



Chaotic analysis of BIST 100 return time series and short-term predictability with ANFIS

Büşra Molla^{1*}, Gültekin Çağlı¹, Yılmaz Uyaroğlu²

¹Department of Industrial Engineering, Sakarya University, Sakarya, 54187, Turkey

²Department of Electrical & Electronics Engineering, Sakarya University, Sakarya, 54187, Turkey

Highlights:

- Application of chaos analysis to BIST 100 return series
- Long-term memory effect and linearity test of BIST 100 returns
- Short-term return forecast of the BIST 100 index

Keywords:

- Chaos theory
- BIST 100 index
- ANN
- ANFIS
- Hurst exponent

Graphical/Tabular Abstract

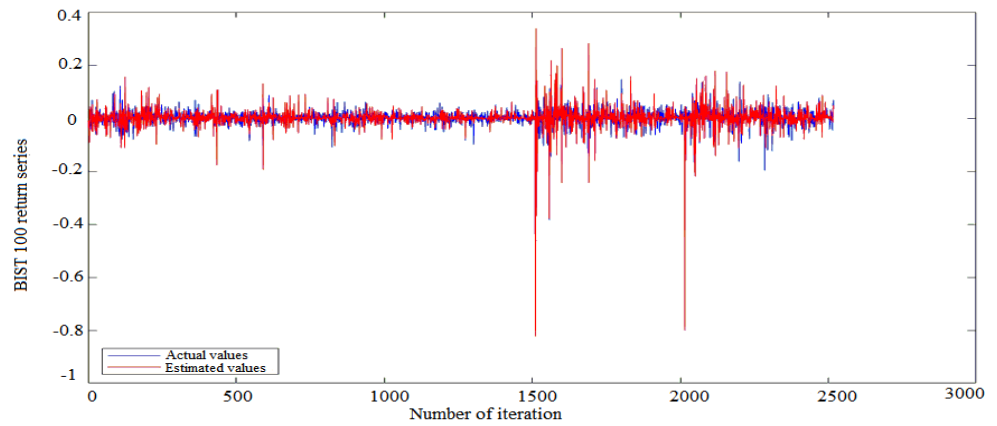


Figure A. Process steps applied to BIST 100 returns

Article Info:

Research Article
Received: 06.12.2019
Accepted: 27.09.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.656448

Purpose: The realization of short-term forecasts of BIST 100 returns provides company managers with the advantage of keeping company values high, while providing investors with opportunities to reduce transaction costs and provide advantages. In this paper, it is aimed to investigate whether the BIST 100 return series has a chaotic structure and to predict successfully in the short term.

Theory and Methods:

To analyze the chaos of the BIST 100 return series, reconstruction of phase space, correlation dimension and Lyapunov exponential methods were used. However, linearity of this series was examined by BDS (Brock, Dechert and Scheinkman) test. In the next step, the Hurst exponential coefficient, which shows whether this series has a long-term memory effect, was determined by the transformed width method. Then, Artificial Neural Networks (ANN) and Adaptive Network Based Fuzzy Inference System (ANFIS) methods were used in the estimation of the BIST 100 index. BIST 100 returns were obtained by applying logarithmic transformations to the outputs of the model that was successful in index estimation.

Results:

As a result of the chaos analysis, it was found that the BIST 100 return series had a chaotic structure. Then, it was observed that this series was not linear with BDS test. However, Hurst exponential coefficient was examined and it was concluded that this series had long term memory effect. Then, as a result of estimating this series with the most successful model, the mean absolute percentage error percentage (MAPE) value was found between 10% -20%. This shows that the BIST 100 return estimate is consistent.

Conclusion:

The ANFIS method shows a successful result in the short-term estimation of BIST 100 returns with chaotic properties.

Correspondence:

Author: Büşra Molla
e-mail:
busra.molla@ogr.sakarya.edu.tr
phone: +90 264 295 5814



BİST 100 getiri zaman serisinin kaotik analizi ve ANFIS ile kısa dönemli öngörülebilirliği

Büşra Molla^{1*}, Gültekin Çağıl¹, Yılmaz Uyaroğlu²

¹Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 54187 Serdivan, Sakarya, Türkiye

²Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 54187 Serdivan, Sakarya, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Kaos analizinin BİST 100 getiri serisine uygulanması
- BİST 100 getirilerinin uzun dönemli hafıza etkisi ve doğrusallık testi
- BİST 100 endeksinin kısa dönemli getiri tahmini

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 06.12.2019

Kabul: 27.09.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.656448

Anahtar Kelimeler:

Kaos teorisi,

BİST 100 endeksi,

YSA,

ANFIS,

hurst üsteli

ÖZET

Borsa İstanbul'da işlem gören, halka açıklık oranı, işlem hacmi ve piyasa değeri gibi kriterler yönünden en yüksek 100 pay senedinin başarısının değerlendirilmesinde BİST 100 endeksi kullanılmaktadır. Bu çalışmada, BİST 100 getirilerinin kaotik yapıya sahip olup olmadığının ve kısa dönemli öngörülebilirliğinin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle, 02.01.2008 ile 02.01.2018 tarihleri arasındaki günlük BİST 100 fiyat endeksi verileri kullanılarak BİST 100 getirileri elde edilmiştir. En uygun gecikme zamanı ve gömülü boyut kullanılarak, kaos analizi için gerekli olan faz uzayı yeniden oluşturulmuştur. Ardından, bu getiri serisi için elde edilen yeni faz uzayında kaotik çekerin korelasyon boyutu hesaplanmıştır. Çalışılan BİST 100 yapısının doğrusal olup olmadığını tespit edilmesinde BDS (Brock, Dechert ve Scheinkman) testinden yararlanılmıştır. Bununla beraber, serinin uzun dönemli hafızaya sahip olup olmadığı, dönüştürülmüş genişlik yöntemi ile Hurst üsteli katsayısı belirlenmiştir. Getiri serisinin pozitif Lyapunov üsteline bakılarak, bu serinin kaotik davranış gösterip göstermediği tespit edilmiştir. Kaos analizinin ardından, BİST 100 endeksi YSA ve ANFIS modeli ile tahmin edilmiştir. En düşük hata değerine sahip modelin çıktıları getiri serisine dönüştürülerek BİST 100 getirilerinin tahmini değerleri elde edilmiştir.

Chaotic analysis of BIST 100 return time series and short-term predictability with ANFIS

H I G H L I G H T S

- Application of chaos analysis to BIST 100 return series
- Long-term memory effect and linearity test of BIST 100 returns
- Short-term return forecast of the BIST 100 index

Article Info

Research Article

Received: 06.12.2019

Accepted: 27.09.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.656448

Keywords:

Chaos theory,

BIST 100 index,

ANN,

ANFIS,

hurst exponential

ABSTRACT

The BIST 100 index is used to evaluate the success of the highest 100 shares in terms of criteria such as free float rate, transaction volume and market value. In this paper, it is aimed to determine whether the BIST 100 returns have a chaotic structure and short term predictability. First of all, using BIST 100 price index data between 02.01.2008 and 02.01.2018, BIST 100 returns were obtained. Using the optimal delay time and embedding dimension, the phase space required for chaos analysis was reconstructed. Then, the correlation dimension of the chaotic attractor in the new phase space obtained for this return series was calculated. BDS (Brock, Dechert and Scheinkman) test was used to determine whether the BIST 100 structure was linear. However, the Hurst exponential coefficient was determined by the transformed width method to determine whether the series had long term memory. As a result of positive Lyapunov exponent of return series, it was determined whether this series showed chaotic behavior. Following the chaos analysis, BIST 100 index was estimated by ANN and ANFIS model. The outputs of the model with the lowest error value are transformed into return series, and the estimated values of the BIST 100 returns are obtained.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Kaos veya kaotik kelimelerinin sözlük anlamı karmaşıklık, belirsizlik ve düzensizlik olmasına rağmen bilimsel kullanımı ile bu anlamlardan farklılaşıp önceden kestirilemeyen ve düzensizliğin içinde bir düzen olduğu anlamında kullanılmaktadır [1]. Kaos teorisi, türbülans, borsa, hava durumu, zihinsel durumlar gibi etkin biçimde öngörülebilir ve doğrusal olmayan konuları ele almaktadır.

Kaotik sistem, doğrusal olmayan dinamik sistemdir ve başlangıç koşullarına hassas bağlıdır [2]. Bu hassas bağımlılık kavramından, 1990 yılında ilk olarak Fransız matematikçi Henri Poincare söz etmiştir. Poincare [3], ilk defa kaos terimini kullanarak, güneş sisteminin başlangıç şartları bilinmediğinden dolayı bu sisteminin düzenli yapıda olup olmadığına asla öngörülemediğini ortaya koymuştur [4]. Hava tahmini konusunda çalışan ABD’li matematikçi ve meteorolog Edward Lorenz [5], Poincare’in bulduğu kaotik davranışı 1963 yılında yeniden keşfetmişti. Lorenz, sistemin başlangıç verilerindeki ufak değişikliğin, büyük ve öngörülemez sonuçlara neden olacağını öngörmüştür. Lorenz, başlangıç koşullarına hassas bağımlılık olarak tanımlanan kelebek etkisini, Brezilya’daki bulunan bir kelebeğin kanat çırpmasının Teksas’ta fırtına kopmasına sebep olabileceği ifadesini kullanarak örneklemiştir [4].

Eugene Fama [6] tarafından ortaya atılan etkin piyasa hipotezi, piyasada var olan fiyatların her türlü bilgiyi içerdiğini ve piyasaya yeni bir bilgi ulaşması durumunda bunun hemen fiyatlara yansıtılacağını ifade etmektedir. Rassal yürüyüş fikrine göre, geçmiş fiyat hareketleri ile bugünkü ve gelecekteki fiyat hareketleri arasında ilişki olmaması sebebiyle geçmişte gerçekleşen fiyat değişimleri baz alınarak gelecekteki fiyat değişimleri tahmin edilememektedir.

Yapay sinir ağları (YSA), biyolojik sinir ağlarının yapısına benzetilerek oluşturulmuş paralel bir hesaplama tekniğidir [7]. Bu sinir ağı, mevcut verileri analiz ederek bu verilerden farklı öğrenme algoritmaları ile yeni bilgileri oluşturmaktadır. Sözel ifadelerle birlikte eğer-ise kurallarını da kullanan bulanık mantık, öğrenme algoritmalarına sahip değildir. Bu nedenle, bulanık mantık ve YSA birbirini tamamlayan tekniklerdir [8]. ANFIS, Takagi-Sugeno çıkarım yöntemine bağlı bir yapay sinir ağı yöntemidir. Jang’ın [9] geliştirdiği ANFIS, kaotik zaman serilerinin öngörülmesinde ve lineer olmayan fonksiyonların ele alınmasında kullanılmıştır.

