



MATEMATİKSEL ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ ÜZERİNE BİR TARTIŞMA VE KAVRAMSAL BİR ÇERÇEVE ÖNERİSİ

A DISCUSSION ON MATHEMATICS LEARNING TASKS AND A CONCEPTUAL FRAMEWORK PROPOSAL

Işıkhan UĞUREL*, Esra BUKOVA-GÜZEL**

ÖZET: *Etkinlik* kavramı ülkemizde yeniden yapılandırılan ve uygulanmakta olan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (OMDÖP)'nda merkezi yere sahiptir. Etkinlik kavramının daha iyi anlaşılması için OMDÖP, yurtiçi ve yurtdışı matematik eğitimi alan yazını perspektifinden örnekleri ile birlikte ele alınarak sezgisel ve kavramsal olarak tartışılması yararlı olacaktır. Bu çalışmanın amacı, OMDÖP perspektifinden etkinliğin kavramsal algılanışı ve etkinliklerin yapısını, örneklerini, çeşitlerini irdelemek ve sonucunda yazarların perspektifinden bir sınıflandırmaya ulaşarak etkinlik kavramına yönelik bir tartışma, araştırma ve inceleme alanının doğmasına öncülük etmektir. Çalışmada matematik öğreniminde etkinlik kavramına ilişkin yapılan tanımlamalara yer verilmiş ve matematiksel öğrenme etkinliklerine yönelik bir sınıflandırmaya gidilmiştir. Bu bağlamda izomorfik etkinlik, izdüşümsel etkinlik, lineer ve bileşke etkinlik olarak yapılan 4 kategorideki sınıflandırmanın her kategorisine yönelik özellikler ve örnekler sunulmuştur. Söz konusu çalışmanın matematik öğrenimine ve matematik öğretmenlerine yararlı olacağı düşünülmektedir.

Anahtar sözcükler: Etkinlik, matematiksel öğrenme etkinliği, matematiksel öğrenme etkinliği çerçevesi.

ABSTRACT: Tasks have a central role and important applications in the recently restructured High School Mathematics Teaching Curriculum (HSMTC) which has been implemented in Turkey. To be better understood the task HSMTC should be discussed intuitively and conceptually in terms of the national and international literature about mathematics education by handling it with its samples. The purpose of this study is to examine the conceptual understanding of activities, and the structure of various types of activities, and their applications in terms of the HSMTC's perspective in order to generate a discussion and research environment, and reach a classification from the authors' perspectives. In this study, definition of "task" followed by a classification in relation to mathematics learning is given. In this context, the characteristics and examples of classification are presented as isomorphic, projective, linear and composite task. It is expected that the study will guide mathematics teachers in the improvement of mathematics learning.

Keywords: Task, mathematical learning task, a framework of mathematical learning task.

1. GİRİŞ

Eğitim sistemlerinde yapılan reform denemelerinin son dönem örneklerinden biri öğretim programlarındaki değişimdir. Söz konusu değişim yapılandırmacı yaklaşım üzerinde şekillenmekte ve bu yaklaşım matematik dersleri için genel kuramsal çerçeve olarak ifade edilmektedir. Bu çerçeve doğrultusunda matematik dersi öğretim programlarına bakıldığında yeni öğretim programlarının önceki programlardan oldukça farklı olduğu (Ersoy, 2006: 31) belirtilmektedir. Genel yapısı ile yeni matematik dersi öğretim programlarının; ne öğrenileceği, bunların nasıl öğrenileceği ve öğrenilenlerin nasıl ölçüleceği sorularının hepsine yanıt vermeyi hedeflemesi nedeniyle Türkiye'de yapılmış en kapsamlı öğretim programları olduğu söylenebilir. Öğretim programlarının hazırlanış ve uygulama çalışmaları beraberinde bilimsel ve akademik alanın refleksini doğurmuş ve bu süreci önemli bir araştırma alanı haline getirmiştir. Literatüre bakıldığında programların yapısı, hazırlanış biçimi, uygulamaya aktarımı ve uygulamaların ilk dönütlerine yönelik çok sayıda akademik çalışmaya rastlamak mümkündür. Bunlardan bazıları: Özdemir, (2005); Saylan ve Yurdakul, (2005); Hazır-Bıkmaz, (2006); Yapıcı ve Leblebicier, (2007); Umay ve ark, (2005); Orbeyi ve Güven, (2008) ve Yeni Öğretim Programlarını İnceleme ve Değerlendirme Raporu, (2005) biçiminde sıralanabilir. Yeni matematik öğretim programları üzerine yapılan araştırmalarda öne çıkan bazı konular; *sınıf öğretmenlerinin görüşleri, matematik öğretmen adayları ve öğretmenlerinin görüşleri, öğretmen adayları ve öğretmenlerin hazır bulunuşluk düzeyleri*

* Arş. Gör. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi, e-posta: isikhan.ugurel@deu.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi, e-posta: esra.bukova@deu.edu.tr

biçimindedir. Yapılan çalışmalarda öğretim programların önemli kavramlarından biri olan “etkinlik” kavramına yönelik kapsamlı bir araştırmaya rastlanmamaktadır. Çalışmalarda etkinliğin ne olduğuna ve örneklerine ayrıntılı biçimde değinilmemekte genelde matematik öğretmenleri ve öğretmen adayları tarafından etkinliğin nasıl algılandığına ilişkin bazı açıklamalar ve yapısal olarak etkinliklerde bulunması gereken özellikler belirtilmektedir (Bukova-Güzel ve Alkan, 2005; Gömleksiz, 2005; Olkun ve Toluk, 2005). Etkinlik kavramının gerek araştırmacılar gerekse öğretmenler ve öğretmen adaylarınca üzerinde daha fazla tartışılır olmasının etkinlik kavramının daha iyi algılanmasını sağlayacağı, programların etkinliğini ve verimliliğini arttırmada önemli katkılar sağlayacağı kanısındayız. Bu amaçla gerçekleştirilen bu çalışmada öncelikle etkinliğin ne olduğuna ya da nasıl algılandığına dair bazı yaklaşımlar ortaya konmakta sonrasında yazarlarca geliştirilen kavramsal bir çerçeveye ayrıntılı olarak tanıtılmaktadır.

2. ETKİNLİK NEDİR?

Öğretim programlarının merkez kavramlarından biri olan etkinlik, gerek günlük yaşamda gerekse eğitim öğretim sürecinde çok farklı anlam ve uygulama alanlarını kapsayan bir terim olarak karşımıza çıkmaktadır. Sosyal etkinlik, spor etkinliği, öğretim etkinliği bunlardan bazılarıdır. Türk Dil Kurumu'nun resmi web sitesindeki sözlükte etkinlik kelimesinin anlamı şu şekilde ifade edilmektedir;

Eğitim Terimleri Sözlüğü

Çocukların, kendi amaç ve gereksinimlerine uygun geldiği için isteyerek katıldıkları herhangi bir öğrenme durumu.

Tr. : faaliyet İng.: activity Fr.: activité (TDK, 2008)

Bu tanım ışığında *etkinlik* birey ile çevre arasındaki etkileşim ile (istekli olarak) girilen bir öğrenme ya da çalışma eylemi olarak görülebilir. Bu ifade ile etkinlik kavramının terimsel anlamını en azından sezgisel olarak ortaya koymada biraz daha netlik sağlanmış durumdadır. Etkinliğin sezgisel olarak anlamlandırılmasından kavramsal olarak algılanışına geçebilmek için OMDÖP ve matematik eğitimi alan yazını kapsamında var olan bilgilere ve örneklere bakmak yararlı olacaktır.

2.1. Ortaöğretim Matematik Dersleri Öğretim Programı Kapsamında Etkinlik Kavramı

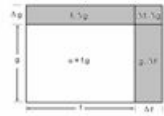
OMDÖP'de etkinliklerin iki farklı yapıda sunulduğu görülmektedir. İlki programın giriş kısmında, ikincisi ise öğrenme ve alt öğrenme alanlarındaki kazanımlarda verilen etkinlik örneklemeleridir (OMDÖP'ün giriş kısmında yer alan etkinlik örnekleri için bkz. sy 40, 48, 51 ve 54). Bunlara ek olarak, kazanımlara yönelik seçilen bazı etkinlik uygulamaları için Şekil 1. hazırlanmıştır.

Programda giriş bölümünde yer alan etkinliklerin; *ders, sınıf, öğrenme alanı, alt öğrenme alanı, beceriler, kazanımlar, araç-gereçler, öğrenme-öğretme süreci ve ölçme-değerlendirme* gibi başlıklar ile sunulan aşamalı bölümlerden oluşan bütünsel bir yapıyı barındırdığı söylenebilir. Programın öğrenme ve alt öğrenme alanlarında sunulan etkinlik örneklerinde;

- ön öğrenmelerden yararlanma,
- işlemsel bilginin gelişimini amaçlama,
- günlük yaşam ile ilişki kurma,
- disiplinler arası ilişki kurma,
- öğrenme alanları arasında ilişki kurma,
- çoklu temsillerden (tablo, grafik ...) yararlanma,
- estetik duygusunu geliştirme
- iletişim kurma becerisini geliştirme,
- matematiksel düşünmeyi geliştirme,
- mantıksal çıkarımlarda bulunabilme,
- matematik dilini kullanabilme,
- matematiksel modelleme becerisini geliştirme
- matematik tarihi hakkında ilgi ve merakı oluşturarak öğrenmeye teşvik etme,

gibi amaçlamaların öne çıkarıldığı görülmektedir. Programın giriş bölümündeki etkinlikler etkinlik kavramının genel yapısal yanını betimlese de içeriği hakkında sistematik genellenebilir bilgi sunmakta yetersizdir. Öğrenme ve alt-öğrenme alanında yer alan etkinlikler ise çok geniş bir özellik ve çeşitlilik alanına sahiptir ve giriş bölümünde verilen etkinliğin yapısal çizgisi ile nasıl ilişkilendirilebileceği açıkça ifade edilmediğinden etkinliğin nasıl olması gerektiğine ve matematiksel bir etkinlikte içeriğin ne olması gerektiğine yönelik sorulara yeterince ayrıntılı yanıtlar bulunamamaktadır.

f ve g türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere $u(x) = f(x) \cdot g(x)$ fonksiyonunun türevinin $u'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ olduğu aşağıdaki şekil kullanılarak alanlar yardımıyla buldubuz.



