HacettepeÜniversitesiEğitimFakültesiDergisi(H. U. Journal of Education)43: 83-95 [2012]

ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÇEMBER VE DAİRE KONULARINDA KAVRAM VE İŞLEM BİLGİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

EVALUATION OF ELEMENTARY PRESERVICE TEACHERS' CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE ON CIRCLE AND DISC

Mehmet BEKDEMİR*

ÖZET: Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmenliği anabilim dalındaki öğrencilerin çember ve daire alt öğrenme alanlarıyla ilgili kavram ve işlem bilgilerini değerlendirmektir. Araştırma, toplam 158 öğrenciyi kapsamaktadır. Çalışmada, çember ve daire alt öğrenme alanlarındaki kavram ve işlem bilgisini ayırt eden bir ölçek kullanılmıştır. Verilerin analizinde bağımsız t-testi, MANOVA testi ve betimsel analiz kullanılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre; öğrencilerin işlem bilgisiyle ilgili sorulardaki başarıları, kavram bilgisiyle ilgili sorulardaki başarılarından anlamlı olarak yüksektir. Ancak işlem bilgisi ve özellikle de kavram bilgisi açısından öğrencilerin başarı düzeyleri – yüzlük puan skalasının orta noktasının altında olduğundan- yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır. Dördüncü sınıf öğrencilerinin başarıları hem işlem hem de kavram bilgisi açısından birinci sınıf öğrencilerinden anlamlı olarak yüksek olduğu belirlenmiştir. Kavram bilgisi sorularına verilen cevapların betimsel analiz sonuçlarına göre, öğrencilerin kavramları, bunların arasındaki ilişkileri, formüllerin anlamını veya elde edilmesini ya yanlış bildikleri ya da hiç bilemedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin hem "soyutlama, genelleme ve bir alandaki bilgiyi başka bir alana doğru bir şekilde transfer etme" hem de "işlem bilgi açısından özellikle cebirsel ve kareköklü ifadelerle işlem yapma becerileri" bakımından yetersiz oldukları sonucuna varılmıştır

Anahtar sözcükler:öğretmen adayı,kavram bilgisi, işlem bilgisi, çember ve daire.

ABSTRACT: The aim of this study is to examine the students' level of conceptual and procedural understanding for circle and disc among elementary pre-service teachers. An instrument is used to measure conceptual and procedural knowledge on circle and disc on sample of 158 participants. Independent t- test, MANOVA test and descriptive statistics were used to analyze data. The results show that students have significantly more success on questions about procedural knowledge than about conceptual knowledge. However, this success is insufficient for both procedural and mostly conceptual knowledge considering the mid-point of the range. Finally, senior students' total achievement is significantly better than freshmen's. Descriptive analysis of conceptual knowledge questions suggests that the students either misunderstood basic concepts, their relations, the meaning and development of formulas, or don't conceptualize at all. However, they are incompetent to abstract, generalize, or transfer the knowledge to other domains, as well as solve problems with squared numbers or algebraic expressions.

Keywords:pre-service teachers, conceptual knowledge, procedural knowledge, circle and disc.

1. GİRİŞ

Günlük hayatımızda matematikçi olduğumuzu veya matematikle uğraştığımızı ifade ettiğimizde, insanların büyük çoğunluğundan, muhtemelen bu kişilerin geçmişindeki matematikle ilgili tecrübelerine bağlı olarak, "Matematik, öğrenilmesi zor, belki de imkânsız bir konu veya derstir." biçiminde ifadeler duyarız. Bu ifadelerle bağlantılı olarak, tüm dünyada olduğu gibi Türkiye'de de birçok insan, özellikle de öğrenciler, matematiği anlama veya yapma konusunda zorluk ve başarısızlıklar yaşadıkları hem ulusal sınavların ve hem de uluslararası araştırma sonuçlarında görülmektedir (Bekdemir & Işık, 2007; MEB PISA Raporu, 2005).

Matematik başarısı ve nedenleri hakkında - diğer konularda olduğu gibi- çok sayıda araştırma yapılmış ve yapılmaktadır. Bu araştırmalarda, daha ayrıntılı ve derinlemesine bilgi elde edebilmek için matematik bilgisi, *kavram bilgisi* ve *işlem bilgisi* olmak üzere ikiye ayrılmıştır. *Kavram bilgisi*, herhangi bir kavram, kural, genelleme ve bunlar arasındaki açık veya kapalı ilişkiler olarak tanımlanabilir (Hiebert&Lefevre, 1986; Rittle- Johnson &Alibali, 1999). Aynı zamanda *kavram bilgisi* kuralların, genellemelerin, bunlar arasındaki ilişkilerin ve işlemlerin altında yatan anlamı da kapsar. Kısaca, kavram bilgisi, anlam bilgisidir (Bekdemir & Işık, 2007). *Açı, çap, çevre, pi sayısı* gibi kavramlar; "Çemberin çevre uzunluğu, çap uzunluğunun pi katı kadardır." şeklindeki genellemeler ve "Daire çemberin tüm

* Dr., ErzincanÜniversitesi, e-posta: mbekdemir@erzincan.edu.tr

özelliklerini içerir ama çember dairenin tüm özelliklerini içermez." gibi ilişkiler kavram bilgisine birer örnektir. Yapılan tanımlamalardan ve verilen örneklerden de anlaşılacağı üzere, kavram bilgisi karmaşık birçok yönü bulunan bir bilgi türüdür. Bu sebeple, öğrencinin bir kavramı, kuralı veya genellemeyi tek başına doğru ve anlamlı olarak bilmesi, bu öğrencinin yeterli düzeyde kavram bilgisine sahip olduğunu göstermez. Çünkü kavram bilgisinin tek başına bir anlamı ve işlevi olmasına rağmen, farklı bilgilerden üretilmesi veya farklı bilgilerin üretilmesine katkı sağlamasından dolayı birçok matematiksel bilgiyle yakın bir ilişki içerisindedir. Buna göre, kavram bilgisinin diğer matematiksel bilgilerle olan ilişkilerini bilen ve anlamlandırabilen birey, kavram bilgisine tam olarak sahip olmuş olur. Böyle bir birey matematiksel kavramların farklı anlamlarını bilir, kavramlar arasında kolayca geçiş yapabilir ve hatta bu kavramları farklı alanlarda rahatlıkla kullanabilir (Hiebert&Lefevre, 1986). Öğrencilerde kavram bilgisinin oluşturulması veya ortaya çıkarılması için öncelikle esnek düşünmeyi gerektiren problemler ortaya konmalıdır. Böyle problemler öğrencilere, kendilerinde var olan bilgileri kullanma becerilerini geliştirmelerine, bilgilerini genişletmelerine veya yeni durumlara transfer etmelerine imkân sağlar (NCTM, 2000). Bu nedenle kavram bilgisinin derinliğini, zenginliğini ve kalitesini doğru şekilde ölçmek için öğrencilere alternatifli birçok problem sorulmalıdır (Star, 2000).

İşlem bilgisi ise alıştırmaları çözmek için kullanılan sembol, aritmetik işlem ve rutin kurallar bilgisidir (Hiebert&Lefevre, 1986; Van de Walle, 2004, s. 27-28). İşlem bilgisine, ≠, ⊂, π gibi semboller;

" $4/n$ =12 2,

"203.26 = ?" ve $1-2.(3\ 1/2)=?$ gibi aritmetik işlemler; ise n.12= 4.21" ve "x + 5 = 3 ise x = 3–5" gibi rutin kurallar birer örnektir. Şu da unutulmamalıdır ki bir öğrenci sürekli olarak aynı tipteki problemlerle uğraşıyorsa, bu problemlerdeki kavram, kural, genelleme ve ilişkiler artık o öğrenci için işlem bilgisidir (Byrnes&Wasik, 1991; Johann, Ansie&Marietjie, 2000). Örneğin, *"Yarıçap uzunluğu 2 cm olan çemberin çevre uzunluğu kaç cm'dir?"* şeklindeki problemdeki kavram, kural, genelleme ve ilişkiler, böyle birkaç alıştırma çözmüş öğrenci için işlem bilgisidir. İşlem bilgisinin varlığı, işlemin doğru olarak yapılıp yapılmadığına bakılarak ölçülebilir. Çünkü öğrenci işlemi nasıl yapacağını ya biliyor, ya da bilmiyordur (Star, 2000). Bu işlem bilgilerini etkin bir şekilde kullanma yeteneğine işlem becerisi denmektedir. Öğrencilerde işlem bilgi ve becerinin gelişmesi için kavramların anlam ve bağlantılarını kurmaya çalışmaksızın, basitçe açıklama tarzında tanım, sembol ve işlemlerin (algoritmaların) öğretimine odaklanılmalıdır (Skemp, 1987).

