

SINAV ÇİZELGELEMESİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL YAKLAŞIMI

M.Fatih ACAR¹
Mehmet ŞEVKLİ²

ÖZET

Sınav çizelgeleme problemi akademik ortamlarda karşılaşılan en popüler problemlerden biridir. Bu çizelgelenmeler elle yapılabilen, dolayısıyla öğrencinin aynı zamanda veya aynı günde iki veya daha fazla sınavı olması gibi çeşitli problemler ortaya çıkabilmektedir. Bununla birlikte sınıfların kapasitesi, gözetmen sayısı gibi kısıtlardan da bahsedilebilir. Bu çalışmada öğretim üyelerinin ve öğrencilerin istekleri göz önünde bulundurularak sınav çizelgeleme problemi çözülmeye çalışılmıştır. Bu probleme çözüm üretmek için yeni bir matematiksel model oluşturulmuştur. Bu matematiksel model büyük verilere sahip problemleri kısa zamanda çözemediği için matematiksel modellemeye dayalı yeni sezgisel yöntem geliştirilmiştir. Bu araştırmada Xpress-MP adlı yazılım kullanılmış ve geliştirilen sezgisel yöntem Fatih Üniversitesi verilerine uygulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sınav Çizelgelemesi, Matematiksel Model.

MATHEMATICAL MODELLING APPROACH FOR EXAM TIMETABLING

ABSTRACT

Exam timetabling problems is one of the most popular problems in academic environments. These schedules can sometimes be done manually, so students might face lots of problems such as; having more than one exam in the same time

¹M.Fatih ACAR, Arş. Gör., Gediz Üniversitesi, Uluslararası Ticaret ve Pazarlama Bölümü.

²Mehmet ŞEVKLİ, Doç. Dr., Fatih Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.

slot or in the same day. In this research, exam timetabling problem is tried to be solved considering the demands of both lecturers and students. For exam timetabling problems, a new mathematical model is generated. However, this mathematical model can-not solve large size problems in a short time, so a new heuristic method based on the mathematical model is constructed. In this research, Xpress-MP software which is one of the most popular programmes in optimization area is used. Moreover, the heuristic method is applied to Fatih University dataset.

Keywords: Exam Timetabling, Mathematical Modelling.

1.GİRİŞ

Zaman çizelgelemesi günümüz akademik literatüründe sıkça çalışılan bir konudur.Sınav ve derslerin çizelgelenmesi, tren ve otobüslerin kalkış zamanlarının belirlenmesi, hastahanelerdeki nöbetçi hemşirelerin ayarlanması zaman çizelgeleme problemlerindedir. Bu tip problemler akademisyenler tarafından çalışılmaktadır, fakat çizelgeleme problemleri çözülmesi zor problemlerdir.

Zaman çizelgeleme problemleri arasında en popüler problemden biri sınav çizelgeleme problemleridir. Akademik kurumlar bu tip problemlerle her dönem karşılaşmaktadırlar. Sınav çizelgelemesinin kalitesi öğrenci, öğretim elemanları ve idarecilerin isteklerine ne ölçüde cevap verdiği ile ölçülebilir. Sınav çizelgeleme problemi üniversitelerin final sınavlarını ayarlaması esnasında yaşadıkları ciddi bir problemdir. Bazı öğrencilerin aynı anda birden fazla sınavlarının olması, sınav yapılacak salonların kapasitesi, gözetmen sayısı ve belirli bir zaman içinde bütün sınavların yapılacak olması önemli kısıtlardır. Bu tip problemler için genel bir çözümden bahsetmek zordur. Bununla birlikte her vaka değişik bir problem olarak düşünülürse, her problem için farklı bir algoritma kullanılabilir.

Matematiksel programlama en iyi (optimum) sonuca ulaşmamızı sağlayan bir yöneylem araştırması tekniğidir. Bununla birlikte matematiksel programlama büyük problemleri kısa süre

içinde çözemeyebilir. Bu aşamada sezgisel ve sezgisel üstü yöntemler kullanılabilir. Genetik Algoritma, Tabu Arama, Karınca Koloni Algoritması bu tip yöntemlere örnek olarak verilebilir.

Literatürde sınav çizelgeleme problemleri için iki çeşit kısıt vardır. Bunlar katı ve yumuşak kısıtlardır. Katı kısıtlar mecburen uyulması gereken kısıtlarken, yumuşak kısıtlar ise sağlanması istenilen fakat mecbur olunmayan kısıtlardır. Yumuşak kısıtlar kurumdan kuruma değişiklik gösterebilmektedir (3).

