



## İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ KESİRLERDE ÇARPMA ve BÖLMEME YÖNELİK KURDUKLARI PROBLEMLERİN KAVRAMSAL ANALİZİ

### CONCEPTUAL ANALYSIS OF MULTIPLICATION AND DIVISION PROBLEMS IN FRACTIONS POSED BY PRESERVICE ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS

Cemalettin IŞIK<sup>1</sup>

**ÖZET:** Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma-bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizinin yapılması amaçlanmıştır. Çalışma, 2007-2008 öğretim yılı bahar döneminde Doğu Anadolu'daki bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim dalında öğrenim gören 127 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışmada deneysel olmayan araştırma desenlerinden betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Sekiz maddeden oluşan problem kurma testi veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğretmen adaylarından kesirlerde çarpma-bölme ile ilgili verilen işleme yönelik problem kurmaları istenmiş ve kurulan problemler ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler, öğretmen adaylarının tam sayılı kesirlerde çarpma ve iki kesrin bölümüne yönelik olarak işlem ve kesir sayılarına anlam yüklemekte eksikliklerinin olduğunu ortaya çıkarmıştır.

**Anahtar sözcükler:** matematik eğitimi, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, kesirlerde çarpma, kesirlerde bölme.

**ABSTRACT:** In this study, it was aimed to analyze conceptually the multiplication and division problems in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. The study was conducted with 127 pre-service teachers studying in the department of elementary education in mathematics in the education faculty of a state university in Eastern Anatolia during spring term of 2007-2008 academic year. Descriptive design, which is a non-experimental design, was utilized in this study. Problem posing test with eight items was used as a data gathering tool. Pre-service teachers were required to pose problems about multiplication-division in fractions and problems posed were analyzed in details. Analysis results indicated that pre-service teachers were inadequate in multiplication of mixed fractions, division of two fractions, and giving meaning to fractions.

**Keywords:** mathematics education, pre-service elementary mathematics teachers, multiplication of fractions, division of fractions

## 1. GİRİŞ

Kesir kavramı ve kesirlerle yapılan işlemler, öğrenciler tarafından anlaşılması zor olan matematiksel konuların başında gelir (Dorgan, 1994). Yapılan çalışmalar (Aksu, 1997; Behr, Wachsmuth, & Post, 1985; Booker, 1998; Davis, 2003; Hart, 1987; Hasemann, 1981; Thompson, 1993), öğrencilerin her sınıf düzeyinde kesir kavramını anlamada güçlüklerinin olduğunu ortaya koymuştur. Bu güçlüklerin temel nedeni, kesirlerin yapısından ve öğretiminden kaynaklanmaktadır (Aksu, 1997; Booker, 1998). Öğrenciler, kesirleri ve kesir işlemlerini somut deneyimlerle ilişkilendiremedikleri zaman problemlerle karşılaşmaktadırlar (Carragher, & Schliemann, 1991; Hasemann, 1981; Keijzer, & Terwel, 2003). Kesirlerde görülen bu tür güçlükler, öğrencilere matematiksel kuralların ezberletilmesinden daha çok, bu kavramları oluşturabilmelerini sağlayacak etkinlikler yardımıyla matematik öğretimini öne çıkarmaktadır (Arcavi, 2003; Bezuk, & Bieck, 1993; Olkun ve Toluk, 2003; Steffe, 2002).

Kesirlerin öğretiminde farklı yöntemler kullanılmakla birlikte, genel olarak öğrencilerin kesirlerle işlemlerde yararlanacağı yeterli altyapı oluşturulmadan, öğrencileri hesaplamalara başlatmak yaygındır (Aksu, 1997; Mack, 1990). Başka bir ifadeyle kavramsal bilgi oluşmadan, işlemsel bilgi oluşturulmaya çalışılmaktadır. Bu süreçte kesirlerle ilgili kurallar ve algoritmaların ön planda olması, yapay bir başarıyı ortaya çıkarabilir. Kesirlerle ilgili kurallara ve kesir işlemlerinin algoritmalarına

\*Yrd. Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, K.K.Eğitim Fakültesi, [cisik@atauni.edu.tr](mailto:cisik@atauni.edu.tr)

odaklanması, öğrencilerin işlemlerin anlamlarını öğrenmelerini sağlamaya yeterli olmayacaktır. Öğrenciler için asıl zor olan algoritmik hesapların öğrenilmesi değil, işlenen konularla ilgili kavramların öğrenilmesidir.

Öğrenciler doğal sayılarla ilgili düşüncelerini genişleterek kesirli sayıların ve rasyonel sayıların kavramsal boyutunu öğrenmeye çalışırlar (Olive, 1999; Streefland, 1982). Doğal sayı kavramının saymadan, kesirli sayı kavramının ise ölçmeden ortaya çıkmıştır. Doğal sayılarda çarpma; tekrarlı toplama ve alan bulma gibi anlamları içerirken, bölme ise; eşit paylaşım (eş parçalanma) ve gruplamalı bölme (ölçme) anlamlarını bünyesinde barındırır (Ball, 1990; Fishbein, Deri, Nello, & Marino, 1985; Sinicrope, Mick, & Kolb, 2002; Van de Walle, 2004). Çarpma ve bölme için doğal sayılardaki kavramsal karşılık, kesirli sayılar için de kullanılabilir. Krach (1998), kesirlerle çarpma ve bölmenin öğretimi için; manipülatif olarak hazırlanan kesir şekillerinin kullanıldığı alan modelini ve çubuk veya santimetre şeritlerin kullanıldığı ölçme modelini önerir. Öğrenciler ilk olarak kesirlerin miktar belirttiklerini ve temsil ettikleri miktarın ne olduğunu anlamalıdır. Bunun yanında, çarpma ve bölmenin diğer sayı kümelerindeki kavramsal karşılıklarını bilmelidirler. Böylelikle kesirlerdeki çarpma ve bölme anlamak için bir köprü inşa edebilirler (Siebert, 2002).

Yapılan çalışmalar, öğretmen ve öğretmen adaylarının kesir kavramı ve kesirlerde çarpma-bölmeyi içeren işlemlere yönelik kavram yanılgılarına ve sınırlılıklara sahip olduklarını göstermektedir (Azim, 1995; Ball, 1990; Borko ve diğ., 1992; Cluff, 2005; Eisenhart ve diğ., 1993; Işıksal, 2006; Lubinski, Fox, & Thomason 1998; Ma, 1999; Simon, & Blume, 1994; Nagle, & McCoy, 1999; Sharp, & Adams, 2002; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009; Toluk ve Middleton, 2004; Tzur, & Timmerman, 1997; Zembat, 2007). Işıksal (2006), öğretmen adaylarının kesirlerle ilişkili çarpma ve bölme problemlerini çözebilmelerine rağmen, bu işlemlerin anlamlarını açıklamaya yönelik muhakeme becerilerinin düşük seviyede olduğunu belirtmiştir. Öğretmen adayları, iki kesrin çarpımını hesaplayabilmekte, buna karşın iki kesrin çarpımının ne anlama geldiğini açıklamada güçlükler yaşamaktadırlar (Azim, 1995; Işıksal, 2006). Benzer şekilde öğretmen adayları, iki kesri birbirine kolaylıkla bölebilmekte, ancak bu işlemi yaparken ikinci kesrin ters çevrilip birinci kesir ile niçin çarpıldığını açıklamada güçlükler yaşamaktadırlar (Borko ve diğ., 1992; Zembat, 2007). Ball (1990), öğretmen adaylarının kesirlerde bölmenin ne anlama geldiğini bilmeden, kuralları hatırlayarak ve kullanarak problemleri çözdüklerini belirtmektedir.

