9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ARİTMATİK İŞLEMLER, SIRALAMA, DENKLEM VE EŞİTSİZLİK ÇÖZÜMLERİNDEKİ HATALARI

9TH GRADE STUDENTS' DIFFICULTIES IN ARITHMATIC OPERATIONS, ORDERING NUMBERS, SOLVING EQUATIONS AND INEQUALITIES

Hakan ŞANDIR[*], Behiye UBUZ[**], Ziya ARGÜN[***]

ÖZET: Bu çalışmanın konusu mutlak değer kavramının öğretilmesine temel teşkil eden aritmetik işlemler, sayıların sıralanması, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki 9. sınıf öğrencilerinin hatalarını ve zorluklarını ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla hazırlanan 10 açık uçlu soruya verilen yanıtlar 0–3 arasındaki puan kriterine göre analiz edilmiş ve değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar göstermektedir ki, öğrenciler dört işlemde, çarpmanın toplama veya çıkarma üzerine dağılmasında, denklem ve eşitsizlik çözümlerinde çok sık hata yapmaktadırlar. Ayrıca, öğrencilerin vermiş olduğu yanıtların detaylı analizi öğrencilerin sayı kavramının oluşturulmasında, rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralanmasında ve iki ayrı eşitsizlik birleştirilerek tek bir eşitsizlik olarak verildiğinde bu eşitsizliklerin çözülmesinde zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır.

Anahtar Sözcükler: eşitsizlikler, denklemler, işlemler, sıralama bağıntısı, öğrenci hataları ve kavramsal yanılgıları

ABSTRACT: The aim of this study was to investigate 9th grade students' difficulties and errors on operations, ordering numbers, solving equations and inequalities. The data were gathered by the questionnaire containing 10 open ended questions. The answers of the students were categorized according to 0-3 point's schema. The results revealed that participants made many errors in arithmetic operations, in using distributive laws, and in solving equation and inequalities. Further, the detailed analysis of students' responses revealed that students have many difficulties about constructing number sense, ordering rational or irrational numbers, and finding the solution of multi- inequalities.

Keywords: inequalities, equations, operations, ordering numbers, student's errors and misconceptions

1.GİRİŞ

Tamsayılar ve rasyonel sayılarda dört işlem, sıralama, eşitsizlik ve denklem çözümleri birçok konuya temel teşkil eden konulardır. Bu konuların başında Mutlak değer konusu gelmektedir. Örneğin, 1 sayısına 0,1 birim uzaklığından daha yakın olan sayıları belirlerken $|x-1|<0{,}1$ eşitsizliğinin çözülmesi gerekmektedir. Bazı araştırmacıların yaptığı çalışmalarda öğrencilerin yukarıda belirtilen konularda hatalara ve kavramsal yanılgılara düştüğü gözlenmiştir.

Mutlak değer kavramının öğrenilmesinde önkoşul olan cebirsel ifadeler ve denklemlerde öğrencilerin birçok anlama problemine sahip olduğu bazı çalışmalarda söylenmektedir (Cortes ve Pfaff, 2000; Lee, 2002; Pomerantsev ve Korosteleva, 2003; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Şandır, Ubuz ve Argün, 2003; Tsamir ve Bazzini, 2004; Vlassis, 2004). Şandır, Ubuz ve Argün (2003) ün mutlak değer kavramı üzerine aynı örneklem ile yaptığı çalışmada öğrencilerin mutlak değer kavramı yanında eşitsizlik çözümleri yaparken her tarafa aynı terimin eklenip çıkarılmaması, çözüm kümesinin yanlış gösterilmesi, eşitsizliklerin sayı doğrusu üzerinde yanlış gösterilmesi, eşitsizlik çözümlerindeki sadeleştirmelerde toplama-çıkarma ile çarpma-bölme işlemlerinin karıştırılması, ... gibi zorluklara düştüğü gözlenmiştir. Benzer şekilde Cortes ve Pfaff (2000) 10. sınıfta okuyan 45 öğrenciyle cebir konusu ile ilgili yaptıkları bir çalışmada öğrencilerin eşitlik çözümlerinde bir terimi eşitliğin diğer tarafına geçirirken çeşitli yanlışlara düştüklerini belirlemişlerdir. Bu yanlışlar; bilinmeyen terimin