Kenar uzunlukları f ve g olan dikdörtgenin alanına u diyelim. Bu uzunlukların sırasıyla Δf ve Δg kadar büyütülmesi sonucu elde edilen dikdörtgenin alanı $u + \Delta u$ olur.

$$u + \Delta u = (f + \Delta f)(g + \Delta g)$$

$$u + \Delta u = f \cdot g + f \cdot \Delta g + g \cdot \Delta f + \Delta f \cdot \Delta g$$

$u = f \cdot g$ olduğundan $\Delta u = f \cdot \Delta g + g \cdot \Delta f + \Delta f \cdot \Delta g$ olur. $\Delta f \cdot \Delta g$ diğer iki alana oranla çok küçük olduğundan ihmal edilir.

$$\Delta u \approx f \cdot \Delta g + g \cdot \Delta f \quad \frac{\Delta u}{\Delta x} = f(x) \frac{\Delta g}{\Delta x} + g(x) \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[f(x) \frac{\Delta g}{\Delta x} + g(x) \frac{\Delta f}{\Delta x} \right]$$

$u'(x) = f'(x) \cdot g(x) + g(x) \cdot f'(x)$ bulunur.

$\forall n \in \mathbb{N}$ için,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

olduğunu geometrik yaklaşımla göstermeleri ve toplam semböli ile ifade etmeleri istenir. Her sütündeki beyaz ve siyah sayıları


	1	2	3	4	...	n
1	•	○	○	○	...	○
2	•	•	○	○	...	○
3	•	•	•	○	...	○
4	•	•	•	•	...	○
...	•	•	•	•	...	○
n	•	•	•	•	...	•

Her sütündeki beyaz ve siyah sayıları


$$2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = n(n+1)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$



Şekil 1



Şekil 2

Dairesel bir pist etrafında koşan atletin vücudunun dişeyle yaptığı θ açısı $\tan \theta = \frac{v}{gR}$ formülüyle tanımlanır. Burada v koşucunun hızı (m/s), R pistin yarıçapı (m) ve g de yer çekim ivmesidir ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

Şekil 2 deki pistin yarıçapı 10 metredir. Koşucunun vücudunun dişeyle yaptığı açının sinüsünün $\frac{1}{\sqrt{5}}$ olması için koşucunun hızı buldubuz.

Şekil 1. OMDÖP’de Öğrenme Alanlarında Yer Alan Etkinlik Örnekleri (Sırası ile sy. 160, 205, 265)

2.2. Matematik Eğitimi Alan Yazını Kapsamında “Etkinlik Kavramı”

Matematik eğitimi yurtdışı alan yazını incelendiğinde etkinlik kavramına karşılık “activity” ve “task” terimleri ile karşılaşmaktadır. Çalışmaların genelinde bu iki kavram arasındaki ayrıma ve ortak yanlara ayrıntılı olarak değinilmediği görülmektedir. Ancak bu iki terim üzerinden etkinlik kavramının matematik eğitimindeki yerine ve önemine ilişkin vurgulara rastlanmaktadır. Örneğin Simon & Tzur (2004) Amerika’da matematik eğitiminin niteliğini artırmak ve belirli bir matematiksel kavramın öğrenilmesini desteklemek için, matematiksel etkinliklere (mathematical task) büyük bir önem verildiğini ifade etmektedirler. Bu önemi ortaya koyan bir diğer ifade; matematiksel etkinlikler matematik öğrenimi için önemli birer anahtarlar olarak görülmelidir (NCTM, 2000) biçimindedir. Elbers’in (2003, s. 89), düşüncesi ise şöyledir; “matematiksel etkinlikler öğrencilere çalışmalarını için uygun fırsatlar sağlar. Etkinlikler, öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerinde kendi yaklaşımlarını oluşturmalarını teşvik eder”.

Literatürde ayrıca etkinliklerin sahip olması gereken özellikler, seçim biçimleri ve içeriklerine yönelik ifadeler de rastlanmaktadır. Suzuki & Harnisch (1995) matematiksel etkinliklerin sahip olması gereken özelliklerden birkaçını; gerçek yaşam olaylarını içerme, çözüme ulaşmak için çeşitli yollara sahip olma, ayrıık yapılar yerine matematiğin sürekliliğini gösterme ve öğrencilerin iletişim kurlmaları yoluyla kavramları anlamalarını sağlama biçiminde sıralamaktadır.

Ülkemiz matematik eğitimi alan yazınına bakıldığında benzer vurgu ve önerilere rastlanmaktadır. Etkinlik öğrencilerin bilimsel olarak kabul edilen bilgi ve anlayışları kendilerinin yapılandırmasına imkân verecek şekilde düzenlenen ve öğrencilerin yapılandırdıkları yeni kavramları farklı durumlarda uygulamada fırsatlar sunan yapılardır (İlköğretim Fen ve Teknoloji Dersi Öğretim Programı, 2004; Semenoğlu, Gömleksiz ve Üstündağ, 1999 ve Aytac, 2003’den aktaran Gömleksiz, 2005). Bukova-Güzel ve Alkan (2005) ilköğretim matematik programının değerlendirilmesine yönelik yapmış oldukları çalışmalarında, etkinliklerin basit bir örnek çözme ya da bir soru sorma olarak düşünülmemesi gerektiğini olabildiğince günlük yaşam ile ilişkili, öğrencilerin ilgisini çeken, yaşam ile matematiği ilişkilendirmeyi kolaylaştıran, farklı düşünmeyi ve yaratıcılığı gerektiren yapılar olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Etkinliklerin biçimsel yapısının yanında uygulanmasına yönelik, öğrenci merkezli olması ve öğrenme sürecinde öğrencinin etkin bir rol üstlenmesini sağlayacak şekilde düzenlenmesi gerektiğini (Coşkun, 2005) ortaya koyan ifadeler de rastlanmaktadır. Bunlara ek olarak, Baki (2008), etkinliklerin öğrencilerde merak uyandıracak nitelikte olması, öğrenilmesi istenen özelliklerin, ilişkilerin, kavramların ve olguların ilgi çekici bir yaklaşımla sistemli ve planlı bir şekilde etkinliklerin içine gizlenmesi, öğrencilere matematiksel ifadeleri kullanma ve model kurma, mantıksal çıkarımlarda bulunma, matematiksel sembollerini kullanma ve soyutlama gibi bilişsel süreçleri sağlaması gerektiğini vurgulamıştır (s. 503). Olkun ve Toluk (2005) ise daha ayrıntılı bir resmi ortaya koyarak yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına uygun bir **etkinlik** (1) tasarlanırken ana hatların *sezgisel aşama*, *yapılandırılmış etkinlik* (2), *tartışma-*

açıklama, kavrama/kurala ulaşma, uygulama ve değerlendirme olmak üzere altı aşama olabileceğini belirtmişlerdir. Bu aşamalara yönelik şunları ifade etmektedir;

Sezgisel aşamada bir soru ya da bir problem ile öğrencilerin dikkati kavrama çekilerek onların kavram üzerinde düşünmeleri sağlanır. Daha sonra kavrama yönelik yapılandırılmış bir etkinlik verilerek öğrencilerin grup çalışması da yaparak tartışması sorular oluşturması beklenir. (Etkinlik somut araçlarla deneylerden ölçümler yapmaktan şekillerle çözüme ulaşmaktan oluşabilir). Tartışma-açıklama aşamasında öğrencilerin önceki aşamada yaptıkları üzerinde düşünmeleri, arkadaşlarıyla tartışmaları ve paylaşımlarda bulunmaları sağlanır. Sonra öğrencilerden bu aşamaya kadar yaptıklarından bir genellemeye ulaşmaları, genellemelerin doğruluğuna sınıfça karar vermeleri, yanlışlar varsa bunların nedenlerini tartışmaları istenir. Uygulamada öğrencilerin öğrendiklerini yeni bir duruma ya da probleme uyarlarlar. Değerlendirme aşaması son basamak olarak gözüktüğü de öğrenciler etkinlikleri yürütürken yapılması ve sürecin değerlendirilmesi önem kazanmaktadır. (s.54, 55).

Buraya kadar ortaya konan yaklaşımlar etkinlik kavramının terimsel anlamına yönelik önceki kısımda sezgisel düzeyde yaptığımız ilerlemeyi kavramsal düzeye yaklaştırmaktadır. Literatür bağlamında ortaya konulanları özetleyecek olursak etkinlik;

- öğrenci merkezli etkin katılımı esas alan (Coşkun, 2005)
 - bireyin kendi bilgilerini yapılandırmasına ve sonrasında bu bilgileri yeni durumlara uygulamasına fırsat veren (Gömleksiz, 2005)
 - günlük yaşamla ilişkili
 - ilgi çekici
 - farklı düşünmeyi ve yaratıcılığı gerektiren
 - öğrenci merkezli
 - matematiksel ifadeleri kullanma
 - model kurma, soyutlama
 - mantıksal çıkarımlarda bulunma
 - matematiksel sembolleri kullanma
 - aşamalı ve planlı (sezgisel, tartışma-açıklama, kavrama, değerlendirme gibi)
 - yapılandırmacı öğrenme anlayışı doğrultusunda (Olkun ve Toluk, 2005) geliştirilen
 - ayırık yapılar yerine matematiğin sürekliliğini göstermeyi amaçlayan
 - öğrencilerin iletişim kurmaları yoluyla kavramları anlamalarını sağlayan
- (Bukova-Güzel ve Alkan, 2005)

gibi süreçleri içeren (Baki, 2008)

Suzuki & Harnisch (1995)

yapı olarak tanımlanabilir. Elbette bu maddeleri arttırmak veya genişletmek mümkündür. Verilen bilgiler sonrasında etkinliğin kavramsal anlamına ulaşmada yol alınmış olsa da hala muğlak noktalar varlığını sürdürmektedir. Kavramsal anlamda ilerlemeyi daha da arttırabilmek için matematik öğreniminde yararlanılacak olan etkinliklere daha derinden bakmak gerekmektedir. Bu amaç için aşağıdaki bölümlerde bu makalenin yazarlarının perspektifinden kavramsal bir yaklaşım sunulmaktadır.