BİST 100 getirilerinin kaotik analizi ve öngörülebilirliğini birlikte inceleyen bir çalışma bulunmamaktadır. Ayrıca literatürde BİST 100 endeksinin tahmini üzerine yapılmış çalışmalar olup, BİST 100 endeks getirilerinin tahmini üzerine yapılan çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle, bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Güzel vd. [10], ANFIS modeli ile BİST 100 getiri endeksinin tahmin etmesi sonucunda regresyon katsayısını 0,9854

olarak literatür ile karşılaştırıldığında başarılı bir tahmin yapmışlardır. Ok vd. [11], iki ve üç girdi değişkeni kullanarak İMKB 100 endeksi tahmininde çoklu regresyon ve ANFIS modelini kullanmışlardır. Bu çalışma literatür ile karşılaştırıldığında karmaşık modellere ihtiyaç duyulmadan ANFIS modeli ile az sayıda değişken kullanarak başarılı bir tahmin yapıldığını göstermiştir. İşeri vd. [12], 1987-2006 dönemindeki Borsa İstanbul getirilerinin kaotik yapıda olup olmadığını araştırmıştır. Çalışmada kaotik yapının ispatlanması için Lyapunov üsteli ve korelasyon boyutu analizinden biri kullanılmıştır. Korelasyon boyutu analizi ile getiri serisinin kaotik yapıya sahip olduğu tespit edilmiştir. Alper ve Eren [13], 1988-2012 yılları arasında İMKB 100 endeks değişim değerlerinin kaotik yapıya sahip olduğunu Lyapunov üsteli yöntemi ile tespit etmişlerdir. Daha sonra, endeks değişim değerlerini hareketli ortalamalar metodu ve üstel düzleştirme metodu ile tahmin etmeye çalışmışlardır. Sülkü ve Ürkmez [14], literatürde İstanbul ana sektör endeksi alanındaki eksikliği gidermeye çalışmışlardır. İstanbul ana sektör endeks getirilerinin doğrusal olmayan dinamikler içerdiğini tespit etmek için BDS ve kaos testlerini kullanmışlardır. Uzun dönemli hafıza etkisini tespit etmek için dönüştürülmüş genişlik (R/S) analizini kullanmışlardır.

Bu çalışmada, BİST 100 getiri serisinin, kaotik yapıya sahip olup olmadığı ve kısa dönemli öngörülebilirliği araştırılmıştır. Bu çalışmanın ikinci bölümü, kullanılan metodolojik yöntemleri içermektedir. Üçüncü bölüm, çalışılan veri setini ve ampirik sonuçları içermektedir. Son bölümde ise sonuç ve değerlendirme yer almaktadır.

2. BİST 100 GETİRİ ZAMAN SERİSİNİN KAOS VE ANFIS ANALİZİ (CHAOS AND ANFIS ANALYSIS OF BIST 100 RETURN TIME SERIES)

2.1. Zaman Serilerinin Kaotik Analizi (Chaotic Analysis of Time Series)

Zaman serisi, düzenli zaman aralıklarında alınan verilerin oluşturduğu seri olarak tanımlanır. Sistemin genel yapısını ortaya çıkaran tek değişkenli zaman serisi verilerinin nasıl bir davranış sergilediğini görebilmek için faz uzayında bu verilerin yeniden yapılandırılması gerekir. Faz uzayı yeniden oluşturulurken zaman serisindeki her bir nokta, belirli bir gecikme zamanı sonrasında başka bir noktaya karşılık olarak çizilir. Yeniden oluşturulan faz uzayı vektörü Eş. 1’deki gibi olmaktadır [15, 16].

$$Y_t = \{X_t, X_{t+\tau}, \dots, X_{t+(m-1)\tau}\} \quad (1)$$

Eş. 1’de, τ gecikme zamanını ve m ise gömülü (yerleştirme) boyutu göstermektedir. Faz uzayında oluşan çekerin doğru olabilmesi için gecikme zamanı ve gömülü boyutunun doğru bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir. Analize başlamak için ilk yapılması gereken gecikme zamanının belirlenmesidir. En uygun gecikme zamanının belirlenmesinde iki farklı yöntem kullanılır. Bunlar otokorelasyon fonksiyonu ve ortak bilgi fonksiyonudur.

Otokorelasyon fonksiyonu, iki seri arasındaki lineer bağımlılığı ölçer. Analiz edilen x_t zaman serisine τ gecikme zamanı eklemesiyle bulunan $x_{t+\tau}$ serisinin değerinin lineer bağımlılığa uygun olması gerekir. Çizilen grafikte otokorelasyon fonksiyonunun sıfıra indiği ilk nokta gecikme zamanını (τ) vermektedir [17, 18].

Hem lineer hem de lineer olmayan bağıntıları ölçen ortak bilgi fonksiyonun en düşük değere sahip olduğu ilk nokta, gecikme zamanını belirlerken iyi bir tahmin sunmaktadır. Ortak bilgi fonksiyonu için τ gecikme zamanı Eş. 2'deki gibi hesaplanmaktadır [18].

$$I(\tau) = \sum_{h=1}^j \sum_{k=1}^j P_{h,k}(\tau) \ln P_{h,k}(\tau) - 2 \sum_{h=1}^j P_h \ln P_h \quad (2)$$

Burada P_h h ve P_k k numaralı kaplarda bulunma olasılığını ifade eder. $P_{h,k}(\tau)$ ise x_t 'nin h ve $x_{t+\tau}$ 'nin k numaralı kapta bulunmasının ortak olasılığını göstermektedir.

Gömülü boyut (m) bir sisteme ait olan çekerin faz uzayına yerleştirilmesi için gerekli olan en küçük boyut olarak ifade edilir [19]. Bu boyut, faz uzayının kaç boyutlu oluşturulması gerektiğini ve incelemesi yapılan tek değişkenin kaç temel dinamik faktörden etkilendiğini göstermektedir. Aynı zamanda gömülü boyut sayısı bize Lyapunov üsteli sayısını verir. Gömülü boyut sayısını bulmak için en yakın yanlış komşu metodundan yararlanılmaktadır. m boyuttaki her bir noktanın en yakın komşusu ile olan öklid uzaklığı hesaplanır. Aynı işlem m+1 boyutunda da yapılır. m ile m+1 boyutundaki öklid uzaklığının farkı, belirlenen eşik değerinden büyük ise bu noktadaki komşular yanlış olarak adlandırılır. Boyut artırıldıkça hesaplanmış olan yanlış komşuluk noktalarının oranı sıfıra ulaştığında gömülü boyut bulunur [19].

Gecikme zamanının ve gömülü boyutun belirlenmesi sonucunda çizdirilen faz uzayında oluşan çeker, fraktal yani kesirli bir boyuta sahiptir. Fraktal boyutun hesaplamasında korelasyon boyutuna bakılarak bu boyut, birden büyük ve kesirli değer ise serinin kaotik bir yapıda olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Korelasyon boyutu aşağıdaki Eş. 3 ile hesaplanmaktadır [18]. Burada $C(\varepsilon)$, ε içindeki noktaların ortalama kesirini ifade etmektedir.

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (3)$$

Kaos, doğrusal olmayan sistemlerde ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle doğrusallığın incelenmesinde, Brock, Dechert ve Scheinkman [20] tarafından önerilen BDS testinden yararlanılmaktadır. Serinin doğrusal bir yapıda olup olmadığının karar verilebilmesi için istatistik karar verme tekniği olarak sıfır ve alternatif hipotezden oluşan hipotez testlerinden faydalanılır. Sıfır hipotezinin seçilmesi durumunda ele alınan serinin doğrusal ve verilerin bağımsız benzer dağılımlı olduğu kabul edilmektedir. Sıfır hipotezinin reddedilip alternatif hipotezin kabul edilmesi durumunda serinin doğrusal olmayan bir yapıda olduğu tespit edilmektedir. BDS test istatistiği sonucunda bulunan olasılık

(p) değeri, belirlenen hata düzeyinden küçük ise sıfır hipotezi reddedilip alternatif hipotez kabul edilmektedir. Hipotez testindeki yanlışma payını gösteren hata düzeyi genellikle %5 veya %1 alınır.

BDS test istatistiği, farklı boyutlardaki korelasyon integralini kullanarak yorum yapar. Korelasyon integrali Eş. 4 ile tanımlanmıştır [14]. Burada n gözlem sayısını, m boyutu, x veri serisini ifade etmektedir. E fonksiyonu ise Eş. 5 ile ifade edilmiştir.

$$C_{m,n}(\varepsilon) = \frac{1}{\binom{n}{m}} \sum_{1 < s < t < n} \sum E(\varepsilon - \|u_s^m - u_t^m\|) \quad (4)$$

$$E = \begin{cases} 1, & |u_s - u_t| < \varepsilon \\ 0, & \text{Diğer} \end{cases} \quad (5)$$

E değeri, boyutlar arasındaki fark ε değerinden küçük olduğunda 1, diğer durumda 0 değerini almaktadır. Veri sayısının 500'den fazla olması durumunda, m 6'dan küçük ve ε değeri incelenen verilerin standart sapma değerinin 0,5 ve 2 katı aralığında seçilmelidir [14].