Öğrenciler tarafından hangi tür bilginin öncelikle öğrenildiği ve öğrenilen bilgi türünün diğerinin öğrenilmesini nasıl etkilediği hakkında da araştırmalar yapılmıştır (Star, 2000). Siegler (1991), bazı öğrencilerin önce işlemi sonra da bu işlemin altında yatan anlamı öğrendiklerini ifade ederken, diğer birçok araştırmacı ise bunun tersine öğrencilerin öncelikle işlemin altında yatan kavramın anlamını, daha sonra da işlemi öğrendiklerini ortaya koymaktadır (Hiebert&Waerne, 1996; Rittle- Johnson &Alibali, 1999). Bazı durumlarda bu sıranın kesin olarak belli olmadığını, bazen işlemin bazen de kavramın öncelikle öğrenildiğini, yani bilginin kazanılmasında "durum"un belirleyici olduğunu ortaya koyan araştırmalar da bulunmaktadır (Rittle- Johnson &Siegler, 2000).

Diğer taraftan da öğrenilen bir bilgi türünün diğerinin öğrenilmesini nasıl etkilediği hakkında yapılan araştırmaların büyük çoğunluğu, işlem bilgisinin kazanılması yeterli derecede kavram (anlam) bilgisinin kazanılmasını sağlamadığını; aksine kavramı anlamanın işlemlerin yapılmasında ve yeni durumlara adapte edilmesinde önemli rol oynadıklarını ortaya koymuştur. Yani kavram bilgisinin kazanılması işlem bilgisinin kazanılmasını da sağlamaktadır (Baki & Kartal, 2004; Hiebert&Waerne, 1996; Perry, 1991; Rittle- Johnson &Alibali, 1999; Rittle- Johnson &Siegler, 2000).

Kavram bilgisinin önemini ortaya koyan bu araştırmaların aksine, dünyanın birçok yerinde olduğu gibi, Türkiye'de de ilköğretim ve ortaöğretimde matematik işlem bilgisi ağırlıklı olarak öğretilmektedir (İşleyen & Işık, 2003). Özellikle lise ve dershane öğrencileri kavram bilgisini geliştirmeden matematiksel rutinleri tekrar veya taklit etmeyi öğrenmektedirler. Çünkü bu öğrenme biçimi ortaöğretimde ve üniversite sınavlarında öğrencilerin başarılı olmasına yetmektedir (Baki, 2006; Baştürk, 2005). Bu nedenle ortaöğretimde ve üniversite sınavında başarılı olan bu öğrencilerin çok azı derin ve zengin kavram bilgisine sahiptir. Örneğin Johann, Ansie, &Marietjie (2000), üniversitenin ilk yılında verilen analiz dersinde öğrencilerinin kavram ve işlem bilgilerini karşılaştırmışlardır. Onlar, çalışmaya katılan öğrencilerin kavram bilgisiyle ilgili problemlerde iyi performans gösteremediklerini, üstelik lisede işlem ağırlıklı matematik öğrenmelerine rağmen işlem bilgisi ile ilgili problemlerde de kavram bilgisi ile ilgili problemden daha başarılı olamadıklarını ifade etmişlerdir. İleri düzeyde matematiksel düşünmeyi, problem çözme, çözümleme, varsayımda bulunma, neden-sonuç ilişkili düşünme ve genelleme becerileri gerektiren üniversite matematiğinde bu öğrencilerin başarılı olmalarını ya da sorunlarla karşılaşmamalarını beklemek oldukça zordur. Zaten üniversite hocaları da bu konudan sık sık şikâyetçi olmaktadırlar. (Aspinwell& Miller, 1997; Baştürk, 2005; Johann, Ansie&Marietjie, 2000).

Bu çalışmanın iki gerekçesi vardır: Birkaç çalışma dışında, ilgili çalışmaların büyük çoğunluğu ilköğretim matematiğindeki sayma, tek ve çok basamaklı toplama işlemi, kesirler gibi konularla ilgilidir. Ortaöğretim ve yükseköğretim seviyelerinde -ülkemizde olduğu gibi- dünyada cebir, geometri ve analiz gibi öğrenme alanlarında de kavram ve işlem bilgisi hakkında yeterli araştırma yapılmamıştır (Star, 2000). Bu eksikliğe katkı sağlamak çalışmanın birinci gerekçesidir.

İkincisi ise öğretmenin alan bilgi seviyesi ve içeriğinin bilinmesinin önemidir. Öğretmenin sahip olduğu yeterlik veya yetersizlikler öğrenciye yansıyacağı için, öğretmenin alan bilgisi, eğitimin kalitesini doğrudan etkileyen bir faktördür. Örneğin, öğretmen ağırlıklı olarak işlem bilgisine sahip ise, öğrencileri de çoğunlukla işlem bilgisine sahip olacaklardır. Buna paralel olarak, öğretmen adaylarının da sahip oldukları bilgi türü, seviyesi, yeterlik ve yetersizliklerinin ortaya konulması, hem şimdiki hem de gelecekteki eğitimin kalitesinin artırılması için önemlidir.

Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmenliği anabilim dalında öğrenim gören 1. ve 4. sınıf öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanlarındaki kavram ve işlem bilgileri hakkında değerlendirme yapmaktır. Bu amaca yönelik olarak aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. Öğrencilerin başarı seviyeleri kavram ve işlem bilgilerine göre anlamlı olarak farklılık göstermekte midir?
2. Öğrencilerin kavram bilgisi ve işlem bilgisi başarı seviyeleri sınıf düzeylerine göre anlamlı olarak farklılık göstermekte midir?
3. Öğrencilerin işlem ve kavram bilgilerinde benzer hata ve eksiklikler bulunmakta mıdır?

2. YÖNTEM

Bu çalışma, çember ve daire konusunda kavram ve işlem bilgileri ve uygulamalarını inceleyen betimsel bir araştırmadır. Betimsel araştırma, olguların diğer olgularla benzerlik ve farklılıklarını betimlemeye ve açıklamaya çalışan bir yöntemdir (Gall, Borg, &Gall, 1996). Ayrıca bu çalışma, birinci ve dördüncü sınıf öğrencilerini ihtiva ettiğinden, ilişkisel izleme yaklaşımına da imkân sağlar (Karasar, 2006). Yani bu modelde hem istatistiksel hem de betimsel çözümleme yapılabilir. Bu yollarla, öğretmen adayların çember ve daire alt öğrenme alanlarında kavram ve işlem bilgileri hakkında ayrıntılı ve derinlemesine bilgiler elde edilebilir.

2.1. Örneklem

Çalışma, Doğu Anadolu Bölgesi'nin nüfus açısından orta ölçekli bir ilinde bulunan Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği (SÖ) Anabilim dalında öğrenim gören 158 öğrenciyle, 2008–2009 güz yarıyılında yapılmıştır. Öğrencilerin 91'i (47'si erkek, 44'ü bayan) birinci, 67'si (46'sı erkek, 21'i bayan) de dördüncü sınıf öğrencisidir. Öğrencilerin bu sınıf düzeylerinden seçilmesinin temel nedeni, fakülte eğitiminin matematik bilgilerini etkileyip etkilemediğini ortaya koymak içindir. Birinci sınıf öğrencileri matematikle ilgili herhangi bir dersi tam olarak tamamlamamışlardır. Son sınıf öğrencileri ise matematikle ilgili olarak birinci sınıfta Temel Matematik (iki yarıyıl, haftada 2 saat), üçüncü sınıfta da Matematik Öğretimi (iki yarıyıl, haftada 4 saat) derslerini görmüşlerdir. Temel Matematik dersleri teorik ders olduğundan genel olarak işlem becerilerini geliştirecek öğretim yapılmaktadır. Öncelikle kavramların tanımları kısaca verilmekte, sonra da öğrencinin derinlemesine düşünmeksizin çözebileceği örnek ve alıştırmalar çözülmekte veya öğrencilere çözdürülmektedir. Matematik Öğretimi derslerinde ise, daha ziyade kavramlar, kavramlar arasındaki ilişkiler ve bunların anlamları, nasıl öğretileceği ile ilgili bilgilere (problemler geliştirme ve çözme, uygun materyaller geliştirme ve uygulama v.b.) ağırlık verilmektedir. Yani, Matematik Öğretimi dersinde kavram bilgisini öne çıkaran öğretim yapılmaktadır. Buna göre öğrenciler çember, daire, çevreleri ve alanı gibi temel kavram ve uygulamalarını toplam iki ders saatinde teorik olarak Temel Matematik dersinde öğrenirken, bu kavramların öğretiminde kullanılan uygun etkinlikleri de Matematik Öğretimi dersinde toplam iki ders saatinde yapmaktadır.