Toluk-Uçar (2009) yapmış olduğu çalışmada, problem kurma temelli öğretimin öğretmen adaylarının kesirlere yönelik kavramsal anlamalarının geliştirilmesi üzerindeki etkisini araştırmıştır. Problem kurma temelli öğretimin adayların, kesirlere yönelik kavramsal anlamalarını geliştirmede olumlu etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Toluk-Uçar çalışmasında, öğretmen adaylarının kesirler konusunda problem kurma becerilerinin gelişimine değil, problem kurma temelli öğretim ile adayların kesirlere yönelik kavramsal anlamalarının geliştirilmesi üzerine odaklanmıştır. Bu çalışmaya paralel olarak, alan yazınında problem kurma temelli öğretimin öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerinde etkili olduğuna yönelik çalışmalarla da karşılaşılmaktadır (Akay, 2006; Cankoy ve Darbaz, 2010; Dickerson, 1999).

Yine alan yazınında, öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin, hizmet içi dönemde öğrencilerinin matematiksel performanslarını ve matematiği anlama başarılarını önemli ölçüde etkileyeceğine yönelik sonuçlar da yer almaktadır (Abu-Elwan, 1999; Crespo, & Sinclair, 2008; Stickles, 2006; Stoyanova, 2003). Lubinski, Fox ve Thomason (1998), öğretmen adaylarında kesirlere yönelik kavramsal anlamının oluşumunun, öğretmenlik kariyerlerinde öğrencilerine kavramları öğretebilmede önemli olduğunu belirtmektedirler. Bu açıdan bakıldığında, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik problem kurmadaki kavramsal anlamalarının belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Eğer öğretmen adaylarının kavramsal anlamaya yönelik varsa eksikliklerinin belirlenmesi, kesirlerde çarpma ve bölme ile ilgili problem kurma becerilerinin geliştirilmesine yönelik öğretime de ışık tutacaktır. Bu bağlamda çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizinin yapılması amaçlanmıştır.

## 2. YÖNTEM

Bu çalışma, deneysel olmayan araştırma desenlerinden betimsel araştırma yöntemi temel alınarak gerçekleştirilmiştir. Betimsel araştırma, genel olarak incelenen birey veya grupların özelliklerinin betimsel istatistikî sonuçlar halinde sunulduğu bir araştırma yöntemidir (McMillan, & Shumacher, 2010). Araştırmanın amacı göz önüne alındığında, betimsel araştırmanın bu amacı gerçekleştirmede en uygun yöntem olduğu düşünülmüştür.

### 2.1. Çalışma Grubu

Çalışmaya 2007-2008 öğretim yılı bahar döneminde, Türkiye'nin doğusundaki bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören 127 öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adayları mezuniyet aşamasında oldukları için, lisans programı çerçevesindeki alan ve alan eğitimine yönelik bütün dersleri almışlardır. Bunun yanında ikinci dönem boyunca ilköğretim okullarında öğretmenlik uygulamasına katılmışlar, öğrencilerle sınıf içi aktiviteleri birlikte yürütmüşlerdir.

### 2.2. Verilerin Toplanması

Problem kurma, matematiksel durumların keşfi, muhakeme etme, matematiksel fikirlerin sözlü veya yazılı olarak nasıl ifade edildiği ve kavramların anlaşılmasına yönelik önemli ipuçlarını içerir (Dickerson, 1999; Stoyanova, 2003; Van den Heuvel Panhuizen, Middleton, & Streefland, 1995). Bu nedenle, problem kurma kavramsal ve işlemsel öğrenmenin bir uygulama alanı olarak düşünülebilir ve bir değerlendirme aracı olarak kullanılabilir (Simon, 1993). Çalışmada, öğretmen adaylarına 4 tane çarpma ve 4 tanede bölme işlemi içeren toplam 8 maddeden oluşan "Problem Kurma Testi", veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Problem Kurma Testi'nde kesirlerde çarpmaya yönelik; bir basit kesir ile bir doğal sayının çarpımını, çarpanlardan birinin yarım kavramını temsil ettiği iki basit kesrin çarpımını, iki basit kesrin çarpımını ve bir tamsayı kesir ile bir basit kesrin çarpımını içeren işlemlere yer verilmiştir. Kesirlerde bölmeye yönelik ise; bir doğal sayının basit kesre bölümüne, bölünenin yarım kavramını temsil ettiği iki basit kesrin bölümüne, bölünenin çeyrek kavramını temsil ettiği iki basit kesrin bölümüne ve son olarak iki tam sayılı kesrin bölümüne yönelik işlemlere yer verilmiştir. Testte yer alan her bir soruda, adaylardan verilen işlemle çözülebilecek (çözümü bu işlemi gerektiren) ilköğretim seviyesindeki öğrencilere yönelik problem kurmaları istenmiştir. Eğer bir problem cümlesi oluşturmakta zorlanırlarsa cevabı boş bırakmaları önerilmiştir.

### 2.3. Verilerin Analizi

Problem Kurma Testi'den elde edilen veriler, betimsel veri analizine uygun olarak her bir soruya yazılan cevapların ayrıntılı olarak analizinden elde edilmiştir. Kurulan her bir problem cümlesi kelime kelime dikkatlice okunmuş, verilen işlemlerdeki kesir sayılarına yüklenen anlam ve problemin tamamına yüklenen anlam boyutlarıyla kodlanarak sınıflandırılmaya çalışılmıştır. Sınıflama sonunda aynı anlamı içerdiği düşünülen problemler alt kategorilere ayrılmıştır. Bu kategoriler ve bu kategorilere ait yanıtlara bulgular kısmında yer verilmiştir. Verilen işlemlerle çözülemeyen ve analiz için yeterince anlaşılır olmayan problem cümleleri ise "Yanlış ifadeler" kategorisinde değerlendirilmiştir. Analizler sonucunda oluşturulan kategoriler, frekans tablolarına dönüştürülerek bulgular kısmında sunulmuştur.