Literatürde, genellikle iki tane katı kısıttan bahsedilir. Birincisi hiçbir öğrencinin aynı anda birden fazla sınavının olmaması gerektiğidir. İkinci olarak, sınıfların kapasitesinin göz önünde bulundurulmasıdır. Bununla birlikte, birçok yumuşak kısıttan bahsedilebilir. Örnek olarak; çok kişinin gireceği sınavların erken tarihlerde yapılması, belirli sınavların aynı anda yapılması, bazı sınavların yine bazı sınavlardan önce veya sonra yapılması, belirli sınavların belirli sınıflarda yapılması gibi kısıtlar gösterilebilir.

2.LİTERATÜR TARAMASI

Bu çalışmada matematiksel model geliştirilmiş ve problem küçük parçalara ayrılarak çözülmeye çalışılmıştır. Bundan dolayı bu çalışmada literatür taraması yapılırken bu tip araştırmalara odaklanılmış ve genel anlamda bunlardan bahsedilmiştir. Fakat bu yöntemin yanı sıra özellikle sezgisel ve sezgisel üstü yöntemler bu tip problemler için çok sık kullanılmaktadır.

Burke ve diğerleri (6) çizelgeleme problemini şöyle tanımlamıştır. “Çizelgeleme problemi sonlu elemanlı zaman aralıkları kümesi, sonlu elemanlı kaynaklar kümesi, sonlu elemanlı oturumlar kümesi ve sonlu elemanlı kısıtlar kümesinden meydana gelir. Bu problemde oturumlar zaman aralıklarına ve kaynaklara kısıtlar sağlanabildiği ölçüde atanmaya çalışılır.” Brailsford ve diğerleri (2) sınav çizelgeleme problemlerinin eniyileme problemleri gibi düşünülebileceğini göstermişlerdir.

McCollum ve diğerkleri (12) yeni bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Bu modelde öğrencilerin, öğretim elemanlarının ve idarecilerin istekleri göz önünde bulundurulmuştur. Şevkli ve diğerkleri (14) de bu tip problemler için karışık tamsayıli matematiksel model üretmişlerdir. Bu çalışmada bir maliyet fonksiyonu belirlenmiş ve bu enküçüklenmeye çalışılmıştır. MirHassani (13) büyük sayıda verilerde de hızlı çalışan bir matematiksel programlama göstermiştir.

Bazı çalışmalarda kısıtların ağırlıkları da değişiklik gösterebilmektedir. Landa Silva ve diğerkleri (9) çok kriterli çizelgeleme problemleri üzerine çalışmışlardır. Colijin ve Layfield (8), Burke ve diğerkleri (5) ile Le Huede ve diğerkleri (10) bu tip çalışmalar yapmışlardır.

Parçalama, diğerk bir deyişle problemi küçük parçalara ayırma ile çizelgeleme problemleri de çözülmeye çalışılmıştır. Bu tip yöntemler ile büyük çaptaki problemler kısa zamanda çözülebilmektedir. Fakat bu tip yöntemlerde bazı problemler görülebilmektedir. İlk olarak, önceden yapılan atamalar sonradan oluşacak problemlere sebep olabilir, ikinci olarak daha kaliteli sonuçlar gözden kaçabilir (15). Carter ve Laporte (7) sınavları iki gruba ayırmış ve daha sonra problem çözülmeye çalışılmıştır. Ayrıca, White ve Chan (16) , Arani ve Lotfi (1), Burke ve Newall (4) ve Lin (11) parçalama yöntemleri ile sınav çizelgeleme problemini çözmeye çalışmışlardır.

3.ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODEL

Bu modelde öncelikle bir maliyet fonksiyonu belirlenmiş daha sonra belirli bazı kısıtlara göre de sınav atamaları yapılmaya çalışılmıştır. Aşağıda modelin detayları verilmektedir.