2.2. Ölçme Aracı

Çalışmada, çember ve daire konusuyla ilgili 14 adet açık uçlu soruyu kapsayan bir ölçek oluşturulmuş ve kullanılmıştır. Ölçekte bulunan 14 sorunun 2'si Pi (π) sayısı, 3'ü çemberin çevresi, 9'u dairenin çevresi ve alanı ile ilgilidir. Öncelikle Pi (π) sayısı, çember ve daire ile ilgili 10 soruluk ölçek hazırlanmış, uzmanların görüşleri ve ön çalışma sonucuna göre bazı sorular atılarak, bunlara yenileri eklenerek ölçekteki soru sayısı 14'e çıkarılmıştır. Sonra, üç uzman görüşü doğrultusunda bu yeni ölçeğin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Üç uzmandan, ölçekte bulunan her bir sorunun kavram bilgisi veya işlem bilgisiyle mi ilişkili olduğunu tespit etmeleri istenmiştir. Bu değerlendirme sonunda 13 sorunun hangi bilgi türü ile ilgili olduğu konusunda üç uzman ortak görüş bildirmişlerdir. Ancak ölçekteki bir sorunun kategorisi konusunda uzmanlardan biri farklı görüş ileri sürmüştür. Bu soru diğer iki uzmanın ortak olarak grupladığı bilgi türünün içine konulmuştur. Buna göre, ölçekte bulunan 14 sorunun 7'sinin kavram, diğer 7'sinin de işlem bilgisi ile ilgili olduğu tespit edilmiştir.

Son olarak ölçekte bulunan soruların cevap anahtarı hazırlanmış, bu cevap anahtarında doğru cevap 2, yarı doğru cevap 1 ve yanlış veya hiç cevap yazmama ise 0 ile kodlanmıştır. Öğrencilerin cevap kâğıtlarından rastgele 20 kâğıt seçilmiş, seçilen bu kâğıtlar önceden hazırlanmış cevap anahtarı ve üzerindeki kodlamaya göre iki öğretim elemanı tarafından birbirlerinden bağımsız olarak değerlendirilmiştir. İki değerlendirme arasındaki korelasyon katsayısı (r= .90) olarak bulunmuştur. Bu, ölçeğin değerlendirme güvenirliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Tüm öğrencilerin cevap kâğıtları hazırlanan bu cevap anahtarıyla değerlendirilmiştir. Buna göre ölçekteki sorulara verilen her bir doğru cevaba yaklaşık olarak 14.2, yarı doğru cevaba 7.1 ve yanlışa 0 puan verilerek, her bir öğrencinin yüzer puan üzerinden ayrı ayrı "kavram bilgisi" ve "işlem bilgisi" puanları hesaplanmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması

Çalışmanın yapıldığı fakültede sekizer adet birinci ve dördüncü sınıf şubeleri bulunmaktadır. Bu sınıfların her birinden rastgele ikişer şube seçilmiş ve çalışma bu şubelerdeki öğrencilerle yapılmıştır. Bu öğrencilerden ölçek formunda bulunan 14 adet açık uçlu soruyu bireysel olarak bir ders saatinde çözmeleri istenmiştir. Soruların cevaplanması esnasında, mümkün olduğunca öğrencilerin birbirlerini etkilemeleri engellenmeye çalışılmış ve verilen süre sonunda cevap kâğıtları toplanmıştır.

2.4. Verilerin Analizi

Çalışmanın birinci alt problemi için bağımsız t- testi analizi yapılmıştır. İkinci alt problem için tek faktörlü çok değişkenli varyans analiz (tek faktörlü MANOVA) testi kullanılmıştır. Bu alt problem "kavram bilgisi" puanı ve "işlem bilgisi" puanı biçiminde iki bağımlı değişkenle birlikte "sınıf düzeyi" şeklinde bir bağımsız değişken (faktör) içermektedir. "Kavram bilgisi" puanı için ayrı, "işlem bilgisi" puanı için ayrı iki ANOVA testi yapıldığında birinci tip hatayı (type I error) artırma olasılığı artacaktır. Bu hatayı kontrol altında tutmak için- eğer aralarında anlamlı yüksek düzeyde doğrusal korelasyon olmayan birden çok bağımlı değişken söz konusu ve çalışma gruplarının anlamca aynı (kovaryansları ve varyansları homojen olmalı) olduğu durumlarda- MANOVA testi tercih edilmelidir. Çünkü MANOVA testi bağımlı değişkenleri aynı anda ele aldığı için birinci tip hata yapma olasılığını kontrol altında tutmaktadır (Stevens,1996).

İkinci alt problemin bağımlı değişkenleri arasında anlamlı düşük seviyede korelasyon olduğu görülmüştür (r=.30, p=.00<.01). Bu sonuç MANOVA testinin bağımlı değişkenler arasında yüksek düzeyde korelasyon olmayacak şartını sağladığını göstermektedir. Bunun yanında çalışma gruplarının anlamca aynı olup olmadığını incelemek bağımlı değişkenlerin popülâsyon kovaryans matrislerinin homojenliğine bakıldığında bu popülâsyon kovaryans matrisinin homojen olduğu görülmüştür (Box M test=5.7, p=.13>.05). Yine bağımlı değişkenlerin her biri için popülâsyon varyanslarının eşit olup olmadığı Levene F testi sonucuyla incelendiğinde, "işlem bilgisi" bağımlı değişkenin popülasyonvaryansı eşit olduğu görülürken ($F(1,156) = 3.65$,$p = .58 > .05$), "kavram bilgisi" bağımlı değişkenin popülasyon varyansının eşit olmadığı görülmüştür ($F(1,156) = 7.7$,$p = .01 < .05$). Popülasyon varyansının eşit olmadığı ama grup büyüklükleri yaklaşık olarak birbirine eşit veya grup büyüklüklerin oranı 1.5 dan küçük olduğu durumlarda MANOVA testinin birinci tip hata üzerine etkisi çok küçük olacağından ANOVA testine kıyasla daha güçlü olan MANOVA testi yapılmalıdır (Stevens,1996). Buna göre çalışma gruplarının büyüklüklerinin oranı $\frac{91}{17} \cong 1.36 < 1.5$ olduğundan MANOVA testine karar verilmiştir. Ayrıca MANOVA testi sonuçları yorumlanırken sınıf düzeyi bağımsız değişkeninin bağımlı değişken üzerine etki büyüklüğünü belirlemek için eta kare (η^2) değerine de bakılmıştır. Elde edilen eta kare değeri etki büyüklüğü .02'de "küçük", .05'te "orta" ve .08 olduğunda ise "büyük" olarak gruplanmaktadır.

Üçüncü alt probleme cevap aramak için betimsel analiz yapılmıştır. Bunun için öncelikle öğrencilerin kavram ve işlem bilgileriyle ilgili sorulara verdikleri cevapların yüzdelikleri hesaplanmış ve tablolaştırılmıştır. Çalışmanın alt problemlerine uygun olacak şekilde seçilen örnek soruların cevapları derinlemesine analiz edilmiştir. Son olarak öğrencilerin tüm cevapları genel olarak değerlendirilmiş ve yorumlanmıştır.