[*] Arş. Gör., Gazi Üniversitesi, hsandir@gazi.edu.tr
[**] Doç. Dr., Orta Doğu Teknik Üniversitesi, ubuz@metu.edu.tr
[***] Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, ziya@gazi.edu.tr

diğer tarafa geçirilirken işaretini değiştirmeden geçirme, bilinmeyenin katsayısını sadeleştirirken sadece eşitliğin bir tarafıyla işlem yapma, eşitliğin her iki tarafını (-1) ile çarparken işlem hatası yapmadır. Ayrıca bunlar dışında bazı öğrenciler her iki tarafı aynı sayıya bölerken bölümü ters çevirmişlerdir. Eşitsizlik çözümlerinde ise öğrenciler bu hataların dışında eşitsizliği negatif bir sayıyla çarpar yada bölerken eşitsizlik işaretinin yönünü değiştirmemişlerdir.

Tsamir ve Bazzini (2004) ise 16-17 yaşlarındaki 148 Israil' li öğrencinin eşitsizlik problemlerinde tek değerli çözümlere reaksiyonlarını incelemek için yaptığı çalışmada "eşitsizlik çözümleri aralık olmalı" yargısının ağırlıklı olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca bu çalışma öğrencilerin eşitsizlikleri çözerken çözüme iki farklı şekilde yaklaştıklarını göstermiştir. Biri algoritmik, cebirsel yaklaşım, diğeri verilen ifadelerin sözel incelemesi. Algoritmik, cebirsel yaklaşımı kullanan öğrenciler doğru ve yanlış işlemlerden oluşan bir dizi cebirsel işlemler yapmaktadırlar. İkinci yaklaşımı tercih eden öğrenciler çözüme ulaşmada daha başarılı olmuşlardır. Vlassis (2004) 8. sınıf öğrencileri üzerine yaptığı çalışmada cebirsel ifadelerde özellikle negatif katsayılı terimlerle yapılan işlemde öğrencilerin eksi işaretini polinomları doğal sayılar üzerinde yapılan iki ayrı işleme ayıran bir engel olarak gördüklerini belirtmiştir. Lee (2002) cebir problemleri üzerine yaptığı çalışmada öğrencilerin 8 farklı şekilde işlem hatasına düştüğünü belirlemiştir. Bunlardan bazıları: ondalık değerin kesir olarak yanlış hesaplanması, yanlış çarpanlara ayırma, sadeleştirmelerde eşitliğin diğer tarafına geçirilirken hatalı işaret değiştirme, toplamayı yanlış ayırma, çarpmayı yanlış ayırma, ve eşitsizliğin bir tarafını yanlış işaretle gösterme ile ilgili hatalardır. Pomerantsev ve Korosteleva (2003) ise 366 üniversite öğrencisi üzerine yaptığı bir çalışmada öğrencilerin denklem çözümlerinde kesirlerle çalışırken sadeleştirmede hata yaptıklarını bulmuştur. Öğrenciler, kesri sadeleştirirken kesrin üst kısmında toplama ya da çıkarma işlemi olduğunda terimlerden sadece birini sadeleştirmişlerdir. Ayrıca bir cebirsel ifadeyi bir katsayıya göre paranteze alırken yanlışlar yapmışlardır.

Bir sayının mutlak değerinin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi için rasyonel ve irrasyonel sayıların da iyi bilinmesi ve bunların sayı doğrusu üzerinde doğru olarak işaretlemesi gerekmektedir. Ancak Stafylidou ve Vosniadou (2004), Peled ve Hershkovitz (1999) ve Seyhan ve Gür (2004) yaptıkları çalışmalarda rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralanmasında, karşılaştırılmasında ve yaklaşık değerinin hesaplanmasında öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olduklarını ortaya koymuştur. Stafylidou ve Vosniadou (2004) 10-16 yaş arasındaki 200 öğrenci üzerinde yaptıkları araştırmada öğrencilerin kesrin payının (veya paydasının) değeri arttığında (azaldığında) kesrin de değerinin arttığını (azaldığını) düşündüklerini tespit etmiştir. Bu inanış kesirlerin sıralanması sırasında da ortaya çıkmıştır. Seyhan ve Gür (2004) ün 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada ise ondalık sayılar da öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarını şu şekilde sıralamışlardır: Ondalık sayının anlamını kavrayamama, ondalık virgülünü görmezden gelme, ondalık virgülünün farklı iki sayıyı birbirinden ayıran bir ayıraç gibi algılama, çok basamaklı ondalık sayıların daha küçük ya da daha büyük olduğunu düşünme, sıfırı bir basamak değeri olarak görmeme, sıfırın bir anlamı olmadığını düşünme, ondalık sayının kesir kısmındaki basamakları doğru olarak isimlendirememe, sıfırın sayıları küçülttüğünü varsayma ve kesirlerle ondalık sayılar arasındaki ilişkiyi kavrayamama.

