



## ORANTISAL AKIL YÜRÜTME GEREKTİREN SORULARDA ÖĞRENCİLERİN KULLANDIKLARI ÇÖZÜM STRATEJİLERİNİN SORU TÜRLERİNE GÖRE DEĞİŞİMİNİN İNCELENMESİ

### AN INVESTIGATION ON STUDENTS' SOLUTION STRATEGIES FOR DIFFERENT PROPORTIONAL REASONING ITEMS

Asuman DUATEPE\*, Oylum AKKUŞ-ÇIKLA\*\*, Mesture KAYHAN\*\*\*

**ÖZET:** Bu araştırmanın amacı, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısız akıl yürütmeyi gerektiren oran-orantı sorularında kullandıkları çözüm stratejilerini ve bu stratejilerin soru türlerine göre nasıl değiştiğini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, dört farklı ilköğretim okulunun ikinci kademesinde öğrenim gören toplam 295 kişiye, orantısız akıl yürütme testi uygulanmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin bilinmeyen değer türündeki sorularda en çok içler-dışlar çarpımı stratejisini; niceliksel karşılaştırma soru türünde en çok birim oran stratejisini; niteliksel karşılaştırma sorularında çoğunlukla belirli bir strateji kullanmaksızın sadece orantısız akıl yürütebildiğine ilişkin ipuçları verme ve orantısız olmayan karşılaştırma türündeki sorularda sıklıkla bu soru türü için doğru sonuca ulaşmayı sağlayan toplamsal stratejisini, ve son olarak ters orantı türündeki sorularda ters orantı algoritması stratejisini kullandıkları görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** orantısız akıl yürütme, çözüm stratejileri, ilköğretim ikinci kademe öğrencileri, matematik eğitimi

**ABSTRACT:** The purpose of this study is to investigate the solution strategies of elementary school students on items measuring proportional reasoning skills and to investigate how these strategies are affected by question types. Proportional reasoning test was administered to 295 elementary school students from four different elementary schools. The results revealed that the most commonly used strategy for missing value type of questions was cross multiplication algorithm; for quantitative comparison type of questions was unit rate; for non-proportional type of questions was additive strategy and for inverse proportion type of question was inverse proportion algorithm. For qualitative comparison type of questions, students have shown some evidence that they were thinking proportionally but they did not use any specific solution strategy.

**Keywords:** proportional reasoning, solution strategies, elementary school students, mathematics education

## 1. GİRİŞ

### 1.1. Orantısız Akıl Yürütme ve Önemi

Matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalar incelendiğinde, matematiksel akıl yürütmeyi konu alan çalışmaların, dikkat çekici olduğu göze çarpmaktadır (Ball, Stacey ve Pierce, 2001; Lannin, 2001, 2003; NCTM, 2000; Umay, 2003). Bunun nedeni; matematiksel akıl yürütmenin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir bileşeni olduğu gerçeğidir. Matematiksel akıl yürütme türleri içinde, orantısız akıl yürütme becerisi önemli bir yere sahiptir. İlgili literatür incelendiğinde, her ne kadar orantısız akıl yürütmenin herkesçe paylaşılan bir tanımına rastlanamamıştır. Orantısız akıl yürütmeyi, Flowers (1998) orantıyı anlama ve kullanabilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Diğer taraftan bu akıl yürütme biçimi birçok çalışmada, bir orantı tarafından matematiksel olarak şekillendirilen bir durumu tanıyabilme, bu durumu sembolik olarak ifade edebilme ve orantı problemlerini çözebilme yeteneği olarak kabul edilmektedir (Cramer ve Post, 1993; Clark ve Lesh, 2003; Cramer, Post ve Currier, 1993).

\* Yrd. Doç. Dr., Pamukkale Üniversitesi İncilipınar Kampüsü, Eğitim Fakültesi, 20020 Denizli, aduatepe@posta.pamukkale.edu.tr

\*\* Öğr. Gör. Dr., Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi A.B.D., 06532 Beytepe - Ankara, oyluma@hacettepe.edu.tr

\*\*\* Arş. Gör., Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi A.B.D., 06532 Beytepe - Ankara, mkayhan@hacettepe.edu.tr

Pek çok çalışmada orantısal akıl yürütmenin tanımından ziyade önemi ve kullanım alanlarına rastlanmaktadır. Bu akıl yürütme biçiminin önemli olmasının nedenlerinden biri, matematik dışındaki disiplinlerde de kullanılmasıdır. Örneğin, oran ve orantı, hız, moment, güç, basınç, yoğunluk, hız gibi fizik ve kimya kavramlarının ve yaşayan sistemlerin genetiği gibi biyoloji konularının anlaşılabilirliği için gerekli ve önemli bir matematiksel araçtır (Wollman ve Lawson, 1978, Al Wattban'da). Mitchell ve Lawson (1988), biyoloji bölümünde okumayan üniversite öğrencilerinin orantısal akıl yürütme konusundaki eksikliğini genetik başarılarına yansıdığını ortaya koymuşlardır. Aynı zamanda, orantısal akıl yürütmenin, fen bilgisi başarısında önemli bir tahmin edici olduğunu belirtmişlerdir.

