanmasını ve kısıt (16) her işin bir makinenin herhangi bir sırasına atanmasını garanti eden kısıtlardır. Kısıt (17), ilk işlerin tamamlanma zamanının, en az işlem süresi ve hazır olma süresi toplamı kadar olması gerektiğini ifade etmektedir. Ardi sıra gelen işlerden sonrakinin hazır olması için kalan süreyi hesaplamakta kısıt (18) kullanılmıştır. Bu süreyle birlikte işlem süresi ve önceki işin tamamlanma zamanı toplamının, sonraki işin tamamlanma zamanına eşit veya büyük olmasını sağlayan kısıt (19)'dur. Kısıt (20), işlerin sıra atlamadan sıralanmasını sağlayan kısıttır. (21) numaralı kısıt ise işaret kısıtıdır.

3.2. Kapasite Kısıtlı Üç Aşamalı Çözüm Yaklaşımı

Kapasite kısıtlarının ele alındığı ikinci çözüm yaklaşımında da (ÇY2), problem üç aşamada çözülmektedir. İlk çözüm yaklaşımında yer alan M1, M2 ve M3 modelleri kapasite kısıtlarını içerecek şekilde genelleştirilmiş ve K1, K2, K3 modelleri elde edilmiştir. Modellere kapasite kısıtları dahil edildiğinde tüm işlerin çizelgelenmesi çoğu kez mümkün olamamaktadır. Dolayısıyla, tüm işlerin içinden çizelgeye alınacak işlerin seçimi de söz konusudur. Amaç fonksiyonu işlerin gecikmelerinin en küçüklenmesi şeklinde bırakıldığında matematiksel model gecikme riski olmayan işleri seçerek gecikmeyi sıfır olarak hesaplama eğiliminde olmaktadır. Bu durumda asıl seçilmesi gereken acil işler çizelgeye alınmamaktadır. Oysa modelin öncelikle acil işleri seçmesi ve mümkün olduğunca kapasiteyi etkin bir şekilde kullanması gerekmektedir. Bu nedenle amaç fonksiyonu tüm bu amaçları gerçekleştirecek şekilde iki parçadan oluşmaktadır. Fonksiyonun ilk parçası mümkün olduğunca çok sayıda ve teslim zamanı yaklaşan işlerin seçilmesini, ikinci parçası ise seçilen

işlerin gecikmeleri toplamının enküçüklenmesini sağlamaya yöneliktir. Yöntemin adımları ve adımlarda kullanılan matematiksel modeller aşağıda verilmiştir.

Kapasite Kısıtlı Üç Aşamalı Çözüm Yaklaşımının (ÇY2'nin) Adımları:

Adım1: j işinin müşteri teslim zamanlarından (d_j^M) ikinci ve üçüncü safhalardaki ortalama üretim sürelerini ve levhaların istenen nem seviyesine gelmesi için beklemesi gereken süreyi çıkararak, j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) hesapla. K1 modelini çöz.

Adım2: j işinin müşteri teslim zamanlarından (d_j^M) üçüncü safhalardaki ortalama üretim sürelerini çıkararak, j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) güncelle. K1 modelinin çözümünden elde edilen tamamlanma zamanlarını (C_j^*), j işinin hazır olma zamanı olarak ata ($r_j = C_j^*$). K2 modelini çöz.

Adım3: $d_j = d_j^M$ olacak şekilde j işinin bir sonraki aşamaya teslim zamanını (d_j) güncelle. K2 modelinin çözümünden elde edilen tamamlanma zamanlarını (C_j^{**}), j işinin hazır olma zamanı olarak ata ($r_j = C_j^{**}$). K3 modelini çöz.

Birinci makine grubu için (oluklu makinesi) önerilen matematiksel model (K1) aşağıda yer almaktadır.

Parametreler:

Kapasite: Siparişlerin üretimi için kullanılabilir üretim süresi.

(K1) :

Amaç fonksiyonu:

$$enb z = \sum_j \sum_k \frac{y_{jk} \frac{1}{d_j}}{n} - \sum_j \frac{T_j}{kapasite} \quad (22)$$

Kısıtlar:

(2), (3), (7)-(9)

$$\sum_j y_{jk} \leq 1 \quad \forall k \in N \quad (23)$$

$$\sum_k y_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (24)$$

$$T_j \geq C_j - d_j - M (1 - \sum_k y_{jk}) \quad \forall j \in N \quad (25)$$

$$T_j \geq kapasite - d_j - M (\sum_k y_{jk}) \quad \forall j \in N \quad (26)$$

$$\sum_j y_{jk} - \sum_i y_{ik-1} \leq 0 \quad \forall k, k > 1 \quad (27)$$

$$\sum_j \sum_k p_j y_{jk} \leq kapasite \quad (28)$$

Amaç (22), atanmış iş sayısını enbüyüklerken termin zamanı yakın olan işlerin makinelere atanmasını ve toplam gecikmenin enküçüklenmesini sağlamaktadır. Kısıt (23) ve (24) sırasıyla her sıraya en fazla bir işin

atanmasını ve bir işin en fazla bir sıraya atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (25), eğer j işi atanırsa j işinin gecikmesini hesaplamaktadır. Kısıt (26), atanamayan işlerin kapasite süresi sonuna bırakılmasının gecikmeye yol açıp açmayacağını hesaplamaktadır. Kısıt (27), işlerin sıra atlamadan sıralanmasını sağlayan kısıttır. Kısıt (28), kapasite kısıtıdır.