Peled ve Hershkovitz (1999) irrasyonel sayılar üzerine yaptıkları bir çalışmada öğrencilerin irrasyonel sayıların rasyonel sayı olarak yaklaşık değerini tahmin edemediğini, bundan dolayı da bu sayıları sayı doğrusu üzerinde doğru bir şekilde gösteremediğini belirlemiştir.

Bu çalışmanın amacı da Türkiye'de yabancı dil ağırlıklı eğitim veren bir lisede okuyan 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramının öğretilmesinde önemi yukarıda belirtilen sayılar, sıralama, eşitsizlikler ve denklemler kavramlarındaki performanslarını ve zorluklarını yakından incelemek ve böylece mutlak değer kavramının öğretilmesine bir katkı sağlamaktır.

2. YÖNTEM

2.1. Örneklem

Araştırmanın örneklemini, 2002–2003 öğretim yılında Ankara'da yabancı dil ağırlıklı eğitim veren bir lisenin 9. sınıfında okuyan toplam 54 öğrenci oluşturmaktadır.

2.2. Ölçme Aracı

Öğrencilerin mutlak değer konusu için önkoşul olan tamsayılar ve rasyonel sayılarda dört işlem, sıralama ve eşitsizlikler, cebirsel ifadeler ve denklemler ile ilgili bilgilerini ölçmek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan on maddelik bir "hazır bulunuşluk" sınavı hazırlanmıştır (bak Ek–1). Bu sınavda 1. ve 2. soru tamsayılar ve rasyonel sayılarda dört işlem, 3, 4, 5, 9 ve 10. sorular sıralama ve eşitsizlikler, son olarak 6, 7 ve 8. sorular cebirsel ifadeler ve denklemler ile ilgilidir.

2.3. İşlem

Öğrencilerin mutlak değer konusuna temel teşkil eden konulardaki bilgilerini ölçmek amacıyla lise matematik programı incelenmiş, bu konular ile ilgili hedef ve davranışlar göz önüne alınarak uzman görüşleri doğrultusunda açık uçlu sorulardan oluşan on maddelik bir "hazır bulunuşluk" sınavı hazırlanmıştır. Bu sınav mutlak değer konusuna giriş yapılmadan önce bir saat süreyle uygulanmıştır. Öğrencilerin her soruya vermiş olduğu yanıtlar 3 üzerinden puanlandırılarak değerlendirilmiştir. 1 ve 2 olarak puanlanan soruların yanıtları tekrar detaylı olarak incelenmiş, tespit edilen eksiklikler ve kavramsal yanılgılar irdelenmiştir. Yanıtların değerlendirme ölçütleri Tablo 1 de verilmektedir.

Tablo 1: Değerlendirme ölçütü ve puanlama

Puan	Ölçüt
0	Yanıt yok
1	Kısmen doğru
2	Çözüm yolu doğru işlem hatası var / Eksik çözüm
3	Çözüm yolu ve yanıt doğru

3. BULGULAR

Soruların yukarıda belirtilen ölçütlere göre sıklık-yüzde değerleri ve aritmetik ortalaması Tablo 2'de verilmektedir. Tablo 2 genel olarak incelendiğinde öğrencilerin sayılarda dört işlem ile ilgili olan 1 ve 2. soruya genel olarak doğru cevap verdikleri (%87; %81), rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralanması ile ilgili 3 ve 4 sorularda ve iki eşitsizlik çözümü gerektiren 10. soruda ise doğru cevap oranının oldukça düşük kaldığı (%11; %19; %28), cebirsel ifadelerin sıralanmasını gerektiren 5. ve tek eşitsizlik çözümü gerektiren 9. soruda başarının nispeten daha yüksek olduğu (%65; %65), cebirsel ifadelerde dört işlem gerektiren 6. ve denklem çözümü ile ilgili 7 ve 8. sorularda ise başarının yüksek olduğu ancak denklem çözümü gerektiren ve kesir ifadeleri veya parantez içeren sorularda başarıda bir düşüş yaşandığı görülmektedir (%87; %76; %59).

