



KARMAŞIK SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARI VE ORTAK HATALAR MISCONCEPTIONS AND COMMON ERRORS IN COMPLEX NUMBERS

Vildan KEÇELİ*, Necla TURANLI**

ÖZET: Bu çalışma değişik üniversitelerin matematik eğitimi verilen bölümlerinde gerçekleştirilmiştir. Burada ki en önemli koşul öğrencilerin Karmaşık Analiz dersini almış olmalarıdır. Bu çalışma da, üniversitelerin Eğitim ve Fen Edebiyat Fakültelerinde okuyan öğrencilerin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada farklı üniversitelerde okuyan üniversite öğrencilerinin “karmaşık sayılar” konusunda sahip oldukları kavram yanlışları ve hataları ortaya konmuştur. Burada elde edilen sonuçların ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinde saptanan kavram yanlışlığı ve hatalarla benzerlik gösterdiği belirlenmiştir.

Anahtar sözcükler: Karmaşık sayılar, kavram yanlışlığı, ortak hatalar.

ABSTRACT: The study was carried out in the Mathematics Education branches of various universities. The sample was determined to be based on the criterion of taking the course of Complex Analysis. Therefore, the study seeks to identify the undergraduate students' misconceptions and common mistakes in regard to complex numbers. The study revealed the misconceptions and difficulty of undergraduate students regarding complex numbers and concluded that undergraduate students have similar misconceptions about complex numbers like eleventh-grade students.

Keywords: Complex Numbers, Misconception, Common Errors.

1. GİRİŞ

Matematik bilimi, mekanik, fizik ve astronomi bilimlerinin de temelini teşkil eder. Aynı zamanda genel mantığın uygulama alanı ve insan zekâsının bu yolda işlemesi görevini de üstlenir. Matematiğe, bunların dışında, sosyal bilimler, tıp, jeoloji, jeofizik, psikoloji, sosyoloji, biyoloji ve iş idareciliği gibi alanlarda da ihtiyaç duyulur ve yaygın bir şekilde kullanılır. Gördüğümüz bina, taşıt ve yollar hep matematik ile mühendisliğin ortaya koyduğu sonuç tasarımlarıdır. Bu örnekler, soyut bir bilim olan matematiği, gerek doğrudan, gerekse dolaylı olarak günlük hayatımızın vazgeçilmez bir parçası yapar. Bu denli önemli işlevleri üstlenen matematik başarı, başarıyı artırma ve etkileme yol ve etmenleri bağlamında da araştırmacıların ilgi odağıdır (Kim and Hocevar, 1998; Ma,1999; Peker ve Mirasyedioğlu, 2003; Dursun ve Dede, 2004).

Dursun ve Dede (2004)'ye göre yaş, gelişim düzeyi, ilgi ve ihtiyacı, zekâ düzeyi, sağlığı, yaşadığı çevre, öğretmen faktörü, okula başlama yaşı, öğretim ortamının niteliği, öğrencinin ders çalışma alışkanlığı, öğretim yöntemleri, matematik dersine yönelik tutum ve kavram yanlışları, bireyin matematik başarısını olumlu ya da olumsuz etkileyen faktörlerdir.

Çetin vd., (2002)'ne göre öğrencilere kazandırılmak istenen kavramların anlamlı ve kalıcı olması için, öğrenmelerindeki çelişki ve tutarsızlıkların açığa çıkarılıp giderilmesi ve onların öğrenme sürecine aktif olarak katılmaları gerekir. Çünkü Fidan (1996)'a göre öğrencilerin başarılarında gözlenen değişkenliğin yüzde yirmiyeye kadarı, onların öğrenme sürecine katılma dereceleriyle açıklanabilmektedir.

Yanlış kavramlar bilim adamlarınca, ön kavrama (preconception)- (Novak,1977), kavram yanlışlığı (misconception)-(Helm, 1980), alternatif yapılar (alternative frameworks)-(Doran, 1972; Driver and Easley, 1978; Driver, 1981; Mike and Treagust, 1998), çocukların bilimi (children's science)-(Treagust, 1988; Osborne and Freyberg, 1996; Gunstone, 1990), genel duyu kavramları (common sense concepts), kendiliğinden oluşan bilgiler (spontaneous knowledge)-(Halloun ve

* Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi vkecelmeister@gmail.com

** Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi turanli@hacettepe.edu.tr

Hestenes, 1985) veya yetersiz kavrama (naive conception)-(Champagne vd., 1983) gibi farklı türlerde isimlendirilir. Bu terimler genel olarak bakıldığında, aynı kavramı ifade etmekle birlikte, öğrencilerin inanışlarını karakterize etmek maksadıyla farklı kullanımları ifade eder. İsmi ne olursa olsun, ya da hangi terim kullanılırsa kullanılsın, öğrenciler sınıfa gelirken bu alternatif düşüncelerini de getirmektedirler (Aydoğan vd., 2003; Çalık ve Ayas, 2003; Karataş vd., 2003; Özbellek Gülşen, 2003).

Öğrencilerin sahip olduğu bu kavramlar, bir bütünlük oluşturur. Günlük hayattaki bazı tecrübelerden destek alır. Bu yüzden de değiştirilmeye ve olumlu yönde geliştirilmeye karşı direnç oluştururlar. Bu durum, öğrencinin yanlış anlamaya sahip olduğu o kavramın ilişkili olduğu diğer kavramları da öğrenmesinde olumsuz etkiler yapar (Karataş, vd., 2003).