## 3. BULGULAR VE YORUMLAR

### 3.1. Kesirlerde Çarpmaya Yönelik Bulgular

Öğretmen adaylarının bir kesir ile bir doğal sayının çarpımına yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1: “ $\frac{2}{5} \times 6$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Tekrarlı toplama</b>	<b>43</b>	<b>33.86</b>
<b>Bütünü 6 birim olarak düşünüp 2/5’ini bulma</b>	<b>29</b>	<b>22.83</b>
<b>Alıştırma şeklinde olanlar</b>	<b>12</b>	<b>9.45</b>
<b>Birim kargaşası</b>	<b>8</b>	<b>6.30</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>31</b>	<b>24.41</b>
<b>Boş</b>	<b>4</b>	<b>3.15</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 1’deki verilerden, öğretmen adaylarının verilen işleme yönelik yazdıkları problem cümlelerinde çoğunlukla *tekrarlı toplama*ya odaklandıkları görülmektedir. Çarpmanlardan birinin doğal sayı olmasının, kurulan problemlerde çarpmanın tekrarlı toplama anlamına odaklanılmasının nedeni olarak düşünülebilir. Bu kategoride adaylar genel olarak, “*bir bütünün 2/5’ini 6 kez kullanma*” anlamındaki problemlere yer vermişlerdir. Bunun yanı sıra adayların, çarpmanın değişme özelliğinden yararlanarak “*bütünü 6 birim olarak düşünüp, bütünün 2/5’ini bulmaya yönelik*” problemler de kurmuşlardır. “*6 metre kumaşın 2/5’ini kullanmak*”, “*6 TL’nin 2/5’ini harcamak*”, “*6 dönümlük tarlanın 2/5’ini sürmek*” vb. ifadeler bu kategoride görülen örneklerdir.

Buna karşın “*yanlış ifadeler*” kategorisindeki yanıtlarda, “*Bütün; çokluk olarak düşünülmüş ve bütünün 2/5’inin 6 katı*” bulunmaya çalışılmıştır. Bu açıdan bakıldığında, verilen işlemin sonucunda, bütüne karşılık gelen çokluktan daha büyük bir çokluk ortaya çıkmaktadır. Bu durum bazı adaylar tarafından verilen yanıtlarda göz ardı edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının ise sadece verilen işleme odaklandıkları ve işlemin sonucunun probleme yansımaları ihmal ettikleri görülmüştür. Bir adayın bu durumu örnekleyen yanıtı, “*Ayşe’nin 10 TL’si vardır. Parasının 2/5’i ile kalem alıyor. Bir kalem fiyatının 6 katına da defter alıyor. Ayşe kalem ve deftere ne kadar para ödemiştir?*” şeklindedir. Problem cümlesinde, defter ve kaleme ödenen toplam para Ayşe’nin cebindeki 10 TL’den daha fazladır. Bu durum göz önüne alındığında, cebindeki 10 TL ile bir defter ve bir kalemin toplam fiyatı olan 28 TL’lik alışveriş mümkün görünmemektedir. Bu kategorideki bir diğer örnek ise “*Ali, pazardan aldığı 100 tane yumurtanın 2/5’inin 6 katını kırmıştır. Geriye kaç yumurtası kalmıştır?*” şeklindedir. Çarpmanlardan birinin kesir sayısı olmasının, yapılan çarpma işleminin sonucunu küçülteceği düşüncesi, yapılan bu hata türünün nedeni olarak düşünülebilir.

Bazı adayların yazdıkları problem cümlelerinde birim kargaşası yaşadıkları görülmüştür.

Verilen işlemin sonucu,  $\frac{12}{5}$  bileşik kesri veya  $2\frac{2}{5}$  tam sayılı kesridir. Buna karşın yazılan problemlerde yaşanan birim kargaşasından dolayı, işlemin sonucu bu kesir sayılarından farklı çıkmaktadır. Bir adayın bu durumu örnekleyen yanıtı, “*Ezgi yürüyüş parkurunu 2/5 saatte tamamlamaktadır. Ara vermeden bu parkuru 6 kez yürütmesi kaç dakika sürer?*” şeklindedir. Problemin son kısmı dikkate alındığında, cevap 144 dakikadır. Sonucun yorumlanması anlamında matematiksel bir hata olmamasına rağmen, verilen işleme odaklanıldığında, problemde  $\frac{2}{5}$  ile 6’nın çarpımından öte 24 dakika ile 6’nın çarpılması eğilimi ön plana çıkmaktadır.

**Tablo 2: “ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Yarımın 1/6’sını bulma</b>	<b>84</b>	<b>66.14</b>
<b>Alıştırma şeklinde olanlar</b>	<b>11</b>	<b>8.66</b>
<b>Bölme ile karıştırmak</b>	<b>5</b>	<b>3.94</b>
<b>Birim kargaşası</b>	<b>4</b>	<b>3.15</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>20</b>	<b>15.75</b>
<b>Boş</b>	<b>3</b>	<b>2.36</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Öğretmen adaylarının iki basit kesrin (kesirlerden biri yarım kavramını temsil etmektedir) çarpımına yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 2’de verilmiştir. Tablo 2 incelendiğinde, adayların yaklaşık üçte ikisi yazdıkları problem cümlelerinde “1/2’ye yarım anlamı yükleyerek, yarımın 1/6’sını bulmaya” odaklanmışlardır. Yarım kavramının günlük hayatta sıkça kullanılmasının, karşılaşılan bu durumun nedeni olduğu düşünülebilir. Buna karşın adayların yaklaşık %16’sı verilen işleme yönelik problem kurmada başarılı olamamışlardır. “yanlış ifadeler” kategorisinde yer alan yanıtlar, işlem olarak 1/2 ile 1/6 kesir sayılarının çarpımını içermesine rağmen, taşıdığı anlam itibarıyla amaca uygun değildir. Bazı adayların bu durumu örnekleyen yanıtları, “Bir pasta önce ikiye bölünüyor. Sonra bu parçalar 6 eşit parçaya bölünüyor. Pastanın tamamı kaç parçaya bölünmüştür?”, “1 litre sütün yarısı pasta yapımı için bir kaba alınıyor. Pastanın yapımı sırasında da sütün 1/6’sı dökülüyor. Kalan süt ne kadardır?” şeklindedir. Birinci problemde, bölünmeler sonucunda oluşan her bir parçanın pastanın ne kadarı olduğu, ikinci problemde ise dökülen sütün miktarı sorulmuş olsaydı, verilen işlem göz önüne alındığında problem cümlelerde doğru olarak değerlendirilebilecekti. Buna karşın, pastanın tamamının kaç parçaya ayrıldığı ve kalan sütün miktarının sorulması, verilen işlemlerle örtüşmemektedir. Başka bir aday tarafından yazılan “Ahmet Dede’nin iki çocuğu vardır. Ahmet Dede ölünce mirası iki çocuğuna eşit olarak paylaşılıyor. Ahmet Dede’nin çocuklarından birinin 6 tane çocuğu olduğuna göre bu çocuklara mirasın toplam ne kadarı düşer?” şeklindeki problem cümlesi ise verilen işleme yönelik farklı bir boyutu ortaya çıkarmaktadır. Eğer her bir çocuğa düşen miras miktarı sorulsaydı, verilen işleme uygun bir problem olarak düşünülebilirdi. Ancak çocuklara düşen toplam miras miktarının cevabı, zaten problem içinde verilmiştir ve mirasın yarısı kadardır. İlk iki problem örneğinde adayların verilen işlemi karşılayacak soru kökünü oluşturamadıkları, üçüncü örnekte ise cevabı problem cümlesi içerisinde verdikleri görülmektedir. Ayrıca bu kategorideki örneklerden adayların, iki basit kesrin çarpımı sonucunun, çarpanlardan daha küçük olması gerçeğini göz ardı ettikleri ve oluşan parça miktarlarının sayısını ön plana çıkardıkları söylenebilir.