Tablo 2: Soruların değerlendirme ölçütüne göre sıklık-yüzde değerleri ve aritmetik ortalaması

Kriter / Soru	0		1		2		3		$\bar{x}$
	n	%	*n*	%	*n*	%	*n*	%	
1	0	0	0	0	7	13	47	87	2,87
2	0	0	0	0	10	19	44	81	2,81
3	17	31	17	31	14	26	6	11	1,17
4	16	30	13	24	15	28	10	19	1,35
5	1	2	16	30	2	4	35	65	2,31
6	0	0	3	6	4	7	47	87	2,81
7	1	2	2	4	10	19	41	76	2,69
8	6	11	2	4	14	26	32	59	2,33
9	5	9	7	13	7	13	35	65	2,33
10	17	31	15	28	7	13	15	28	1,37

Yukarıda belirtildiği üzere 1 ve 2 olarak puanlanan öğrenci yanıtları tekrar detaylı olarak incelenmiş ve sahip olunan hatalar ve kavramsal yanılgılar sınıflandırılarak irdelenmiştir.

3.1. Hatalar ve Kavramsal Yanılgılar

Hatalar ve kavramsal yanılgılar üç konu başlığı altında tartışılmaktadır: (1) Dört işlem; (2) Sıra bağıntısı ve sayı kavramı; ve (3) eşitsizlik çözümü.

3.1.1. Dört işlem

Öğrencilerin sorulara verdiği tüm yanıtlar paralel olarak incelendiğinde %48'inin (26 kişi) dört işlem ile ilgili farklı şekillerde hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu hatalar, Tam sayı veya Rasyonel sayı içeren dört işlemde, özellikle negatif sayılarla yapılan toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde, negatif bir sayının parantez dışına çıkarılması ya da negatif katsayılı bir parantezin açılmasında, negatif katsayılı bir kesirle yapılan toplamada, çarpma işleminin toplama veya çıkarma üzerine dağıtılması ve bir ifadeyi eşitliğin ya da eşitsizliğin diğer tarafına geçirirken işaret değiştirme esnasında gerçekleşmiştir. Bu tip hata yapan öğrencilerin % 54'ü (14 kişi) bu hataları birden fazla soruda tekrar etmiştir.

Örneğin, öğrencilerden Hacer'in denklem çözümü gerektiren 7. ve 8. soruya vermiş olduğu yanıtlar incelendiğinde toplama işleminde ($-1+3=-2$) ve parantezin açılması sırasındaki çarpma işleminde $-(12a-3)=-12a-3$ şeklinde yanlış yaptığı görülmektedir (bak. Şekil 1). Ayrıca eşitliklerde; eşitliğin her iki tarafını bir sayı ile çarpar ($\frac{x-2}{3}=\frac{x}{-1} \Rightarrow 3x = x-2.(-1)$) ya da bölerken ($-11a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{11}$) sayının işaretine ve hangi terimlerle çarpıldığına veya bölündüğüne dikkat edilmediği gözlenmiştir. Bu da Hacer'in özellikle negatif sayılarla işlemler yaparken zorlandığını göstermektedir.

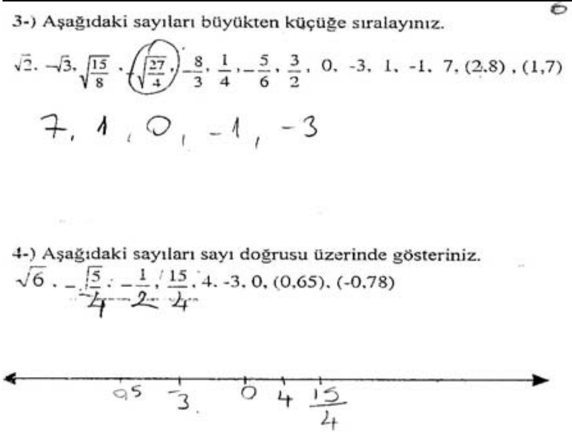
Şekil 1: Hacer'in 7. ve 8. soruya vermiş olduğu cevap