Bu noktadan yola çıkılarak üniversite matematik müfredatında bulunan Karmaşık Analiz dersinde öğrencilerin benzer bir durum yaşayıp yaşamadıkları bu araştırma kapsamında belirlenmeye çalışılmıştır.

1.1. Problem Cümlesi

Eğitim Fakültesi OFMA Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı (OFMAB-MEABD) ve Fen Fakültesi Matematik Bölümlerinde (FF-MB) Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılardaki kavram yanlışları ve hatalarının tespit edilebilmesi için aşağıdaki alt problemler oluşturulmuş ve bunlara yanıt aranmıştır.

1.2. Alt problemler

1. OFMAB-MEABD ve FF-MB'lerinde Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusunda kavram yanlışları ve ortak hataları var mıdır? Varsa bunlar nelerdir?
2. OFMAB-MEABD ve FF-MB'lerinde Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve hataları arasında fark var mıdır?
3. OFMAB-MEABD ve FF-MB'lerinde Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanlışları ile ilgili soruları boş bırakma sayıları arasında fark var mıdır?
4. OFMAB-MEABD ve FF-MB'lerinde Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanlışları ile ilgili sorulara verdikleri doğru yanıt sayıları arasında fark var mıdır?

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Yapılan çalışma, çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evren hakkında genel bir yargıya varmak amacı ile evrenin tümü ya da ondan alınacak bir, örnek ya da örneklem üzerinde yapılan tarama düzenlemeleri anlamına gelen genel tarama modelinde olup betimsel araştırma niteliğindedir.

2.2. Evren ve Örneklem

Araştırmanın evreni, Hacettepe, Balıkesir, Gazi Üniversitelerinin OFMAB-MEABD ve Hacettepe, Balıkesir, Ankara, Zonguldak Karaelmas Üniversiteleri FF-MB'de Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerdir. Örneklem ise, bu öğrencilerden araştırmaya katılmayı kabul eden 301 öğrenciden oluşturulmuştur.

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğrencilerin karmaşık sayılardaki hata ve kavram yanlışları saptanmaya çalışılacaktır. Bunun için Turanlı vd.(2007)'de hazırlanan Karmaşık Sayılar Teşhis Testi'nin güvenilirliği için Cronbach Alpha katsayısı 0,73 dür. Geçerlik için ise uzman görüşü alınmıştır.

Hazırlanan ölçekler çoğaltılarak 323 kişilik bir örneklem grubuna uygulanmıştır. Böylece elde edilen veriler doğrultusunda, ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlış ve ortak hataları saptanmıştır (Turanlı vd., 2007).

“Üniversite öğrencilerinin de karmaşık sayılarda, benzer hata ve yanlışlara sahip olup olmadığı sorusunu yanıtlamak ve karşılaştıkları güçlükleri belirlemek için bu çalışma yürütülmüştür. Turanlı

vd.(2007)'de hazırlanan Karmaşık Sayılar Teşhis Testi'ne uzman görüşleri doğrultusunda, karmaşık analiz dersindeki temel kavramlardaki hata ve yanlışları ortaya çıkaracak nitelikte üç soru eklenmiştir. Ayrıca mevcut test maddelerinden bir soru da çıkarılmıştır. Bununla birlikte ölçüğe öğrencilerin karmaşık sayıları öğrenmede karşılaştıkları güçlükleri dile getirebilmeleri için, ayrı bir sayfa eklenmiştir. Araştırmada, veri toplama aracı olarak 17 maddelik ve güvenilirliği Cronbach Alpha katsayısı 0,84 değerinde bulunan “Karmaşık Sayılar Teşhis Testi” kullanılmıştır. Hazırlanan ölçek 12 alan uzmanı, 2 dil uzmanı, 5 ölçme değerlendirme uzmanı tarafından incelenmiştir. Uzmanlar ölçekteki maddelerin, hata ve yanlış tespit etmeye yönelik olduğu konusunda ortak görüş belirtilmiştir.

2.4. Verilerin Toplanması

Veri toplama araçları araştırmacılar ve belirtilen üniversitelerdeki ders yöneticileri tarafından 1 ders saatinde uygulanmıştır. Çalışmaya başlamadan önce ders yöneticilerinin öğrencilere karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ile ilgili bir araştırma yapılacağı ifade edilmiştir. Ayrıca soruların cevaplanma şekil ve yöntemleri hakkında detaylı bilgiler verilmiştir. Bilgilendirme esnasında, araştırmanın önemi vurgulanmıştır. Böylece öğrencilerin gönüllü katılımlarının gelecekteki matematik eğitimi çalışmalarına sağlayacağı katkı ve daha sonra araştırmanın sonuçlarının onlarla paylaşılacağı üzerinde durulmuştur. Uygulama sırasında etkileşim olgusunun azaltılması için, sessiz bir sınıf ortamının sağlanmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca kavram yanlışlığı olduğu düşünülen öğrencilerle yüz yüze görüşmeler yapılmıştır.