Zaman serilerinin belirli bir zaman aralığında sabit bir salınım göstermesi durağanlık olarak tanımlanır. Fakat incelenen serilerde, bazı zamanlarda gözlenen yükselme veya azalma gibi sıçramalar düzensiz bir şekilde ise o seri durağanlık şartını sağlamamaktadır. BDS testi durağan olan zaman serilerine uygulanması nedeniyle incelenen serinin durağanlık şartının sağlanması gerekmektedir. Serinin durağanlık koşulunu sağlayıp sağlamadığının araştırılmasında birim kök testlerinden yararlanılır. Birim kökü bulunmayan bir serinin durağan olduğu kabul edilmektedir. Zaman serilerinin durağanlığın incelenmesinde kullanılan yöntemlerden biri olan Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi [21], Eş. 6 ve Eş. 7 ile gösterilmiştir. Burada X_t bir zaman serisinde değişkenin t zamanındaki değerini, μ sabit terimi, t trend değişkenini ve γ_t stokastik hata terimini ifade etmektedir.

$$\Delta X_t = \mu + at + \varphi X_{t-1} + \sum \varphi_i \Delta X_{t-1} + \gamma_t \quad (6)$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} \quad (7)$$

Durağanlığı test edilmesinde hipotez testinden yararlanılmaktadır. Bu çalışmada kurulan H_1 hipotezi ise BİST 100 serisinin durağan olduğunu ve birim kök içermediğini desteklemektedir. H_1 hakkında karar verebilmek için kurulan H_0 hipotezi ise BİST 100 serisinin durağan olmadığını ve birim kök içerdiğini desteklemektedir. ADF testi sonucunda bulunan ADF kritik t istatistik değeri, %1, %5, %10 hata düzeyinde daha önceden MacKinnon [22] tarafından hesaplanmış olan kritik değerleri ile karşılaştırılır. MacKinnon kritik değerleri, belirlenen kritik değerden mutlak değerce büyük olması durumunda sıfır hipotezi reddedilir ve serinin durağan olmadığı ispat edilmektedir. Alternatif hipotezin onaylanması sonucunda incelenen serinin durağan bir seri olduğu kabul edilir.

Basit geometrik kuralların sürekli tekrar edilmesi ile oluşan şekiller olan fraktal geometri, başlangıç şartlarına hassas bağıllık, öz benzeşim (kendine benzerlik) ve sonsuz karmaşıklık özelliğine sahiptir. Fraktal geometri, bu ve daha birçok özellikleri ile kaotik sistemlere benzerdir. Bu nedenle fraktal geometri, kaosun resmi olarak da adlandırılır. Uzun dönemli hafıza ve fraktallık kavramının önemli parametreleri kendine benzerliklerdir. Uzun dönemli hafıza özelliği, bir serinin yüksek dereceli korelasyon yapısının olduğunu göstermektedir. İncelenen finansal zaman serisinde uzun dönemli hafıza etkisinin izlenmesi halinde bugünkü fiyat hareketleri ile gelecekteki fiyat hareketleri arasında dirençli bir geçici bağımlılık olduğu görülür.

Serinin uzun dönemli hafıza etkisinin izlenip izlenmediğini incelemek için Hurst üsteli katsayısı hesaplanmaktadır. Bu çalışmada Hurst üsteli katsayısı, dönüştürülmüş genişlik (R/S) yöntemi ile bulunmuştur. $x = x_1, x_2, \dots, x_n$ gibi bir zaman serisinin ortalaması \bar{x}_t ve tahmin edilen zaman τ ise R/S ölçeklendirme değeri Eş. 8'deki gibi hesaplanmaktadır. Hurst üsteli katsayısı ise Eş. 9'da verilmiştir [23].

$$\left(\frac{R}{S}\right)_\tau = \frac{1}{s_\tau} \left[\max_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{t=1}^\tau (x_t - \bar{x}_t) - \min_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{t=1}^\tau (x_t - \bar{x}_t) \right] \quad (8)$$

$$\left(\frac{R}{S}\right)_\tau = c * \tau^H \quad (9)$$

Eş. 9'da bulunan c sabit bir değeri ve H ise Hurst üsteli katsayısını ifade etmektedir. Bu değerlerin bulunması için Eş. 9'un her iki tarafının logaritmasının alınması gereklidir. Logaritma alınmış hali Eş. 10' da yer almaktadır [23].

$$\log\left(\frac{R}{S}\right) = \log c + H * \log(\tau) \quad (10)$$

Logaritması alınan dönüştürülmüş genişlik ve gözlem sayısı noktalarına doğrusal bir eğri türetilmelidir. En küçük kareler yöntemi, veri noktaları ve eğri arasındaki fark minimum olacak şekilde en uygun eğriyi bulan bir işlemdir. En küçük kareler yöntemi ile elde edilen eğrinin eğimi Hurst üsteli katsayısını (H) vermektedir [24]. Bu katsayı 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Hurst üsteli katsayısı değeri, 0,5 ise serinin rassal yürüyüş izlediği ve 0 ile 0,5 arasında olması halinde ele alınan serinin uzun dönem hafıza etkisi göstermediği

tespit edilmektedir. Eğer bu katsayı 0,5 ile 1 arasında ise serinin uzun dönem hafıza etkisi gösterdiği ve tesadüfi davranış sergilemediği görülmektedir [14].

BDS testi, kaotik yapının olup olmadığını sadece yorumsal olarak ortaya koymaktadır. Fakat pozitif Lyapunov üsteline bakılarak kaotik yapının varlığı kesin olarak tespit edilmektedir. Faz uzayında birbirine yakın iki nokta, zaman içerisinde birbirlerine ortalama bir üstel faktörle (Lyapunov üsteli) yaklaşır, uzaklaşmaktadır [24]. En büyük Lyapunov üsteli pozitif bir değere sahipse sistem kaotik yapıdadır. Eğer bu üstel negatif bir değer alıyorsa sistem kaotik yapıda değildir.

En büyük Lyapunov üstelinin hesaplanmasında genellikle Wolf algoritmasında yararlanılır. Bu algoritma için seçilen $a(t_0)$ referans noktası ile bu noktaya en yakın $b(t_0)$ noktası Şekil 1'de gösterilmiştir [25, 26].

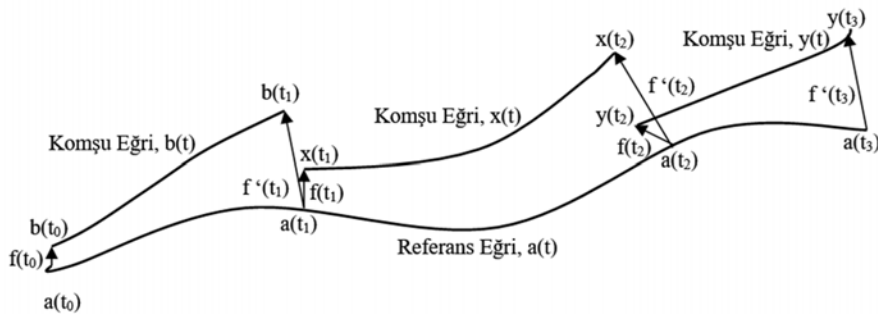
Şekil 1'de bulunan her bir nokta çiftinin öklid uzaklığı Eş. 11 ile hesaplanmaktadır. Her bir nokta çifti için hesaplanan öklid uzaklıklarının birbirlerine oranı, bu nokta çiftleri arasındaki esneme (genişleme) faktörünü vermektedir. Bu faktörünün logaritması alınması sonucunda bu işlem n kez gerçekleştirilmektedir. En büyük Lyapunov üsteli Eş. 12 ile hesaplanmaktadır [25, 26]. Eş. 12 ile elde edilen BİST 100 serisi esneme faktörünün logaritma grafiği Şekil 8'de gösterilmiş olup, oluşan doğrusal eğrinin eğimi en büyük Lyapunov üstelini vermektedir.

$$f(t_0) = |a(t_0) - b(t_0)| \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{1}{t_n - t_0} + \sum_{i=1}^n \log \frac{f'(t_i)}{f(t_{i-1})} \quad (12)$$

2.2. Yapay Sinir Ağları (Artificial neural networks)

Yapay sinir hücrelerinin birleşimi ile YSA oluşmaktadır. Bu sinir ağında hücreler katmanlar şeklinde dizilmektedir. Bunlar; girdi katmanı, gizli katmanlar ve çıktı katmanıdır. Sinir ağında bulunan giriş katmanı, sinir ağına girdilerin geldiği ve bu girdilerin işleme uğramadan alt katmanlara iletiği katmandır. Gizli katmanlarda hesaplamalar yapılır ve giriş katmanından çıkış katmanına bilgi aktarılır. Çıkış katmanında ise gizli katmanlardan gelen bilgiler işlenerek girdi katmanındaki girdilere uygun çıktılar üretilir.



Şekil 1. En büyük Lyapunov üstelinin hesaplanması (Calculation of largest Lyapunov exponent)

YSA nöronlar arasındaki bağlantılara göre ileri ve geri beslemeli olarak ikiye ayrılmaktadır. İleri beslemeli ağlarında gelen bilgiler gizli ve çıkış katmanına doğru ilerlemektedir. Bir katman ile sadece kendinden sonraki katmanlar arasında bağ bulunmaktadır. Geri beslemeli yapay sinir ağlarında ise bir katmanın çıktısı sadece kendinden sonra gelen katmana girdi olarak verilmir. Kendinden önceki katmana veya kendi katmanına girdi olarak verilebilir [27]. YSA, bir öğrenme algoritması ile verilen girdilere ve istenen çıktılara göre kendilerini adapte etmektedir [7]. Bu çalışmada YSA'nın danışmanlı öğrenme algoritması kullanılmıştır. Danışmanlı öğrenme algoritmasında gerçek çıktılar ile istenilen çıktılar arasındaki hatayı küçültmek için öğrenme sırasında ağa giriş değerleri için çıktı değerleri de verilir. Delta kuralı, geri yayılım ve en küçük kareler yöntemine dayalı genelleştirilmiş delta kuralı danışmanlı öğrenme algoritmalarına örnek olarak verilmektedir [8].

2.3. Uyarlamalı Ağ Tabanlı Bulanık Çıkarım Sistemi (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System-ANFIS)

Bulanık çıkarım sistemi üç aşamadan oluşmaktadır. Bulanıklaştırma aşamasında, sistemden yalın halde alınmış girdi değerleri üçgen, yamuk, genelleştirilmiş çan, gaussian, gaussian 2, p sigmoidal, sigmoidal simetrik ve sigmoidal üyelik fonksiyonlarının kullanılması ile [0,1] aralığında üyelik değeri atanarak bulanık değerlere dönüştürülür. Kural tabanlı çıkarım aşamasında, bulanıklaştırma aşamasında oluşturulan üyelik dereceleri kural tabanında oluşturulan kurallara göre değerlendirilerek bulanık sonuçlar üretilir. Girdi değerleri ile çıktı değeri arasındaki ilişkiyi tanımlayan bir dizi bulanık kurallar, “eğer-o halde” koşul cümlelerinden oluşmaktadır [28]. Bu çalışmada oluşturulan kurallar, örneğin “eğer faiz oranı düşük, Amerikan Borsa Endeksi (S&P 500) düşük ve döviz kuru çok düşük o halde BİST 100 endeksi çok yüksek” gibi ifadeler şeklindedir. Durulaştırma aşamasında, elde edilen bu bulanık değerler sayısal değerlere dönüştürülmektedir [8]. ANFIS, bulanık mantık ve sinir ağı yapısının birlikte kullanıldığı bir sistemdir. Girdi çıktı verilerini barındıran ANFIS, bulanık çıkarım sisteminde bulunan “eğer – o halde” kurallarını oluşturmaktadır. ANFIS, yapay sinir ağlarındaki geri besleme algoritmasını ya da melez (hibrit) öğrenme algoritmasını kullanmaktadır [29, 30]. Bu çalışmada, danışmanlı öğrenme tabanlı geri besleme algoritması ile en küçük kareler yönteminin birlikte kullanılmasından oluşan melez (hibrit) öğrenme algoritması kullanılmıştır.