3. BULGULAR ve YORUM

Çalışmanın "Öğrencilerin başarı seviyeleri kavram ve işlem bilgilerine göre anlamlı olarak farklılık göstermekte midir?" şeklindeki birinci alt problemine cevap bulmak için öğrencilerin kavram ve işlem bilgi puanlarının betimsel istatistik sonuçları Tablo 1 gösterilmiştir.

Tablo 1: Öğrencilerin Kavram ve İşlem Puanlarının Betimsel İstatistik Sonuçları

Bilgi Türü	n	$\bar{x}$	ss
Kavram Bilgisi	158	39	19
İşlem Bilgisi	158	75	26

Tablo 1' e göre öğrencilerin işlem bilgisi puanları $(\bar{x} = 75)$ile kavram bilgisi puanları $(\bar{x} = 39)$bir birinden farklıdır. Bu farklılığın anlamlı olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonucunda bu farkın anlamlı olduğu görülmüştür $(t(284) = 13.95, p = .00 < .01)$. Yani öğrencilerin işlem bilgisi puanlarının ortalaması$(\bar{x} = 75)$, kavram bilgisi puanlarının ortalamasından $(\bar{x} = 39)$anlamlı olarak daha yüksektir. Bu sonuç öğrencilerin ağırlıklı olarak işlem bilgisi veya becerisine sahip olduklarını ortaya koymaktadır.

Çalışmanın "Öğrencilerin kavram bilgisi ve işlem bilgisi başarı seviyeleri sınıf düzeylerine göre anlamlı olarak farklılık göstermekte midir?" şeklindeki ikinci alt problemine cevap bulmak için sınıf düzeylerine göre öncelikle kavram ve işlem bilgi puanlarının betimsel istatistik sonuçları hesaplanmış ve Tablo 2 gösterilmiştir.

Tablo 2: Sınıf Düzeylerine göre Kavram ve İşlem Puanların Betimsel İstatistik Sonuçları

Bilgi Türü	Sınıf	n	$\bar{x}$	ss
Kavram Bilgisi	1.	91	35	20
	4.	67	44	16
	TOPLAM	158		
İşlem Bilgisi	1.	91	71	27
	4.	67	80	24
	TOPLAM	158		

Tablo 2, dördüncü sınıf öğrencilerin hem kavram hem de işlem bilgi puanlarının birinci sınıf öğrencilerinden faklı olduğunu göstermektedir. Bu farkların anlamlı olup olmadığını belirlemek için yapılan MANOVA testinin sonucu bu farklardan en az birinin anlamlı olduğunu göstermektedir.

(WilksLambda =.93, $F(2,155) = 5.89$,$p = .01 < .05, \eta^2 = .07$). Farkın hangi değişkende olduğunu belirlemek için yapılan testi sonuçları Tablo 3 gösterilmiştir.

Tablo 3: Öğrencilerin Sınıflarına göre Kavram ve İşlem Bilgilerine ilişkin MANOVA Sonuçları

Kaynak	Bağımlı Değişken		Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	η^2
Sınıf	Kavram	Sabit	3213	1	3213	9,63	.00**	.06
		Hata	52041	156	333			
	İşlem	Sabit	3517	1	3517	5,23	.02*	.03
		Hata	104833	156	672			

*p<.05, **p<.01

Tablo 3'e göre öğrencilerin kavram bilgi puanları sınıf düzeylerine göre anlamlı farklılık göstermektedir ($F(1,156) = 9.63$,$p = .01 < .05$). Yani dördüncü sınıf öğrencilerinin kavram bilgisi puanlarının ortalaması $(\bar{x} = 44)$, birinci sınıf öğrencilerininkavram bilgisi puanlarının ortalamasından $(\bar{x} = 35)$anlamlı olarakyüksektir. Diğer taraftan, etki büyüklüğünü belirlemek için eta kare (η^2) değerine bakıldığında sınıf değişkeni kavram bilgisi puanı üzerinde orta derecede ($\eta^2 = .06$) etkiye sahiptir. Benzer olarak, sınıf düzeylerine göre öğrencilerin işlem bilgisi puanları anlamlı farklılık göstermektedir ($F(1,156) = 5.23$,$p = .02 < .05$). Yani dördüncü sınıf öğrencilerinin işlem bilgisi puanlarının ortalaması $(\bar{x} = 80)$, birinci sınıftakilerin ortalamasından$(\bar{x} = 71)$anlamlı ölçüdeyüksektir. Yine eta kare (η^2) değerine bakıldığında sınıf değişkeni işlem bilgisi üzerinde düşük derecede ($\eta^2 = .03$) etkiye sahiptir. Bu sonuçlara göre öğrencilerin dördüncü sınıf sonunda kavram bilgi seviyeleri anlamlı olarak orta düzeyde yükselmiş olsa bile, bu seviye yüzlük puan skalasının orta noktası olan ellinin altındadır.

Çalışmanın "Öğrencilerin işlem ve kavram bilgilerinde benzer hata ve eksiklikler bulunmakta mıdır?" şeklindeki son alt problemi cevaplamak için betimsel analiz yapılmıştır. Öğrencilerin işlem ve kavram bilgileriyle ilgili her bir soruya verdikleri cevap yüzde değerleri Tablo 4'de gösterilmiştir. Sonra da bu yüzde değerleriyle, ölçekten seçilen örnek soruların cevapları betimsel olarak analiz edilmiştir.

Tablo 4: Öğrencilerin Kavram ve İşlem Bilgisiyle ilgili Sorulara Verdikleri Cevapların Yüzde Değerlerinin Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı

Bilgi Türü	Sorular	Sınıflar					
		1. Sınıf			4.Sınıf		
		Doğru (%)	Yarı Doğru (%)	Yanlış veya Boş (%)	Doğru (%)	Yarı Doğru (%)	Yanlış veya Boş (%)
İşlem Bilgisi	1	84	1	15	88	0	12
	2	71	1	27	78	1	21
	3	42	19	40	70	15	15
	4	70	0	30	76	0	24
	5	70	2	28	73	1	26
	6	77	0	23	87	0	13
	7	70	0	30	82	0	18
Kavram Bilgisi	1	3	33	64	6	54	40
	2	33	0	67	37	0	63
	3	54	5	41	57	15	28
	4	32	1	67	45	1	54
	5	55	4	41	61	7	31
	6	46	4	50	60	4	36
	7	0	0	100	4	0	96

Tablo 4'e göre en yüksek yüzde oranı ile işlem bilgisi "*Yarıçapı 3 cm olan çemberin çevre uzunluğunu bulunuz.*" sorusuna ve en düşük yüzde oranı ile de kavram bilgisi "*Dairenin alan formülü nasıl elde edilebilir? Açıklayınız.*" sorusuna doğru cevap verilmiştir.

Kavram bilgisi ile ilgili örnek sorular (KS: Kavramsal Soru) ve öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevapların değerlendirilmesi aşağıdaki gibidir:

KS. 1.*Sizce* Pi (π) *sayısı icat (doğada yok, insanlar bulmuş) mı, yoksa keşif (doğada var, insanlar fark etmiş) mi edilmiştir? Gerekçelerinizle açıklayınız.*

Bu soru, Pi (π) sayısının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını ortaya çıkarmak için sorulmuştur. Soruya birinci sınıf öğrencilerinin % 3'ü, dördüncü sınıf öğrencilerinin % 6'sı doğru cevap vermiştir. Bu öğrenciler, "her çember veya daire için oranının eşit ve sabit (yaklaşık 3,14) olduğunu, insanların bu sabit sayıyı keşfederek Pi(π) adını verdiklerini" ifade etmişlerdir. Bunun yanında birinci sınıf öğrencilerinin % 33'ü ile dördüncü sınıf öğrencilerinin % 54'ü "Pi(π) sayısının keşif" olduğunu yazmalarına rağmen, bu düşüncelerini matematiksel olarak destekleyecek gerekçe ileri sürmeyerek yarı doğru cevap vermişlerdir. Bu öğrencilerin büyük çoğunluğu "doğada olmayan bir şeyin bulunamayacağını veya yoktan hiç bir şeyin var edilemeyeceğini" ileri sürerek Pi(π) sayısının "doğada var olduğunu" iddia etmişlerdir. Birkaç öğrenci ise, "Pi (π) sayısının Mısırda Nil nehrinin taşıp tarım alanlarını bozmasıyla bulunduğunu ve Pi(π) sayısının değerinin hiçbir yer ve zamanda değişmediği için ancak keşif olması gerektiği" biçiminde gerekçeler ileri sürmüşlerdir.