Öğretmen adaylarının iki basit kesrin çarpımına yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 3’te verilmiştir.

**Tablo 3: “ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Çokluğun 2/3’ünün 4/5’ini hesaplama</b>	<b>40</b>	<b>31.50</b>
<b>Bir bütünü 2/3’ünün 4/5’ini hesaplama</b>	<b>36</b>	<b>28.35</b>
<b>Alıştırma şeklinde olanlar</b>	<b>7</b>	<b>5.51</b>
<b>Alan hesaplama</b>	<b>6</b>	<b>4.72</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>29</b>	<b>22.83</b>
<b>Boş</b>	<b>9</b>	<b>7.09</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 3’e göre, adaylar en fazla “çokluğun 2/3’ünün 4/5’ini hesaplama” şeklinde problemler kurmuşlardır. Bu tür problemlerde bütün, çokluk olarak temsil edilmiş ve bu çokluğun 2/3’ünün 4/5’i bulunmaya çalışılmıştır. Yanıtlarda, bütünü temsil eden çokluk olarak “30 kişilik bir sınıf”, “60 TL”, “3 km.lik yol” vb. ifadelerle yer verilmiştir. Bunun yanında, “bir bütünü 2/3’ünün 4/5’ini hesaplama” kategorisinde yer alan problemlerde ise bütün; “bir top kumaş, bir yaş pasta, 1 litre süt” vb. olarak temsil edilmiştir.

“yanlış ifadeler” kategorisinde yer alan yanıtlarda yapılan hataların, genel olarak ikinci kesir sayısının uygulanacağı çokluğu ifade edememe üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Bazı adayların bu durumu örnekleyen yanıtları, “Bir çiftçi tarlasının 2/3’ünü sürmüş, 4/5’ine buğday ekmiştir. Buğday ekili kısım tarlanın kaçta kaçtır?”, “120 sayfalık bir kitabın ilk gün 1/3’ünü okuyan Mine, ikinci gün kalan sayfaların 4/5’ini okuyor. Mine toplam kaç sayfa kitap okumuştur?” şeklindedir. Problemler incelendiğinde, birinci örnekte cevap 4/5 olup, problem cümlesinde verilmiştir. Bu örnekte, tarlanın

2/3'ü sürüldükten sonra, sürülen bu kısma 4/5 kesrinin uygulanması gerektiği ifade edilememiştir. Problemi okuyan kişinin buğdayın, sürülen kısma ekileceği öngörüsüyle sonuca ulaşabileceği düşünülebilir. İkinci örnek için de benzer bir yorum yapmak mümkündür. Birinci gün kitabın 1/3'ü okunduğunda, geriye kitabın 2/3'ü kalır. Kalan sayfaların 4/5'i ifadesi, 2/3 ile 4/5 kesirlerinin çarpımını gerektirir. Ancak soru kökünde, okunan toplam sayfa sayısının sorulması çarpma ile birlikte toplama işlemi de getirmektedir. Dolayısıyla yazılan problem cümlesi, verilen işlemi tam olarak karşılamamaktadır.

Bir tam sayılı kesir ile bir basit kesrin çarpımına yönelik kurulan problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 4'te sunulmuştur.

**Tablo 4: “ $1\frac{1}{4}x\frac{1}{5}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Bir bütün ve bir çeyreğin 1/5'ini bulma</b>	<b>39</b>	<b>30.71</b>
<b>Oranlama yapma</b>	<b>9</b>	<b>7.09</b>
<b>1/4'e sayısal bir değer verme</b>	<b>4</b>	<b>3.15</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>47</b>	<b>37.00</b>
<b>Boş</b>	<b>28</b>	<b>22.05</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 4'e göre, “yanlış ifadeler” kategorisinde yer alan yanıtlar ilk sırada yer almaktadır. Bu kategoride yer alan yanıtların yüzdeler oranı dikkate alındığında, adayların diğer kesir çarpımlarına göre, tam sayılı kesir ile basit kesrin çarpımına yönelik problem kurmada daha fazla güçlük yaşadıkları söylenebilir. Yaşanan güçlüğü odağında, bütünden daha büyük bir miktarı temsil eden tamsayı kesre anlam yüklenememesi yer almaktadır. Bir adayın bu durumu örnekleyen yanıtı, “Ahmet'in 200

TL parası vardır. Ahmet parasının  $1\frac{1}{4}$  'ünü arkadaşı Semih'e borç olarak veriyor. Semih bir süre

sonra aldığı borcun 1/5'ini Ahmet'e geri ödüyor. Semih'in ödediği para, borcunun ne kadarıdır?”

şeklinde. Problemin çözümü için verilen iki kesir sayısının çarpımı gerekmektedir. Ancak, 200 TL'nin  $1\frac{1}{4}$  'ünün, başka bir ifadeyle 200 TL'den daha fazla bir miktarın borç olarak verilmesi,

mümkün görünmemektedir. Bu ve benzeri diğer yanıtlardan öğretmen adaylarının, kurdukları problemlerde tam sayılı kesrin bütünden büyük bir miktarı belirttiğini göz ardı ederek sadece işleme odaklandıkları söylenebilir. Başka bir ifadeyle parça-bütün ilişkisinin problem cümlelerine aktarılmasında güçlükler yaşandığı söylenebilir. Bunun yanında bazı yanıtlarda, tam sayılı kesre karşılık gelen çokluklarda kullanılan bütünlerin eş büyüklükte olması durumunu ihmal ettikleri

görülmüştür.  $1\frac{1}{4}$  'ü temsil edebilmek için eş büyüklükteki 2 bütüne ihtiyaç vardır. Buna karşın bazı

öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde “eş büyüklükteki” ifadesine yer vermedikleri, kullandıkları bütünlerin problemi okuyanlar tarafından da eş büyüklüğe sahip bütünler olarak anlaşılacağı öngörüsünde buldukları düşünülebilir. Hizmet içi dönemde sınıf ortamında bu tür problem cümlelerine yer verilmesinin öğrencilerde kesirlerle ilgili eş parçalanmaya yönelik kavram yanılgılarına zemin hazırlayabileceği söylenebilir.

### 3.2. Kesirlerde Bölmeye Yönelik Bulgular

Bir doğal sayının, basit kesir sayısına bölümüne yönelik kurulan problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 5'te sunulmuştur.