ANFIS yapısının birinci katmanında girdilere ait sözel değişkenler bulunmaktadır. Bu sözel değişken değerleri bir üyelik fonksiyonu kullanılması ile üyelik derecelerini alması ile bu katmandan çıkmaktadır [30]. İkinci katman, kural katmanı olarak da adlandırılır, her düğüm sabittir ve bir kural ile temsil edilir. Birinci katmandan gelen üyelik dereceleri çarpılarak bu katmandan dışarı çıkmaktadır [31]. Üçüncü katman, ikinci katmandan gelen her bir değeri normalize etmektedir. Dördüncü katmanda önceki katmanlardaki her bir düğümde verilen bulanık çıkarım kurallarının ağırlıklandırılmış değerleri hesaplanmaktadır. Son katmanda

ise dördüncü katmanda bulunan her bir düğümün çıkış değerlerinin toplanması sonucunda ANFIS ağını gerçek değeri bulunmaktadır [10]. Bir modelin performansını ölçmek için kullanılan ortalama karesel hata (MSE), ortalama karekök hata (RMSE), ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) ve korelasyon katsayısı (R) ölçütleri sırasıyla Eş. 13, Eş. 14, Eş. 15, Eş. 16'da yer almaktadır [32]. Gerçek sonuçlar ile tahmin modeli sonuçları arasındaki ilişki yüksek olduğunda R ölçütü 1'e yakın değer almaktadır. MAPE değeri %10'un altında kalan tahminlerin yüksek tutarlılığa sahip olduğu, %10 ile %20 arasında olan tahminlerin ise tutarlı tahminler olduğu Witt ve Witt [33] tarafından belirtilmiştir.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2 \quad (13)$$

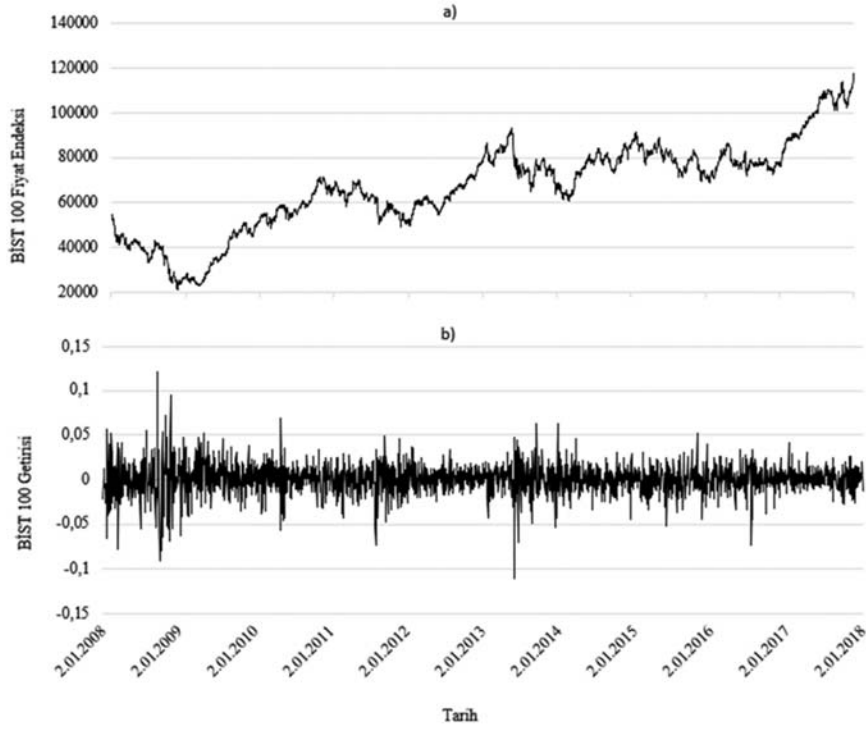
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2} \quad (14)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{a_i - b_i}{a_i} \right| * 100\% \quad (15)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2 \sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b})^2}} \quad (16)$$

3. BİST 100 GETİRİ SERİSİNİN KAOTİK ANALİZİ VE TAHMİNİ (CHAOTIC ANALYSIS AND FORECASTING OF BIST 100 RETURN SERIES)

Borsa İstanbul Pay Piyasası için ana endeks olan BİST 100 endeksi, Borsa İstanbul'da işlem gören en yüksek 100 pay senedinin başarısının değerlendirilmesi için kullanılmaktadır. Bu çalışmada, BİST 100 fiyat endeksinin 02.01.2008 ve 02.01.2018 tarihleri arasındaki iş günlerinin kapanış verileri kullanılmıştır. Bu veriler, TCMB (<https://evds2.tcmb.gov.tr/>) internet sitesinden elde edilmiştir. Aşırı uç değerlerin kaçınmak için BİST 100 endeksinin logaritmik dönüşümler uygulanarak BİST 100 endeks getiri serisi elde edilmiştir. 10 yıllık dönemdeki BİST 100 fiyat endeksinin kapanış değerleri Şekil 2a'da ve BİST 100 getiri serisi Şekil 2b'de gösterilmektedir. Kaotiklik analizlerinin yapılmasından sonra BİST 100 getirilerinin öngörülebilirliği ANFIS ve YSA ile test edilmiştir. Bu çalışmada BİST 100 endeksi, faiz oranı, Amerikan Borsa Endeksi (S&P 500) ve döviz kuru gibi makroekonomik faktörlerden doğrudan etkilendiği için bu faktörler girdi değişkenleri olarak belirlenmiştir. BİST 100 endeksi ise modeldeki çıktı değişkenidir. Modelden elde edilen BİST 100 endeksi getiri serisine dönüştürülmüştür. 02.01.2008 ve 02.01.2018 tarihleri arasındaki faiz oranları ve döviz kuru verileri TCMB (<https://evds2.tcmb.gov.tr/>) internet sitesinden, Amerikan Borsa Endeksi (S&P 500) verileri ise Investing.com (<https://tr.investing.com/>) internet sitesinden alınmıştır. Yapılan çalışmada her bir değişken toplam 2519 adet veri içermektedir. Tahmin modellerinin eğitimi için bu verilerin yaklaşık %60'ı (1511 veri) eğitim verisi, %20'si (504 veri) test verisi ve %20'si (504 veri) doğrulama verisi için kullanılmıştır.



Şekil 2. a) BİST 100 fiyat endeksinin kapanış değerleri b) BİST 100 getiri serisi
(a) Closing values of BIST 100 price index (b) BIST 100 return series)

BİST 100 getiri serisi için önemli istatistiksel parametreler Tablo 1’de gösterilmiştir. Bu tablo incelendiğinde getiri serisinin ortalama değerinin, standart sapmasından küçük olduğu görülmektedir. Getiri serisinin çarpıklık katsayısının çok küçük de olsa negatif olması ise sola çarpık bir dağılıma sahip olduğunu göstermektedir. Normal dağılım gösterdiği varsayılan bir zaman serisinin basıklık değerinin 3 olması gerekmektedir. Bu değer 3’ten büyük bir değer ise serinin sivri bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir. Bu serisi, sola çarpıktır ve sivri bir dağılıma sahiptir. Jarque-Bera istatistiği incelendiğinde getiri serinin normal dağılıma sahip olmadığı görülmektedir.

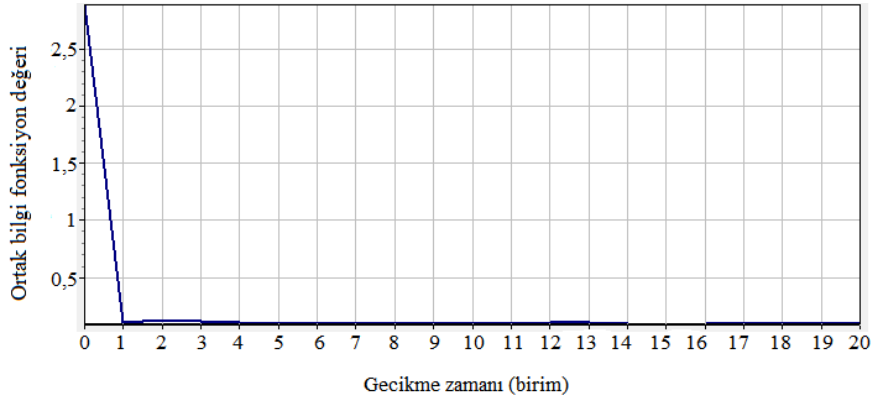
Tablo 1. İstatistiksel parametreler (Statistical parameters)

| | |
|-------------------------|---------|
| Ortalama | 0,0003 |
| Medyan | 0,0008 |
| Maksimum | 0,1213 |
| Minimum | 0,1106 |
| Standart Sapma | 0,0164 |
| Çarpıklık | -0,2781 |
| Basıklık | 7,6495 |
| Jarque-Bera İstatistiği | 2301,4 |
| Olasılık | 0,0000 |