Pi(π) sayısının icat olduğunu yazan öğrencilerin büyük çoğunluğu, "bazı kavramların daha kolay açıklanması, işlemlerin daha kolay yapılması veya problemlerin daha kolay çözülmesi, kısaca günlük hayatın kolaylaştırılması için insanlar tarafından icat edildiğini" belirtmişlerdir. Bazı öğrenciler de "Pi(π) sayısının keşif olması durumunda sabit olması gerektiğini, fakat problemlere göre Pi(π) sayının değerinin değiştiğini ve değişik bilimsel metot veya farklı bakış açısıyla değerinin 3,14 değil de 3,18 olarak bulunabileceğini" ileri sürmüşlerdir. Bunlardan farklı olarak, birkaç öğrenci de doğada pi sayısına benzeyen hiçbir şeyin var olmadığını, bu soyut sayıya insanların anlam katarak icat ettiklerini söylemişlerdir. Son olarak bir öğrenci de "bilim adamlarının doğayı açıklamak için matematiği kullandıklarını ve matematiksel ifadelere ihtiyaç duyduklarını, bu yüzden Pi(π) sayısını icat ettiklerini" ifade etmişlerdir.

KS. 3. *O merkezli bir çember ve bu çemberin içine köşeleri çemberin üzerinde olan bir kare çiziniz. Çizdiğiniz bu şekilde, çemberin çevre uzunluğu mu, yoksa karenin çevre uzunluğu mu daha büyüktür? Nedenleriyle açıklayınız.*

Bu soruda öğrencilerden, verilen sözel bir ifadenin şekle dönüştürülmesi ve bu şeklin uzunluk açısından değerlendirilmesi istenmiştir. Bu soruya birinci sınıf öğrencilerinin % 54'ü doğru, % 5'i yarı doğru ve % 41'i de yanlış cevap vermiş veya hiç cevap vermemiştir. Dördüncü sınıf öğrencilerinin % 57'si doğru, % 15'i yarı doğru ve % 28'i yanlış veya boş cevap vermiştir. Doğru cevap veren öğrencilerin büyük çoğunluğu, köşeleri çemberin üzerinde olan karenin her bir kenarına harf yazarak veya sayısal bir değer vererek, karenin köşegen uzunluğunu "*Pisagor Bağıntısı*"ndan hesaplamıştır. Bu köşegen uzunluğunun yarısını çemberin yarıçapı olarak almışlardır. Karenin bir kenarının uzunluğundan ve çemberin yarıçap uzunluğundan yararlanarak, karenin ve çemberin çevre uzunluğunu formüller yardımıyla hesaplamışlardır. Örneğin, karenin bir kenarı *a* ise köşegen uzunluğu $\sqrt{2}.a$, çemberin yarıçap uzunluğunu $r = \frac{\sqrt{2}.a}{2}$ bulmuşlar, buradan çemberin çevre uzunluğunu $Ç = 2.\frac{\sqrt{2}.a}{2}\pi = \sqrt{2}.a\pi$ ve karenin çevre uzunluğunu da $Ç = 4.a$ olarak hesaplamışlardır. Hesapladıkları bu değerleri karşılaştırarak "çemberin çevre uzunluğunun karenin çevre uzunluğundan büyük olduğunu ifade" etmişlerdir. Bundan farklı olarak doğru cevap veren öğrencilerin birkaçı "karenin her bir kenarının çemberin kirişi olacağını, bu kirişin de her zaman ait olduğu yaydan daha kısa olacağını, "*İki nokta arasındaki en kısa uzaklık, bu iki noktayı birleştiren doğru parçasının uzunluğudur.*" kuralına göre, dolayısıyla karenin çevre uzunluğunun çemberinkinden daha kısa olacağını" ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler de "çember, kareyi içine aldığından, çemberin çevre uzunluğunun kareninkinden büyük olduğunu" ileri sürmüşlerdir. Fakat bu düşünce bu soru için doğru olmasına rağmen bunun her durumda geçerli olmayacağı da unutulmamalıdır.

Öğrencilerin yanlış cevapları üç grupta toplanabilir:

Yanlış cevapların büyük çoğunluğunu oluşturan birinci grupta, öğrenciler yukarıda bahsedilen yollarla hem karenin hem de çemberin çevre uzunluklarını hesaplamışlar, fakat elde ettikleri iki değeri karşılaştırırken hata yapmışlardır. Örneğin öğrenciler çevre uzunluklarını kare için ve çember için olarak hesaplamışlar, fakat bu değerlere göre karenin çevre uzunluğunun çemberin çevre uzunluğundan büyük olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durum bazı öğrencilerin *a, r* gibi cebirsel ifadelerle ve π, $\sqrt{2}$ gibi irrasyonel sayılarla işlem yapma becerilerinin yeterli olmadığını göstermektedir. İkinci gruptaki öğrenciler, çemberin yarıçap uzunluğunun karenin bir kenar uzunluğundan küçük olmasından dolayı, çemberin çevre uzunluğunun kareninkinden küçük olduğunu yazmışlardır. Üçüncü grupta ise ya sadece şekli çizip yorum yazmamış veya hiçbir cevap yazmamış öğrenciler bulunmaktadır.

İşlemsel bilgisi ile ilgili örnek sorular (İS: İşlemsel Sorular) ve öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevapların değerlendirilmesi de aşağıdaki gibidir:

İS.4. *Bir dairenin çevresinin uzunluğunu hesaplamak için kullanılan formülü yazınız.*

Bu soru, çember ile daire kavramları arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için sorulmuştur. Bu soruya birinci sınıf öğrencilerin % 70'i doğru ve % 30'u da yanlış (veya boş) cevap vermiştir. Dördüncü sınıf öğrencilerin %76'sı doğru, % 24'ü de yanlış veya boş cevap vermiştir. Yanlış veya boş cevap veren diliminde en büyük dilimi hiç cevap yazmayan öğrenciler oluşturmaktadır. Bundan sonraki büyük dilimi, dairenin alan formülünü ($\pi.r^2$) olarak yazan öğrenciler oluşturmaktadır. Az sayıda da olsa öğrencilerden bazıları "*dairenin çevresi olmaz, alanı olur*" şeklinde cevaplar yazmışlardır. Bunların dışında $\pi.r, 2\pi.r^2, \frac{\pi.r^2}{2}$ şeklinde yanlış formüller de yazılmıştır.

İS.5. *Çevresinin uzunluğu 16π cm olan dairenin alanı kaç cm*^{2}*dir? Hesaplayınız.*

Bu soru, öğrencilerdeki çember ve daire kavramları arasındaki ilişkiyle ilgili işlem bilgisini ortaya çıkarmak için sorulmuştur. Bu soruya birinci sınıf öğrencilerinin % 70'i doğru, % 2'si yarı doğru ve % 28'i yanlış veya boş cevap vermiştir. Dördüncü sınıf öğrencilerin % 73'ü doğru, % 1'i yarı doğru ve % 26'i yanlış veya boş cevap vermiştir.