3. YÖNTEM

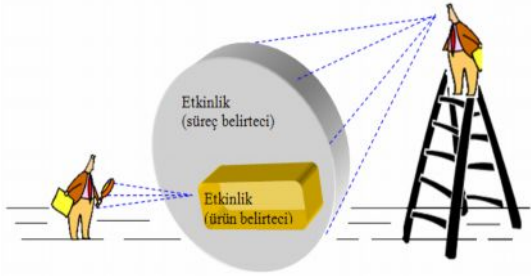
Bu çalışmada OMDÖP ve matematik eğitimi alan yazını kapsamında “etkinlik nedir?” sorusu bağlamında matematik öğreniminde işe koşulacak olan etkinliklerin içeriği, türleri ve öğretim sürecindeki görevleri ve örnekleri üzerine kavramsal bir çerçeve önerilmektedir. Bu yönü ile teorik boyutta bir özel durum çalışması olarak nitelendirilebilir. Bu çerçevede ele alınan etkinlikler özel olarak “**matematiksel öğrenme etkinliği**” (MÖE) olarak isimlendirilmektedir. MÖE; matematik derslerine özgü, öğrenmeyi hedef alan ve etkinliğe bir süreç belirteci olarak bakan etkinlikleri kapsamaktadır. Bu ismin tercih edilmesinin iki nedeni vardır. İlk etkinlik kavramının belirttiği anlamsal zenginlikte kaybolmanın önüne geçebilmektir. İkincisi ise matematik öğretiminde yararlanılabilecek olan etkinlikleri matematik dışındaki diğer disiplinlere yönelik var olan etkinliklerden karakteristik açıdan net olarak ayırabilmektir. Yazarlarca MÖE'nin tanımını, türlerini, her bir tür için temel özellikleri ve örneklerini ortaya koyan kavramsal çerçeve ise **matematiksel öğrenme etkinlikleri çerçevesi (MÖEÇ)** biçiminde adlandırılmıştır.

4. MATEMATİKSEL ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ ÇERÇEVESİ (MÖEÇ)

MÖEÇ'in ortaya çıkmasına yazarların diğer bazı çalışmalarında matematiksel etkinlikler üzerine yapmış olduğu araştırmalar ve geliştirdikleri etkinlik örnekleri zemin oluşturmuştur. Yazarların geliştirdiği etkinlikler, OMDÖP'de yer alan etkinlikler, yabancı alan yazımında örneklenen etkinlikler vd örnekler tümü bir arada ele alındığında kendiliğinden ortaya çıkan temel soru şudur; matematik öğretiminde yararlanılacak olan etkinlik (kavramsal olarak) nedir? Bu soruyu pek çok soru takip edebilir. Örneğin nitelikli bir etkinlik nasıl hazırlanır?, Etkinlik geliştirilirken işe nereden başlanmalıdır?, Etkinliklerdeki içeriğe nasıl karar verilebilir?, "Etkinliklerin içine nasıl bir matematik bilgi gömmeliyiz? Gizlenen bilgiyi öğrenci nasıl kazıp çıkarmalı ve anlayabilmeli?" (Baki, 2008, s. 504), Hangi öğrenme durumlarında hangi etkinlikler görev almalıdır?, Matematiksel etkinliklerin seçiminde nelere dikkat etmeliyiz? (Simon ve Tzur, 2004). Burada yer alan ve benzeri olası soruların tümüne birden yanıt verebilmek mümkün olmayabilir. Ancak bu sorulara yanıt aramak matematik öğretiminin etkililiği adına vazgeçilmemesi gereken bir uğraştır. MÖEÇ ile amaçlanan; söz konusu sorulara mantıksal bir tabanda kavramsal bir zeminde bazı yanıtlar sunabilmektir. MÖEÇ'i yapılandırırken başlangıçta iki şeyi ortaya koymak gerekmektedir. İlki etkinliğin hangi boyutlarda algılanabileceğine ve bu boyutlar arasındaki ayrımlar üzerine netleşmektir, ikincisi ise MÖE'nin bir tanımı ve bu tanım altında MÖEÇ'te yer alan kategorilerdeki alt tanımları ortaya koymaktır.

4.1. Hangi Boyutta Etkinlik?

Etkinliğe yönelik sayfa 4 de Olkun ve Toluk (2005) tarafından ortaya konan açıklamalar dikkatle incelendiğinde aynı kelime formu ile ifade ediliyor olmasına karşın "etkinlik-in" kapsamı ve işlevi gereği iki farklı boyutta [sayfa 4 deki alıntıda bu makalenin yazarlarınca (1) ve (2) olarak numaralandırılmıştır] sunulduğu görülmektedir.



İlk boyut etkinlik kavramının bütün bir eylem/faaliyet olarak içerisinde giriş-tartışma-kavrama ulaşma ve değerlendirme vb gibi bileşenlerin olduğu bir yapı olarak **süreç belirteci (1)**; ikinci boyut ise ilk boyut altında yer alan ve kavrama ulaşma, tartışma, problem çözme ve yorumlama gibi becerileri hedef alan çalışma kâğıdı, kavram haritası, şema, tablo, grafik, oyun, bilgisayarda bir sunu sayfası ya da resim vb gibi yapılandırılmış bir formda üzerinde öğrenme ya da deneyim kazanma

uygulamasının gerçekleştiği somut aracı yani **ürün belirtecini (2)** temsil etmektedir. Başka bir deyişle öğretimde yararlanılan tüm etkinlikler temsil ettiği belirteçler açısından iki temel boyut altında ele alınabilir. Bu noktada, Eğitim Terimleri Sözlüğü'nde ifade edilen terimsel anlamın aslında süreç belirtecini temsil eden ilk boyuta yönelik bir açılım sunduğu söylenebilir. Bu makalenin yazarlarınca süreç belirteci olarak isimlendirilen bu boyut pek çok bileşeni olan, aşamalı ve sistematik bir faaliyet durumuna işaret etmektedir ki bu açıdan etkinlik matematik ve diğer alanlar (fen, sosyal bilimler) açısından benzer özelliklerde algılanabilir. Ancak, etkinlik kavramına ürün belirteci olarak bakıldığında daha net ve öğretimin yapıldığı alana (örneğin matematik) özgü, karakteristiklere ulaşmak mümkün olacaktır. O halde "etkinlik nedir" sorusuna yanıt bulabilmek için yapılması gereken ilk şey cevabın hangi boyutta aranacağına karar vermektir. Bu çalışmada matematiksel öğrenme etkinliği tanımı, çeşitleri ve örnekleri üzerine odaklanıldığından aşağıdaki bölümlerde etkinlikler ürün belirteci boyutu ile ele alınmaktadır.

4.2. MÖE Tanımı ve MÖEÇ'de Yer Alan Kategoriler

Genel anlamda bir MÖE öğrencilerin dikkatini belirli matematiksel fikirler üzerine odaklamayı amaçlayan bir sınıf aktivitesidir (Stein, Grover ve Henningsen, 1996, s. 460). MÖE'nin yapısı, içeriği ve türlerini belirlemede çıkış noktamız boyut (2) dir. Matematiksel bir etkinlik kurgulanırken, yapılandırılırken, uygulanırken ve değerlendirilirken başlangıç noktası ürün belirtecini odağa almaktır. Daha açık bir ifade ile etkinlikte matematik öğretiminin genel amaçları-kazandırılacak beceriler, öğrenme ve alt-öğrenme alanlarına yönelik kazanımlar bir arada ele alındığında hangi **zemin** üzerine çalışılacağına

karar vermektir. Bu karar sonraki tüm aşamalarda bağlayıcı ve sınırlayıcı olması itibari ile oldukça önemlidir. **Bağlayıcı yan** matematiksel içeriğe, **sınırlayıcı yan** ise bu içeriğin verilmesine (kapsamına) yön verecektir. Bu bağlamda bizim yaklaşımımız aşağıdaki 4 kategori altında, MÖE'leri üç sac-ayağı üzerinde (zemin, bağlayıcı yan ve sınırlayıcı yan) sınıflandırmaktır.

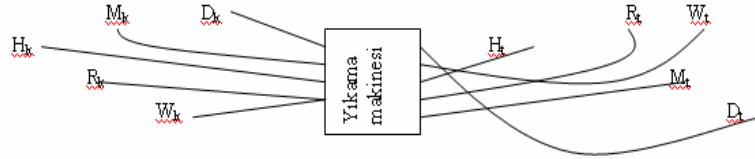
4.2.1. Matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların günlük yaşam ya da diğer disiplinler içerisinde modellenmesi ile kritik noktaları ortaya koyan MÖE (Kategori 1-Eş Biçimli Etkinlik [izomorfik etkinlik])

Burada zemin günlük yaşam durumları ve diğer disiplinlerin (fizik, kimya, sosyal bilimler vd) çalışma alanlarıdır. Belirli bir senaryo dâhilinde bir olay örgüsü ya da zincirleme olaylar içerisinde matematik dünyasında yer alan nesnelere kendi özelliklerini aynen muhafaza etmek şartı ile günlük yaşam durumları (ya da diğer disiplinlerin çalışma alanlarında) üzerinde yapılandırılarak sunulurlar. Bu tip etkinliklerde **bağlayıcı yan** matematiksel nesnelere kritik noktaları ve sistematikliğini sezdirmek ve bu nesnelere işleyişine yönelik bir farkındalık sağlamaktır. **Sınırlayıcı yan** ise başlangıcın ve ilerleyişin matematik dışı alanda (günlük yaşam-diğer disiplinler) olması, bitişin son noktasının matematik dünyasına atılan bir adım ile yapılmasıdır. Senaryolar matematiksel nesnelere özelliklerini barındırması ve aykırı durumlar içermemesi nedeniyle matematik dışı alan ile matematik dünyası arasında bir eş-biçimlilik sağlama görevindedir. Bu nedenle bu etkinlik türünü isimlendirmede kısaca “eş biçimli etkinlik” başlığı kullanılmıştır. Eş biçimli etkinlikler genellikle konu, ders ve alt-öğrenme alanlarına girişte/başlangıçta yer almalıdır. Öğrenci grupları içerisinde ve tüm sınıf bazında tartışma ve beyin fırtınası tekniklerinin kullanıldığı uygulama biçimlerinin bu etkinlik türünün verimliliğini arttıracığı düşünülmektedir. Kategori 1'e yönelik açıklamalarımızı somutlaştırmak için aşağıdaki örnek sunulmaktadır.

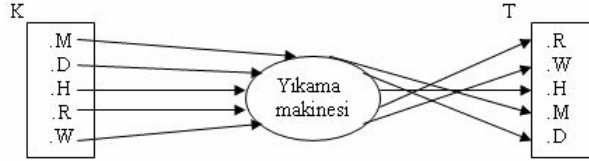
Eş Biçimli Etkinlik Örneği-1 (Uğurel, 2003)

Bir aile hafta sonunda pikniğe gitmeyi planlamaktadır. Planlarının gerçekleştirilebilmesi için baba ve oğul arabalarını yıkamak ve benzin almak amacıyla yola koyulurlar. Aile bireylerinden baba matematik öğretmeni, oğul Ali ise lise birinci sınıf öğrencisidir. (Senaryoda akış bir benzin istasyonunda kişiler arasında geçen karşılıklı diyaloglar yoluyla sağlanmaktadır.) Arabaları ile bir benzin istasyonuna yaklaşan baba ve oğul arasında geçen diyaloglar şöyledir.