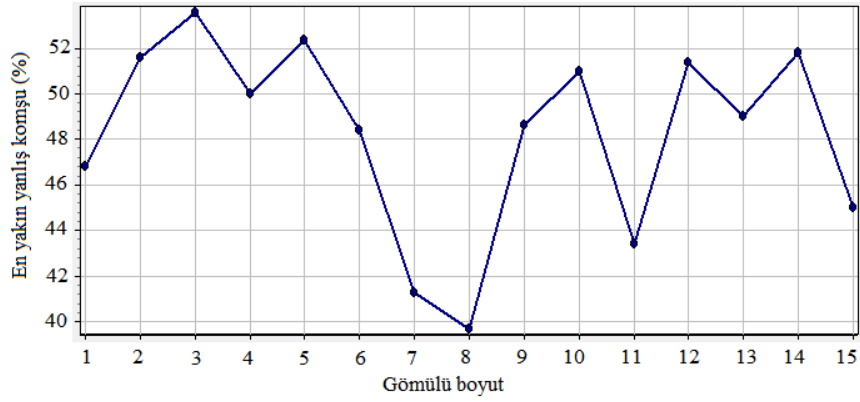
Getiri serisinin kaotik yapıda olup olmadığının araştırılmasında TISEAN 3.0.1 ve Visual Recurrence Analysis (VRA) paket programlarından yararlanılmıştır. Bu araştırmaya öncelikle, faz uzayının yeniden yapılandırılması için gerekli olan gecikme zamanının (τ) ve gömülü boyutun (m) belirlenmesiyle başlamaktadır. Bu çalışmada, gecikme zamanının belirlenmesinde ortak bilgi fonksiyonundan

faaydalanılmıştır. Gecikme zamanı, Şekil 3’te verilen ortak bilgi fonksiyonu grafiğine göre belirlenmiştir. Bu grafikte ilk minimize olan nokta τ gecikme zamanı vermektedir. Bu fonksiyonun ilk minimum olduğu nokta 1’dir. Bu yüzden, BİST 100 getirileri için gecikme zamanı 1 bulunmuştur ($\tau=1$). Gömülü boyut, en yakın yanlış komşu metodu kullanarak Şekil 4’teki grafiğe göre belirlenmiştir. Grafiğin sıfırda olduğu nokta gömülü boyutu vermektedir. Şekil 4 incelendiğinde, en yakın yanlış komşu yöntemine göre gömülü boyut 8 bulunmuştur ($m=8$). Gecikme zamanı $\tau=1$, gömülü boyut $m=8$ olarak bulunmuştur. Bu değerler girilerek faz uzayları çizdirilmiştir. Şekil 5’te faz uzaylarında oluşturulan çekerin iki boyutlu düzlemde gösterimi bulunmaktadır. Çizilen faz uzayları gecikme zamanı düşünülerek çizilmiştir ve bütün noktalar hesaba katılmıştır.

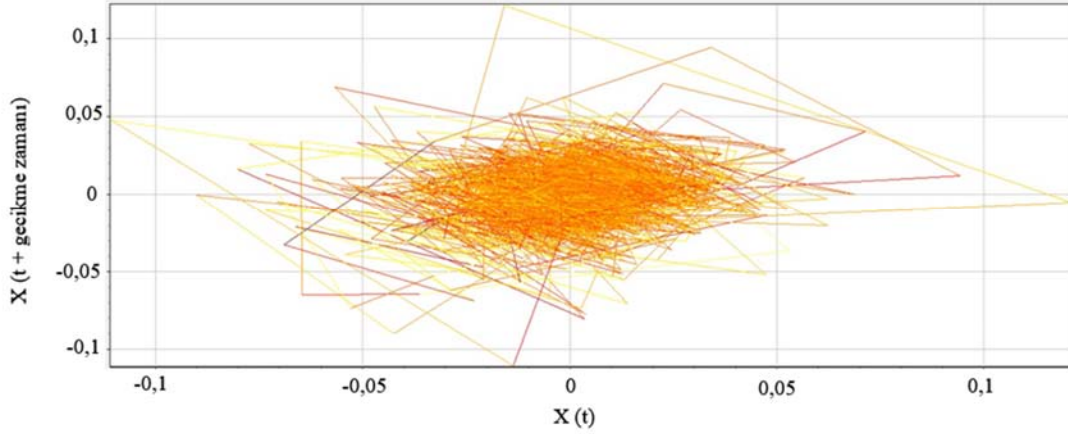
Serinin kaotik olduğunu tespit edebilmek için bu oluşturulan çekerin fraktal bir boyuta sahip olması gereklidir. Fraktal boyut hesaplamalarında korelasyon boyutuna bakılmıştır. Farklı gömülü boyutlar için verilen korelasyon boyutları Şekil 6’da gösterilmiş olup, bulunan gömülü boyuta denk gelen korelasyon boyutu 8,61 bulunmuştur. Bu değer 1’den büyük ve kesirli bir değer olduğu için elde edilen çekerin fraktal bir yapıda olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle getiri serisinin kaotik özellikler taşıdığı görülmektedir. BDS testinin uygulanması için getiri serisinin durağanlık şartını sağlaması gerekmektedir. Bu nedenle getiri serisinin durağan olup olmadığının araştırması ADF birim kök testi ile yapılmıştır. BİST 100 getiri serisine ADF birim kök testi uygulanmış olup, bu teste ait bulgular Tablo 2’de verilmiştir. Bu testin bilgisayar ortamında gerçekleştirilmesi sırasında EVIEWS 10 paket programından yararlanılmıştır.



Şekil 3. Gecikme zamanının saptanması (Determining the delay time)



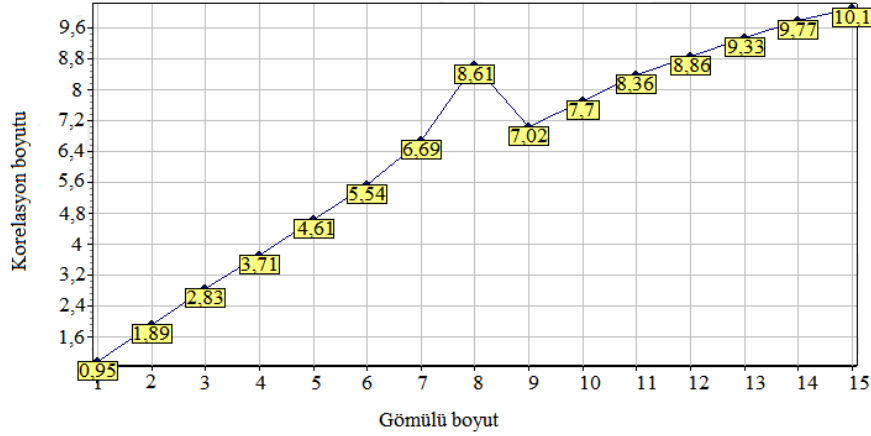
Şekil 4. Gömülü boyutun belirlenmesi (Determining the embedding dimension)



Şekil 5. Faz uzaylarında oluşturulan çekerin iki boyutlu düzlemde görüntüsü
(Image of attractor formed in phase spaces in two dimensional plane)

Tablo 2 incelendiğinde, sabitli-trendli ve sabitli model için hesaplanmış olan ADF kritik t istatistik değerleri %1, %5, %10 hata düzeyinde MacKinnon kritik değerlerinden mutlak değerce yüksek çıkması sonucu sıfır hipotezi kabul edilmektedir. Böylece, BİST 100 serinin durağan olduğu tespit edilmiştir. Durağanlık şartının sağlanması sonucunda BDS testine geçilmiştir. Doğrusal olmayan bağımlılığın incelenmesi için BDS testi uygulanmış olup, bu test sonucunda elde edilen bulgular Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3'ün son sütununda yer alan olasılık (p) değerleri tüm boyut için 0 bulunmuştur. Bu hipotez testinde hata düzeyi 0,05 olarak belirlenmiştir. Bulunan olasılık değeri, belirlenen hata düzeyinden küçük olduğundan sıfır hipotezi tüm boyutlar için reddedilmiştir. Böylece, BİST 100 getiri serinin doğrusal olmayan dinamikler içerdiği görülmüştür. Bu durum muhtemelen serinin kaotik yapısından kaynaklanmaktadır. Dönüştürülmüş genişlik (R/S) yöntemi kullanılması ile BİST 100 getiri serinin uzun dönemli hafıza



Şekil 6. Korelasyon boyutları (Correlation dimensions)

Tablo 2. BİST 100 getiri serisinin I (0) düzeyinde durağanlık (Birim Kök) test sonuçları
(Stability (Unit Root) test results of BIST 100 return series at I (0) level)

| | ADF test istatistiği | Olasılık Değeri (p) | MacKinnon Kritik Değerleri | | |
|-----------------|----------------------|---------------------|----------------------------|---------|---------|
| | | | %1 | %5 | %10 |
| Sabitli-Trendli | -48,7530 | 0 | -3,9617 | -3,4116 | -3,1277 |
| Sabitli | -48,7465 | 0,0001 | -3,4328 | -2,8625 | -2,5673 |

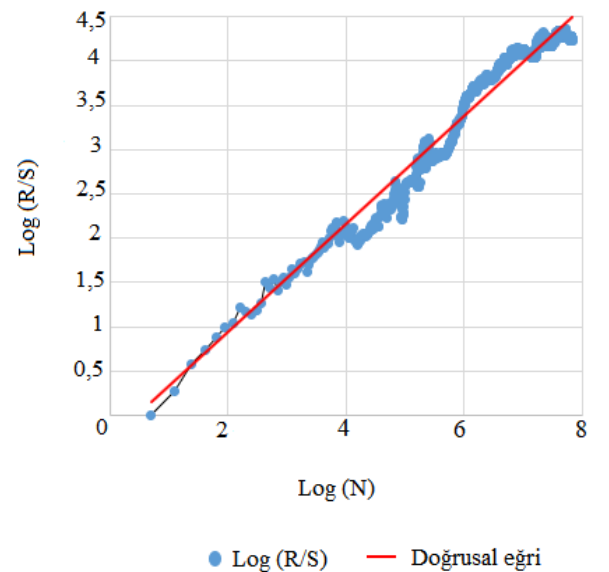
Tablo 3. BDS test istatistiğinin çıktıları (Outputs of BDS test statistics)

| Boyut | BDS istatistiği | Std. hata | Z-istatistiği | Olasılık Değeri (p) |
|-------|-----------------|-----------|---------------|---------------------|
| 2 | -1,66E-06 | 3,56E-07 | -4,6558 | 0,0000 |
| 3 | -1,73E-07 | 4,86E-09 | -35,5664 | 0,0000 |
| 4 | -9,64E-10 | 4,99E-11 | -19,3155 | 0,0000 |
| 5 | -5,38E-12 | 4,49E-13 | -11,9731 | 0,0000 |
| 6 | -2,99E-14 | 3,74E-15 | -7,9877 | 0,0000 |

etkisi analiz edilmiştir. R/S değerlerinin ve gözlem sayılarının (τ) logaritması alınarak grafiği çizdirilmiştir. Şekil 7’de verilen bu grafiğe, en küçük kareler yöntemi ile doğrusal bir eğri türetilmiştir. Bu doğrusal eğri kırmızı çizgi ile gösterilmiştir. Hurst üsteli katsayısı, elde edilen eğrinin eğimi olup 0,6076 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen 0,6076 değeri, 0,5’ten büyük bir değer olduğundan getiri serisinin uzun dönem hafıza etkisine sahip olduğunu ve etkin piyasa hipotezine göre hareket eden rassal yürüyüş fikrini desteklemediği görülmektedir. Getiri serinin uzun dönem hafıza etkisine sahip olması, geçmiş fiyat hareketleri ile gelecekteki fiyat hareketleri arasında dirençli bir geçici bağımlılık olduğu göstermektedir. Bu durum, BİST 100 getiri serinin başlangıç koşullarına hassas bağımlı olduğunu göstermektedir. Serinin kaotik yapıya sahip olup olmadığını tespit etmek için kullanılan bir diğer yöntem Lyapunov üstelleridir. Eğer maksimum Lyapunov üsteli sıfırdan büyük bir değerde ise ele alınan serinin kaotik bir yapıda olduğu tespit edilir. En büyük Lyapunov üstelinin bulunmasında Wolf algoritmasından yararlanılmıştır. İterasyon sayısına karşılık gelen esneme faktörüne logaritmasının grafiği Şekil 8’de gösterilmektedir.