Bu soruya yanlış cevap veren öğrencilerin büyük çoğunluğu

$$Ç = \pi.r, \qquad Ç = 2\pi.R, (R = Çap), A = 2\pi.r^2, A = \frac{\pi.r^2}{2}$$

formülleri ve $A = 2\pi.r$ şeklinde yanlış yazmalarından dolayı yanlış çözüme ulaşmışlardır. Diğer yanlış cevap veren öğrenciler ise formülleri doğru yazıp işlemleri yanlış yapmışlardır. Ancak, bu soruda dikkat çeken nokta, "*Bir dairenin çevresinin uzunluğunu hesaplamak için kullanılan formülü yazınız"* sorusuna cevap yazmayan, formülü yanlış yazan veya dairenin çevresi yoktur diyen öğrencilerden bazılarının bu soruya doğru cevap vermeleridir.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Çalışmada öğrencilerin çember ve daire konusuna ilişkin kavram ve işlem bilgisi başarı düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık $(t(284) = 13.95, p = .00 < .01)$olduğu görülmüştür. Yani öğrencilerin işlem bilgisiyle ilgili başarı seviyeleri kavram bilgisiyle ilgili başarı seviyelerinden yüksektir. Bu sonuç öğrencilerin ağırlıklı olarak işlem bilgisi ve becerisine sahip olduklarını göstermektedir. Bunun nedeni, önceki araştırmalarda da ortaya koyulduğu gibi (Baki, 2006; Baştürk, 2005; Johann, Ansie&Marietjie, 2000) ilköğretim ve ortaöğretim okullarında ve özellikle dershanelerde matematiğin işlem bilgisi ve becerisi ağırlıklı olarak öğretilmesi olabilir. Bu kurumlar, ortaöğretim kurumlarına ve üniversiteye giriş sınavlarını kazandırabilmek için öğrencilerine sadece matematiksel rutinleri tekrar (taklit) etmeyi öğretmektedir (Baki, 2006; Baştürk, 2005). Sonuçta da öğrencilerde kavram bilgisi gelişmeden sadece işlem bilgi ve becerisi gelişmektedir. Giriş sınavlarında daha çok kavram bilgisiyle ilgili sorulara yer verilirse, ilköğretim, ortaöğretim ve dershaneler gibi kurumlar da kavram bilgisine ağırlık vermek zorunda kalacaklar, böylece öğrencilerin kavram bilgi seviyeleri artacaktır. Yine de bu durum ilköğretim ve ortaöğretim boyutunda derinlemesine araştırılmalıdır.

Dördüncü sınıf öğrencilerinin başarı seviyeleri birinci sınıf öğrencilerinin başarı seviyelerinden hem kavram hem de işlem bilgisi açısından anlamlı olarak yüksektir ($F(1,156) = 9.63$,). Dördüncü sınıf öğrencileri birinci sınıf öğrencilerine göre daha fazla eğitim aldıklarından bu sonuç beklenen bir sonuçtur. Fakat dördüncü sınıf öğrencilerinin kısa süre sonra öğretmen olacağı göz önünde tutulursa bu başarı seviyeleri- özellikle de kavram bilgisi açısından- düşüktür. Diğer taraftan da dördüncü sınıf öğrencilerinin işlem bilgisi puanlarının ortalaması $\bar{x} = 80$ iken, kavram bilgisi puanlarının ortalaması yaklaşık bu ortalamanın yarısı kadardır ($\bar{x} = 44$). Bu sonuç- birçok araştırmada (Baki & Kartal, 2004; Hiebert&Waerne, 1996; Perry, 1991; Rittle- Johnson & Alibali, 1999) ortaya konduğu gibi- yeterli düzeyde işlem bilgisinin kazanılması, yeterli düzeyde kavram (anlam) bilgisini kazanılmasını sağlamadığını göstermektedir. Yine bu sonuç, ağırlıklı olarak işlem bilgisi ve becerisine sahip öğretmen adaylarında zengin bir kavram bilgisinin geliştirilmesi için fakülte eğitimi yeterli olmadığını da ortaya koymaktadır. Çünkü kavram bilgisinin gelişmesi uzun bir süreç almaktadır. Bunun için ilköğretim ve ortaöğretimde işlem bilgisi ve becerisini ihmal etmeyen, fakat kavram bilgisini öne çıkaran eğitim-öğretime ağırlık verilmelidir.

Öğrencilerin sahip oldukları hata ve eksiklikler sınıflara göre ayrı ayrı gruplanmamıştır. Çünkü birinci ve dördüncü sınıf öğrencilerin sahip oldukları hata ve eksiklikler, frekansları farklı olmasına rağmen, ortaktır. Bu hata, eksiklik ve bunların giderilmesi için öneriler aşağıdaki şekilde gruplanabilir:

1. *Öğrenciler tarafından Pi(π) sayısının matematiksel anlamının bilinmemesi veya matematiksel olarak ifade edilememesi:*

Pi(π) sayısının icat olduğunu düşünen öğrencilerin büyük çoğunluğu, Pi(π) sayısının günlük hayattaki işleri kolaylaştırmak veya hesaplamaları pratik olarak yapabilmek için insanlar tarafından icat edildiğini ileri sürmüşlerdir. Bu görüşü ileri süren öğrencilerin basit bir mantıkla, niçin daha basit bir sayı (örneğin 1 veya 2 gibi) değil de 3, 14159… ondalık açılımlı daha zor bir sayı (irrasyonel bir sayı) icat edildiğini sorgulamamaları da ilginçtir.

Öğrencilerin yarıdan fazlası Pi(π) sayısının keşif olduğunu ifade etmelerine rağmen bunu matematiksel olarak açıklamamışlardır. Bunun nedenlerinden biri öncelikle Pi(π) sayısının kavramsal anlamının öğrenilmemesidir. Bunun için ilköğretimde tüm öğrencilerin katılımı ile farklı yarıçaplarda çember ve daire modelleri üzerinde çevre ve çap uzunlukları ölçtürülerek, her bir çember için oranının değeri hesaplatılmalıdır. Böylece öğrenciler bu oranın sabit bir sayıya eşit olduğunu kendileri keşfedeceklerdir. Daha sonra da bu sayının Yunanca "*περίμετρον*" yani "*çevre*" sözcüğünün ilk harfi olan **π** harfi ile gösterildiği ifade edilebilir. Ortaöğretimde ise çember veya dairenin çevre uzunluğunu hesaplamak için kullanılan formül direkt olarak öğrenciye verilmemeli, oranından şeklinde öğrencilerin elde etmesi sağlanmalıdır.

Son olarak, problemlerde Pi sayısının yerine π, 3, 3.14, $\frac{22}{7}$ gibi değerlerin yazılmasının, bazı öğrencilerde bu sayının değişken olarak algılanmasına neden olduğu unutulmamalıdır. Öğrenci Pi(π) sayısını yukarıdaki bahsedilen yolla öğrenirse bu sayının sabit bir sayı olduğunu kavramsal olarak anlayacaktır.

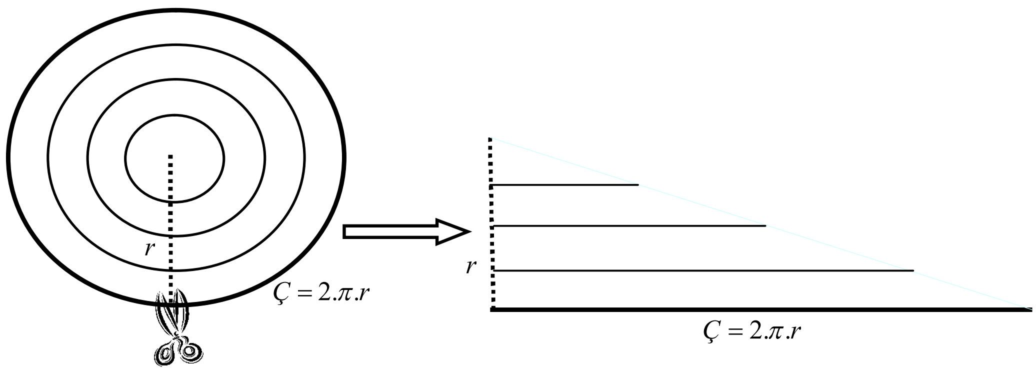
2. *Çember ile daire kavramları arasındaki ilişki ve farkın anlaşılmaması:*

Sözel olarak ifade edilen yarım dairenin şeklinin çizilmesi istenen bir soruya öğrencilerin üçte ikisi yanlış cevap vermiştir. Yanlış cevap veren öğrencilerin büyük çoğunluğu yarım çemberin şeklini çizmiş veya yarım çember diye yazmıştır. Bazıları da çemberin şeklini çizip daire veya dairenin resmini çizip çember olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin çember, daire ve daire, alan kavramları arasında ilişki kuramadığını göstermektedir. Bunun temel nedeni, öğrencilerin sözel bir ifadeyi resim, tablo veya grafik gibi görsel hale dönüştürememe veya tersine görsel materyali sözel olarak ifade edememe gibi kavram bilgisi yetersizliklerine sahip olmaları olabilir. Bu yetersizlikleri gidermek için, öğrencilere değişik durumları resmedecekleri veya resmedilmiş bir materyali sözel olarak ifade edebilecekleri etkinlikler sunulmalıdır. Ayrıca kavramlar ve aralarındaki ilişkiyi öne çıkaran etkinlikler yaptırılmalıdır.