**Tablo 5: “ $3: \frac{3}{5}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Ölçme</b>	<b>65</b>	<b>51.18</b>
<b>Oranlama yapma</b>	<b>10</b>	<b>7.88</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>22</b>	<b>17.32</b>
<b>Boş</b>	<b>30</b>	<b>23.62</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 5 incelendiğinde, öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde, genel olarak “ölçme” (ardışık çıkarma) anlamına odaklandıkları görülmektedir. Adaylar bu kategorideki problemlerde, 3 birimlik çokluklar içerisinde  $3/5$  birimlik parçaların miktarını (sayısını) aramışlardır. Bazı adayların bu durumu örnekleyen yanıtları, “3 litrelik kola,  $3/5$  litrelik bardaklara servis yapılacaktır. Kaç bardağa ihtiyacımız vardır?”, “3 m uzunluğundaki kurdele  $3/5$  m uzunluğunda parçalara ayrılacaktır. Kaç parça kurdele elde edilir?” şeklindedir. Bazı adayların ise kurdukları problemlerde soru kökünü, “oranı nedir?” şeklinde bitirdikleri belirlenmiştir. Bu kategoride yer alan örnek bir problem, “Bir baba ve oğlu akşama kadar çalışarak tarlalarını sürüp bitirmişlerdir. Gün sonunda baba 3 dönüm, oğlu ise  $3/5$  dönümlük yer sürmüştür. Babanın sürdüğü kısmın, oğlunun sürdüğü kısma oranı nedir?” şeklindedir. Adayların problem cümlelerine ölçme anlamını aktarmada güçlük yaşamaları problemin soru kökünün oran üzerine kurulmasının nedeni olarak düşünülebilir.

“yanlış ifadeler” kategorisinde değerlendirilen yanıtlarda, genel olarak adayların birim kargaşası yaşadıkları görülmüştür. Bir adayın bu durumu örnekleyen yanıtı, “3 tarla,  $3/5$  dönümlük parsellere ayrılacaktır. Kaç parsel tarla elde edilir?” şeklindedir. Bu problemde 3 tarla ifadesinin, 3 dönümlük bir tarlayı mı yoksa, 3 tane tarlayı mı belirttiği açık değildir.

Öğretmen adaylarının iki basit kesrin (bölünen kesir sayısı yarım kavramını temsil etmektedir) bölümüne yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 6’da verilmiştir.

**Tablo 6: “ $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Ölçme</b>	<b>27</b>	<b>21.26</b>
<b>Oranlama yapma</b>	<b>18</b>	<b>14.17</b>
<b>Alıştırma şeklinde olanlar</b>	<b>12</b>	<b>9.45</b>
<b>Çarpma işlemi yardımıyla problem kurma</b>	<b>11</b>	<b>8.66</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>36</b>	<b>28.35</b>
<b>Boş</b>	<b>23</b>	<b>18.11</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 6 incelendiğinde, “yanlış ifadeler” kategorisindeki yanıtların oransal olarak en fazla olduğu görülmektedir. Bölünen ve bölünen kesir sayısı olmasının, öğretmen adaylarının problem kurmada yaşadıkları güçlükleri arttırdığı söylenebilir. Bu süreçte adaylardan beklenen, bütün yerine bütünün yarısı alınarak bölme işlemine ölçme anlamının yüklenmesiydi. Bu anlam yerine adayların yazdıkları problemlerde, “ $1/8$  yerine 8’e bölme” eğilimi göstererek eşit paylaşım anlamını ön plana çıkarmışlardır. Bazı adayların bu durumu örnekleyen yanıtları, “Yarım metrelik bir deri parçasından 8 küçük cüzdan dikilecektir. Her bir cüzdan için ne kadar deri gereklidir?”, “Esra bir yaş pastanın yarısını 8 arkadaşı ile eşit olarak paylaşıyor. Arkadaşlarının her birisine pastanın ne kadar düşer?” şeklindedir. Bazı adaylar ise vermiş oldukları yanıtlarda bölmeye oran anlamı yüklenmişlerdir. Oran anlamlı problemler genelde “Bir bütünün yarısının, sekizde birine oranı nedir?” şeklindedir. Bazı adayların ise problem kurma yerine, “ $1/2$ ’nin  $1/8$ ’e bölümünün sonucu nedir?” şeklindeki alıştırma tarzındaki sorulara yer verdikleri görülmüştür. Ayrıca bazı adayların ise, “Kazım bir ekmeğin  $1/2$ ’sini,

Elif ise  $1/8$ 'ini yemiştir. Kazım'ın yediği ekmek Elif'in yediği ekmeğin kaç katıdır?" şeklinde vermiş oldukları yanıtlarla çarpma işlemi üzerinden problem kurdukları belirlenmiştir.

İki basit kesrin (bölen kesir sayısı çeyrek kavramını temsil etmektedir) bölümüne yönelik kurulan problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7: “ $\frac{7}{8} : \frac{1}{4}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Ölçme</b>	<b>23</b>	<b>18.11</b>
<b>Oranlama yapmak</b>	<b>11</b>	<b>8.66</b>
<b>Çarpma işlemi ile karıştırmak</b>	<b>9</b>	<b>7.09</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>46</b>	<b>36.22</b>
<b>Boş</b>	<b>38</b>	<b>29.92</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 7'ye göre, “boş” ve “yanlış ifadeler” kategorilerinde verilen yanıtlar ilk iki sırada yer almaktadır. Burada verilen işlemin sonucu, diğer üç bölme işleminden farklı olarak doğal sayı yerine kesirli sayı çıkmaktadır. Bu bağlamda adayların, bölünene ve işlem sonucunda ortaya çıkan  $7/2$  bileşik kesir sayısına kurdukları problemlerde anlam yüklemeye daha fazla güçlük yaşamaktadırlar. Öğretmen adayları kurdukları problemlerde, bölen durumundaki  $1/4$ 'e doğal sayı anlamı yükleyerek, eşit paylaşım anlamına yönelmişlerdir. Bazı adayların bu durumu örnekleyen yanıtları, “Ayşe bir pastayı 8 eşit parçaya bölmüş ve 1 parçasını yemiştir. Kalan pastayı  $1/4$ 'e bölmüştür. Pasta kaç parçaya bölünmüştür?”, “80 tane şekerin  $1/8$ 'i yenmiştir. Kalan şekerleri  $1/4$ 'lik gruplara ayırmak istersek bir gruba kaç şeker düşer?” şeklindedir. İlk problemde pastanın  $1/4$ 'e bölünmesi, ikinci problemde ise şekerin  $1/4$ 'lük gruplara ayrılması,  $1/4$ 'ün kesir sayısı anlamını doğal sayı anlamına çevirme çabası olarak düşünülebilir. Bunun yanında bazı adayların verdikleri yanıtlardan,  $7/8$ 'i,  $1/4$  yerine  $4$ 'e bölmeye yöneldikleri de görülmüştür. Bu durumu örnekleyen bazı yanıtlar, “Bir bütünün  $7/8$ 'ini 4 eşit parçaya bölmek, kaç parça oluşacağını bulmak” şeklindedir.