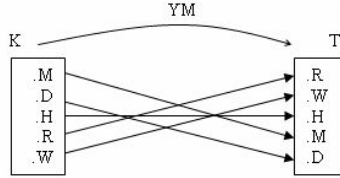
Baba oğluna geçen hafta matematik dersinde hangi kavram ya da konuyu öğrendiklerini sorar. Ali, okul takımının maçları nedeniyle birkaç dersi kaçırdığını ama önceki derslerde en son bağıntı kavramına değindiklerini söyler. Bunun üzerine baba oğlunun kaçırdığı derslerde değinilen kavramı tahmin ederek kavramla ilgili olarak oğlunu yönlendirmeye karar verir. Arabalarını yıkamak için benzin istasyonunda beklemeye başlarlar. Baba Ali'ye seslenerek, Araba yıkama makinesi ve çevresini birkaç dakika gözlemlemesini ve olanları anlatmasını ister. Ali, her zaman ki gibi değişik marka ve modeldeki bazı kirli araçların temizleme makinesine girerek temiz ve parlak olarak çıktıklarını söyler. Baba tekrar sorar. “acaba araba yıkama makinesine giren belli bir marka arabanın makineden farklı iki markada temizlenmiş arabalar olarak çıkması mümkün müdür?” Ali gülerken elbette bunun mümkün olmadığını söyler. Baba başka bir soru yöneltir. “Peki oğlum bu makineye herhangi bir araba girmeden diğer tarafından temizlenmiş olarak bir arabanın çıkması mümkün müdür?” Ali, bu durumun diğerinden daha da imkânsız olduğunu söyler ve ekler, “sorduğun tarzda şeylerin olması mümkün değil baba belki gelişmiş başka teknolojik makineler bunu yapabilir ama bu makine sorduğun şeyleri gerçekleştiremez.” Baba devam eder, “o zaman sana sorduğun soruları dikkate alarak bu makinenin görevini nasıl tanımlarsın?” Ali yanıtlar, “içerisine giren değişik marka ve modeldeki her aracın yine aynı marka ve modelde temizlenmiş araçlar olmalarını sağlayan ve herhangi bir araba içerisine girmedeği sürece işlem yapmayan bir yıkama makinesi” Baba “ben bile daha iyi ifade edemedim oğlum aferin” Baba cebinden bir peçete ve kalem çıkartarak Ali'ye seslenir, “şimdide senden konuşmamız esnasında temizlenmelerini izlediğimiz dört beş araç için temizlenmeden önce ve sonraki konumlarını bir de temizleme makinesi içeren bir şekil çizmeni istiyorum.” Ali babasını tam olarak ne yapmaya çalıştığını anlamamış olsa da babasını kırmaz ve çizmeye çalışır. Ali çizimde biraz zorlanınca babası çizim için bir öneride bulunur, “istersen benzin istasyonunun alanına yukardan baktığını hayal et, arabaları sadece markalarının ilk harfleri ile göster kirli olanlar için k ve temiz olanlar için de t harfini kullan.” Yardım sonrası Ali çizimi tamamlar.



Baba, “güzel ama biraz karışık gözüküyor daha düzenli bir hale sokabilmen için bir önerim daha var. Kirli olan arabaları ve temizlenen arabaları düzgün olarak sırala ve kapalı şekiller içerisinde al böylece t ve k harflerini de kullanmak zorunda kalmayın” Ali “galiba anladım baba her iki kapalı şekil içerisindeki arabalar ayrı olsa da belli bir yönden aynı özelliğe sahip olduklarından kümelerle göstermemi istiyorsun” der ve yeni bir çizim yapar.



Baba, “oldukça iyi oğlum sanırım şimdi kafanda bir takım şeyler oluşmaya başlamıştır. Burada arabalar üzerinde değişikliği sağlayan makine ve onun temel özellikleri üzerinde ikimizde hem fikir olduğumuza göre sanırım bu şekli biraz daha basit kılabiliriz. Bundan sonra ikimiz içinde senin yaptığın tanımlama geçerli olsun.” der ve şekle son halini vermek için cebinden bir peçete daha çıkarır (YM: yıkama makinesi).



Baba, “ tüm konuşmalarımızı ve şeklimizi dikkate alarak sana son olarak birkaç şey daha söylemek istiyorum. Burada olduğu gibi matematikte de bir takım gereksinimleri karşılayabilmek için bazı şeyleri başka formlara dönüştürmemiz gerekir ve bunu başarabilmemiz, istediğimiz gibi ürün elde edebilmemiz için matematikte de bazı kurallarla işleyen araçlardan yararlanılır. Matematikte çok kullanışlı olan bu araçlardan biride araba yıkama makinesinde dikkatini çekmeye çalıştığım iki özelliği gerçekleyen fonksiyonlardır. Kirli arabalar gibi girenlerin yer aldığı kümeyi tanım kümesi, temiz arabaların gibi çıktıların yer aldığı kümeyi de değer kümesi olarak adlandıracak olursak fonksiyonu nasıl tanımlarsın?” Ali babasını söylediklerini yorumlayarak cevap verir, “sanırım tanım kümesindeki elemanları değer kümesindeki elemanlara bazı kurallara göre eşleyen (dönüştüren) özel matematiksel yapıları diyebiliriz. Ayrıca şaşırdığımı da belirtmem gerekir baba daha önce matematik hayatımızın her yerinde vardır demiştin şimdi bu sözünün haklılığını da görmüş oldum.” Etkinliğin sona ermesinin ardından öğretmen asıl tanıma ve özelliklere geçebilir.

4.2.2. Matematik dışı alandan doğan/şekillenen ve matematik dünyasına geçerek orada ilerleyen matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların algılanmasına olanak sağlayan MÖE

(Kategori 2-İzdüşümsel Etkinlik)

Burada ise zemin günlük yaşam ve diğer disiplinlerin çalışma alanları ile matematik dünyası arasındaki köprülerdir. Bir senaryo ile sunmanın zorunlu olmadığı etkinlik türüdür. İzomorfik etkinliklerin sonrasında onların devamı niteliğinde yer alabileceği gibi bağımsız olarak da sunulabilirler. Bu etkinlik türünün bağlayıcı yanı başlangıcın matematik dışı alanda olmasına karşın ilerleyişin ve sona erişim matematik dünyasında olmasını zorunlu kılması, sınırlayıcı yanı ise etkinliğin sunulduğu matematiksel kavram, ilke vb nin sadece yatay geçişleri içerecek biçimde verilmesidir. Yatay geçiş ile kastedilen şey; hangi matematiksel kavram üzerinde çalışılıyorsa o kavramın sahip olduğu temel özellik ve kritik noktaları kullanarak verilmeye çalışılması, ele alınan kavram ile alt kavramlar arasındaki etkileşimlerin sunulmasıdır. Yatay geçişlerde etkinliğin üzerinde yapılandırıldığı kavram ile aynı alt öğrenme alanı içerisinde olan diğer kavramlar ve alt kavramlar arasındaki bağlantılara yer verilir. Dikey geçişlerde ise, ele alınan matematiksel kavramın farklı sınıf seviyeleri, öğrenme alanları ve ana ya da ara disiplinlerde yer alan matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin, özelliklerin ve etkileşimlerin sunulması esastır.

Örneğin limit kavramı oluşturulurken yaklaşım, yaklaşık değer, noktada tanımlılık vb. kavramların özelliklerinin ele alınması, grafiksel gösterimden cebirsel ifadeye geçiş, limit kavramının cebirsel gösteriminden sözel yorumlamaya geçiş vb. yatay geçiş örnekleri olarak verilebilir. Dikey geçişlere ise süreklilik ile türev kavramı arasında ilişki kurma, karmaşık düzlem ile analitik düzlemin ilişkilendirilmesi örnekleri verilebilir.

İzdüşümsel etkinliklerin tanımlanmasında izdüşümsel teriminin kullanılması etkinliğin hangi matematiksel kavram (tanım, ilke, özellik vb.) üzerine yöneldiğinin ve seçilen kavramın oluşturulmasındaki ilerleyişin bilinmesi ve ilerleyişin o kavram için var olan kazanımları hedef almasıdır.

İzdüşümsel Etkinlik Örneği-1 (Akkoyunlu, vd 2002)

Senaryosu ve kurgusu Uğurel tarafından yapılandırılan bu etkinlik flash bilgisayar yazılımı yardımıyla hazırlanmış olup programın özellikleri aracılığıyla ses ve görüntü efektleri ile etkileşimsel yapısı zenginleştirilmiştir. Ek 1’de bu etkinliği içeren animasyona ait alınan bazı ekran görüntülerinin resimleri (bkz. Şekil 3-14) verilmiştir. Etkinlik senaryosunda, NASA’da yürütülen bir proje kapsamında, geliştirilen yeni cihazlarla donanımlı iki uydur, güneşin fotoğraflarını çekmek üzere uzaya gönderilir. Uydular güneşin bulunduğu eliptik bir yörüngenin iki tarafından güneşe doğru yaklaşmakta ve belirli noktalarda fotoğraf çekmektedirler. İki uydunun da fotoğrafların çekimi esnasında güneşe olan uzaklıkları aynıdır. Eliptik yörünge üzerinde güneş, uydular ve fotoğrafların çekildiği noktalar işaretlenmiş, uyduların yönü I ve II olarak adlandırılmıştır. Etkinliğin ilk bölümünde eliptik yörünge birkaç aşamada düzleşerek giderek sayı doğrusuna dönüşmektedir. Bu işlem gerçekleşirken güneş ve diğer noktalar da küçülerek sayı doğrusundaki noktalara benzetilmektedir. Daha sonra fotoğrafların yüzde kaç netlikte olduğu belirten sayısal değerler başka bir eksen üzerine yerleştirilmekte ve yatay olan bu eksen biraz önce oluşturulan diğer eksen üzerine dik olarak taşınmakta ve böylece bir koordinat sistemi elde edilmektedir. Sonraki adımda çekilen fotoğrafların netlik yüzdeleri ile fotoğrafların çekildiği anda uyduların güneşe olan uzaklıklarının sayısal verileri tablolaştırılmaktadır. Tabloda yüzdeliği gösteren sayılar farklı biçimlerde ifade edilerek (örneğin % 50 yi $\frac{1}{2}$ biçiminde, $\frac{1}{2}$ yi $\frac{1}{1+1}$ biçiminde ve en son $(\frac{1}{1+1})$ ifadesini $\frac{1}{1+1^2}$ biçiminde yazmak gibi) iki yeni tablo oluşturulmaktadır. Bu işlemin amacı veriler arasında belirli bir ilişkinin bulunduğu sezdirilip sonrasında da bu ilişkinin bir fonksiyon aracılığı ile açığa çıkarılmasını sağlamaktır. Çekilen fotoğrafların netlik yüzdeleri bağımlı, fotoğrafların çekildiği güneşe olan uzaklıklar ise bağımsız değişkenin değerlerini göstermektedir. Etkinlikte yer alan sayılar uygun biçimde seçildiğinden iki değişken arasındaki bağıntı $\frac{1}{(1+x^2)}$ biçiminde ortaya çıkmaktadır. Daha sonra oluşturulan koordinat sistemi kullanılarak fonksiyonun uzaklık değer ve fotoğraf netliklerinden oluşan sıralı ikili değerleri yardımı ile grafiği çizilip, tanım kümesinde güneş ile ifade edilen “0” noktasının delinmiş bir komşuluğunda yapılan yaklaşımlara karşın fotoğrafların netlik yüzdelerinin %95’e yaklaştığı IR^2 de sezdirilmektedir. Kritik nokta olarak güneşin bulunduğu “0” noktası, fonksiyonun limit değeri olarak da %95 netlik değerine karşılık gelen nokta gösterilmektedir. Sonrasında ε - δ tekniğine geçilerek limit kavramının matematiksel ifadesi sunulmaktadır.