3. *Formüllerin anlamının veya nasıl elde edildiğinin bilinmemesi, fakat işlemsel ifadelerde doğru bir şekilde kullanılması:*

Öğrencilere formüllerin anlamı veya nasıl elde edildiği sorulduğunda öğrencilerin büyük çoğunluğu ya yanlış cevap vermiş ya da hiçbir cevap vermemiştir. Fakat bu öğrencilerden bazıları, o formüllerle ilgili işlemsel alıştırmaya doğru cevap vermişlerdir. Örneğin "*dairenin alan formülü nasıl elde edilebilir*" şeklindeki soruya birkaç öğrencinin dışında hiçbir öğrenci doğru cevap veremediği halde, alanla ilgili "*Yarıçapı 3 cm olan dairenin alanını bulunuz*" şeklindeki soruya öğrencilerin üçte ikisinden fazlası doğru cevap vermişlerdir. Benzer şekilde öğrencilerin bazıları dairenin çevresinin olmadığını iddia etmesine veya uzunluğunu hesaplamak için kullanılan formülü yazmamasına rağmen, dairenin çevre uzunluğu verilip alanının bulunması istenen bir işlemsel alıştırmaya doğru cevap verdikleri görülmüştür. Bu, alan yazında bahsedilen "işlem bilgisinin kazanılmasının yeterli derecede kavram (anlam) bilgisinin kazanılmasını sağlamadığı (Baki & Kartal 2004; Hiebert&Waerne, 1996; Perry, 1991; Rittle- Johnson &Alibali, 1999)" görüşünü desteklemektedir. Yani, öğrencilerin kavramları, ilişkileri, ilkeleri veya formülleri anlamlaştırmadan veya en azından anlamını düşünmeden işlem yaptıklarını ortaya koymaktadır. Bunun için öğrencilere işlemlerin altında yatan kavramların anlamlarını da öğretecek etkinlikler yaptırılmalıdır. Örneğin dairenin alan formülünün elde edilişi ile ilgili bir etkinlik şu şekilde yapılabilir:

Aşağıdaki Şekil 1'deki gibi bir çemberin içi kalın iplerle merkezin etrafına sarılarak boşluk kalmayacak şekilde doldurulsun. Elde edilen bu daire, şekilde gösterildiği gibi yarıçapı boyunca merkeze kadar kesilir ve açılırsa, kenarlardan birinin uzunluğu dairenin yarıçap uzunluğuna (*r*), diğerinin uzunluğu da dairenin çevre uzunluğuna ($Çevre\ uzunlugu = 2r\pi$) eşit olan bir dik üçgene dönüşür. Bir dik üçgenin alan formülünden $Dairenin\ Alanı = \frac{Yarıcap\ Uzunluğu.Çevre\ Uzunluğu}{2} = \frac{r.2\pi.r}{2}$ ve $A = \pi.r^2$ bulunabilir.



Şekil 1: Dairenin Üçgenleştirilmesi

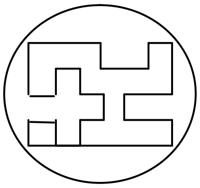
Bu tür etkinlikler, öğrencilerin bilgileri unutsalar dahi kendilerinin yeniden üretmelerine, yeni durumlara transfer etme ve uygulayabilmelerine katkı sağlayacaktır.

4. *Öğrencilerin genelleme ve soyutlama becerilerinin yeterli düzeyde olmaması:*

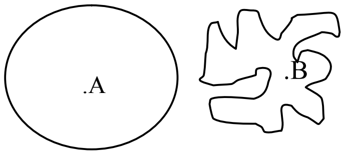
Farklı yarıçaplı üç çember verilerek, bu üç çember için geçerli bir genelleme yapılması istendiğinde, ancak öğrencilerin % 40'ı bunlar için geçerli bir genelleme yapabilmiştir. Fakat çember için genellenmiş formülü kullanması gereken işlem sorusuna ise öğrencilerin üçte ikisi doğru cevap vermiştir. Örneğin, farklı yarıçaplı üç çember için $Ç = 2\pi.r$ formülünü genelleyemeyen öğrencilerin büyük çoğunluğu, yarıçap uzunluğu verilen bir çemberin çevre uzunluğunun bulunmasının istendiği bir soruya, $Ç = 2\pi.r$ formülünü kullanarak doğru cevap vermiştir. Bunun temel nedeni, öğrencilerin geçmiş öğrenimlerinde, kavram bilgisini öne çıkaran öğrenme yerine işlemsel öğrenmeye ağırlık verilmiş olmasıdır. Matematiğin "genelleme ve soyutlama bilimi" olduğu düşünülürse, matematik yapmak demek sayı, nokta, küme, fonksiyon gibi soyut nesnelerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarmak, genellemeler yapmak ve bunları ispatlamak demektir. Buna göre, öğrencilerin genelleme ve soyutlama yapabilmesini öne çıkaran etkinliklere yani kavramsal öğrenmeye ağırlık verilmelidir. Bunun için buluş veya yaparak yaşayarak öğrenme stratejileri gibi öğrencilerin soyutlama ve genelleme yapabileceği öğretim stratejileri seçilmelidir.

5. *Alan ve uzunluk kavramlarının ve aralarındaki ilişkilerin yeterli düzeyde kavranamaması ve bir alandaki bir kurallın başka bir alana yanlış transfer edilmesi:*

Alan, uzunluk ve aralarındaki ilişki kavramlarının bazı öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılmadığı görülmektedir. Mesela bazı öğrenciler, "Çember, kareyi içine aldığına göre onun çevre uzunluğu kareninkinden daha fazladır." diye ifade etmişlerdir. Burada öğrenci alanla ilgili bir kuralı uzunluk için de genellemiştir. Fakat bu ifade uzunluk için her zaman doğru değildir. Örneğin Şekil 2'de köşeleri çemberin üzerinde kendisi de içinde olan şeklin çevresinin uzunluğu çemberin çevresinden uzundur. Bu kuralın uzunluk için her zaman geçerli olmadığını göstermektedir.



Şekil 2. Çevre Uzunluklarının Karşılaştırılması



Şekil 3. Alanların Karşılaştırılması

Yine alan ve uzunluk arasındaki ilişkinin de tam olarak anlaşılmadığı ortaya çıkmaktadır. Bazı öğrenciler tarafından kapladığı alanı fazla olan bir düzlemsel geometrik şeklin çevre uzunluğunun daha fazla olabileceği ifade edilmiştir. Bu düşünce de her zaman geçerli değildir. Mesela Şekil 3'de A dairesi B şekline göre daha fazla alan ihtiva etmesine rağmen, B şeklinin çevre uzunluğu A' nın çevre uzunluğundan daha büyüktür. Fakat uzunluk, alan ve aralarındaki ilişkilerin kavram ve işlem bilgisi açısından değerlendirme yapılabilmesi için daha derinlemesine araştırmaya ihtiyaç vardır.

Bir alanda öğrenilen kavram, işlem, ilke ve genellemelerin başka bir alana transfer edilmesi öğrenme-öğretimin temel amaçları arasındadır. Öğretmenler her hangi bir alandaki kavram veya kuralı gerektiğinde başka alana transfer edilebilecek etkinlikler düzenlemeli, buna öğrencileri teşvik etmeli ve bazen de bizzat kendileri yaparak öğrencilerine ilham kaynağı olmalıdır. Fakat her transfer işleminin yukarıdaki açıklamada görüldüğü gibi doğru olmayacağı ve bu işlemler yapılırken dikkat edilmesi gerektiği gözden kaçırılmamalıdır.