İkinci makine grubu için önerilen matematiksel model (K2) aşağıda yer almaktadır.

(K2):

Amaç fonksiyonu:

(22)

Kısıtlar:

(7)-(9), (10)-(13), (23)-(28)

Üçüncü makine grubu için (özdeş paralel makineler) önerilen matematiksel model (K3) ve açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

(K3):

Amaç fonksiyonu:

$$enb z = \sum_j \sum_k \sum_l \frac{y_{jkl} \frac{1}{d_j}}{n} - \sum_j \frac{T_j}{kapasite} \quad (29)$$

Kısıtlar:

(6), (8), (9), (13)-(15), (17)-(21)

$$\sum_k \sum_l y_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (30)$$

$$T_j \geq C_j - d_j - M (1 - \sum_k \sum_l y_{jkl}) \quad \forall j \in N \quad (31)$$

$$T_j \geq kapasite - d_j - M (\sum_k \sum_l y_{jkl}) \quad \forall j \in N \quad (32)$$

$$\sum_j \sum_k \sum_l p_j y_{jkl} \leq kapasite \quad (33)$$

(30) numaralı kısıt, her işin en fazla bir makinenin bir sırasına atanmasını garanti eder. Kısıt (31), eğer j işi seçilmişse j işinin gecikmesini hesaplamaktadır. Kısıt (32), atanamayan işlerin kapasite süresi sonuna bırakılmasının gecikmeye yol açıp açmayacağını hesaplamaktadır. Kısıt (33), kapasite kısıtıdır.

4. Deneysel Sonuçlar

Geliştirilen çözüm yaklaşımlarının performanslarını gösterebilmek için küçük boyutlu ve gerçek hayat problemleri GAMS/Cplex ile çözülmüştür. Tüm testlerde Windows 10 Intel Core i3-2100 CPU @ 3,10 GHz özelliklerine sahip bir bilgisayar kullanılmıştır.

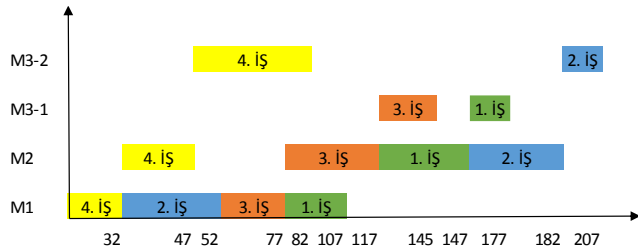
4.1. Küçük Boyutlu Problemin ÇY1 ve ÇY2 ile Çözülmesi

Küçük boyutlu test problemi 4 işten oluşmaktadır. Problemin sıra bağımlı hazırlık süreleri dışındaki parametre değerleri Tablo 1’de verilmiştir. Bu problem için sıra bağımlı hazırlık süreleri sıfır olarak kabul edilmiştir. Küçük problemin ÇY1 ile çözümü sonucu elde edilen Gantt şeması Şekil 1’de, ÇY2 ile çözümü sonucu elde edilen Gantt şeması ise Şekil 2’de verilmiştir.

Tablo 1

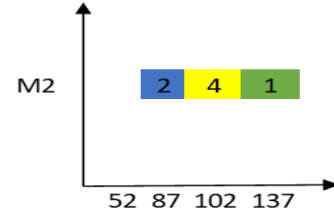
Küçük Boyutlu Problemin Parametreleri

Makine	i	p _i	h _i	d _i
Sıra Bağımlı Hazırlık Süreli Tek Makine	1	30	17	60
	2	20	17	40
	3	25	17	12
	4	15	17	10
Tek Makine	1	30	-	210
	2	35	-	195
	3	40	-	172
	4	15	-	145
Paralel Makine	1	30	-	240
	2	25	-	220
	3	28	-	200
	4	35	-	180



Şekil 1. Küçük Problemin ÇY1 Çözümü İçin Gantt Şeması

Küçük boyutlu problem ÇY2 ile çözülürken kapasitenin 100 dakika olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 2. Küçük Problemin ÇY2 Çözümü İçin Gantt Şeması