Şekil 8’de görüldüğü üzere grafiğe en uygun doğrusal eğri bulunmuştur. Bu eğrinin eğimi maksimum Lyapunov üstelinin değerini vermektedir. Bu çalışmada getiri serisi için

maksimum Lyapunov üsteli 0,00331 olarak bulunmuştur. Bu değer pozitif bir değer olması BİST 100 getiri serisinin kaotik bir yapıda olduğunu kanıtlamaktadır.



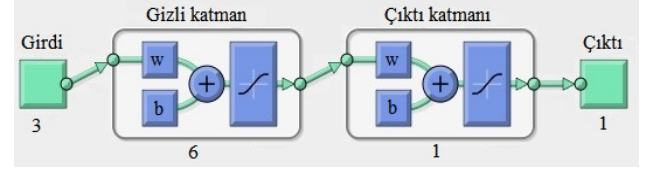
Şekil 7. BİST 100 getiri serisinin log (R/S)-log (τ) grafiği
(log (R/S)-log (τ) graph of the BIST 100 return series)

Kaotik yapıda olduğu tespit edilen BİST 100 getiri serisi tahmin edilmeye çalışılmıştır. İlk aşamada tüm veriler eğitim, test ve doğrulama veri seti olarak üçe ayrılmıştır. Girdi ve çıktı olarak belirlenen veriler arasındaki bağlantı olup olmadığı öğrenilebilmek için eğitim veri seti kullanılmıştır. Test olarak ayrılmış veriler, eğitilmiş olan modelin hiç görmediği verilere karşı nasıl bir tepki verdiğini ölçmektedir. Kontrol veri seti ise modelin aşırı öğrenme durumunu kontrol etmede kullanılmaktadır.

BİST 100 endeksi YSA ve ANFIS kullanılarak tahmin edilmeye çalışılmıştır. YSA ile eğitim aşamasında ileri beslemeli geri yayılım algoritması kullanılmıştır. Oluşturulan YSA yapısı Şekil 9'da verilmiştir. Faiz oranı, S&P 500 ve döviz kuru olmak üzere 3 girdi değişkeni Şekil 9'un girdi bölümünde ve çıktı değişkeni olan BİST 100 getirileri Şekil 9'un çıktı bölümünde gösterilmektedir. Değişken katsayıları ve ağırlık katsayıları belirlenen gizli katmanda ise 6 hücre olup, Şekil 9'un gizli katman bölümünde gösterilmektedir. Yapılan denemeler sonucunda her hücrenin aktivasyon fonksiyonu olarak tanjant sigmoid seçilmiştir.

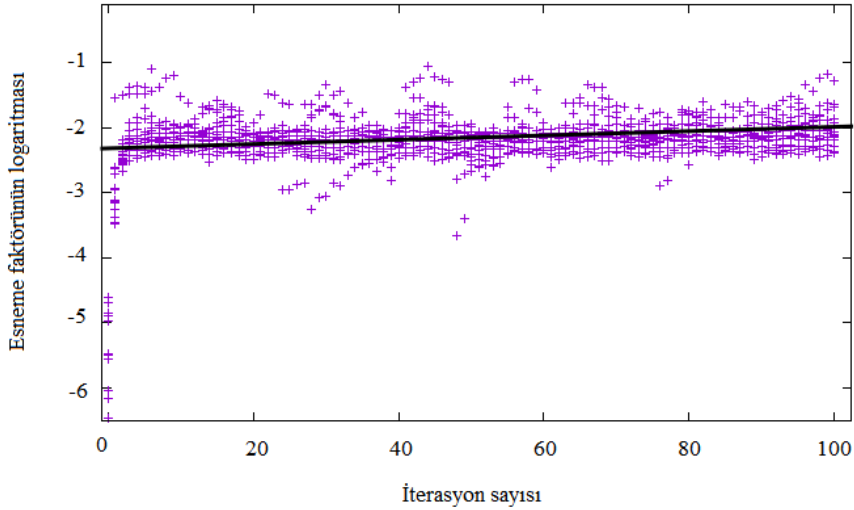
Öğrenme ve momentum katsayısı ağırlık öğrenme performansı etkileyen parametrelerdir. Çok fazla deneme yapılarak bu katsayıların en uygun değerleri elde edilmiştir. Öğrenme

katsayısı sabit tutularak momentum katsayısı 0 ile 1 arasında değiştirilerek en uygun momentum katsayısı elde edilmeye çalışılmıştır. Momentum katsayısı sabit tutularak öğrenme katsayısı 0 ile 1 arasında değiştirilerek en uygun öğrenme katsayısı elde edilmeye çalışılmıştır. Yapılan çalışmada momentum katsayısı 0,9, öğrenme katsayısı 0,1 ve iterasyon sayısı 1000 olarak belirlenmiştir.



Şekil 9. Üç girdili YSA modelinin yapısı
(The structure of three input ANN model)

YSA ile yapılan tahmin aşamasının ardından, BİST 100 endeksi ANFIS modeli ile tahmin edilmeye çalışılmıştır. Doğru tahminler yapılabilmesi için en düşük hata değeri göz önünde bulundurularak modelin eğitilmesi gerekmektedir. Bu nedenle her bir girdi değişkeni için birçok üyelik fonksiyon sayısı ve tüm üyelik fonksiyon tipleri tek tek denenerek en düşük test hatasını veren üyelik fonksiyon tipi ve sayısı belirlenmiştir. Tablo 4'te, üyelik fonksiyon tiplerine karşılık gelen test hata değerleri gösterilmiştir.



Şekil 8. İterasyon sayısına karşılık gelen esneme faktörüne logaritması
(Logarithm of the stretching factor corresponding to the number of iterations)

Tablo 4. Modele ait üyelik fonksiyonlarının test hata değerleri (Test error values of membership functions of the model)

| Matlab Kodu | Üyelik Fonksiyonu Tipi | Test Hata Değeri |
|-------------|------------------------|------------------|
| gbellmf | Genelleştirilmiş çan | 0,0327 |
| trapmf | Yamuk | 0,0357 |
| gaussmf | Gaussian | 0,0290 |
| trimf | Üçgen | 0,0335 |
| gauss2mf | Gaussian 2 | 0,0306 |
| pimf | P sigmoidal | 0,0330 |
| dsigmf | Sigmoidal simetrik | 0,0293 |
| psigmf | Sigmoidal | 0,0293 |

Tablo 4 incelendiğinde en düşük test hatasını (0,0290) veren gaussmf üyelik fonksiyonu seçilerek faiz oranı ve döviz kuru girdisi için gaussmf tipinde 4 adet üyelik fonksiyonu ve S&P 500 girdisi için ise gaussmf tipinde 3 adet üyelik fonksiyonu belirlenmiştir.

Melez (hibrit) öğrenme algoritması ve hata toleransının 0 değeri hedeflenerek ağır eğitim aşaması tamamlanması ile oluşan ANFIS modelinin ağ yapısı Şekil 10'da gösterilmiştir.

Şekil 10'un sol tarafında bulunan siyah düğümler sırasıyla faiz oranı, S&P 500 ve döviz kuru girdilerini göstermektedir. Bu girdiler için belirlenen 4,3,4 üyelik fonksiyonu sayısı birinci katmanda olup, Şekil 10'da beyaz düğümler ile gösterilmektedir. Faiz oranı ve döviz kuru girdilerinin üyelik fonksiyonlarına en düşük, düşük, yüksek ve en yüksek olmak üzere 4 sözel değer atanmıştır. S&P 500 girdisinin üyelik fonksiyonlarına ise düşük, orta ve yüksek olmak üzere 3 sözel değer atanmıştır. Bu sözel değişkenler kullanılarak en iyi öğrenmeyi gerçekleştirecek 48 ($4^2 \cdot 3$) adet "eğer-o halde" kuralı belirlenmiş ve her kural için bir değer üretilmiştir. Mavi düğümler ile gösterilen ikinci katmanda, üyelik fonksiyonları kullanılarak oluşturulan 48 adet kural yer almaktadır. Üçüncü katmanda 48 adet kural için normalize işlemi uygulanmıştır. Dördüncü katmanda kuralların ağırlıklandırılmış değerleri hesaplanmıştır. Son katmanda ise her bir kural için üretilen değerler toplanarak tek bir çıktı değerine dönüştürülmüştür. 1511 adet veriye sahip eğitim veri setindeki BİST 100 endeksinin gerçek değerleri ve tahmin değerleri Şekil 11'de yer almaktadır. YSA ve ANFIS

modeli için eğitim veri setinin hata değeri sırasıyla 0,0420 ve 0,0246 bulunmuştur. YSA ve ANFIS modeli ile 504 adet test veri seti için elde edilen gerçek ve tahmini değerler Şekil 12'de gösterilmektedir. YSA ve ANFIS modeli için test veri setinin hata değeri sırasıyla 0,0433 ve 0,0290 bulunmuştur.