3.1.2. Sıra bağıntısı ve sayı kavramı

Öğrencilerin %89'u içerisinde köklü sayılar bulunan sayı topluluklarını sıralayamamış ve bu sayıları sayı doğrusu üzerine yerleştirememişlerdir. Bu öğrencilerin %74'ü (40 kişi) ise 3 ve 4 üncü sorunun her ikisine birden yanlış cevap vermiş ya da boş bırakmıştır. Örneğin, Merve 3. soruda sadece tam sayıları büyükten küçüğe sıralamış; köklü ve rasyonel sayıları ise sıralamaya dâhil edememiştir. 4. soruda ise sayıların çok azını sayı doğrusu üzerinde doğru şekilde gösterebilmiştir (bak Şekil 2). Burada Merve kesirlerin ve ondalık sayıların tam sayılarla karşılaştırılması ve sıralanmasında hata yapmıştır. 15/4 rasyonel sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterirken sayıyı 4 ten büyük olarak işaretlemiştir. Benzer şekilde -1/2 sayısını da sayı doğrusu üzerinde gösterirken -3 sayısının sol tarafına yazmıştır yani -3 ten daha küçük olduğunu ifade etmiştir. Burada rasyonel sayılar ve ondalık gösterimleri ile tam sayıların karşılaştırılmasında bir sıkıntı olduğu gözlenmektedir. Öğrenciler rasyonel ve irrasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterebilmeleri için bu sayıların ondalık olarak yaklaşık değerini bilmeleri ve bu değeri tam sayılarla karşılaştırarak sayı doğrusu üzerindeki yerini belirlemeleri gerekmektedir. Ancak öğrenciler rasyonel sayıların ondalık olarak değerini hesaplarken hata yapmışlardır. Özellikle negatif ondalık sayıların tam sayılarla karşılaştırılmasında oldukça zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler negatif ondalık sayıları sıralarken hataya düşmüşlerdir.

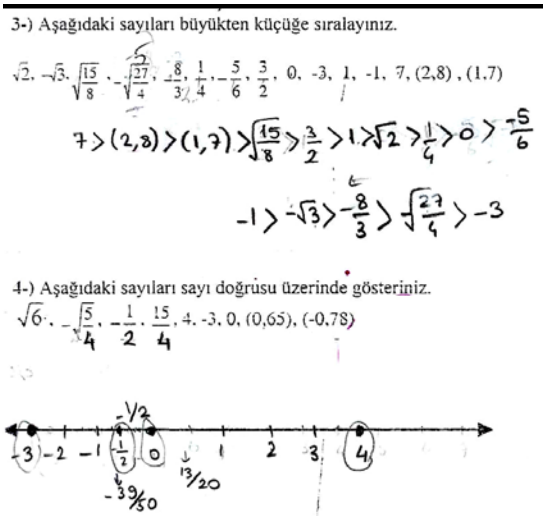
Öğrencilerin %39'u (21 kişi) irrasyonel sayıların yaklaşık değerini tahmin edememiş ya da tamamen boş bırakmıştır. İrrasyonel sayıların sıralanabilmesi için önce yaklaşık olarak ondalık değerinin hesaplanması gerekmektedir. Tamsayıları doğru olarak sırlayan ve rasyonel sayıları sıralamaya çalışan öğrenciler irrasyonel sayıların yaklaşık değerini hiç hesaplamamış ve bu sıralamalarının içine irrasyonel sayıları katamamışlardır.

Şekil 2: Merve'nin 3. ve 4. soruya vermiş olduğu cevap



Öğrencilerden Ayşe 3. soruda rasyonel ya da tam sayıları doğru bir şekilde sıralarken irrasyonel sayıları sıralayamamış, 4. soruda ise sadece rasyonel ve tam sayıları sayı doğrusunda göstermiş fakat irrasyonel sayılarla ilgili herhangi bir işlem yapamamış veya gösterim biçimi kullanamamıştır (bak. Şekil 3). Ayşe 3. soruda irrasyonel sayılar ile ilgili bir bilgisinin olduğunu göstermiş ancak bu bilgisini 4. soruya taşıyamamıştır. 3. soruya göre daha karmaşık olan 4. soruda köklü sayılar ile ilgili kısmı boş bırakmıştır.