4.2. Gerçek Hayat Probleminin ÇY1 ile Çözülmesi

Uygulamanın yapıldığı işletmeden alınan iki günlük bir çizelge Tablo 2’de, işletmenin hazırladığı çizelge için gerçekleştiren gecikmeler, tamamlanma ve teslim zamanları Tablo 3’te verilmiştir. Tablo 2’den de görülebileceği gibi bu çizelgede 18 iş yer almaktadır. İşletmenin paylaştığı çizelge incelendiğinde halihazırda birçok işte gecikmelerin olduğu tespit edilmiştir. Çizelgede yer alan henüz termin tarihi geçmemiş işlerin de gecikmemesi için önerilen çözüm yaklaşımı kullanılarak toplam gecikmenin en küçüklemesi işletme için büyük önem arz etmektedir.

Tablo 2

İşletmenin Hazırlamış Olduğu İki Günlük İş Çizelgesi

Sıra	Planlama Tarihi	Termin Tarihi	Teslim Zamanı (dk)	İşlem Süresi (dk)
1	13.04.19	14.04.19	1440	401
2	13.04.19	13.04.19	0	156
3	13.04.19	13.04.19	0	114
4	13.04.19	8.04.19	-7200	92
5	13.04.19	19.04.19	8640	185
6	13.04.19	13.04.19	0	114
7	13.04.19	14.04.19	1440	59
8	13.04.19	14.04.19	1440	84
9	13.04.19	14.04.19	1440	213
10	13.04.19	14.04.19	1440	215
11	14.04.19	14.04.19	0	88
12	14.04.19	15.04.19	1440	215
13	14.04.19	12.04.19	-2880	130
14	14.04.19	12.04.19	-2880	130
15	14.04.19	15.04.19	1440	129
16	14.04.19	15.04.19	1440	129
17	14.04.19	20.04.19	8640	59
18	14.04.19	27.04.19	18720	272

Tablo 3
İşletmenin Hazırladığı Çizelge İçin Gerçekleşen Gecikmeler, Tamamlanma ve Teslim Zamanları

İş Sıra	Tamamlanma Zamanı	Teslim Zamanı	Gecikmeler
1	401	1440	0
2	557	0	557
3	671	0	671
4	763	-7200	7963
5	948	8640	0
6	1062	0	1062
7	1121	1440	0
8	1205	1440	0
9	1418	1440	0
10	1633	1440	193

İşletmenin hazırladığı çizelge için toplam gecikme 10.446 dakikadır.

ÇY1 yöntemi ve GAMS/Cplex ile bir günlük işler kullanılarak bir çizelge oluşturulmuştur. ÇY1 ile elde edilen çizelge ve bu çizelge için gerçekleşen gecikmeler, tamamlanma ve teslim zamanları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4
ÇY1 ile Elde Edilen Çizelge İçin Gerçekleşen Gecikmeler, Tamamlanma ve Teslim Zamanları

İş Sıra	Tamamlanma Zamanı	Teslim Zamanı	Gecikmeler
1	1448	1440	8
2	476	0	476
3	320	0	320
4	92	-7200	7292
5	1633	8640	0
6	206	0	206
7	832	1440	0
8	560	1440	0
9	773	1440	0
10	1047	1440	0

ÇY1 ile elde edilen çözüm için toplam gecikme 8.302 dakikadır. Önerilen çözüm yaklaşımı ile toplam gecikmede %20,52 azalma sağlanmıştır. Bu toplam gecikmedeki azalma, işletme için büyük önem taşımaktadır.

4.3. Gerçek Hayat Probleminin ÇY2 İle Çözülmesi

İşletmenin hazırladığı iki günlük çizelgedeki veriler kullanılarak 3 vardiya kapasiteli, bir gerçek hayat problemi GAMS/Cplex kullanılarak ÇY2 ile çözülmüş ve elde edilen çizelge için gerçekleşen gecikmeler, tamamlanma ve teslim zamanları Tablo 5'te verilmiştir. Tablo 5 incelendiğinde, 1.440 dakikalık kapasite için çizelgede 12 işin yer aldığı görülmektedir. İşletmenin 3 vardiyalık çizelgesinde ise 10 iş yer almaktadır. ÇY2 ile 2 işin daha çizelgede yer alması sağlanmıştır.

Tablo 5
ÇY2 ile Elde Edilen Çizelge İçin Gerçekleşen Gecikmeler, Tamamlanma ve Teslim Zamanları

İş Sıra	Tamamlanma Zamanı	Teslim Zamanı	Gecikmeler
2	824	0	824
3	294	0	294
4	180	-7200	7380
6	408	0	408
7	1427	1440	0
8	1239	1440	0
11	88	0	88
13	538	-2880	3418
14	668	-2880	3548
15	1368	1440	0
17	883	8640	0
18	1155	18720	0

Dört işten oluşan küçük boyutlu bir problem ve toplam 18 işten oluşan gerçek hayat problemlerinin ÇY1 ve ÇY2 ile çözümleri sonucu elde edilen amaç fonksiyonu değerleri ve çözüm süreleri Tablo 6'da verilmiştir. Tablo 6'dan da görülebileceği gibi çözüm süreleri oldukça makuldür.