2.5. Verilerin Analizi

Hazırlanan ölçekler 350 kişilik bir gruba uygulanmış ve bunlardan 301'i değerlendirmeye alınmıştır. Araştırma verilerinin analizinde SPSS 11.5 programı kullanılmıştır. Teşhis testinden elde edilen bulgular doğrultusunda hata ve yanlışların daha ayrıntılı bir şekilde belirlenmesi ve isimlendirilmesi sürecinde birkaç öğrenciyle mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Gruplar (OFMAB-MEABD ve FF-MB) arasında karşılaştırma yapabilmek için bağımsız gruplarda t-testi kullanılmıştır. İstatistiklerin manidarlıkları 0,05 düzeyinde ve çift yönlü sınınanmıştır. Öğrencilerin soru bazında cevaplarının incelenmesinde yüzde ve frekanslardan faydalanılmıştır.

3. BULGULAR

3.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Burada “OFMAB-MEABD ve FF-MB’lerinde Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin, karmaşık sayılar konusunda kavram yanlışlığı ve ortak hataları var mıdır? Varsa bunlar nelerdir?” sorularının yanıtlandığı teşhis testi maddeleri incelenmiştir. Yapılan uygulama sonucunda 17 maddeden oluşan Karmaşık Sayılar Teşhis Testine ait Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,84 olarak bulunmuştur.

Öğrencilerin karmaşık sayılar teşhis testi maddelerine verdikleri yanıtlar: “boş”, “doğru”, “çözümünden uzak cevaplar”, “yanlışlığı ve hata” şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Aşağıda soru bazında öğrencilerin teşhis testine verdikleri yanıtlara ait bulgu ve yorumları yer almaktadır.

Tablo 3.1. Teşhis Testinin 1. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

		soru 1	
		frekans	yüzde
yanlışlığı ve hata	aa	21	7,0
	ab	15	5,0
	boş	1	0,3
	doğru	263	87,4
	çözümünden uzak yanıtlar	1	0,3
TOPLAM		301	100,0

aa. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi yanlışlığı

ab. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken hem reel hem de sanal kısmın işaretinin değiştirilmesi yanılığı

Teşhis testinin ilk maddesi öğrencilerin bir karmaşık sayının eşleniğini bulurken, kavram yanılıklarına sahip olup olmadıklarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla; sadece reel ya da imajiner kısımdan oluşan, imajiner kısmın reel kısmın önünde ya da reel kısmın imajiner kısmın önünde bulunduğu karmaşık sayılar ile bunların doğru ya da yanlış biçimde bulunmuş eşleniklerine yer verilmiştir. Öğrencilerden de bunlardan doğru ve yanlış olanlarının nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Sonuçlara göre (Tablo 3.1) öğrencilerin %0,3'ünün bu soruyu boş bıraktığı, %87,4'ünün doğru yanıt verdiği, % 7,0'ının "Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken sadece ikinci terimin işareti değiştirilir" ve %5'inin "Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken hem reel hem de sanal kısmın işareti değiştirilir" şeklinde kavramsal yanılıklara sahip oldukları görülmüştür.

Tablo 3.2. Teşhis Testinin 2a. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

soru 2A		frekans	yüzde
yanılı ve hata	aa	3	1,0
	ac	129	42,9
	aaac	28	9,3
	boş	9	3,0
	doğru	132	43,9
	çözümde uzak yanıtlar	0	0,0
TOPLAM		301	100,0

aa. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi yanılığı

ac. Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının reel sayı haline dönüştürülmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması yanılığı

aaac. aa ve ac yanılıklarına sahip olanlar

Tablo 3.3. Teşhis Testinin 2b. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

soru 2b		frekans	yüzde
yanılı ve hata	ad	29	9,6
	boş	17	5,6
	doğru	254	84,4
	çözümde uzak yanıtlar	1	0,3
TOPLAM		301	100,0

ad. Eşlenikle çarpmada yanlış kurallama

İkinci madde öğrencilerin karmaşık sayılarda bölme işlemi yaparken paydayı rasyonel hale getirme aşamasında izledikleri yolu ve işlem becerilerini belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere iki yol önerilmiştir. Bunlardan biri paydayı eşleniği ile çarpmak diğeri ise karmaşık sayının ikinci teriminin işaretini değiştirmektir. Öğrencilerden hangi yolu ya da yolları tercih ettikleri ve bunun nedenini açıklamaları istenmiştir. Ardından da bölmeyle ilgili işlemsel bir soruya yer verilmiştir. Sonuçlara göre (Tablo 3.2 ve Tablo 3.3) birinci bölümde "Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının rasyonel hale dönüştürülmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması", %1'i ilk soruda olduğu gibi "Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi", %9,3'ünün hem "Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının rasyonel hale dönüştürülmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması" hem de "Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi" şeklinde kavramsal yanılıklara sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca sorunun ikinci bölümünde öğrencilerin %9,6'sının

“ $(a+bi).(a-bi) = \sqrt{a^2+b^2}$ ” şeklinde eşlenikle çarpmada yanlış kurallama yaparak yanılıya düştükleri saptanmıştır.