Şekil 3: Ayşe'nin 3. soruya vermiş olduğu cevap

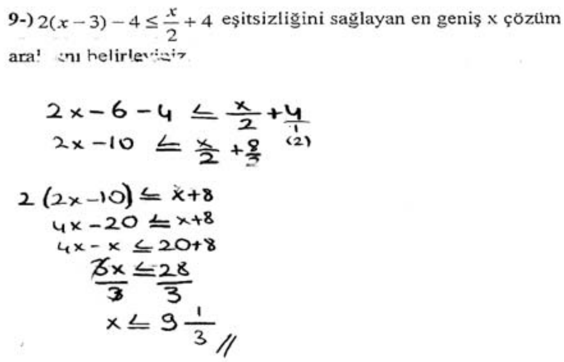


Bu sonuçlar soruların ortalamalarından da anlaşılabilir ($\bar{x}_3$=1,17; $\bar{x}_4$=1,35; $\bar{x}_{10}$=1,37).

3.1.3. Eşitsizlik çözümü

Tek eşitsizlik çözümü gerektiren 9. soruyu doğru cevaplayan öğrencilerin %66'sı (23 kişi) iki eşitsizlik çözümü gerektiren 10. soruyu boş bırakmış veya yanlış yapmıştır. Öğrencilerden Hicran 9. soruyu doğru olarak cevaplandırırken 10. soruyu çözümsüz bırakmıştır (bak Şekil 4).

Şekil 4: Hicran 9. soruya vermiş olduğu cevap



9-) $2(x-3)-4 \le \frac{x}{2}+4$ eşitsizliğini sağlayan en geniş x çözüm ara! ını belirle iz

$2x-6-4 \le \frac{x}{2}+\frac{4}{1}$

$2x-10 \le \frac{x}{2}+\frac{8}{2}$

$2(2x-10) \le x+8$

$4x-20 \le x+8$

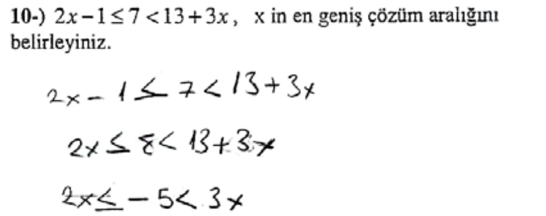
$4x-x \le 20+8$

$\frac{3x}{3} \le \frac{28}{3}$

$x \le 9\frac{1}{3}$ //

Pınar ise benzer şekilde 9. soruda verilen eşitsizliği doğru çözerken 10. soruda x değişkenine bağlı olarak verilen iki ayrı eşitsizlik birleştirilerek verildiğinde soruya doğru yanıt verememiş ve eşitsizlikleri iki farklı parçaya ayırıp ayrı ayrı çözüm yapmaları ve buldukları çözüm kümelerini birleştirmeleri gerektiği noktada soruyu çözmeyi bırakmıştır (bak Şekil 5). Bu da göstermektedir ki öğrenciler iki ayrı eşitsizlik birleştirilerek verildiğinde bu durumu iki ayrı tek eşitsizlik çözümü durumuna getirmeyi düşünememişlerdir.

Şekil 5: Pınar'ın 10. soruya vermiş olduğu cevap



10-) $2x-1 \le 7 < 13+3x$, x in en geniş çözüm aralığını belirleyiniz.

$2x-1 \le 7 < 13+3x$

$2x \le 8 < 13+3x$

$2x \le -5 < 3x$

4. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Sonuç olarak tüm bu bulgular incelendiğinde negatif sayılarla yapılan işlemlerde, çarpma işleminin toplama veya çıkarma üzerine dağılmasında ve denklem ve eşitsizliklerin çözümlerinde çözümleri yaparken her tarafa aynı terimin eklenip çıkarılmasında öğrencilerin çok fazla işlem hatasına düştüğü görülmektedir. Bu sonuçlar Şandır, Ubuz ve Argün (2003), Cortes ve Pfaff (2000), Pomerantsev ve Korosteleva (2003) ve Lee (2002) nin belirtmiş olduğu eşitlik ve eşitsizlik çözümlerinde eşitlik ve eşitsizliğin her iki tarafına aynı terimin eklenip çıkarılmaması bulgusuyla tutarlıdır. Ayrıca Vlassis'in (2004) belirtmiş olduğu negatif sayılarla işlem zorluğu bulgusuyla benzerlik göstermektedir.