4.2.3. Tümüyle matematik dünyası içerisinde kurgulanan ve matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların algılanmasına imkân tanıyan MÖE (Kategori 3-Doğrusal Etkinlik [*lineer etkinlik*])

Burada zemin matematik dünyasının kendi topraklarıdır. Tüm ilerleyişin matematiksel yapı ve nesnelere üzerinde olması zorunludur. Matematik dili işleyişin ana dili olmalıdır. Bu etkinlik türünün temel amacı matematiksel düşünce ve akıl yürütme yoluyla okul matematiği üzerine bir içe bakış sağlamaktır. Bu türde bağlayıcı yan matematik dünyasının kendisiyle ilgili olması, sınırlayıcı yan ise ilgili konu, kavram, özellik ya da işlemsel uygulamalara ait matematiksel bilgiler arasındaki olası yatay geçişlerin çoğunun içermesidir.

Doğrusal Etkinlik Örneği-1 (Bukova-Güzel, 2008)

Fonksiyon eğrisi-halka materyali olarak isimlendirilen materyal strafor, kalın siyah renk kablolar, renkli oyun hamurları ve iki halka kullanılarak oluşturulmuştur. Materyalde iki kablo parçası birbirine oyun hamuru ile bağlanmış halde verilmiştir. Ek olarak öğrencilere materyalin nasıl kullanılacağı konusunda yönlendirici nitelikte sorular verilmiştir. Öğrencilere materyal üzerinde çalışarak verilen yönlendirici soruları yanıtlamaları gerektiği hatırlatılmıştır. Devamında kendilerinden materyal üzerinde yönlendirici soruları yanıtlayarak çalışmalarını istenmiştir. Öğrencilere oyun hamurunu noktada

tanımlılığı sağlama amacı ile kullanmaları önerilmiştir. Sonraki aşamalarda kablolardan farklı eğriler oluşturmaları, oyun hamurları ile hem verilen noktada tanımlılığı hem de tanımsızlığı kullanmaları söylenmiştir. Oluşturdukları her durum için kendilerine verilen yönlendirici soruları tekrar yanıtlamaları, hangi durumlarda iki halkayı çakıştırabildikleri dolayısıyla hangi durumlarda sadece tek halkayı tüm eğri boyunca hareket ettirebildiklerine ilişkin çıkarımlar yapmaları istenmiştir.

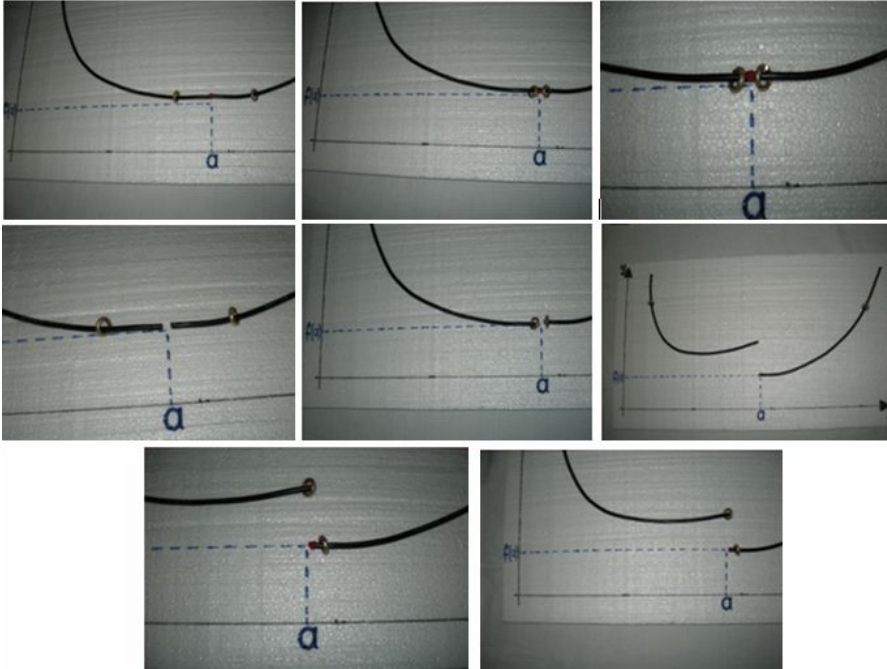
Fonksiyon Eğrisi-Halka Materyali Yönlendirici Soruları.

∞ Eğri $x=a$ da tanımlı mıdır?

∞ Halkaları birini sağdan diğerini soldan $x=a$ 'ya yaklaştırdığınızda iki halka buluşuyor mu? Bunu matematiksel olarak ifade etmek isterseniz hangi kavramı kullanırdınız? Halkalar ile ilgili yapmış olduğunuz yaklaşımları matematik dilini kullanarak ifade ediniz.

∞ Sizce $x=a$ 'da fonksiyonun limiti var mıdır? Eğer varsa o noktadaki limit değeri ile tanım değerini karşılaştırınız.

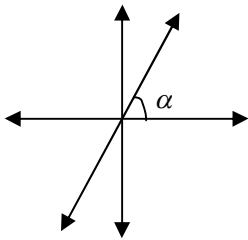
∞ İki halkayı birini sağdan ve diğerini soldan $x=a$ 'ya yaklaştırarak çakıştırabilir misiniz? Hangi durumlarda sadece tek halkayı tüm eğri boyunca hareket ettirebilirsiniz.



Süreklilik kavram oluşturma etkinliği: fonksiyon eğrisi-halka materyalinin bazı resimleri

Doğrusal Etkinlik Örneği-2 (Bukova, 2006)

Öğrenme Etkinliği. Doğrunun Eğiminin Nasıl Değiştiğini Bulalım?



Analistik düzlemde verilen d doğrusunun x -ekseninin pozitif yönüyle yaptığı açı α olmak üzere aşağıdaki ilk iki soruyu sezgisel olarak son soruyu ise matematik dilini kullanarak yanıtlamaya çalışın.

* $\alpha \rightarrow 0$ iken doğrunun eğimi nasıl değişir? Herhangi bir değere yaklaşır mı?

* $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ iken doğrunun eğimi nasıl değişir? Herhangi bir değere yaklaşır mı?

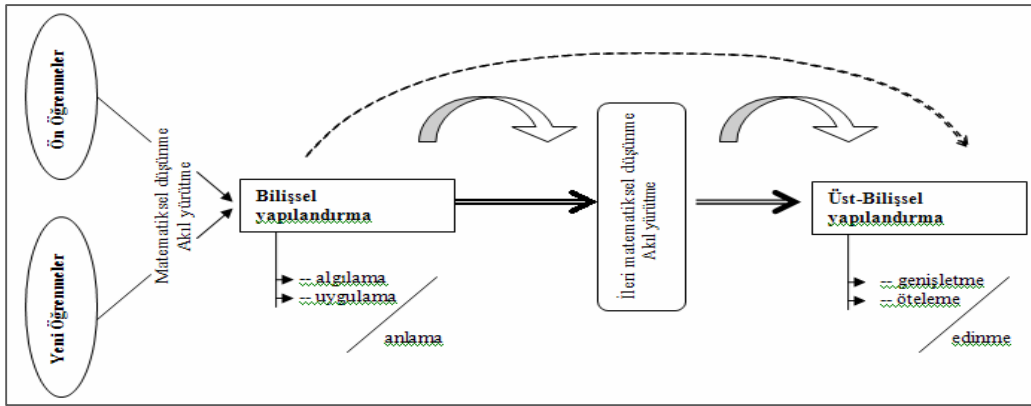
* Söz konusu doğruyu denklemini nasıl ifade edersiniz? Bu doğru denkleminin yararlanarak doğrusal bir fonksiyon oluşturabilir misiniz? Bu kuralı da kullanarak yukarıdaki iki soruya verdiğiniz yanıtları matematik dilini kullanarak ifade etmeye çalışınız.

4.2.4. Matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların, ileri matematiksel düşünme ve akıl yürütme yoluyla çeşitli kombinasyonları üzerine çalışılmasına imkân tanıyan MÖE

(Kategori 4-Bileşke Etkinlik)

Burada zeminimiz günlük yaşam, diğer disiplinler, matematik dünyasının kendisi ya da bunların bir birleşimi olabilir. İlerleyişin temel kısmının matematiksel yapı ve nesnelere üzerinde olması zorunludur. Bu

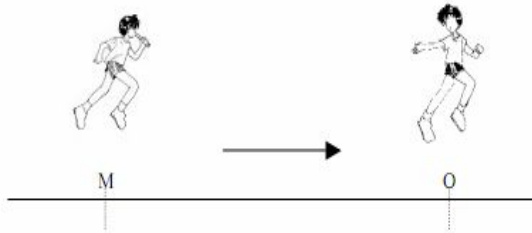
etkinlik türünün temel amacı ileri matematiksel düşünme ve akıl yürütme yoluyla matematiksel kavram, ilke ve özelliklere yönelik çok yönlü yaklaşımların sunulmasına olanak sağlamaktır. Öğrencilerin özgün ve yaratıcı çözümler üretmelerine ve bu çözümleri genişletme ve ötelemelerine dönük öğrenme durumları (*rutin olmayan problemleri çözme çalışmaları, matematiksel modelleme uygulamaları, gözlem ya da deneylere dayalı problem kurma çalışmaları, ispat yapma, açık uçlu bir problemin çoğul gösterimlerini oluşturabilme* gibi) ile karşı karşıya getirildiği etkinlikler bu grupta yer alır. İstenilen herhangi bir zemin üzerinde oluşturulabilen bu etkinlik türünde bağlayıcı yan içerikte ileri matematiksel düşünme ve akıl yürütmenin kullanımının hedef alınması, sınırlayıcı yan ise ilgili konu, kavram, özellik ya da işlemsel uygulamalara ait matematiksel bilgiler arasındaki yatay geçişlerin yanında dikey geçişlerinde yapılabılır olmasıdır. Bu etkinlik türüne *bileşke* isminin verilmesinin nedeni; ileri matematiksel düşünme ve akıl yürütme yaklaşımlarının, öğrencilerin (ön öğrenmeleri ve yeni öğrenmeleri ile gerçekleşen) bilişsel yapılandırmaları ile (öğrenme durumlarındaki görevleri tamamlayarak ulaşacakları) üst-bilişsel yapılandırmaları arasında bileşke görevinde olmasıdır.