Tablo 3.4. Teşhis Testinin 4. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

		soru 4	
		frekans	yüzde
yanılı ve hata	af	77	25,6
	ag	5	1,7
	ah	8	2,7
	ai	41	13,6
	afai	19	6,3
	boş	14	4,7
	doğru	134	44,5
	çözümde uzak yanıtlar	3	1,0
TOPLAM		301	100,0

af. Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanılısı, **ag.** Kökün içi negatif olmaz, **ah.** Cevap 4i'dir

ai. i'yi bilinmeyen gibi düşünüp mutlak değer işaretinden çıkarıp cevabı -4 veya +4 olarak bulma yanılısı, **afai.** af ve ai yanılılarına sahip olanlar

Dördüncü madde öğrencilerin reel sayılar kümesinde geçerli olan köklü sayılardaki çarpma kuralını karmaşık sayılara da genelleyip genellemediklerini yoklamaya yöneliktir. Bu amaçla kök içinde negatif değer bulunduran iki karmaşık sayının çarpımı ve bu işleme ait iki çözüm verilmiştir. Öğrencilerden de hangi yanıtı neden seçtiklerini açıklamaları istenmiştir. Sonuçlara göre (Tablo 3.4) öğrencilerin %4,7'si bu soruyu boş bırakmıştır; %44,5'i soruya doğru, %1'i tamamen yanlış yanıtlar vermiştir. Öğrencilerin %2,7'sinin soruda çözüm önerildiği halde “4i” cevabını verdikleri, %25,6'sının bu soruda “Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olması”, %13,6'sının “i'yi bilinmeyen gibi düşünüp mutlak değer işaretinden çıkarıp cevap -4 veya +4'tür”, %1,7'si “Kökün içi negatif olmaz”, %6,3'ünün hem “Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olması” hem de “i'yi bilinmeyen gibi düşünüp mutlak değer olarak çıkarıp cevap -4 veya +4'tür” şeklinde kavramsal yanılılara sahip oldukları görülmüştür.

Tablo 3.5. Teşhis Testinin 9. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

		soru 9	
		frekans	yüzde
yanılı ve hata	at	88	29,2
	au	21	7,0
	av	70	23,3
	boş	102	33,9
	doğru	13	4,3
	çözümde uzak yanıtlar	7	2,3
TOPLAM		301	100,0

at. Ön öğrenmelerden kaynaklanan π radyan= 180° ifadesinin $\pi=180^\circ$ şeklinde algılanmasından dolayı, bir karmaşık sayının kareköklerini bulurken derece ve radyanın birlikte gösterilmesi hatası.

au. Çözüme hiç açıklama yapmadan yanlış cevabını verme, **av.** $k\pi$ yerine $2k\pi$ olmalı

Dokuzuncu maddede öğrencilerin, karmaşık sayıların kareköklerini bulma aşamasında sahip oldukları hata ve yanılıları ortaya koymak amaçlanmıştır. Bunun için karmaşık sayıların

kareköklerini buldurmaya yönelik bir ifade ve bu ifade de $30^\circ + k\pi$ şeklinde hatalı bir gösterime yer verilmiştir. Öğrencilerden yapılan hatayı ve nedenini belirtmeleri istenmektedir. Sonuçlara göre (Tablo 3.5) öğrencilerin %33,9'u soruyu boş bırakmıştır; %4,3'ü soruya doğru ve %2,3'ü ise tamamen yanlış yanıtlar vermiştir. Öğrencilerin %29,2'sinin "Ön öğrenmelerden kaynaklanan, π radyan= 180° ifadesinin $\pi=180^\circ$ şeklinde algılanmasından dolayı, karmaşık sayının kareköklerini bulurken derece ve radyanın birlikte kullanılması" hatasını yaptıkları, %7'sinin hiçbir açıklama yapmadan çözüme yanlış cevabını verdikleri, %23,3'ünün ise verilen ifadeye " $k\pi$ yerine $2k\pi$ olmalı" diyerek çözümden uzaklaştıkları görülmüştür.

Tablo 3.6. Teşhis Testinin 11b. Sorusundaki Cevapların Dağılımı

soru 11B		frekans	yüzde
yanlış ve hata	ay	94	31,2
	az	30	10,0
	boş	121	40,2
	doğru	53	17,6
	çözümde uzak yanıtlar	3	1,0
TOPLAM		301	100,0

ay. "Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a+bi$ ise diğeri $a-bi$ 'dir" kuralının reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme de genellenmesi yanılığı,

az. Deltadan işlem yapıp çözüme ulaşamayanlar

Onbirinci madde öğrencilerin ikinci dereceden bir denklemin karmaşık sayılar kümesindeki çözümünü bulmaya yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere reel katsayılı ikinci dereceden bir denklem ve bir kökü, ardından da reel kat sayılı olmayan bir denklem, bu denkleme ait bir kök verilmiştir. Burada her iki denkleme ait ikinci köklerin bulunması istenmiştir. Sonuçlara göre %40,2'si ikinci denklemi çözmemiştir; %17,6'sı ikinci denklemin ikinci kökünü doğru olarak hesaplamıştır; İkinci denklemde öğrencilerin %10'unun deltadan işlem yapıp çözüme ulaşamadıkları; % 31,2'sinin ikinci denklemin ikinci kökünü bulurken "Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a+bi$ ise diğeri $a-bi$ 'dir.", kuralının reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme de genelleme" yanılığına düştükleri görülmüştür.