Sayı kavramı ve sayıların sıralanması ile ilgili öğrencilerin özellikle irrasyonel sayıların tahmini olarak ondalık gösterimini hesaplayamadıkları, bundan dolayı da bu sayıları sıralayamadıkları ve sayı doğrusu üzerinde gösteremedikleri görülmüştür. Bu açıdan bakıldığında elde edilen bulgular Stafylidou ve Vosniadou (2004), Seyhan ve Gür (2004), ve Peled ve Hershkovitz (1999) gibi araştırmacıların belirttikleri rasyonel ve irrasyonel sayılardaki anlama zorluklarından ortaya çıkmaktadır.

Bütün bu sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin rasyonel sayılar, denklem ve eşitsizlik çözümleri konularında hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu hataların düzeltilmesi bu konulara bağlı olan mutlak değer gibi konuların öğrenilebilmesi için büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda kavramın doğru bir şekilde yapılandırılabilmesi için tespit edilen yanlışların ve yanlış kavramaların kökeninde hangi nedenlerin yattığını daha net görmek için daha derinlemesine inceleme ve araştırmalar yapılabilir. Şandır (2002) mutlak değer konusu ile ilgili 57 öğrenci üzerinde yaptığı Tanısal Öğretim Yöntemi ile geleneksel öğretimin karşılaştırılmasında kavramsal sınav testinde Tanısal Öğretim Yöntemi grubu lehine anlamlı bir fark bulurken işlemsel sınav testinde anlamlı bir fark bulamamıştır. Dolayısıyla yukarıda belirtilen kavramların öğretilmesinde Tanısal Öğretim yönteminin kullanılması yardımcı olabilir.

KAYNAKÇA

Cortes, A. ve Pfaff, N., (2000*). Solving equations and inequations: Operational invariant and methods constructed by students*, Paper presented at the PME.

Lee, F. (2002). *Diagnosing Students' Algebra Errors on the Web.* Proceedings of the International Conference on Computers in Education (ICCE'02).

Peled, I. ve Hershkovitz, S., (1999). Difficulty in knowledge integration: revisiting Zeno's paradox with irrational numbers. . *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *30*(1), 39–46.

Pomerantsev L., ve Korosteleva, O., (2003). Do Prospective Elementary and Middle School Teachers Understand the Structure of Algebraic Expressions? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal 1: Content Knowledge.26 Mayıs 2006 tarihinde* http://www.k-12prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/lee01/article.pdf adresinden alınmıştır.

Seyhan, S. ve Gür, H. ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki hataları ve kavram yanılgıları, *Matematikçiler Derneği,* 10.07.2004 tarihinde http://www.matder.org.tr/bilim/gshg.asp?ID=76 adresinden alınmıştır.

Stafylidou, S. ve Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions, *Learning and Instruction*, *14*, 503–518.

Şandır, H., (2003). *Tanısal öğretim yönteminin 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer konusundaki başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Şandır, H., Ubuz, B., ve Argün, Z. (2002, Eylül) *Ortaöğretim 9. Sınıf Öğrencilerinin Mutlak Değer Kavramındaki Öğrenme Hataları ve Kavram Yanılgıları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde bildiri olarak sunulmuştur, ODTÜ, Ankara.

Tsamir P. ve Bazzini, L. (2004). Consistencies and inconsistencies in students' solutions to algebraic 'single-value' inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *35*(6), 793–812.

Vlasis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity', *Learning and Instruction*, *14*, 469–484.

EK: HAZIR BULUNUŞLUK SINAVI

1-) $[1-(7-5)-(2-3)]-1=?$

2-) $\frac{2}{3}-\left[\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\right]-\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)=?$

3-) Aşağıdaki sayıları büyükten küçüğe sıralayınız.
$\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{15}{8}}$, $-\sqrt{\frac{27}{4}}$, $-\frac{8}{3}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{3}{2}$, 0, -3, 1, -1, 7, (2,8) , (1,7)

4-) Aşağıdaki sayıları sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
$\sqrt{6}$, $-\sqrt{\frac{5}{4}}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{15}{4}$, 4, -3, 0, (0,65), (-0,78)

5-) $a>1$ olduğuna göre, $\frac{a-1}{a}, \frac{a}{a+1}, \frac{1-a}{a+2}$ ifadelerini büyükten küçüğe sıralayınız.

6-) $-x-(2x+3x)-(-x)+(4x)-(2x)=?$

7-) $\frac{x-1}{3}+3=\frac{x}{-1}$ denklemini sağlayan x değerlerini bulunuz.

8-) $3[a-(4a-1)]=2(a-3)$ denklemini çözünüz.