E: Sınavlar kümesi

T: Zaman aralıkları kümesi

R: Sınıflar kümesi

K(r): r sınıfının kapasitesi

Y(e): e dersini alan öğrenci sayısı

GS: Görev alacak olan gözetmen sayısı

ortak(e,d): e ve d derslerini aynı anda alan öğrenci sayısı

plan(e,t) = { 1 Eğer e sınavı t zamanında yapılıyorsa
0 Diğer durum }

plan(e,r,t)= { 1 Eğer e sınavı r sınıfında t zamanında yapılıyorsa
0 Diğer durum }

y(e,d,t) = { 1 Eğer e ve d sınavları t zamanında yapılıyorsa
0 Diğer durum }

Enküçükke: C0

Kısıtlar:

$$\sum_{t=1}^T plan(e,t)=1 \quad \forall e \in E \quad (1)$$

$$\sum_{e=1}^N plan(e,r,t) \leq 1 \quad \forall r \in R, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (K(r) \cdot plan(e,r,t)) \geq Y(e) \quad \forall e \in E \quad (3)$$

$$\sum_{r=1}^R plan(e,r,t) \leq M * plan(e,t) \quad \forall e \in E, t \in T$$

$$\sum_{r=1}^R plan(e,r,t) \leq M * plan(e,t) \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{e=1}^E \sum_{r=1}^R plan(e,r,t) \leq GS \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$y(e,d,t) = plan(e,t) * plan(d,t) \quad \forall e \in E, t \in T \quad (6)$$

$$C0 = \sum_{e=1}^N \sum_{d=1}^N \sum_{t=1}^T y(e,d,t) \cdot ortak(e,d) \leq NA \quad (7)$$

Bu modelde 6. denklem doğrusal olmayan bir fonksiyondur. Bu kısıtı aşağıda gösterildiği şekilde doğrusal bir hale getirebiliriz (14);

$$plan(e,t) + plan(d,t) - y(e,d,t) \leq 1 \quad \forall e, d \in E \quad (8)$$

$$plan(e,t) + plan(d,t) - 2 * y(e,d,t) \geq 0 \quad \forall e, d \in E \quad (9)$$

Modelde 1 no'lu denklem her sınavın ancak bir odada düzenlenebileceğini göstermektedir. 2. kısıt ise aynı anda bir sınıfta en fazla bir dersin sınavının yapılabileceğini garanti eder. 3

no'lu kısıt ise sınavın düzenleneceği sınıfların kapasitesi toplamının, o dersi alan öğrencilerin toplamından fazla olmasını sağlar. 4. denklem, plan (e,t) ve plan (e,r,t) denklemleri arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu arada, M çok büyük bir sayıyı temsil etmektedir. 5 no'lu denklem ise herhangi bir t zamanında sınavlar için kullanılan sınıf sayısının gözetmen sayısından fazla olmaması gerektiğini belirtir. Burada model için bir varsayım yapılmıştır. Bu varsayıma göre; sınav yapılan her bir sınıfta, bir gözetmenin bulunması gerekmektedir. Ayrıca gözetmen atama işleminin de modele dahil edilmesi, çözüm süresini olumsuz etkilediği için böyle bir varsayım yapılmıştır. 6. denklemde y (e,d,t); plan (e,t) ve plan (d,t) ile tanımlanmaktadır.

4. SEZGİSEL YÖNTEM

Bu modelimiz büyük çaptaki problemleri çözmek için çok vakit harcamaktadır. Dolayısıyla daha kısa sürede sonuca ulaşmak için sezgisel yöneme ihtiyaç vardır. Önerilen sezgisel yöntem yukarıda anlatılan matematiksel modele dayanmaktadır. Buna göre sınavlar dersi alan öğrencilerin hangi fakülteden olduğuna göre kümelere ayrılır. Daha sonra bu kümeler, her küme için belirlenmiş sınıflar göz önünde bulundurularak matematiksel programlama yardımı ile atamaları yapılır. Bu aşamada eskiden ataması yapılan sınavlar yeni kısıt olarak matematiksel modele eklenir. Ayrıca oluşturulan ortak (e,d) matrisinde e hem ataması yapılmış ve yapılacak olan sınavları temsil ederken d ise sadece ataması yeni yapılacak olan sınavları temsil eder. Böylelikle bütün sınavlar atanıncaya kadar gidilir. En son aşamada ise eğer aynı anda birden fazla sınavı olan öğrenci var ise, kısıtlar göz önünde bulundurularak maliyeti enküçükleme için mümkün olan ölçüde probleme neden olan sınavların yerleri değiştirilebilir.

5. FATİH ÜNİVERSİTESİ UYGULAMASI

Önerilen model Fatih Üniversitesi'nin 2008-2009 yılı 2. dönem verilerine uygulanmıştır. Final sınavlarının çizelgelemesinde üniversitenin 4 fakültesi (İİBF, Mühendislik F., Fen F., ve Edebiyat F.) göz önünde bulundurulmuştur. Bu

Şekil 3. Edebiyat Fakültesi Binası

Aynı işlem S4 kümesi için de yapılmış, ilk seanslar olmak üzere sınavlar 13 güne dağıtılmıştır.