Tablo 3.7. Yanlış ve Hatalar Tablosu

aa	Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi yanılığı
ab	Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken hem reel hem de sanal kısmın işaretinin değiştirilmesi yanılığı
ac	Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının reel sayıya dönüştürülmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması yanılığı
ad	Eşlenikle çarpmada yanlış kurallama
ae	Tek kök bulma hatası
af	Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanılığı
ag	Kökün içi negatif olmaz.
ai	i 'yi bilinmeyen olarak düşünme yanılığı
aj	İkiden fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının belirlenmesindeki hatalar
ak	İkiden fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının gösterimindeki yanılıklar
al.	Bir karmaşık sayının argümentine ait 'bir karmaşık sayının modülünün x-ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı' tanımının yerini 'bir karmaşık sayının modülünün x ya da y-eksenlerinin herhangi biriyle yaptığı açı' kavramının alması
an	Argüment açının tanjantıdır tanımlaması
ao	Argüment iki karmaşık sayı arasındaki açıdır tanımlaması
ap	Reel sayılar kümesinde olduğu gibi bir sıralama bağıntısının karmaşık sayılar kümesinde de geçerli

	olduğu yanılığı
ar	Sayı kümeleri arasındaki alt küme ve kapsama ilişkileri ile ilgili hatalar
as	$0 \notin N$ öğrenme farklılığı
at	Ön öğrenmelerden kaynaklanan π radyan= 180° ifadesinin $\pi=180^\circ$ şeklinde algılanmasından dolayı, bir karmaşık sayının kareköklerini bulurken derece ve radyanın birlikte gösterilmesi hatası.
ay	“Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a+bi$ ise diğeri $a-bi$ dir” kuralının reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme de genellenmesi yanılığı
bb	i 'nin kuvvetleri bulunurken $\text{mod } 4$ 'e göre işlem yapıldığında kalan yerine bölümü kullanma hatası
bc	Bir karmaşık sayı ile eşleniğini içeren bir denklemde reel ve imajiner kısımları bulmada yapılan hatalar (polinom eşitliği yapamama)
bd	Çember ve analitik geometri bilgisi eksikliğinden kaynaklanan merkez ve yarıçapı, geometrik yer ve bölgeyi belirlemedeki hatalar
be	İki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı reel sayılar kümesindeki mutlak değer olarak düşünme hatası
bf	1 sayısının bütün kuvvetlerinin 1 olduğu yanılığı
bg	Çözüm yaparken $\ln $ sayısını sıfır olarak düşünmeleri hatası
bi	Negatif sayının logaritmasının alınmayacağı hatası
bj	Kutupsal gösterimde açı belirleme hatası
bk	Reel sayılardaki gibi çözüm yaparak üç kökü de 1 bulma hatası

3.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Bu başlık altında ikinci alt problem olan “OFMAB-MEABD ve FF-MB’de Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılığları ve hataları arasında fark var mıdır?” sorusuna ilişkin sonuç elde edebilmek için, bölüm ve yanılığ sayısı arasında bağımsız gruplarda t-testi yapılmıştır. Öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanılığları ve hatalarının bölümlere göre bağımsız gruplarda t-testi sonuçları Tablo 3.8’ de görülmektedir.

Tablo 3.8. Öğrencilerin Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılığları ve Hatalarının Bölümlere Göre Bağımsız Gruplarda T-Testi Sonuçları

bölüm	öğrenci sayısı	aritmetik ortalama	standart sapma	standart hata	serbestli k derecesi	t	anlamlılık seviyesi
OFMAB	99	3,61	1,628	0,164	202,755	-3,531	0,001
FF-MB	202	4,32	1,702	0,120			

Tablo 3.8’de görüldüğü gibi örneklem grubundaki 99 eğitim fakültesi öğrencisine ait hata ve kavram yanılığlarının ortalaması $3,61 \pm 1,628$, 202 fen fakültesi öğrencisine ait hata ve kavram yanılığları ortalaması $4,32 \pm 1,702$ olarak hesaplanmıştır. Bölüm değişkeni açısından öğrencilerin karmaşık sayılardaki kavram yanılığı ve hata sayılarında 0,05 manidarlık seviyesinde anlamlı bir fark olduğu, yanılığ ve hata sayısı ortalamaları dikkate alındığında ($3,61 < 4,32$) bu farkın eğitim fakültesi öğrencileri lehine olduğu; yani karmaşık sayılarda, eğitim fakültesi öğrencilerinin fen fakültesine oranla daha az yanılığ ve hataya sahip oldukları görülmüştür.

3.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Bu başlık altında üçüncü alt problem olan “OFMAB-MEABD ve FF-MB’de Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanılığları ile ilgili soruları boş bırakma sayıları arasında fark var mıdır?” sorusuna ilişkin sonuç elde edebilmek için, bölüm ve testteki maddelerin boş bırakılma sayısı arasında bağımsız gruplarda t-testi yapılmıştır. Öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanılığları ile ilgili soruları boş bırakma sayılarının bölümlere göre bağımsız gruplarda t-testi sonuçları Tablo 3.9’da görülmektedir.