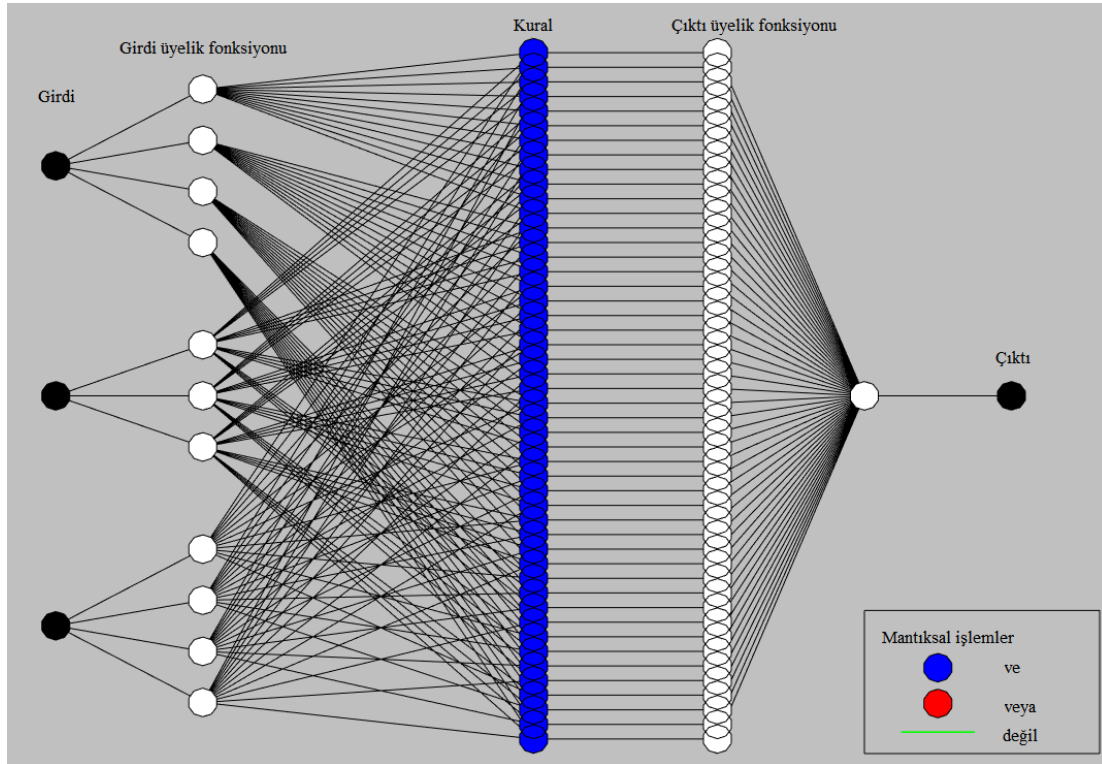
Şekil 13, YSA ve ANFIS modeli ile 504 adet kontrol veri seti için elde edilen gerçek ve tahmini değerleri göstermektedir. YSA ve ANFIS modeli için kontrol veri setinin hata değeri sırasıyla 0,0434 ve 0,0268 bulunmuştur

Tablo 5, YSA ve ANFIS modelinin performansını ölçmek için kullanılan RMSE, MSE, MAPE ve R değerini göstermektedir. MAPE değeri incelendiğinde, BİST 100 endeksi tahmininde ANFIS modeli en başarılı sonucu vermiştir.

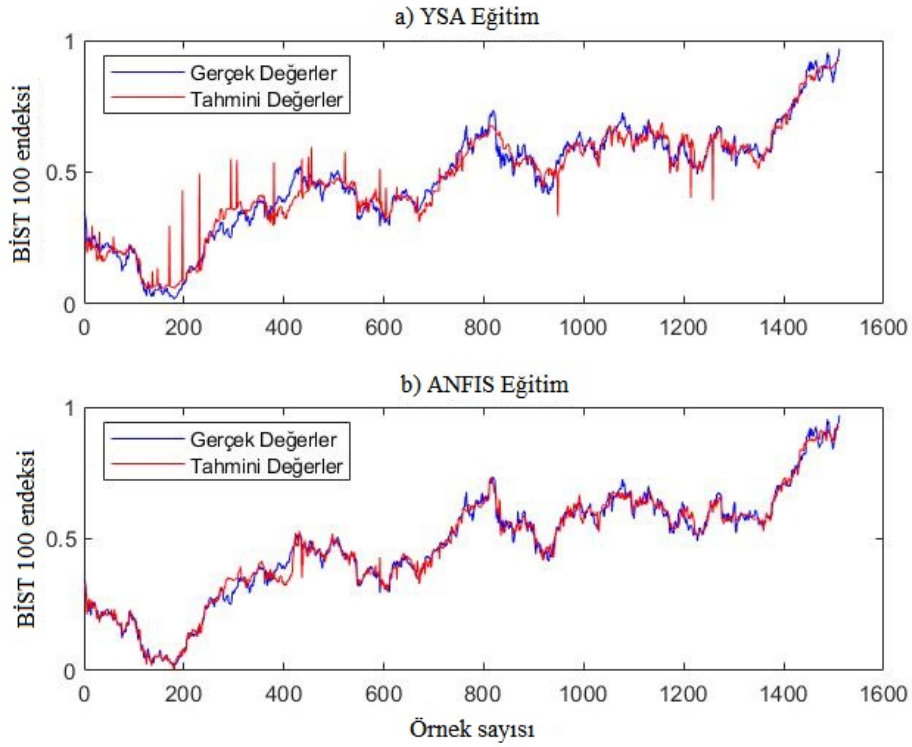
Tablo 5. YSA ve ANFIS modelinin performans ölçümleri (Performance measurements of ANN and ANFIS model)

| | MSE | RMSE | MAPE | R |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| YSA | 0,0018 | 0,0425 | 11,75% | 0,9783 |
| ANFIS | 0,0007 | 0,0260 | 5,63% | 0,9918 |

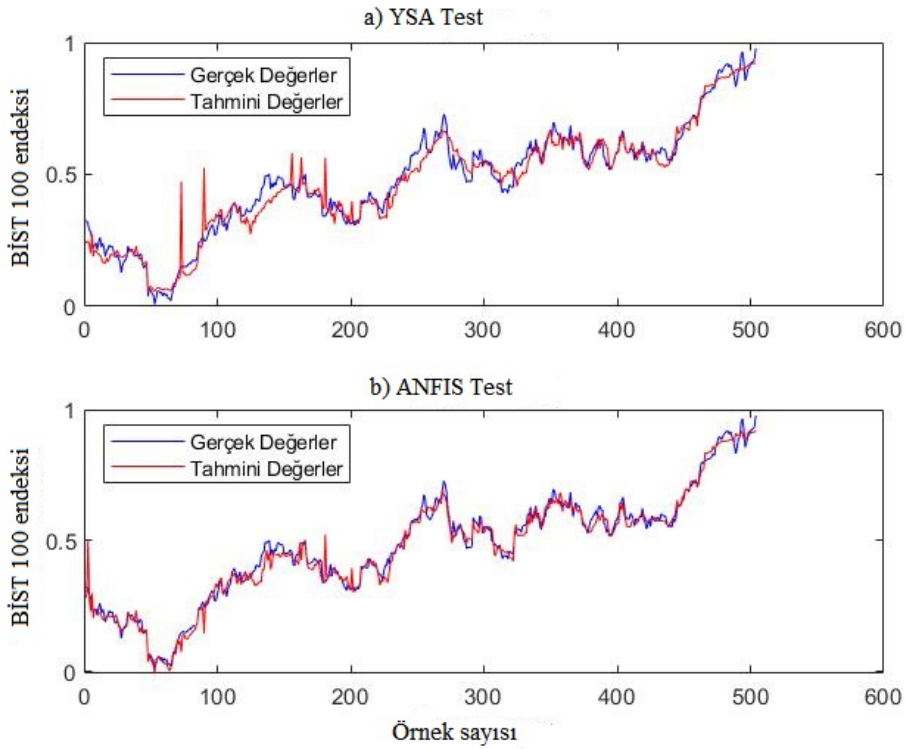
ANFIS modeli ile elde edilen tahmini BİST 100 endeksi getiri serisine dönüştürülmüştür. ANFIS modeli YSA'ya göre daha iyi sonuç verdiği için getiri serisi dönüşümünde ANFIS modeli kullanılmıştır. Şekil 14, gerçek ile tahmini BİST 100 getirilerini göstermektedir. ANFIS modeli için MAPE değeri %13,7 ve gerçek ile tahmini değeri arasındaki ilişkinin kuvvetini gösteren R değeri 0,62 bulunmuştur.



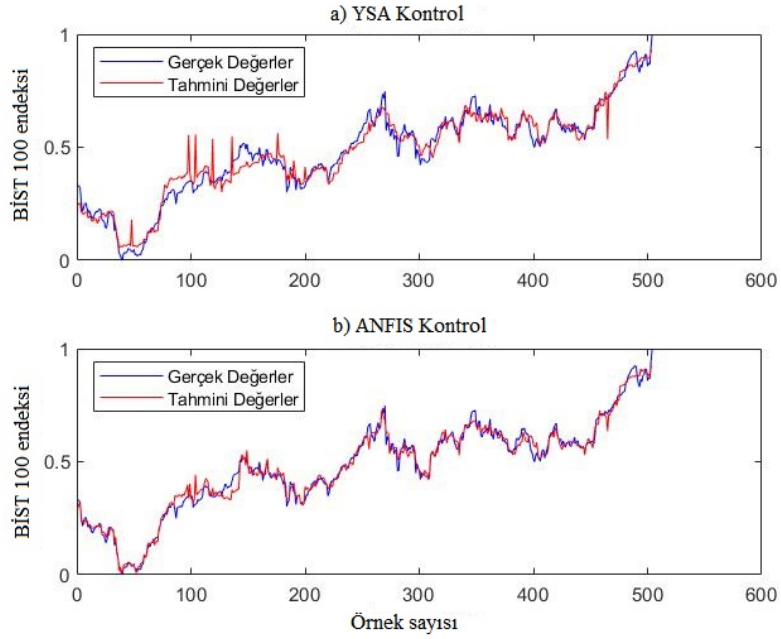
Şekil 10. Üç girdili ANFIS modelinin ağ yapısı (Network structure of three input ANFIS model)