9-) $2(x-3)-4\leq\frac{x}{2}+4$ eşitsizliğini sağlayan en geniş x çözüm aralığını belirleyiniz.

10-) $2x-1\leq 7<13+3x$, x in en geniş çözüm aralığını belirleyiniz.

Extended Abstract

Operations on natural number and rational numbers, ordering numbers, inequality and equation solving form a base for many concepts. One of these concepts is absolute value. For example, while finding the numbers closer to 1 less than 0.1 unit distance, $|x-1| < 0.1$ inequality must be solved.

Many researchers (Cortes and Pfaff, 2000; Lee, 2002; Pomerantsev and Korosteleva, 2003; Stafylidou and Vosniadou, 2004; Şandır, Ubuz and Argün, 2003; Tsamir and Bazzini, 2004; Vlassis, 2004) reported that students have difficulties on algebraic expression and equations which are the prerequisite topics for absolute value. For example, Şandır, Ubuz and Argün (2003)'s study on absolute value with the the same students who participated in this present study indicated that students have difficulties in solving inequalities due to not adding or subtracting of same terms to both sides of the inequalities or the confusion of addition-subtraction with multiplaction-division while doing the simplifications.

Rational and irrational numbers and their representation on the number line must be acquired to be able to show an absolute value of a number on a number line. However, Stafylidou and Vosniadou (2004), Peled and Hershkovitz (1999), and Seyhan and Gür (2004) reported that students have difficulties finding the approximate value of rational and irrational numbers.

The purpose of this study was to examine the 9th grade students performance and difficulties on number and rational numbers, ordering numbers, and inequality and equation solving.

Sample of this study were 54 ninth-grade students from a secondary school in Ankara. A test including 10 open-ended questions on arithmetic operations in natural numbers and rational numbers, ordering numbers, inequality and equation solving were developed according to objectives in the curriculum. First and second questions are about arithmetic operations in natural numbers and rational numbers, 3, 4, 5, 9 and 10th questions are about ordering numbers and inequality solving, and 6, 7 and 8th questions are about algebraic expressions. The test was administered to the students in 2002-2003 academic years. Answers of the students were evaluated by using 0-3 point's scheme as shown in Table-1. Answers of the students scored as 1 or 2 were investigated in detail in order to clarify their errors and/or misconceptions.

Table 1: Evaluation criteria and scoring

Points	Criterion
0	No answer
1	Partially correct
2	Solution method true but there is a procedural mistakes or incomplete answer
3	Solution method and answer true

The frequencies and percentages of the students' responses to the questions according to the evaluation criteria revealed that difficulty level of the questions are different. For example, question 1 and 2 related to the arithmetic operations were answered correctly by most of the students (%87; %81). Questions 3 and 4 related to ordering of rational and irational numbers and question 10 related to solving double inequality in one form were rarely answered correctly by the students (%11; %19; %28). Compared to question 10, question 9 involving one inequality was much more easier for students (%65).

Errors and misconceptions are presented under three topics: (1) arithematic operations; (2) ordering relations; and (3) inequalitity solution. Under arithematic operations the main difficulty appeared was on making operations with negative numbers. The difficulty in ordering numbers appeared particularly for irrational numbers. Students had difficulty in finding the approximate value of the irrational numbers. In solving inequalities the main problem occured when solving a question involving double inequalities in one form. Students were not be able to separate this double inequality as separate two inequalities.

The examination of students' errors to the questions indicated that students have difficulties in dealing with minus sign, the distribution of multiplication on addition or substraction, and the addition or subtraction of same terms to both sides of equations or inequalities. These findings support the findings of previous studies (Cortes and Pfaff 2000; Lee, 2002; Pomerantsev and Korosteleva, 2003; Şandır, Ubuz and Argün, 2003), which provided evidence that students did not consider to add or subtract same terms to the both sides of equations and inequalities. These findings also agrees with that of Vlassis (2004), who reported that students have difficulties in doing operation with negative numbers.

In the case of numbers and ordering of numbers, students particularly had difficulties in finding the approximate value of irrational numbers. This finding is consistent with those of Stafylidou and Vosniadou (2004), Seyhan and Gür (2004), and Peled and Hershkovitz (1999), who found that students have difficulties in understanding of rational and irrational numbers.

In summary, this study provides evidence that the concepts covered in this study are subject to difficulties. Tracing students' difficulties or misconceptions of mathematics concepts taught seems a fruitful focus to teach further topics efficiently.