Tablo 3.9. Öğrencilerin Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgıları ile İlgili Soruları Boş Bırakma Sayılarının Bölümlere Göre Bağımsız Gruplarda T-Testi Sonuçları

Bölüm	öğrenci sayısı	aritmetik ortalama	standart sapma	standart hata	serbestlik derecesi	t	anlamlılık seviyesi
OFMA	99	3,98	3,517	0,353	206,774	-3,971	0,000
FF-MB	202	5,73	3,517	0,264			

Tablo 3.9’da görüldüğü gibi örneklem grubundaki OFMAB-MEABD’de öğrenim gören 99 öğrencinin kavram yanılgıları ile ilgili soruları boş bırakma ortalaması $3,98 \pm 3,517$; 202 fen fakültesi öğrencisinin kavram yanılgıları ile ilgili soruları boş bırakma ortalaması $5,73 \pm 3,517$ olarak hesaplanmıştır. Bölüm değişkeni açısından öğrencilerin karmaşık sayılardaki kavram yanılgıları ile ilgili soruları boş bırakma sayılarında 0,05 manidarlık seviyesinde anlamlı bir fark olduğu ve boş bırakma ortalamaları dikkate alındığında ($3,98 < 5,73$) bu farkın eğitim fakültesi öğrencileri lehine olduğu; yani karmaşık sayılarda, eğitim fakültesi öğrencilerinin fen fakültesi öğrencilerine oranla daha fazla soru cevapladıkları söylenebilir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Bu başlık altında dördüncü alt problem olan “OFMAB-MEABD ve FF-MB’de Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanılgıları ile ilgili sorulara verdikleri doğru yanıt sayıları arasında fark var mıdır?” sorusuna ilişkin sonuç elde edebilmek için, bölüm ve testteki maddelere ait doğru sayısı arasında bağımsız gruplarda t-testi yapılmıştır. Öğrencilerin karmaşık sayılarda kavram yanılgıları ile ilgili sorulara verdikleri doğru yanıt sayılarının bölümlere göre bağımsız gruplarda t-testi sonuçları Tablo 3.10’da görülmektedir.

Tablo 3.10. Öğrencilerin Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgıları ile İlgili Sorulardaki Doğru Yanıt Sayılarının Bölümlere Göre Bağımsız Gruplarda T-Testi Sonuçları

bölüm	öğrenci sayısı	aritmetik ortalama	standart sapma	standart hata	serbestlik derecesi	t	anlamlılık seviyesi
OFMA	99	14,19	3,358	0,338	299	5,884	0,000
FF-MB	202	11,41	4,082	0,287			

Tablo 3.10’de görüldüğü gibi örneklem grubundaki 99 eğitim fakültesi öğrencisinin kavram yanılgıları ile ilgili sorulara verdikleri doğru yanıt ortalaması $14,19 \pm 3,358$; 202 fen fakültesi öğrencisinin kavram yanılgıları ile ilgili sorulara verdikleri doğru yanıt ortalaması $11,41 \pm 4,082$ olarak hesaplanmıştır. Bölüm değişkeni açısından öğrencilerin karmaşık sayılardaki kavram yanılgısı teşhis testindeki sorulara verdikleri doğru yanıt sayılarında 0,05 manidarlık seviyesinde anlamlı bir fark olduğu ve doğru yanıt ortalamaları dikkate alındığında ($14,19 > 11,41$) bu farkın eğitim fakültesi öğrencileri lehine olduğu; yani karmaşık sayılarda, eğitim fakültesi öğrencilerinin fen fakültesi öğrencilerine oranla daha fazla soruyu doğru cevapladıkları söylenebilir.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Öğrencilerden ölçme araçlarına ad soyad yerine rumuz yazmaları istenmiştir. Bununla, sonraki aşamalarda gerektiğinde öğrencilerle yüz yüze görüşmeler yapabilmek amaçlanmıştır; çünkü White and Gunstone (1992)’a göre kavramların anlaşılma düzey ve kavram yanılgılarını tespit etmek için kullanılan mülakatların amacı, bireyin kavramla ilgili zihninde varolan bilgilerini ortaya çıkarmaktır. Mülakatlar sonunda bireyle ilgili elde edilen çok sayıdaki veriler analiz edilebilir ve kişinin anlama düzeyi ortaya çıkarılabilir. Kavramlarla ilgili mülakatlar kullanılarak, birey bilgisinin genişliği, doğruluk derecesi, zihinde varolan diğer bilgilerle ilişkilendirilebilme düzeyi ve bilgiyi oluşturan alt

parçalar ortaya çıkarılabilir (Karataş vd., 2003). Bu nedenle kavram yanlışına sahip olduğu düşünülen öğrencilerle mülakat yapılmıştır.