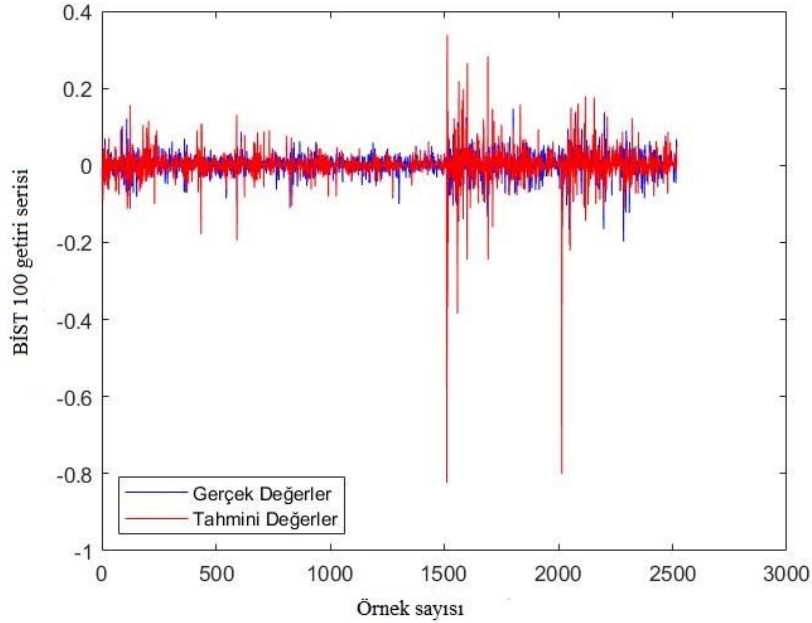
Şekil 11. Eğitim veri setindeki BİST 100 endeksinin gerçek ve tahmin değerleri a) YSA b) ANFIS
(Actual and estimated values of BIST 100 index in the training dataset a) ANN b) ANFIS)



Şekil 12. Test veri setindeki BİST 100 endeksinin gerçek ve tahmin değerleri a) YSA b) ANFIS
(Actual and estimated values of BIST 100 index in the test dataset a) ANN b) ANFIS)



Şekil 13. Kontrol veri setindeki BİST 100 endeksinin gerçek ve tahmin değerleri a) YSA b) ANFIS (Actual and estimated values of BIST 100 index in the control dataset a) ANN b) ANFIS)



Şekil 14. BİST 100 getiri serisinin ANFIS modeli sonucu (ANFIS model result of BIST 100 return series)

4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada, BİST 100 getiri serisinin kaotik yapıya sahip olup olmadığı araştırılmıştır. Bu nedenle ilk olarak gerekli olan gecikme zamanı değerinin 1 ve gömülü boyut değerinin 8 olduğu tespit edilmiştir. Korelasyon boyutu, 8,61 bulunarak faz uzayında oluşturulan çekerin fraktal bir yapıda olduğu görülmüştür. Böylece, çalışılan serinin kaotik yapıya

sahip olduğu tespit edilmiştir. BDS testine geçilebilmesi için ADF birim kök testi ile serisinin doğrusal olmayan bir yapıda olduğu yorumsal olarak ortaya konmuştur. R/S metodu ile serinin Hurst üsteli katsayısı hesaplanarak 0,6076 bulunmuştur. Böylece, serinin uzun dönemli hafızaya sahip olduğu görülmüştür. En büyük Lyapunov üsteli 0,00331 bulunmuştur. Bu sonuç, BİST 100 getiri serisinin kaotik bir yapıya sahip olduğunu kanıtlamaktadır. ANFIS ve YSA

modeli kullanılarak BİST 100 endeksi tahmin edilmeye çalışılmıştır. YSA modeli için ileri beslemeli geri yayılım algoritması kullanılarak aktivasyon fonksiyonu tanjant sigmoid seçilmiştir. ANFIS modeli için en düşük test hatasını veren gaussmf fonksiyonu kullanılmıştır. YSA ve ANFIS modelinin en düşük test hata değeri sırasıyla 0,0433 ve 0,0294 bulunmuştur. YSA ve ANFIS modelinin MAPE değeri sırasıyla %11,75 ve %5,63 bulunmuştur. Bu değerler incelendiğinde ANFIS modeli ile yapılan tahminin yüksek tutarlılığa sahip olduğunu göstermektedir. BİST 100 endeksi için R ölçütü, YSA ve ANFIS için sırasıyla 0,9783 ve 0,9918 bulunmuştur. Bu çalışmada ANFIS modeli YSA'ya göre daha tutarlı sonuçlar verdiği için BİST 100 getiri tahmini için ANFIS modeli kullanılmıştır. Getiri tahmini için R değeri 0,63 ve MAPE değeri %13,7 bulunmuştur. MAPE değerinin %10-%20 arasında olması, getiri tahmininin tutarlı olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, kaotik yapıda olan BİST 100 getirilerinin ANFIS modeli ile kısa dönemli öngörülebilirliği mümkündür.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda daha tutarlı tahminler elde etmek için GSYİH (Gayri Safi Yurt İçi Hasıla), TÜFE (Tüketici Fiyat Endeksi) ve altın fiyatları gibi farklı değişkenler ele alınabilir. Ayrıca serinin histogram grafiği, sistemin davranış biçimini ortaya koyan çatallaşma diyagramları ve karmaşık sistemleri basit şekilde ifade eden Poincare haritasını incelemek araştırmacılara yeni bir bakış açısı kazandırabilecektir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Tetenbaum T.J., Shifting Paradigms: From Newton to Chaos, *Organizational Dynamics*, 26 (4), 21-32, 1998.
2. Göksu A., Kocamaz U.E., Uyaroğlu Y., Synchronization and Control of Chaos in Supply Chain Management, *Computers & Industrial Engineering*, 86, 107-115, 2015.
3. Poincare H., *Thermodynamics: First Semester Lessons*, 1888- 1889, Gauthier-Villars, 1892.
4. Ertürk A., Kaos Kuramı: Yönetim ve Eğitimdeki Yansımaları, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20 (3), 849-868, 2012.
5. Lorenz E. N., Deterministic Nonperiodic Flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20, 130-141, 1963.
6. Fama E., Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *The Journal of Finance*, 25 (2), 383-417, 1969.
7. Kocamaz U.E., Uyaroğlu Y., Çağıl G., Taşkın H., Çağıl Z., Control of Chaotic Finance System Using Artificial Neural Networks, *Chaotic Modeling and Simulation*, 4, 289-302, 2015.
8. Doğan O., Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sisteminin (ANFIS) Talep Tahmini için Kullanımı ve Bir Uygulama, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 31 (1), 257-288, 2016.
9. Jang J.-S.R., ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 23 (3), 665-685, 1993.
10. Güzel F., Acar M., Avcı D., Bulanık Sinir Ağı Yapısı ile Borsa Endeks Getirisi Tahmini: Borsa İstanbul (BİST) 100 Örneği, *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 29, 452-465, 2016.
11. Ok Y., Atak M., Akçayol M.A., A simple neuro fuzzy model for ise 100 index prediction, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 26 (4), 897-904, 2011.
12. İşeri M., Çağlar H., Çağlar N., A Model Proposal for the Chaotic Structure of Istanbul Stock Exchange, *Chaos, Solitons and Fractals*, 36 (5), 1392-1398, 2008.
13. Alper O. ve Eren Ö., İMKB100 Endeks Değişim Değerlerinde Lyapunov Üsteli Metoduyla Kaosun İncelenmesi, *İstanbul Aydın Üniversitesi Dergisi*, 30 (8), 151-174, 2016.
14. Sülkü S.N. ve Ürkmez E., Hisse Senedi Getirilerinde Doğrusal Olmayan Dinamikler: Türkiye'den Kanıtlar, *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 18, 473-484, 2018.
15. Takens F., Detecting Strange Attractors in Turbulence, *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366-381, 1981.
16. Kumar H. ve Saini S., Chaotic Characterization of Electric Load Demand Time Series & Load Forecasting by Using GA Trained Artificial Neural Network, 2016 International Conference on Signal Processing, Communication, Power and Embedded System, IEEE, Australia, 1423-1428, 2016.
17. Fraster A.M. ve Swinney H.L., Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information, *Physical Review A*, 33 (2), 1134-1140, 1985.
18. Uzel S., Zaman Serisi Analizi Yöntemi Üzerine Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2008.
19. Kennel B.M., Brown R., Abarbanel H.D.I., Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction, *Physical Review A*, 45 (6), 3403-3411, 1992.
20. Brock W.A., Dechert W.D., Scheinkman J.A., LeBaron B., A Test for Independence based on the Correlation Dimension, *Econometric Reviews*, 15 (3), 197-235, 1996.
21. Dickey D.A. ve Fuller W. A., Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the Econometric Society*, 49 (4), 1057-1072, 1981.
22. MacKinnon J.G., Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests, *Journal of Applied Econometrics*, 11, 601-618, 1996.
23. Bariviera A.F., The Influence of Liquidity on Informational Efficiency: The Case of the Thai Stock Market, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390 (23), 4426-4432, 2011.
24. Kayacan E.Y. ve Anavatan A., Bitcoin Getirilerinin Kaotik Yapısının İncelenmesi, *Avrasya Sosyal ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, 5 (7), 135-142, 2018.
25. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., Determining Lyapunov Exponents from a Time Series, *Physica D*, 16 (3), 285-317, 1985.
26. Yılmaz D. ve Güler N.F., A Study on the Chaotic Time Series Analysis, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 21 (4), 759-779, 2006.

27. Yürük M. ve Ekşi İ., Yapay Zeka Yöntemleri ile İşletmelerin Finansal Başarısızlığının Tahmin Edilmesi: Bist İmalat Sektörü Uygulaması, *Mukaddime*, 10 (1), 393-422, 2019.
28. Singh G., Chauhan D.S., Chandel A., Short-Term Load Forecasting by Using Ann, Fuzzy Logic and Fuzzy Neural Network, *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 6 (1), 384-389, 2017.
29. Kocamaz U.E., Taşkın H., Uyaroğlu Y., Göksu A., Control and Synchronization of Chaotic Supply Chains Using Intelligent Approaches, *Computers & Industrial Engineering*, 102, 476-487, 2016.
30. Urfaloğlu F. ve Tanrıverdi İ., ANFIS ve Regresyon Analizi ile Enflasyon Tahmini ve Karşılaştırması, *Social Sciences Research Journal*, 7 (3), 120-141, 2018.
31. Kassa Y., Zhang J.H., Zheng D.H., Wei D., Short Term Wind Power Prediction Using ANFIS, 2016 IEEE International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE), Shanghai, 388-393, 2016.
32. Demirel Ö., Kakilli A., Tektaş M., Electric Energy Load Forecasting Using ANFIS and ARMA, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 25 (3), 601-610, 2010.
33. Witt S.F. ve Witt C.A., *Modeling and Forecasting Demand in Tourism*, Academic Press, New York, 1992.