Şekil 2. Bileşke etkinlik kavramının yapısal modellemesi

Bileşke Etkinlik Örneği-1 (Osawa, 2002)

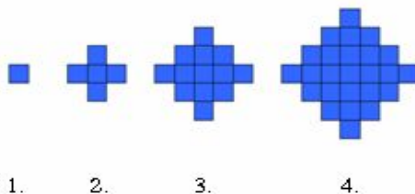
Öğrencilere küçük gruplar halinde çalışmalarını için aşağıdaki problem durumu sunulur,



“bayrağı alacak olan atlet koşmaya başladığında iki atlet arasındaki mesafe ne kadar olmalıdır?” Bu problemde bayrak takımı için toplam zamanı azaltacak en iyi işaret noktasına (resimde M ile gösterilen) odaklanmak çözüm yaklaşımlarından biri olarak ele alınabilir.

Bir atletizm etkinliğinde bayrak yarışını kazanmak istiyoruz. Nasıl hareket etmemiz gerekir? Burada [gruplar] bayrak yarışının öğeleri hakkında tartışır. Öğeler; sopanın elden ele geçirilmesi, atletlerin koşma sırası, başlama pozisyonu biçiminde sıralanabilir. En önemli öğelerden biri ise yarışta sopanın atletler arasında etkili bir şekilde nasıl geçirilebileceğidir? Öğretmen öğrencilere şu soruyu yöneltir,

Bileşke Etkinlik Örneği-2 (Waring, 2008)



Yandaki şekilde karelerden yararlanılarak 4 adımda 4 ayrı şekil oluşturulmuştur. Bu şekillerin sıralanışını ve her sıradaki kare sayısına dikkat ediniz. Şekillerde yer alan adım sayısı n ve bir adımdaki toplam kare sayısını s ile gösterilmek üzere (örneğin 2. adımda oluşturulan şekilde toplam 5 kare olduğundan $n=2$ ve $s=5$ dir.) n . adımdaki kare sayısını veren bir formüle ulaşınız (düşünce üretirken şekilleri ayrılabilirsiniz)

5. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımını temel alan öğretim programında etkinlikler merkezi bir yere ve öneme sahiptir. Programlarda “öğretmen odaklı öğretme etkinlikleri (aktivite) yerine öğrenci odaklı, öğrenme odaklı ve etkin katılımı etkinliklerin düzenlenmesi, küçük grup ve sınıf içinde işbirliğine dayalı öğrenme temel alınmıştır” (Ersoy, 2006, s. 32). Etkinlik temelli öğrenme-öğretme ortamlarının amaca uygun olarak tasarlanabilmesi şüphesiz etkinlik kavramından ne anlaşıldığı ile doğrudan ilgilidir. Etkinliklerin geliştirilme biçimi, amaçları, yapısı, uygulanma şekli, gerekli ise yeniden yapılandırılması ve değerlendirilmesi gibi unsurlar titizlikle üzerinde durulması gereken noktalardır. “Ancak, her etkinlik aynı yaklaşımla tasarlanmak istenirse de her konuda her zaman güzel ve ilginç etkinlik geliştirmek kolay değildir” (Ersoy, 2006, s. 33). Öğrencilerin öğrenmelerini desteklemek için verilecek en önemli kararlardan biri etkinliklerin seçimidir (Lappan & Briars, 1995). Bu noktada etkinliklerin nitelikli, nitelikli olmayan, vb biçimlerde değerlendirmelerinin yapılabilmesi için genelde etkinliklerin özeldir matematiksel öğrenme etkinliklerinin sınıflandırılması ve bu sınıflandırma çerçevesinde ele alınması oldukça yararlı olacaktır. Sınıflandırma yapılması yoluyla her bir sınıfta yer alan etkinliklerin karakteristik yapısı, geliştirilme amacı, matematik öğretiminde hangi kazanımların gerçekleştirilmesine hizmet edecekleri ve verimliliklerinin nasıl test edilebileceği gibi konularda daha ayrıntılı ve açık bir biçimde irdelemelere ve uygulamalara imkân sağlanacaktır. Etkinlik kavramının geniş anlamsal zenginliği, sunulan örneklerin büyük bir yelpazeye dağılması, etkinliklere ilişkin hizmet içi eğitimlerin ve basılı kaynakların yetersizliği nedeniyle özellikle geliştirilme süreci, türleri ve öğrenme-öğretme sürecinin *neresinde?* ve *nasıl?* uygulanabileceği gibi noktaların öğretmenler, öğretmen adayları ve eğitimcilerce olası sıkıntıların en çok yaşanacağı hususlar olacağı öngörülebilir. Yapılan araştırmalarda da öğretmenlerin etkinlikler üzerine ayrıntılı olarak bilgilendirilmesinin gerekliliğini ortaya koyan sonuç ve önerilere (Bukova-Güzel ve Alkan, 2005) rastlanmaktadır. Örneğin, Özpolat vd, (2007) “... etkinliklerin sınıf öğretmenlerine daha ayrıntılı bir şekilde tanıtılması ve bu etkinliklerdeki amaçların açıklanması gerektiğini” (s. 210) ifade etmektedir. Bal’ın (2008), ilköğretim matematik dersi öğretim programına yönelik öğretmen görüşlerini araştırdığı çalışmada ulaştığı önemli sonuçlardan birisi etkinlik hazırlamada öğretmenlerin zorlandıklarıdır. Bu noktada bu çalışmanın yazarlarınca ortaya konan yaklaşım etkinliklere bakışı sezgisel ve kavramsal anlamları çerçevesinde temelde iki boyuta (süreç belirteci ve ürün belirteci olma yönü ile) indirgemektir. Sonrasında matematik öğretiminde yararlanılacak etkinliklerin ürün belirteci olma özelliğine sahip olan 2. boyutuna odaklanılarak bir sınıflandırmanın yapılabileceği gösterilmek istenmiştir. Bu sınıflama ile matematiksel etkinlikleri 4 ana başlık (izomorfik, izdüşümsel, lineer ve bileşke) altında kategorilere ayrılmış ve her kategorinin 3 temel bileşen (*zemin*, *bağlayıcı yan* ve *sınırlayıcı yan*) çerçevesinde karakteristik özellikleri ve örnekleri ortaya konulmuştur. Elbette kategoriler için sunulan örnekler burada verilenler ile sınırlı değildir. Yazarlar geliştirdikleri tüm etkinlik örneklerini bu çalışmada sıralamak yerine kategorilerin karakteristik özelliklerini en doğru biçimde yansıtan etkinlik örneklerini vermeye çalışmışlardır. Bu çalışmanın yazarlarınca ortaya konulan **MÖEÇ’de** yer alan kategoriler kendi içinde izole yapılar olarak algılanmamalıdır. Başka bir deyişle, her bir kategori *tasarlanma-oluşturulma-uygulanma-değerlendirilme* döngüsünde diğer kategoriler ile etkileşimlidir. Etkileşim hem farklı kategorilerde yer alan etkinliklerin döngü içerisinde bir arada ele alınabileceğine hem de herhangi bir kategorideki etkinliğin manipüle edilerek başka bir kategoriye dönüştürülebileceğine işaret etmektedir. MÖEÇ’e yönelik yapılacak araştırmalar için genel yapıyı ortaya koyan bu makalede, matematik eğitimine yönelik etkinlikleri hem etkinlik kavramının anlamsal muğlaklığı hem de diğer disiplinlerde yer alan etkinliklerden (özellikle 2. boyut çerçevesinde) ayırmak amacıyla “*matematiksel öğrenme etkinliği*” terimi (MÖE) önerilmiştir. Bu terim yardımı ile etkinliklerin kavramsal algılanışı ve MÖEÇ altında ele alınış biçiminin daha uygun olacağı düşünülmüştür. MÖEÇ ile matematik öğretmen adaylarının, matematik öğretmenlerinin, program geliştiricilerin ve eğitimcilerin etkinliklere yönelik bakışlarında yeni bir pencere açılmaya çalışılmıştır. Bu çerçevenin işlerliği nicel ve nitel araştırma paradigmalarına dayalı yapılacak olan çok yönlü çalışmalar ile araştırılmalıdır.

KAYNAKLAR

- Akkoyunlu, A.; Güler, M.; Uğurel, I. ve Alan, E. (2002). *Ortaöğretimde limit kavramının oluşturulmasına yönelik bir çalışma*, Matematik Etkinlikleri 2002, Matematikçiler Derneği, Ankara.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*, Harf Eğitim Yayıncılık, 4. Basım, Ankara.