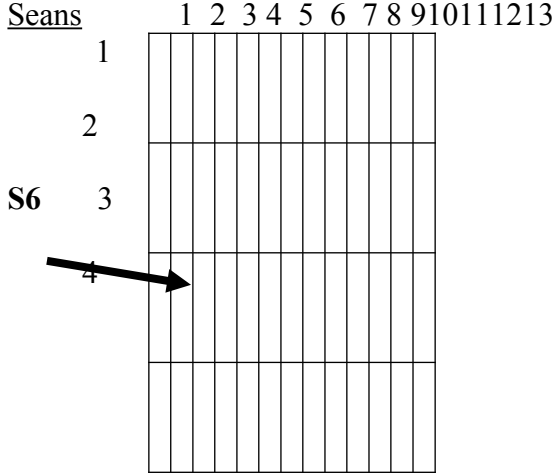
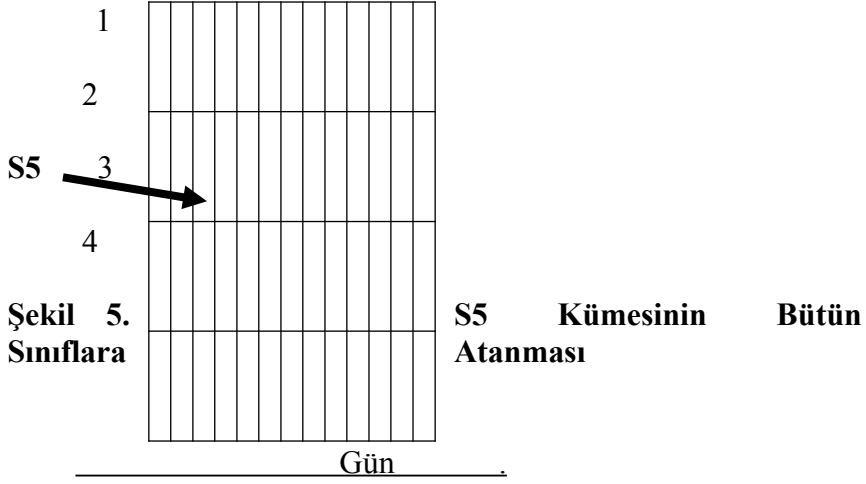
		Gün												
Seans		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
S4	1													
	2													
	3													
	4													

Şekil 4. İİBF Binası

Şu aşamada bakıldığında 13 günün ilk ve ikinci seanslarına sınav atamaları yapılmıştır. Bu durumda hiçbir öğrencinin aynı anda birden fazla sınavı yoktur. Çünkü S1,S2,S3 ve S4 kümeleri birbirinden ayırık kümelerdir yani bir öğrencinin aldığı dersler bu 4 kümeden sadece birinde bulunabilir.

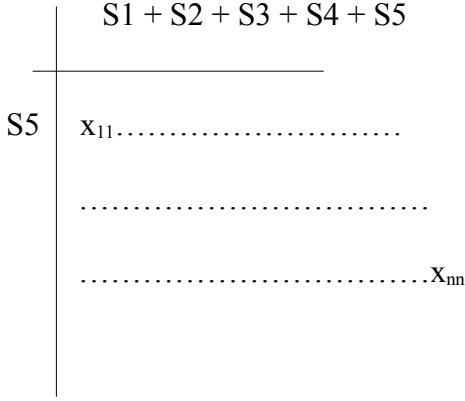
S5 kümesi de bütün okuldaki sınıflara her günün üçüncü seansına, S6 kümesi de aynı şekilde bütün okuldaki sınıflara her günün dördüncü seansına atanmıştır.