İki tamsayılı kesrin bölümüne yönelik kurulan problemlerin kavramsal analizine ait bulgular Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8: “ $4\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$ ” İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerin Analizine Ait Bulgular**

Kategoriler	f	%
<b>Ölçme</b>	<b>18</b>	<b>14.17</b>
<b>Oranlama yapmak</b>	<b>14</b>	<b>11.02</b>
<b>Çarpma işlemi ile karıştırmak</b>	<b>5</b>	<b>3.94</b>
<b>Yanlış ifadeler</b>	<b>23</b>	<b>18.11</b>
<b>Boş</b>	<b>67</b>	<b>52.76</b>
<b>TOPLAM</b>	<b>127</b>	<b>100</b>

Tablo 8 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yarıdan fazlasının(%52,76) verilen işleme yönelik problem kuramadıkları, kurulan problemlerin %18'inin de “yanlış ifadeler” kategorisinde yer aldığı görülmektedir. “yanlış ifadeler” kategorisinde, adayların problemlerini ölçme anlamı üzerine inşa etmeye çalıştıkları, ancak birim kargaşasını aşamadıkları belirlenmiştir. Bir öğretmen adayının bu durumu örnekleyen yanıtı, “5 top kumaşın  $1/3$ 'ü satılmıştır. Bir müşteri kalan kumaşın tamamını satın alıyor. Müşteri, kumaşın  $1\frac{1}{6}$  metrelik kumaşlar halinde kesilerek paketlenmesini istiyor. Müşteriye kaç paket kumaş verilir?” şeklindedir. Problemde bir top kumaşın kaç metre olduğu belirgin değildir.



Yine “yanlış ifadeler” kategorisinde bazı adayların,  $1\frac{1}{6}$ ’yı bileşik kesre çevirdikten sonra, oluşan  $7/6$  kesrine sayısal bir anlam yüklemeye çalışarak problem kurdukları görülmüştür. Bir öğretmen adayının bu durumu örnekleyen yanıtı, “Ayşe pastaneden 4 bütün, bir tane de bütün pastanın üçte ikisini alıyor. Sonra her bir pastayı  $7/6$ ’ya bölerek dağıtıyor. Bir kişiye ne kadar pasta düşer?” şeklindedir. Problem kurgusuna göre, bir pastayı  $7/6$ ’ya bölmek kesirlerin parça-bütün ilişkisi çerçevesinde nasıl açıklanabilir? Bu bağlamda, sadece işleme odaklanılarak kavramsal boyutun göz ardı edildiği söylenebilir.

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma-bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizinin yapılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal düşünce yapıları, kurdukları problemler üzerinden irdelenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemine yönelik problem kurmada, kesirlerde çarpma işlemine yönelik problem kurmaya göre kavramsal düzeyde daha fazla güçlükler yaşadıklarına işaret etmektedir.

Kesirlerde çarpmaya yönelik kurulan problemlerde adayların, işlem ve sayılara anlam yüklemeye genel olarak başarılı oldukları görülmüştür. Bir doğal sayı ile bir basit kesrin çarpımında, “tekrarlı toplama” şeklindeki problem kurgularını daha fazla tercih etmişlerdir. İki basit kesrin çarpımında, “ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$ ” işlemine yönelik, çokluğu belirtmeden “bütünün yarısının  $1/6$ ’sını bulma”,

“ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ” işlemine yönelik ise “çokluğun  $2/3$ ’ünün  $4/5$ ’ini hesaplama” odaklı problemler kurdukları belirlenmiştir. Kavramsal açıklmaları benzer olmasına rağmen, ikinci çarpma işlemine yönelik “bütünün  $2/3$ ’ünün  $4/5$ ’ini hesaplama” odaklı problemlere ikinci sırada yer almıştır. İlk işlemde, “ $1/2$ ” kesrinin sözel olarak “yarım” kavramı ile ifade edilmesinin, problem kurulumlarında adaylara bütün kavramını çağrıştırdığı düşünülebilir. Bunun yanı sıra,  $2/3$ ’e göre, “ $1/2$ ” kesrine karşılık gelen “yarım” kavramının günlük yaşamda sıklıkla yer almasının, adaylara problemin sözel ifadesini oluşturmada kolaylık sağlayabileceği de bir diğer etken olarak düşünülebilir. Buna karşın adaylarının çarpanların birinin tamsayı kesir olduğu duruma yönelik problem kurmada, güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir.

Bu süreçte yaşanan güçlüklerin odağında,  $1\frac{1}{4}$  tam sayılı kesrine problem içinde anlam yüklenememesinin yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca bir doğal sayı ile kesir sayısının çarpımına yönelik problem kurma sürecinde, işlem sonucunu göz ardı ederek sadece işleme odaklandıkları, dolayısıyla da kurulan problemlere parça-bütün ilişkisini aktaramadıkları tespit edilmiştir. Basit kesirlerin çarpımına yönelik problem kurma sürecinde adayların, başlangıçta alınan bütün veya çokluğa birinci kesri uyguladıktan sonra, oluşan yeni kısma ikinci kesir sayısının uygulanmasını gerektiren ifadeyi problem cümlesine aktaramadıkları belirlenmiştir. Basit kesirlerde çarpmaya yönelik ulaşılan bir diğer sonuç ise, adayların çarpım sonucunun çarpanlardan daha küçük olması gerçeğini göz ardı ederek, çarpım sonucunda oluşan parça sayısını bulmayı amaçlayan problemler kurmalarındadır. Adayların çoğunlukla doğal sayı problemleri ile karşılaşmalarından dolayı problem kurarken “çarpma sonucu büyütür” algısının etkisinde kalmış olabilecekleri düşünülebilir. Ulaşılan bu sonuçların temelinde genel olarak kesrin kavramsal anlamı ve miktar belirtme özelliğinin göz ardı edilmesinin yer aldığı söylenebilir (Armstrong, & Bezuk, 1995; Mack, 1998; Pagni, 1998).

Kesirlerde bölme işlemine yönelik kurulan problemler, adayların genel olarak işlem ve sayılara anlam yüklemeye güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Bölünenin doğal sayı olması durumunda, adayların sıklıkla “ölçme” anlamını yansıtan problem cümlelerine yer verdikleri görülmüştür. Buna karşın, bölünen ve bölenin kesir sayısı olduğu durumlarda, adayların kurdukları problemlerde ölçme anlamını oluşturmada güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Kurulan problemlerde adayların, bölen

kesir sayısına doğal sayı anlamı yükleme eğiliminde olmaları, problem cümlelerinde eşit paylaşım anlamına yoğunlaştıklarını göstermektedir. Buna karşın kesirlerde bölme işlemi için ölçme anlamı, eşit paylaşım anlamına göre daha uygundur (Ball, 1990; Ma, 1999; Simon, 1993; Van de Walle, 2004). Yapılan araştırmalarda, öğrenci ve öğretmenlerin bir bölme problemi ile karşılaştıklarında başvurdukları ilk modelin eşit paylaşma modeli olduğu belirtilmektedir (Graeber, Tirosh, & Glover, 1989; Tirosh, & Graeber, 1991; Ball, 1990; Simon, 1993). Öğretmen adaylarının yazmış oldukları problemlerde eşit paylaşım modeline yönelmeleri, bu araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Öğretmen adayları, bölünen kesir sayısını, bölen durumundaki kesrin paydasındaki sayıya bölme eğilimindeki problemler kurdukları belirlenmiştir. Ulaşılan bu sonuç farklı araştırmacılar tarafından yapılan çalışmaların sonuçlarını desteklemektedir (Ball, 1990; Borko ve diğ., 1992; Ma, 1999). Adaylar, kesirlerde bölmeye yönelik problem kurmada en fazla güçlüğü tam sayılı iki kesrin bölümünde yaşamışlardır. Bu süreçte adayların bölen durumundaki tamsayı kesri bileşik kesre çevirerek, bütünden daha büyük olan bileşik kesre birim anlamı yüklemeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Ayrıca adayların kurdukları problemlerde, bölme işlemi çarpma işlemi ile karıştırdıkları, oranlama yaparak problem kurmaya çalıştıkları ve kesir sayılarındaki birimler konusunda da güçlük yaşadıkları belirlenmiştir.