6. *Kareköklü ve cebirsel ifadelerle işlem yapma yetersizliklerine sahip olunması:*

İşlemsel sorularda yanlış cevapların büyük çoğunluğu köklü ve cebirsel ifadelerden kaynaklanmaktadır. Örneğin karenin ve çemberin çevre uzunlukları sırasıyla ile bulunmuş, fakat

olduğu düşünülerek veya bulunarak olduğu ifade edilmiştir. Yine π'nin kullanıldığı işlem bilgisiyle ilgili sorularda, bu sayıyla ilgili yanlışlıklar mevcuttur. Buna göre, öğrencilere kareköklü (irrasyonel) ve cebirsel ifadelerle işlem yapabilecekleri işlemsel problemler sunulmalıdır. Yine bu konuda daha önceden yapılmış araştırmaların yanında her öğrenme kademesini ihtiva edecek şekilde daha ileri araştırma yapılmalıdır.

Sonuç olarak, öğrenciler işlem bilgisi ve özellikle de kavram bilgisi açısından yetersizlik ve eksikliklere sahiptirler. Bu öğrencilerin önceki öğrenmelerinden kaynaklanan bir durum olabilir. Fakülte eğitiminin bu yetersizlik ve eksiklikleri gidermek için -en azından çember ve daire alt öğrenme açısından- yeterli olmadığı bu çalışmanın sonuçlarından söylenebilir. Öğrencilerde yetersizlik ve eksikliklerin oluşmaması için, ilköğretimden başlanarak işlem bilgi ve becerisini ihmal etmeyen, fakat kavramsal öğrenmeyi öne çıkaran eğitim-öğretime ağırlık verilmelidir.

KAYNAKLAR

Aspinwall, L. & Miller, D. (1997).Students' positive reliance on writing as a process to learn first semester calculus.*Journal of Instructional Psychology*, 24(*4*). 253- 261.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitapevi.

Baki, A.,& Kartal T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(*1*), 27–46.

Baştürk, S. (2005). Üniversite matematik bölümü öğrencilerinin Türkiye'deki matematik eğitimi hakkındaki çağrışımları: Lise, dershane ve üniversite boyutunda.*Bu makale 2005 yılında İstek Vakfi Okullarında yapılan Fen ve Matematik Öğretmenleri Sempozyumunda sunulmuştur, Ankara, Türkiye.*

Bekdemir, M., & Işık, A. (2007). Evaluation of conceptual knowledge and procedural knowledge on algebra area of elementary school students.*The Eurasian Journal of Educational Research*, 28, 9-18.

Büyüköztürk, Ş. (2002). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı.* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Byrnes, J., P., &Wasik, B., A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning.*Developmental Psychology,* 27 (*5*), 777-786.

Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996).*Educational research: An introduction*. White Plains NY: Longman Publishers.

Hiebert, J., &Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.) Conceptual and procedural knowledge: *The case of mathematics* (pp1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J., &Waerne, D. (1996).Instruction, understanding and skill in multidigit addition and instruction.*Cognition and Instruction*, 14, 251-283.

İşleyen, T. &Işık, A. (2003).Conceptual and procedural learning in mathematics.*Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education,* 7(*2*), 91-99.

Johann, E., Ansie, H., &Marietjie, P. (2000).Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics.*International Journal of Mathematical Education in Science & Technology,* 36(*7*),701-712.

Karasar, N. (2006). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

MEB PISA–2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu. (2005). *OECD PISA–2003 Araştırmasının Türkiye ile ilgili sonuçları*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı (EARGED).

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM).(2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Perry, M. (1991). Learning and transfer: Instructional conditions and conceptual change. *Cognitive Development*, 6, 449-468.

Reynolds, R., C., Livingston, B., R., & Wilson, V. (2006).Measurement and assessment in Education.Pearson/Allyn& Bacon.

Rittle- Johnson, B. &Siegler, J.R. (2000). The relationship between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A Rieview. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematics skills* (pp. 75-110). East Sussex, UK: Psychology Press.

Rittle-Johson, B., &Alibali, M., W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 99,175-189.

Siegler, R. S. (1991). In young children's counting, procedures precede principles. *Educational Psychology Review*, 3, 127–135.

Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Star, J., R. (2000). On the relationship between knowing and doing in procedural learning. In B. Fishmann& S. O' Connor-Divelbiss (Eds.), *Fourth International Conference of Learning Sciences* (pp.88-86). Mahwah, Nj: Erlbaum.

Stevens, J. (1996). *Applied multivariate statistics for the social sciences,* 3rd ed. Erlbaum, Mahwah, NJ.

Van de Walle, J., A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*, (Fifth Edition). USA: Pearson Education, Inc.

Extended Abstract

Mathematical knowledge is roughly studied as two parts: Conceptual knowledge and procedural knowledge. Conceptual knowledge can be defined as the part related to skills about concepts, principles, rules, generalizations, and explicit or implicit relationships in a domain (Hiebert&Lefevre, 1986; Rittle-Johnson &Alibali, 1999). Procedural knowledge is the type of knowledge of rules, procedures and symbols used for solving routine problems. It also includes using routine algorithms required for arithmetic operations(Hiebert&Lefevre, 1986; Van de Wall, 2004, 27-28). If a student constantly deals with the same type of conceptual problem, this particular set of skills finally becomes procedural for that student (Johann, Asie&Marietjie, 2000). For example, if s/he frequently solves a problem such as "calculate the circumference of a circle with a radius of 2 *cm*", this problem requires only procedural skills for that student.

Majority of the studies about mathematical concepts and processes are conducted on sub-topics such as counting, single and multi-digit addition, and fractions in elementary grades. There are not enough research about conceptual knowledge and procedural knowledge related to learning areas such as algebra, geometry, and calculus at secondary and higher education level in Turkey as well as in the world (Star, 2000).On the other hand,the teacher's domain knowledge is a factor directly affecting the quality of

education, since the teacher's incompetency of domain knowledge will be directly transferred to the students. Similarly teachers' procedural practice will be passed to the students. Investigation of preservice teachers' level and type of understanding of these practices is important for improving the quality of education at present and in future.

The aim of this study is to examine the students' level of understanding for circle and disc by conceptual knowledge and procedural skills among elementary preservice teachers. We attempt to find answers to the following questions:

1. Does the level of student achievement significantly differ conceptual and procedural knowledge?
2. Does the student achievement in conceptual and procedural knowledge significantly vary with the grade levels?
3. Which common errors and deficiencies exist in students' conceptual and procedural knowledge?

A total of 158 participants, 91 freshmen and 67 senior studentsare included in the study. An instrument is developed and administered to measure conceptual and procedural understanding on circle and disc. T- test, MANOVA test and descriptive statistics are used to analyze data.

The results show that there is a significant difference in student achievement on conceptual and procedural knowledge $(t(284) = 13.95, p = .00 < .01)$. Average test scores related to procedural knowledge is significantly higher than that of conceptual knowledge. It is concluded that students predominantly reflect procedural knowledge and skills than conceptual ones.

Senior students' achievements are significantly higher than freshman's achievements on both conceptual and procedural knowledge (WilksLambda =.93, $F(2,155) = 5.89$,$p = .01 < .05, \eta^2 = .07$). However, the scores are inadequate especially on conceptual knowledge, considering the seniors will become a teacher soon.The seniors' average score for procedural knowledge is $\bar{x} = 80$ and those of conceptual skills are approximately half$(\bar{x} = 44)$. Based on this finding, it can be argued that university level mathematics instruction fails to provide rich conceptual understanding, since the development of conceptual understanding requires a long time and significant effort. It is inferred from the findings that improved procedural knowledge does not necessarily boost up conceptual knowledge. The related literature agrees with this conclusion (Baki&Kartal, 2004; Hiebert&Waerne, 1996; Perry, 1991; Rittle-Johnson &Alibali, 1999).

The common errors and prevalent deficiencies can be grouped as following:

- Lack of conceptual understanding of number Pi(π), or lack of skills to express it mathematically.
- Insufficient understanding of differences in the circle and disc concepts.
- Correct application and development of formulas in mathematical procedures without an understanding of their meaning.
- Inadequate generalization and abstraction skills.
- Insufficient understanding of area and length concepts and their relationship.
- Failure in application of rules on different situations.
- Lack of skills in manipulating algebraic expressions.

As a result, students have lack of understanding in procedural and especially conceptual knowledge. This is partly because form students' individual education history. Mathematics instruction at university level seems also inefficient to compensate the deficiency in student understanding. Procedural knowledge and skills should not be ignored and conceptual understanding and knowledge should be paid substantial attention starting from elementary education level.