		Gün												
Seans		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



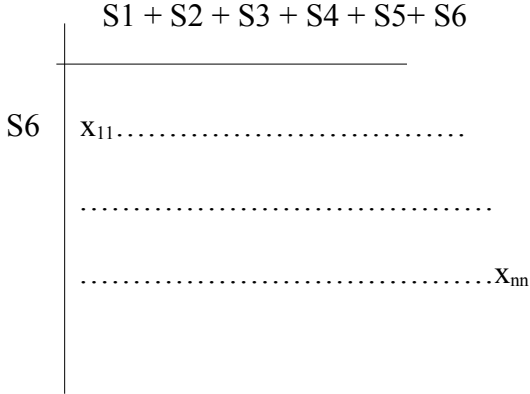
Şekil 6. S6 Kumesinin Bütün Sınıflara Atanması

S5 kümesinin atanması yapılırken önceden çizelgelenmiş olan S1, S2, S3 ve S4 kümeleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu 4 kümenin sınavlarının ne zaman yapılacağı S5 kümesi için hazırlanan matematiksel modelde belirtilmiştir. Bu arada ortak (e,d) matrisi aşağıda gösterildiği şekilde kurulmuştur.



Şekil 7. S5 Kümesi İçin Oluşturulan Matris

S6 kümesinin ataması da yapılırken önceden çizelgelenmiş olan S1, S2, S3, S4 ve S5 kümeleri göz önünde bulundurulmuş ve bu kümelerdeki sınavların ne zaman yapılacağı S6 kümesi için hazırlanan matematiksel modelde belirtilmiştir. Bu arada ortak (e,d) matrisi aşağıda gösterildiği şekilde kurulmuştur.



Şekil 8. S6 Kümesi İçin Oluşturulan Matris

Önceden ataması yapılan sınavlar göz önünde bulundurularak, aynı günde sınavı olan öğrenci sayısının da en aza

indirilmesine çalışılmıştır. Bu arada S2, S3 ve S4 kümeleri atanırken önceden planlanmış olan sınavları göz önünde bulundurmaya gerek yoktur. Çünkü S1, S2, S3 ve S4 ayrık kümelerdir.

Bütün bu işlemler sonucunda aynı anda ve aynı günde sınavı olan öğrenci sayısı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Çizelge 1. Sonuç Tablosu

Problem Kümesi	Sınav Sayısı	Sınıf Sayısı	Maliyet Fonksiyonu (Aynı zaman diliminde)	Maliyet Fonksiyonu (Aynı günde)	Bilgisayar Programının Çalışma Zamanı
S1	66	18	0	0	286 s.
S2	86	16	0	0	780 s.
S3a	84	17	3	0	357 s.
S3b	83	17	0	0	184,4 s.
S4	24	33	0	0	1.6 s.
S5	96	96	0	18	24.2 s.
S6	65	84	2	64	54.5 s.

Toplam	504	-	5	81	1687,7 s.
---------------	-----	---	---	----	-----------

Son durumda 5 kişinin aynı anda birden fazla sınavı vardır. Model sonuçları detaylı bir şekilde incelendiğinde, sıkıntıya neden olan sınavların 6., 8. ve 12. günlerde olduğu saptanmıştır. 6. ve 8. günün ilk seansındaki iki ders ile 12. günün ilk iki seansındaki üç ders problemlidir. Bu sınavlar, kısıtlar göz önünde bulundurularak tek tek yerleri değiştirilmeye çalışılmış ve her sınav için uygun bir zaman dilimi aranmıştır. Yapılan son düzenlemelere göre, 6. ve 8. günlerde ilk seansta yapılan iki sınav, aynı günün 2. seansına alınmıştır. Ayrıca 12. günün ilk seansındaki iki sınav yine aynı günün 2. seansına kaydırılmıştır. Bununla birlikte, probleme neden olan 12. günün 2. seansındaki sınav ise, aynı günün ilk seansına alınmıştır. Bu işlemler yapılırken kısıtların göz önünde bulundurulduğu unutulmamalıdır. Sonuç olarak, hiçbir öğrencinin aynı anda birden fazla sınavı olmaması sağlanmıştır.

		<u>Gün</u>												
<u>Seans</u>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1														
2														
3														
4														

Şekil 9. Yerleri Değiştirilen Sınavların Gösterimi

6. SONUÇ

Bu çalışmada sınav çizelgelemesi için matematiksel bir model geliştirilmiş ve bu modelin daha büyük problemlere uygulanabilmesi için, bu modele dayalı yeni bir sezgisel yöntem geliştirilmiştir. Bu sezgisel yöntem de Fatih Üniversitesi verilerine uygulanmış ve sonuç olarak hiçbir öğrencinin aynı anda birden fazla sınavı olmamıştır. İleriki araştırmalarda bu sınavların kısıtlar sağlanarak en az kaç günde organize edilebileceği araştırılabilir.