OFMAB-MEABD ve FF-MB’de Karmaşık Analiz dersini almış olan öğrencilerin karmaşık sayılardaki kavram yanlışlığı ve hatalarının tespit edilebilmesi amacıyla yapılan bu çalışmada aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Öğrencilerin i sayısının anlamı ve karmaşık sayı kavramı ile ilgili bilgi eksikleri vardır ve öğrencilerin zihninde bu kavramlar tam olarak oluşmamıştır. Bu nedenle öğrenciler “Karekökün içi negatif olmaz” şeklinde ciddi yanlışlara sahiptirler.
2. Öğrenciler öğrendikleri bir kuralı genelleme eğilimindedirler. Örneğin reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanlışına sahip olmaları gibi. Bu sonuç Şenay (2002), Turanlı vd. (2006) ve Özdemir (2006)’in buldukları sonuçlarla paralellik göstermiştir.
3. Öğrenciler argüment kavramı ve karmaşık sayıların karşılaştırıp karşılaştırılmayacağı ile ilgili bilgi eksikliği yaşamaktadırlar.
4. Öğrenciler reel katsayılı olmayan ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulma ve bir karmaşık sayının köklerinin bulunması ile ilgili hata ve yanlışlara sahiptirler.
5. Öğrenciler, Demetgül (2002)’ün çalışmasında olduğu gibi, π sayısını 180° ’ye eşit kabul edip işlemlerde bu şekilde kullanılmaktadırlar.
6. Öğrenciler, “Negatif sayıların logaritması tanımsızdır” ifadesinden yola çıkarak karmaşık sayıların logaritmasını hesaplamakta hata yapmakta ve yanlışlığa düşmektedirler.
7. Öğrenciler $z = 1$ karmaşık sayısının n . dereceden köklerini ve üslerini hesaplamada yanlışlara sahiptirler.
8. Öğrenciler çember, analitik geometri ve trigonometri ile ilgili bilgi eksikliğine sahiptirler.
9. Öğrenciler bir kavramı tanımlamaya dönük ve karmaşık görünümlü soruları yanıtlamaktan kaçınmaktadırlar.
10. OFMAB-MEABD öğrencileri karmaşık sayılar teşhis testinde FF-MB öğrencilerine oranla daha çok soru cevaplamış, daha fazla soruya doğru yanıt vermiş ve daha az yanlışlığa düşmüşlerdir.

Öğrencilerin sahip olduğu bu kavramlar, bir bütünlük oluşturur. Günlük hayattaki bazı tecrübelerden destek alır. Bu yüzden de değiştirilmeye ve olumlu yönde geliştirilmeye karşı direnç oluştururlar. Bu durum, öğrencinin yanlış anlamaya sahip olduğu o kavramın ilişkili olduğu diğer kavramları da öğrenmesinde olumsuz etkiler yapar (Karataş, vd., 2003).

Herhangi bir konuda öğrencilerin sahip oldukları yanlışları, güçlükleri bilmenin, öğrenme üzerine yapılan çalışmalar için önemli bir adım olacağı ve sonraki çalışmalara katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Karmaşık sayılar konusu için yapılan bu çalışma farklı bir konu üzerinde ya da rasgele seçilen daha geniş bir örneklemede tekrarlanabilir. Ayrıca bulunan hata ve yanlışların dikkate alınması, yeni öğretim programlarının hata ve yanlışların giderilmesi açısından etkili olabilir.

5. KAYNAKLAR

- Aydoğan, S., Güneş, B., Gülçiçek Ç. (2003). Isı ve sıcaklık konusunda kavram yanlışları, *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 2, 111–124.
- Çalık, M. ve Ayas, A. (2003). Çözümlerde kavram başarı testi hazırlama ve uygulama, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2, 14, 1–17.
- Çetin, Y., Ersoy, Y., Çakıroğlu, E. (2002). KULE: Keşfederek, uygulayarak logaritma öğretimi etkinlikleri, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16–18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Doğan, A., Sulak, H., Cihangir, A. (2002). İlköğretim matematik eğitimi anabilim dalı öğrencilerinin özel fonksiyonlarda limit, türev ve türev uygulamaları konularındaki yeterlikleri üzerine bir araştırma, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

- Dursun, Ş., Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından, Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 2, 217 –230.
- Eryılmaz, A. ve Sürmeli, E. (2002). Üç aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanlışlarının ölçülmesi, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Fidan, N. (1996). Okulda öğrenme ve öğretme. Alkım Yayınevi, Ankara.
- Karataş, F. Ö., Köse, S., Coştu, B. (2003). Öğrenci yanlışlarını ve anlama düzeylerini belirlemede kullanılan iki aşamalı testler, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1, 13, 54 – 69.
- Kim, S. and Hocevar, D. (1998). Racial differences in eighth- grade mathematics: achievement and opportunity to learn, clearing house, 71, 3, 175 – 178.
- Ma, X., (1999). Dropping out of advanced mathematics: the effects of parental involvement, Teachers College Record, 101, 1, 60–81.
- Özbellek Gülşen, S., (2003). İlköğretim 6. ve 7. sınıf düzeyindeki açığı konusunda karşılaşılan kavram yanlışları, eksik algılamaların tespiti ve giderilme yöntemleri, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özdemir, M. F., 2006, Ortaöğretimde Kompleks Sayılarla İlgili Kavram Yanlışlarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 111s.
- Peker M., Mirasyedioğlu Ş., (2003). Lise 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ve başarıları arasındaki ilişki, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2, 14, 157–166.
- Şenay, Ş. C., 2002, Üslü ve Köklü Sayıların Öğretiminde Öğrencilerin Yaptıkları Hatalar ve Yanlışları Üzerine Bir Araştırma, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 69s.
- Turanlı, N., Karakaş Türker N., Keçeli, V. (2006). Attitude and misconceptions are among the most important factors affecting students' success in mathematics, International Workshop on Research in Secondary and Tertiary Mathematics Educations. Başkent University, July 7-11, Ankara, Turkey.
- Turanlı, N., Keçeli, V., Karakaş Türker N. (2007) Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara yönelik Tutumları İle Karmaşık Sayılara Konusundaki Kavram Yanlışları ve Ortak Hataları, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 9,2,135-149.