Kesirlerde çarpma ve bölmeyle ilgili ulaşılan bu sonuçlar, öğretmen adaylarının kesir ve kesir işlemlerinin kavramsal boyutunda sıkıntılarının olduğuna işaret etmektedir. Yukarıda tartışılan kavramsal sorunlar, son sınıf öğrencisi olan ve çok yakın bir zamanda sınıftaki öğretim faaliyetlerine yön verecek öğretmen adaylarında gözlenmiştir. Bu anlamda öğretmen adaylarının kesir ve kesirlerde çarpma-bölme kavramlarına yönelik yaşadıkları kavramsal sorunların bilinmesi önemlidir. Eğer araştırma, kesir sayılarıyla ilgili problemler verilir, problemin çözümü ve sonucun bulunmasına yönelik olarak yapılsaydı, büyük olasılıkla öğretmen adayları, problemleri çözerek, doğru sonucu bulabileceklerdi. Böylesi bir uygulamada öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili algı ve muhakemeleri hakkında çok fazla fikir sahibi olunamayacak, sadece işlemsel bilgileri ve problem çözme becerileri test edilmiş olacaktır.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2006), matematik ile ilgili kavramların gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirilmesi vurgulanmaktadır. Matematiksel kavramların gerçek yaşam ile ilişkilendirilmesi sürecinde ise problemler önemli yere sahiptir. Öğretmenler tarafından kurulan problemlerin, öğrenciler için bir model oluşturacağı düşünülebilir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kavramsal düşünmedeki eksiklikleri hizmet içi dönemde de devam ettirmeleri, öğrencilerinin de benzer hata ve yanlışları sergilemelerine zemin hazırlayabilecektir. Bu çalışmanın sonuçları, gelecekte sınıf içi öğretim faaliyetlerinde problem kuracak ve öğrencilerinin kurduğu problemleri değerlendirecek olan öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kavramsal eksikliklerinin giderilmesi gerekliliğine işaret etmektedir. Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma-bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizinin yapıldığı çalışmada görülen eksikliklerin nedenlerini ortaya koyabilmek için nitel araştırmalar yapılabilir. Bu çalışma ve yapılabilecek diğer çalışmaların sonuçları dikkate alınarak öğretmen adaylarında görülen kavramsal eksikliklerin giderilmesine yönelik farklı öğretim etkinlikleri tasarlanabilir.

## KAYNAKLAR

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Eds.) *Proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social challenges, Issues and approaches*, (Vol. II, PP.1-8), Cairo, Egypt.
- Akay, H. (2006). Problem Kurma Yaklaşımı İle Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarısı, Problem Çözme Becerisi ve Yaratıcılığı Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375-380.
- Armstrong, B.E., & Bezuk, N. (1995). Multiplication and division of fractions: The search for meaning. In J. Sowder & B.P. Schappelle (Eds), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*(pp.85-119). Albany, NY:State University of New York Press.

- Arcavi, A. (2003). A role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), 215-241.
- Azim, D.S. (1995). Preservice elementary teachers' understanding of multiplication with fractions. Unpublished doctoral dissertation, Washington State University.
- Ball, D.L. (1990). Pre-service elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 132-144.
- Behr, M.J., Wachsmuth, I., Post, R.T. (1985). Construct a sum: A measure of children's understanding of fraction size. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (2), 120-131.
- Bezuk, N.S., & Bieck, M. (1993). Current research on national numbers and common fractions: Summary and implications for teachers. In D.T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom-Middle grades mathematics* 118-136. New York:Macmillan.
- Booker, G. (1998). Children's construction of initial fraction concepts. In *Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Stellenbosh, South Africa, 2, 128-135.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D., & Agard, P.C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novices and their instructors give up too easily?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (3), 194-222.
- Cankoy, O., & Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11-24.
- Carraher, D.W., & Schliemann, A.D. (1991). Children's understanding of fractions as expressions of relative magnitude. In F. Fringhetti (Ed.) *Proceedings of the Fifteenth PME Conference*, Asisi, Italy, Vol 1, 184-191.
- Cluff, J.J. (2005). *Fraction multiplication and division Image change in pre-service Elementary teachers*, Master of Arts, Brigham Young University.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11, 395-415.
- Davis, E.G. (2003). Teaching and Classroom experiments dealing with fractions and proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 107-111.
- Dickerson, V.M. (1999). *The Impact of Problem-posing instruction on the mathematical Problem Solving achievement of seventh-graders*. Unpublished doctoral dissertation, Emory University, Umi Microform 9931793.
- Dorgan, K. (1994). What textbooks offer for instruction in fraction concepts. *Teaching Mathematics*, 1 (3), 150-155.
- Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D., & Agard, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for research in Mathematics Education*, 24, 8-40.
- Fishbein, E., Deri, M., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.
- Graeber, A., Tirosh, D., & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 95-102.
- Hart, K.M. (1987). Practical work and formalisation, too great a gap. In J.C.Bergeron, N. Herscovics, C. Kieran. *Proceedings of the Eleventh International Conference Psychology of Mathematics Education (PME XI)*, Vol II, 408-415. Montreal.
- Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (1), 71-87.
- İşiksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions*. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Turkey.
- Keijzer, R., & Terwel, J. (2003). Learning for mathematical insight: A longitudinal comparative study on modelling. *Learning and Instruction*, 13, 285-304.
- Krach, M. (1998). Teaching Fractions using manipulatives. *Ohio Journal of School Mathematics*, 37, 16-23.
- Lubinski, C.A., Fox, T., & Thomason, R. (1998). Learning to Make Sense of Division of Fractions: One K-8 Pre-service Teacher's Perspective. *School Science and Mathematics*, 98 (5), 247-253.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Erlbaum: Mahwah, NJ.
- Mack, N.K. (1990). Learning fractions with understanding building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (1), 16-32.
- Mack, N. K. (1998). Building a foundation for understanding the multiplication of fractions. *Teaching Children Mathematics*, 5 (1), 34-38.
- McMillan, J.H., & Shumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7 th edition), London: Pearson.
- MEB (2006). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu 6. sınıf*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