KAYNAKÇA

- (1) ARANI T. And LOTHİ V., (1989), “**A Lagrangian relaxation approach to solve the second phase of the exam scheduling problem**”, *European Journal of Operational Research*, 34, 372-383, 1989.
- (2) BRAILSFORD, S. C., POTTS, C. N., & SMİTH, B. M., (1999), “**Constraint satisfaction problems: Algorithms and applications**”, *European Journal of Operational Research*, 119, 557-581.
- (3) BURKE, E. K., ELLIMAN, D. G., FORD, P. H., & WEARE, R. F., (1996), “**Examination timetabling in British universities: A survey**”, In E. K. BURKE & P. ROSS (Eds.), *Lecture notes in computer science: Vol. 1153, Practice and theory of automated timetabling I: Selected papers from the 1st international conference*, pp. 76-90, Berlin: Springer, .
- (4) BURKE, E. K., & NEWALL, J. P., (1999), “**A multi-stage evolutionary algorithm for the timetable problem**”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(1), 63-74.
- (5) BURKE, E. K., BYKOV, Y., & PETROVIC, S., (2001), “**A multi-criteria approach to examination timetabling**”, In E. K. BURKE & W. ERBEN (Eds.), *Lecture notes in computer science: Vol. 2079, Practice and theory of automated timetabling III: selected papers from the 3rd international conference*, pp. 118-131, Berlin: Springer.
- (6) BURKE, E. K., KINGSTON, J. H., & DE WERRA, D., (2004), “**Applications to timetabling**”, In J. Gross & J. Yellen

(Eds.), *The handbook of graph theory*, pp. 445–474, London: Chapman Hall/CRC, .

(7) CARTER, M.W., & LAPORTE, G., (1996), “**Recent developments in practical examination timetabling**”, In E. K. BURKE & P. ROSS (Eds.), *Lecture notes in computer science: Vol. 1153, Practice and theory of automated timetabling I: selected papers from the 1st international Conference*, pp. 3–21, Berlin: Springer.

(8) COLIJN, A. W., & LAYFIELD, C., (1995), “**Conflict reduction in examination schedules**”, In E. K. BURKE & P. ROSS (Eds.), *Proceedings of the 1st international conference on the practice and theory of automated timetabling*, pp. 297–307, 30 August–1 September 1995, Edinburgh: Napier University.

(9) LANDA Silva, J. D., BURKE, E. K., & PETROVIC, S., (2004), “**An introduction to multi-objective meta-heuristics for scheduling and timetabling**”, In X. Gandibleux, M. Sevaux, K. Sorensen, & V. Tkindt (Eds.), *Lecture notes in economics and mathematical systems: Vol. 535, Multiple objective meta-heuristics*, pp. 91–129, Berlin: Springer.

(10) LE HUÉDÉ, F., GRABISCH, M., LABREUCHE, C., & SAVÉANT, P., (2006), “**MCS—a new algorithm for multicriteria optimisation in constraint programming**”, *Annals of Operational Research*, 147, 143–174.

(11) LIN, S. L. M., (2002), “**A broker algorithm for timetabling problem**”, In E. K. BURKE & P. De Causmaecker Eds., *Proceedings of the 4th international conference on practice and theory of automated timetabling*, pp. 372–386, KaHo St.-Lieven, Gent, Belgium, 21–23.

(12) MCCOLLUM, B., MCMULLAN, P., BURKE, E. K., PARKES, A. J., & QU, R., (2008), “**The second international timetabling competition: Examination timetabling track**”, Technical Report QUB/IEEE/Tech/ITC2007/Exam/v1.0/1., Queen’s Belfast University, N. Ireland,

- (13) MIRHASSANI S.A., Improving paper spread in examination timetables using integer programming, *Applied Mathematics and Computation*, 179, 702- 706, 2006.
- (14) ŞEVKLİ M., UYSAL Ö., SARI M., (2008), “**A Mixed Integer Mathematical Model for Exam Timetabling: A Case Study at Fatih University Vocational School**”, *Proceedings of the seventh international conference on the practice and theory of automated timetabling*, Montreal, Canada, 19- 22.
- (15) QU R., BURKE E.K., MCCOLLUM B., MERLOT L.T.G., Lee S.Y., (2009), “**A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling**”, *Journal of Scheduling* 12, 55-89.
- (16) WHITE, G.M., CHAN, P.W., (1979), “**Towards the construction of optimal examination timetables**”, *INFOR* 17, 219–229, 1979.