Tablo 6
Özet Sonuç Tablosu

Yöntem	Problem	z	Süre
ÇY1	Küçük	146,00	1 sn
	Gerçek Hayat	8302,00	1 dk 24 sn
ÇY2	Küçük	0,75	0,1 sn
	Gerçek Hayat	-10,42	16 dk 43 sn

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada kapasite kısıtsız ve kapasite kısıtlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için üç aşamalı çözüm yaklaşımları önerilmiştir. Kapasite kısıtlı problemi çözmek için önerilen ÇY2'nin adımlarında kullanılan K1, K2 ve K3 modelleri bu çalışma kapsamında geliştirilmiştir. Problemin parçalı çözümü yeni çözümü garanti edememekle beraber makul süreler içinde etkin çözümler üretilebilmesini mümkün kılmaktadır. Ayrıca işletmeler için belli bir üretim süresi kısıtı altında hangi ürünlerin üretilebileceğini görebilmek önemli bir bilgidir. Özellikle işlerin farklı vardiyalara bölünmesinin mümkün olmadığı durumlarda kapasite kısıtlarını dikkate alan ikinci çözüm yaklaşımı çok daha etkin çözümler üretecektir.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Akyol, E. ve Saraç, T. (2012). Plastik parçalar üreten bir fabrikanın montaj hatlarının çizelgenmesi. *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 23(2), 28-41. Erişim adresi: https://www.mmo.org.tr/sites/default/files/c992809ecfcc3bf_ek.pdf
- Bagheri, A. , Zandieh, M. , Mahdavi, I. & Yazdani, M. (2010). An artificial immune algorithm for the flexible job-shop scheduling problem. *Future Generation Computer Systems*, 26, 533-541. doi: <https://doi.org/10.1016/j.future.2009.10.004>
- Demir, Y. & İşleyen, S. K. (2013). Evaluation of mathematical models for flexible job-shop scheduling problems. *Applied Mathematical Modelling*, 37(3), 977-988. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.03.020>
- Eren, T. ve Güner, E. (2006). Paralel makineli çizelgelemede toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikmenin enküçüklenmesi. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 21(1-2), 21-32. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/download/article-file/215982>
- French, S. (1982). *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job Shop*. New York : John Wiley & Sons.
- Gao, J., Sun, L. & Gen, M. (2008). A hybrid genetic and variable neighborhood descent algorithm for flexible job shop scheduling problems. *Computers & Operations Research*, 35, 2892-2907. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.01.001>

- Kaya, S. ve Fırlalı, N. (2013). Çok amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemleri. *Sigma Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi*, 31, 605-623. Erişim adresi: <https://pdfs.semanticscholar.org/b336/00043a6afbd0fa656330f68291d45f19f3e0.pdf>
- Kaya, S. ve Fırlalı, N. (2016). Esnek atölye tipi çizelgeleme problemlerinin meta sezgisel yöntemler ile çözümüne yönelik bir inceleme. *Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 20(2), 223-244. Erişim adresi: <http://www.saujs.sakarya.edu.tr/download/article-file/227633>
- Motaghedi-Larijani, A. & Sabri-Laghaie, K. & Heydari, M. (2010). Solving flexible job shop scheduling with multi objective approach. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*. 21, 197-209. Erişim adresi: https://www.researchgate.net/publication/303170665_Solving_Flexible_Job_Shop_Scheduling_with_Multi_Objective_Approach
- Özçelik, F. ve Saraç, T. (2011). Sıra bağımlı hazırlık süreli iki ölçütlü tek makina çizelgeleme problemi için sezgisel bir çözüm yöntemi. *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 22(4), 48-57. Erişim adresi: http://www1.mmo.org.tr/resimler/dosya_ekler/ccdbfce7a6c235f_ek.pdf?dergi=1191
- Saraç, T. ve Sipahioğlu, A. (2009). Plastik enjeksiyon makinalarının çizelgenmesi problemi. *Endüstri Mühendisliği Dergisi YA/EM 2008 Özel Sayısı*, 20(2), 2-14. Erişim adresi: https://www.mmo.org.tr/sites/default/files/6c9b3c9eaca8377_ek.pdf
- Zhang G., Shao X., Li P. & Gao L. (2009). An effective hybrid particle swarm optimization algorithm for multi-objective flexible job-shop scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1309-1318. Erişim adresi: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.184.5901&rep=rep1&type=pdf>