Extended Abstract

The study was carried out in the Mathematics Education branches of various universities. The sample was determined based on the criterion of taking the course of Complex Analysis. Therefore, the study seeks to identify the undergraduate students' misconceptions and common mistakes in regard to complex numbers.

The following research questions were developed in order to reveal the undergraduate students who have taken the course Complex Analysis in Mathematics Education in the Education Faculty (OFMAB-MEABD) and in the departments of Mathematics in the Faculty of Sciences (FF-MB). The study attempts to answer to these research questions.

1. Do the undergraduate students of OFMAB-MEABD and FF-MB who have taken the course Complex Analysis have any misconceptions and common mistakes in regard to complex numbers? If so, what are these misconceptions and mistakes?

2. Is there any difference between the undergraduate students of OFMAB-MEABD and FF-MB who have taken the course Complex Analysis in terms of misconceptions and mistakes about complex numbers they have?

3. Is there any difference between the undergraduate students of OFMAB-MEABD and FF-MB who have taken the course Complex Analysis in terms of their misconceptions and not answering the items?

4. Is there any difference between the undergraduate students of OFMAB-MEABD and FF-MB who have taken the course Complex Analysis in terms of their misconceptions and their correct answers to the items?

This study has a general screening design in which a sample from an universe is developed to describe the related universe and it is a descriptive research.

The universe of the research includes the undergraduate students who took the course Complex Analysis attending to OFMAB-MEABD of Hacettepe University, Balıkesir University, Gazi University and attending to FF-MB of Hacettepe University, Balıkesir University, Ankara University and Zonguldak Karaelmas University.

The sample of the study involves a total of 301 undergraduate students who volunteered to participate in the study.

A two-phase test, each included twenty open-ended items was developed in order to identify the second-grade secondary students' misconceptions and mistakes in regard to complex numbers. The test was administered to forty-four secondary students during the academical year of 2005–2006. It was administered in a class hour. The findings obtained from test administration indicated their misconceptions and their difficulty. Moreover, interviews were carried out with eight math teachers. During the interviews the following question was asked to the teachers: “What are students' misconceptions about complex numbers?” The views of the teachers as well as those of subject specialists were employed to develop a diagnosis test with fifteen open-ended items. The test developed was administered to another group including fifty-five students to determine the reliability of the test. Its Cronbach Alpha coefficient was found to be 0,73. In regard to its validity, the views of the specialists were taken into consideration. The test was expanded to include three more items in order to examine whether or not undergraduate students who have taken the course Complex Analysis have similar misconceptions concerning complex numbers following the views of the related specialists. On the other hand, one item in the original test was excluded. A section of the test was also organized to offer the undergraduate students to express their difficulty, if any, while they learn the topic of complex numbers. The scale developed was reviewed by twelve specialists, two language specialists and five testing specialists. They all agreed that the scale is towards identifying the misconceptions and mistakes.

The students were informed about the test and about the answering the items in detail. The significance of the test administration was also emphasized so that the participants felt their volunteer contribution was valued.

The participants are asked to write down a nickname instad of their names and surnames on the answer sheet.

The scale was administered to 350 undergraduate students. However, of them, 301 were analysed. The data obtained were analysed through the use of SPSS 11.5. In order to make the findings more detailed, interviews were carried out with the participants.

In order to make intergroup (OFMAB-MEABD and FF-MB) comparisons t-tests were employed. The level of statistical significance was 0,05. Percentage and frequency were employed for item by item analyses of the answers. The findings of the study are given as follows:

It is found that the undergraduate students participated in the study have incomplete information about the meaning of the number i and the concept of complex numbers. For instance, they appear to have serious misconceptions such as “the value in the square root cannot be minus”.

It is also found that the participants tend to generalize any rule learned before in an inappropriate manner. For instance, they mistakenly assume that the rule of $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ that is valid for real numbers is also valid for complex numbers. This finding is consistent with the findings of (2002), Turanlı et. al. (2006) and Özdemir (2006).

The other finding is that they have incomplete information over whether or not complex numbers can be compared.

Certain misconceptions were found in regard to find the roots of quadratic equations with no real coefficients.

The participants are found to have misconceptions and difficulty in regard to find the root of complex numbers.

As argued by Demetgül (2002), the participants are found to use the number π equating it with 180° .

Since they assume that “the logarithm of a negative number has no definition.”, they mistakenly calculate the logarithm of complex numbers, reaching incorrect answers.

It is further found that the participants have difficulty in calculating the n-order roots and exponents of the complex number $z = 1$.

The participants have incomplete information about the concept of argument.

The participants are found to have incomplete information about circle, analytical geometry and trigonometry.

They also appear to avoid answering those complex items involving a definition of a concept.

It is found that those undergraduate students of OFMAB-MEABD answered more items on the diagnosis test and had more correct answers, exhibiting less misconceptions in contrast those from FF-MB.

This study may be repeated using another samples. Considering such misconceptions may contribute to eliminate difficulty and misconceptions.

Kaynakça Bilgisi

Keçeli, V. ve Turanlı, N. (2013). Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 28(1), 223-234.

Citation Information

Keçeli, V., & Turanlı, N. (2013). Misconceptions and common errors in complex numbers. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 28(1), 223-234.