- Bal, A. P. (2008). Yeni ilköğretim matematik öğretim programının öğretmen görüşleri açısından değerlendirilmesi, *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Cilt. 17, Sayı. 1, s.53-68.
- Bukova E. (2006). *Öğrencilerin limit kavramını algılamasında ve diğer kavramlarla ilişkilendirmesinde karşılaştıkları güçlükleri ortadan kaldıracak yeni bir program geliştirme*. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Bukova-Güzel, E. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının kavram oluşturma etkinliklerine yönelik görüşleri: süreklilik örneği*, 7. Matematik Sempozyumu, 13-15 Kasım- 2008, İzmir Ekonomi Üniversitesi, İzmir.
- Bukova-Güzel, E. ve Alkan, H. (2005). Yeniden yapılandırılan ilköğretim programı pilot uygulamasının değerlendirilmesi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), s. 385-420.
- Coşkun, E. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğretmen ve öğrencilerinin yeni türkçe dersi öğretim programı'yla ilgili görüşleri üzerine nitel bir araştırma. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), s. 421-476.
- Elbers, E. (2003). Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry, *Educational Studies in Mathematics*, 54: p. 77-99.
- Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-i: amaç, içerik ve kazanımlar, *İlköğretim Online*, 5(1), s. 30-44. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>.
- Gömlüksiz, M., N. (2005). Yeni ilköğretim programının uygulamadaki etkililiğinin değerlendirilmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), s. 339-384.
- Hazır-Bıkmaz, F. (2006). Yeni ilköğretim programları ve öğretmenler, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, Cilt. 39, Sayı. 1, s. 99-116.
- Hoyles, C.; Küchemann, D. & Foxman, D. (2003). The role of proof in different geometry curricula. *Mathematics in School*, 32, 4, 36-40.
- Lappan, G. & Briars, D. (1995). How should mathematics be taught? In I. M. Carl (Ed), *Prospects for school mathematics* (pp. 131-156). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Milli Eğitim Bakanlığı TTKB. (2005). *İlköğretim fen ve teknoloji dersi öğretim programı*. Ankara.
- National Council for Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Olkun, S. Toluk, Z. (2005). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık, Ankara.
- Orbeyi, S.Güven, B. (2008). Yeni ilköğretim matematik dersi öğretim programı'nın değerlendirme ögesine ilişkin öğretmen görüşleri, *Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi*, 4 (1): 133-147.
- Osawa, H. (2002). Mathematics of a relay-problem solving in the real world, *Teaching Mathematics and Its Applications*, Vol. 21, No. 2, p. 85-93.
- Özdemir, M. S. (2005). *İlköğretim okullarındaki öğretmenlerin yeni ilköğretim programlarına (I-V. Sınıflar) ilişkin görüşleri*. XIV Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi Kitabı (s. 573-581). P.Ü. Eğitim Fakültesi, Denizli.
- Özpolat, A., R., Sezer, F., İşgör, İ., Y. ve Sezer, M. (2007). Sınıf öğretmenlerinin ilköğretim programına ilişkin görüşlerinin incelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi*. 174, Bahar, s. 206-213.
- Saylan, N. ve Yurdakul, B. (2005). *İlköğretim program tasarımlarının gerektirdiği yapılandırmacı öğretmen özelliklerine sınıf öğretmenleri ile aday öğretmenlerin sahip olma düzeyleri*. XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi 28-30 Eylül 2005 DENİZLİ.
- Simon, M. A. and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, p. 91-104.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Suzuki, K., & Harnisch, D. L. (1995). *Measuring cognitive complexity: an analysis of performance-based assessment in mathematics*. Paper presented at the 1995 Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA, April 18-22. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 390924)
- TDK, <http://tdkterim.gov.tr/?kelime=etkinlik&kategori=terim&hng=md> (10 Aralık 2008 tarihinde alınmıştır.)
- Uğurel, I. (2003). *Ortaöğretimde oyunlar ve etkinlikler ile matematik öğretimine ilişkin öğretmen adayları ve öğretmenlerin görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. D.E.Ü., Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Umay, A., Duatepe, A, ve Akkuş-Çıkla, O. (2005). *Sınıf öğretmeni adaylarının yeni matematik dersi öğretim programındaki içeriğe yönelik hazır bulunuşluk düzeyleri*, XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi. 28-30 Eylül, Denizli.
- Velleman, D. J. (1995). *How to prove it?*. Cambridge University Press. New York. (Çev. Terziler, M. ve Öner, T. (2008)).
- Waring, S. (2008). Teaching proof at KS4, *The Montana Mathematics Enthusiast*, Vol. 5, No. 1, p. 155-162.
- Yapıcı, M. ve Leblebici, N. H. (2007). Öğretmenlerin yeni ilköğretim programına ilişkin görüşleri. *İlköğretim Online*, 6(3), 480-490, 2007. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>.
- Yeni Öğretim Programlarını İnceleme ve Değerlendirme Raporu, (2005). <http://www.erg.sabanciuniv.edu/>.

Extended Abstract

In Turkey, both primary and secondary school mathematics curricula have been developed based on the theory of constructivism. When the new mathematics curriculums are examined, it can be seen that one of the important changes emphasized in the curriculums is tasks. The concept of task is endowed with central place and important assignment in the Secondary School Mathematics Curriculum (HSMC) restructured and applied in Turkey. On the other hand, when the literature about mathematics curriculum and its application was examined it was not seen comprehensive researches towards the concept of tasks. Generally, in this area researches, it has not been widely given what the concept of task is how the concept of task is sampled. Additionally, it has been examined the structure and feature of task and how the prospective mathematics teachers understand tasks (Bukova-Güzel ve Alkan, 2005; Gömleksiz, 2005; Baki ve Gökçek, 2005; Olkun ve Toluk, 2005). To be better understood the concept of task; it is discussed as intuitive and conceptual in terms of HSMTC, literature about mathematics education both national and international by handling with its samples. The purpose of this study, in terms of the HSMTC's perspective, is to examine the conceptual understanding and structure of tasks, their samples and types and after in terms of authors' perspective is to pioneer to arise an investigative, debating and examination domain by reaching a classifying.

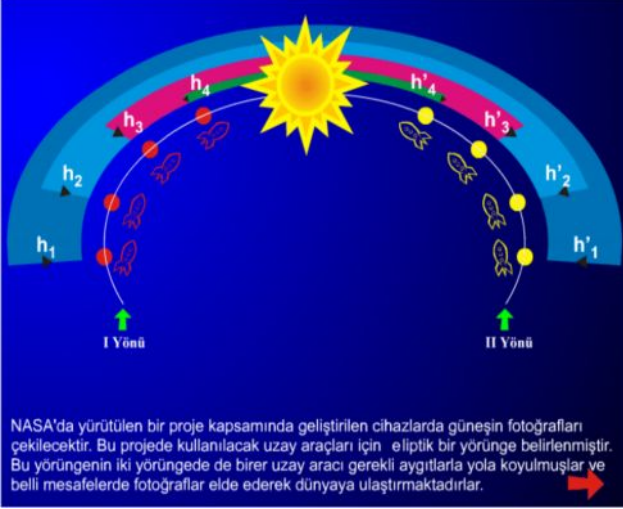
In the study, definitions relating the concept of task in mathematics learning are given by examining this area literature and a likely classification about the activity in terms of mathematics learning is given. This classification is formed by the researchers. In the context of this, the characteristic and examples of the classification is presented as isomorphic task (IT), projective task (PT), linear task (LT) and composite task (CT).

Mathematical concepts, structures, principles and features are hidden in the real world scenarios or interdisciplinary scenarios in the first category named IT. By means of these scenarios the critical points of mathematical concepts is emphasized. In this category our ground is the real world situation and the study areas of other discipline such as physics, chemistry, social sciences. Within the specific scenario the mathematical objects are presented by being saved their own characteristics. In these kinds of tasks it is implicated the critical points and systematic of mathematical objects. The inception and advancement is the out of the mathematics but the end point is made with the step to the mathematical world. In the second category named the PT, it is wanted to construct bridges among the real world, interdisciplinary studies and the mathematical world. In other words, in this category our ground is the real world, interdisciplinary studies and the mathematical world. These kinds of tasks do not need to present by scenarios. They can be place to at the end of the IT or it can be independently presented from the IT. The linking side is that the inception is the out of the mathematics but the advancement and the end must be in mathematical world. The PT contains only horizontal transition about the mathematical concept examined in the task. The next category named the LT, our ground is mathematical world. The entire inception must be on the mathematical concepts and principles. The main language of the inception should be the mathematical language. The main purpose of these kinds of tasks is supply a view on school mathematics by making reasoning and mathematical thinking. The linking side of this task is that it contains much likely horizontal transitions among the mathematical knowledge about the mathematical concept and the principles. In the last category named the CT, our ground can be the real world, interdisciplinary studies, mathematical world or it can be integrated all of them. The main part of the inception must be on mathematical structures and concepts. The main purpose of these kinds of tasks is that multiple approaches and representations towards mathematical concepts, principles and properties is presented by making reasoning and advanced mathematical thinking. These kinds of taska contain learning situations about constructing creative and authentic solutions, expanding these solutions. The linking side is that it target advanced mathematical thinking and reasoning in the context. The CT contains both horizontal and vertical transitions among the mathematical knowledge about the mathematical concept and the principles.

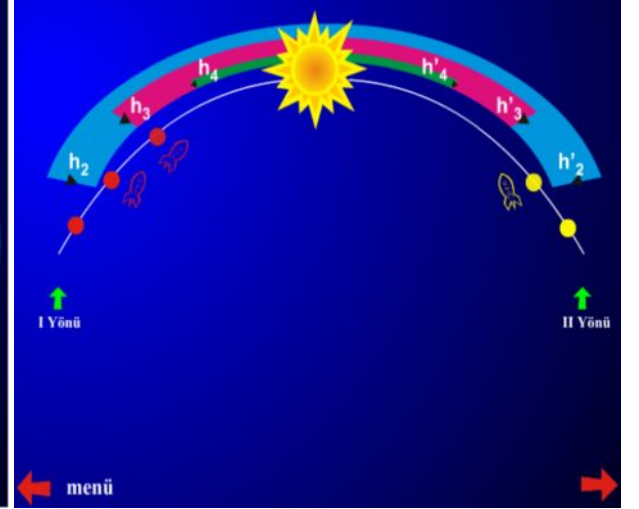
In this study, the authors indicate two dimensions of task named process identifier and product identifier in the frame of its understanding of conceptual and heuristic. And then, while concentrating the product identifier, they pose the abovementioned classification. The categories occurred in "Mathematical Learning Task Framework (MLTF)" which is raised from authors' classification such as IT, LT etc. are not isolated structures in their own. They can be use in an interactive way.

The classification and its parts' characteristics should be tried by using both qualitative and the quantitative research methods in omnidirectional experimental studies. It is concluded that the study in question is guide to mathematics learning and mathematics teacher.