- Nagle, L. M., & McCoy, L. P. (1999). *Division of fractions: procedural versus conceptual knowledge*. In McCoy, L. P. (Ed.), *Studies in teaching: 1999 research digest*. Research projects presented at annual Research Forum (Winston-Salem, NC), pp.81-85. ERIC Document Reproduction Service No. ED 443 814.
- Olive, J. (1999). From fractions to rational numbers of arithmetic: a reorganization hypothesis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1 (4), 279-314.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*, Ankara: Anı yayıncılık.
- Pagni, D. (1998). Giving meaning to multiplication and division of fractions. *Ohio Journal of School Mathematics*, 54 (4), 11-13.
- Sharp, J., & Adams, B. (2002). Children's constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. *The Journal of Educational Research*, 95 (6), 333-347.
- Siebert, D. (2002). Connecting Informal Thinking and Algorithms: The Case of Division of Fractions. In Litwiller, B., & Bright, G. (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions*, Reston, VA: NCTM.
- Simon, M.A. (1993). Pre-service elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 233-254.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationship: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (5), 472-494.
- Sinicrope, R., Mick, H. W., & Kolb, J. R. (2002). Interpretations of Fraction Division. In Litwiller, B. & Bright, G. (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions*, Reston, VA: NCTM.
- Steffe, P.L. (2002). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 267-307.
- Stickles, P. R. (2006). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. Unpublished doctoral dissertation, Indiana University.
- Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem-posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59 (2), 32-40.
- Streefland, L. (1982). Subtracting fractions with different denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13 (3), 233-255.
- Thompson, A.G. (1993). Quantitative reasoning, complexity and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25 (3), 165-208.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing Pre-service Teachers' Knowledge of Children's Conceptions: The Case of Division of Fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (1), 5-25.
- Tirosh, D., & Graeber, A. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics*, 91, 157-163.
- Toluk, Z., & Middleton, J.A. (2004). The development of children's understanding of quotient: A teaching experiment. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 5 (10). Online:<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm> adresinden 09.02.2009 tarihinde alınmıştır.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25 (1), 166-175.
- Tzur, R., & Timmerman, M. (1997). Why do we invert and multiply? Elementary teacher's struggle to conceptualize division of fractions. In J.A. Dosey, J.O. Swafford, M. Parmantie & A.E.Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19<sup>th</sup> Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol:2, 553-559.
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics* (fifth edition). Virginia: Commonwealth University press.
- Van den Heuvel Panhuizen, M., Middleton, J. A., & Streefland, L. (1995). Student generated problems: Easy and difficult problems on percentage. *For the Learning of Mathematics*, 15 (3), 21-27.
- Zembat, İ.Ö. (2007). Working on the same problem-Concepts; With the Usual Subjects Pre-service Elementary Teachers, *Elementer Education Online*, 6 (2), 305-312. Online:<http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 08.01.2008 tarihinde alınmıştır.

### Extended Abstract

The concept of fractions and operations on fractions heads the list of mathematical subjects which are very difficult for students to comprehend (Dorgan, 1994). Many studies have indicated that students have difficulty in understanding the concept of fractions at every class level (Aksu, 1997; Behr, Wachsmuth, & Post, 1985; Booker, 1998; Davis, 2003; Hart, 1987; Hasemann, 1981; Thompson, 1993). The main reason for these difficulties arises from the structure of fractions and the methods used to teach them (Aksu, 1997; Booker, 1998).

In the related literature, there are findings showing that pre-service teachers' problem posing skills will be very effective in their future students' mathematical performances and their success in understanding of mathematics during in-service period (Abu-Elwan, 1999; Crespo, & Sinclair, 2008; Stickles, 2006; Stoyanova, 2003). Lubinski, Fox and Thomason (1998) stated that conceptual formation of fractions in pre-service teachers would be significant in teaching their students the concepts. When viewed from this aspect, it is significant to determine the conceptual understanding of pre-service teachers in problem posing about multiplication and division in fractions. If there is a lack of knowledge about conceptual understanding, this will light to education in improving problem posing skills about multiplication and division in fractions. In this context, it was aimed to analyze conceptually the problems posed about multiplication and division in fractions by the elementary mathematics pre-service teachers.

127 pre-service teachers studying in the department of elementary education in mathematics in education faculty of a state university in Eastern Anatolia of Turkey participated to this study. A "Problem Posing" test constituting of 8 questions, which was composed of four division and four multiplication questions, were used as a data gathering tool. In each question of the test, pre-service teachers were required to form a problem which necessitates the given operation and appropriate to elementary school students' level. Data from Problem Posing Test were gathered through a detailed analysis of answers of each item. Each problem sentence posed were read word by word, data were coded under meaning given to fraction in operations and meaning given to description of problem dimensions. As a result of this classification, sub-categories were formed from problems which were thought to have the same meaning.

Results of this study indicated that pre-service teachers had more difficulties in problem posing about division of fractions than in problem posing about multiplication of fractions in the conceptual level. Findings showed that pre-service teachers were generally successful in giving meaning to operations and numbers in problems posed about multiplication of fractions. In multiplication of a natural number and a simple fraction, pre-service teachers tended to choose "iterative addition" type of problem fictions. During multiplication of a natural number and a fraction problem posing process, it was found that they focused on operation without considering result of the operation; as a result, they could not transfer part-whole relation to problems posed. In problems about multiplication of simple fractions, it was determined that after pre-service teachers applied first fraction to whole or fullness, they could not transfer this to new part by second fraction in problem sentence. Another finding about multiplication of simple fractions is; pre-service teachers ignored that product is less than multipliers and they tried to pose problems trying to find number of parts as a result of this multiplication. In the findings reached, it was seen that conceptual meaning and quantification property of fractions are ignored (Armstrong, & Bezuk, 1995; Mack, 1998; Pagni, 1998).

Problems posed appropriate to division of fractions indicated that pre-service teachers generally had difficulties in giving meaning to operation and numbers. They often gave place to problems which had "measurement" meaning in itself when there was a natural number as a dividend. In spite of this, when the dividend and divisor were fractions, pre-service teachers had difficulties in constituting measurement meaning in problems posed. In problems posed by pre-service teachers, they tended to give divisor in fraction form the natural number meaning, this indicates that in problem sentences they concentrated on equal sharing. In spite of this, measurement meaning for division of fractions is appropriate to equal sharing meaning (Ball, 1990; Ma, 1999; Simon, 1993; Van de Walle, 2004). In research realized, students and teachers in division problems firstly apply equal sharing models (Graeber, Tirosh, & Glover, 1989; Tirosh, & Graeber, 1989; Ball, 1990; Simon, 1993). The result about the tendency in problems posed by pre-service teachers to equal sharing model is parallel to the research results. Pre-service teachers tended to pose problems necessitating division of dividend fraction by denominator of divisor fraction. This result is supported by various researchers (Ball, 1990; Borko, and et. al., 1992; Ma, 1999). Pre-service teachers had problems at most in division of two mixed fractions. In this process, it was determined that pre-service teachers converted mixed fraction to improper fraction and they tried to give unit meaning to improper fraction which is greater than a whole.