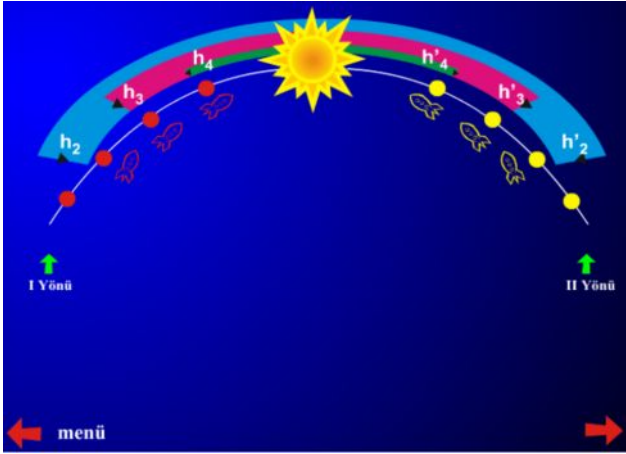
EK-1



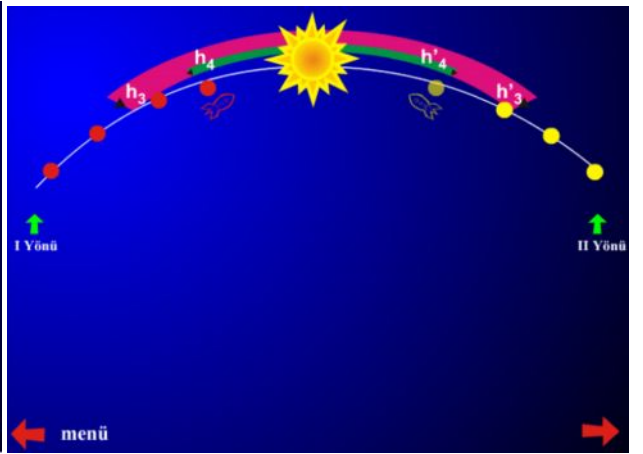
Şekil 3. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



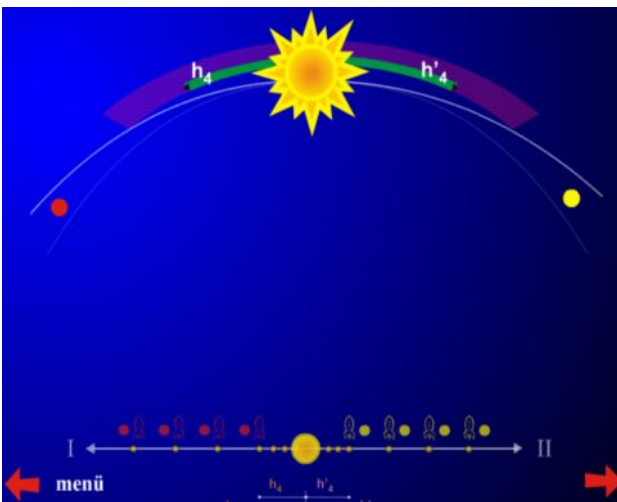
Şekil 4. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



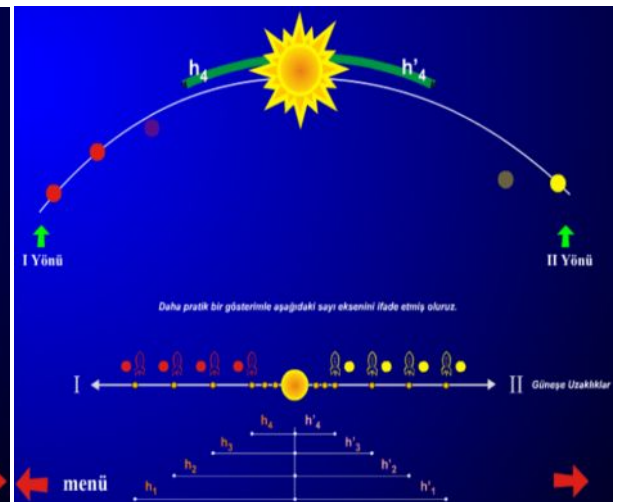
Şekil 5. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



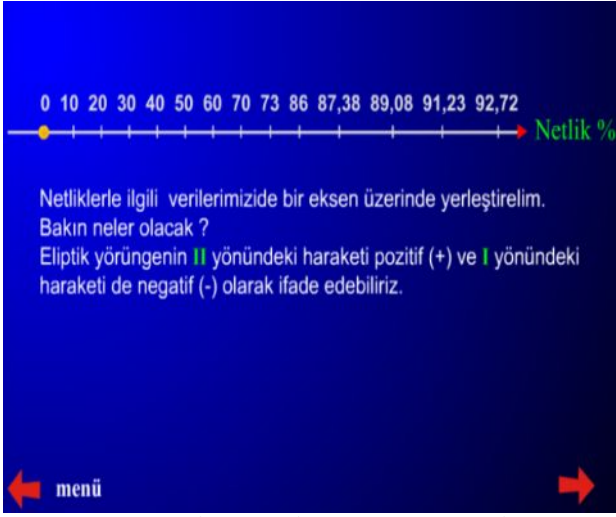
Şekil 6. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



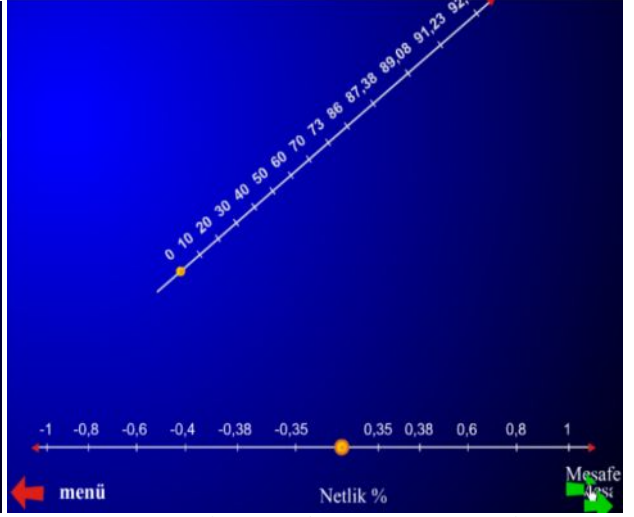
Şekil 7. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



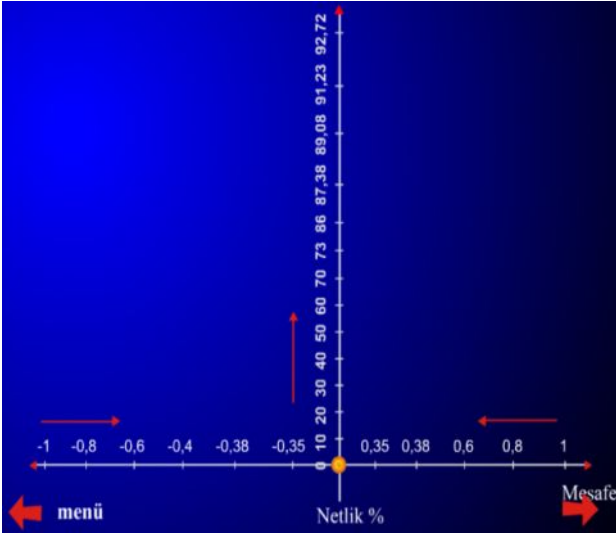
Şekil 8. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



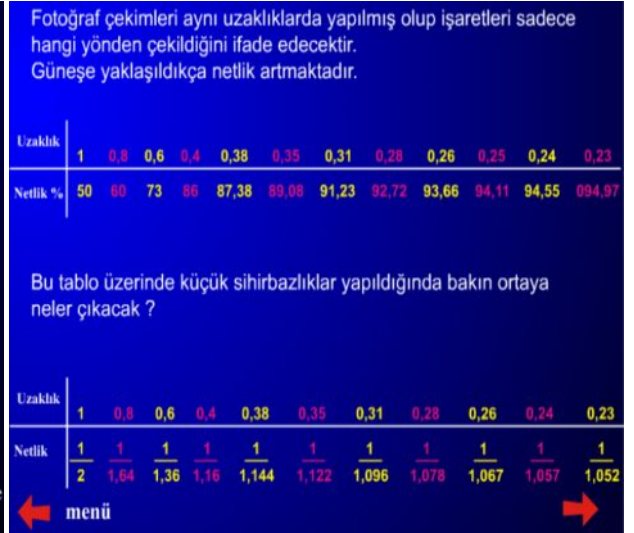
Şekil 9. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



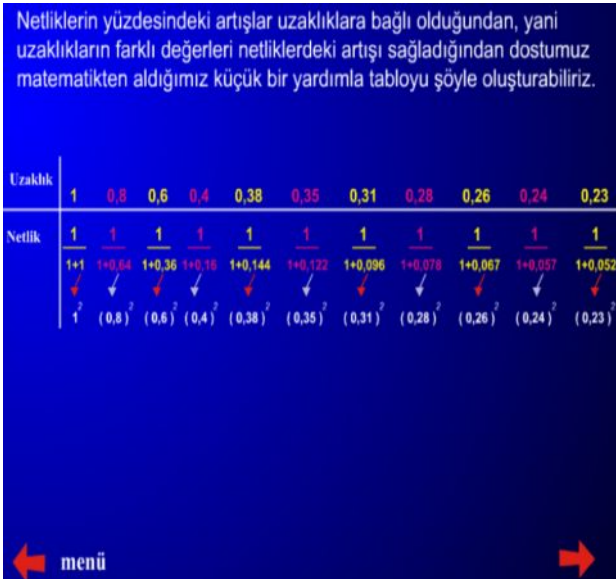
Şekil 10. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



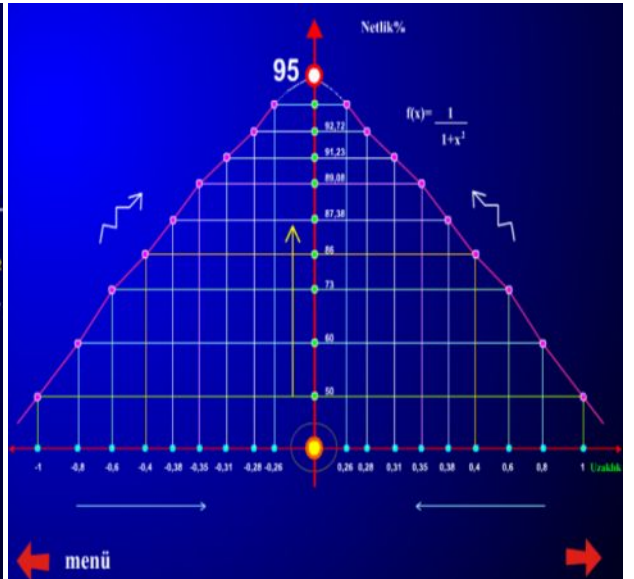
Şekil 11. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



Şekil 12. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



Şekil 13. Animasyon ekran görüntüsü örneği.



Şekil 14. Animasyon ekran görüntüsü örneği.