Al-Wattban'a (2001) göre, orantısal akıl yürütme sadece formal eğitim alanında değil, günlük hayat problemlerini çözme amacıyla da kullanılan genel bir beceridir. Gündelik alışverişlerde, iş yerinde ve evlerde kullanılan pratik hesaplamalar, orantısal akıl yürütme becerisine örnek olarak verilebilir. Orantısal akıl yürütme insanların farkında olmadan günlük hayatta kullandıkları bir akıl yürütme becerisi olarak kabul edilir. Bu düşünce araştırmacılar tarafından şu şekilde vurgulanmıştır; "Çoğu insan orantının matematiksel tanımının farkında olmamasına rağmen; bunu tanıdık durumlarda kullanır" (Tourniaire ve Pulos, 1985, s.181).

## 1.2. Orantısal Akıl Yürütme Sorularında Kullanılan Stratejiler

Literatürde, orantısal akıl yürütme becerisinin ölçülmesi için geliştirilen soru türlerine yönelik farklı çözüm stratejilerinin tanımlandığı görülmüştür. Cramer ve Post (1993) öğrencilerin orantısal akıl yürütme sorularına dört farklı çözüm stratejisi kullandıklarını saptamışlardır. Bunlar; **birim oran, değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı algoritması ve denk kesir stratejisidir**. Aynı zamanda Bart, Post, Behr ve Lesh (1994), tarafından yapılan çalışmada bu çözüm stratejilerine ek olarak **denklik sınıfı stratejisi** de belirlenmiştir. Bu stratejiler aşağıda anlatılmıştır:

**Birim oran:** Bu stratejide, "Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır?" şeklindeki bir niceliksel karşılaştırma sorusunda, bir dakikada kaç tur koştukları veya bir turu kaç dakikada koştukları hesaplanır; Nesrin 1 turu 4 dakikada, Başak 1 turu 5 dakikada koşar gibi. Daha sonra hangisinin hızlı koştuğunu bulmak için karşılaştırma yapılarak cevaba ulaşırlar.

**Değişim çarpanı:** Bu stratejiyi kullanan öğrenci şu şekilde düşünür. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşuyor ise bunun  $1/4$ 'ü olan 2 turu koşması  $32 \times \frac{1}{4} = 8$  dakika alacaktır. Hızlı koşanı bulmak için karşılaştırma yapılarak cevaba ulaşırlar.

**İçler-dışlar çarpımı algoritması:** Öğrenciler, içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla orantı kurar ve eşitliği çözer.

8 tur 32 dakikada

x tur \_\_\_\_\_ 10 dakikada

$x = (10 \times 8) / 32 = 2,5$  tur bulunur. Cevaba ulaşmak için gereken karşılaştırma yapılır.

**Denk kesir stratejisi:** Bu stratejide, oranlar denk kesir olarak algılanır. Buradaki amaç, verilen kesre denk olan bir kesir bulmaktır ( $8 \text{ tur} / 32 \text{ dakika} = x / 10 \text{ dakika}$  denk kesirlerinden  $x = 2,5$  tur bulunur). Karşılaştırma yapılarak cevaba ulaşırlar.

**Denklik sınıfı:** Öğrenciler istenilen oranı bulmak için verilen oran çiftleriyle denklik sınıfları oluşturup ( $2 \text{ tur} / 10 \text{ dakika} = 4 \text{ tur} / 20 \text{ dakika} = 8 \text{ tur} / 40 \text{ dakika}$ ), veriler arası karşılaştırma yaparlar.

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin, orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri, Kayhan, Duatepe ve Akkus-Çıkla (2004), tarafından yapılan çalışmada incelenmiştir. Yukarıda bahsedilen çözüm stratejilerine ek olarak **belirlenmiş problem tipine yönelik algoritma kullanma** stratejisi bulunmuştur.

**Belirlenmiş problem tipine yönelik algoritma kullanma:** “Mine ile Selman aynı hızla çalışarak bir duvarı birlikte 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında aynı duvar kaç günde boyanır?” şeklindeki soruda öğrenciler ders kitaplarında yer alan ters orantı:

2 kişi            10 gün

5 kişi            x gün

$$x = (2 \times 10) / 4 \text{ gün.}$$

veya işçi problemi algoritmasını kullanırlar:

$$1/20 + 1/20 + 1/20 + 1/20 + 1/20 = 5/20.$$

Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller (1998) tarafından yapılan bir başka araştırmada ise, orantısız akıl yürütme soru türlerinde, yukarıda tanımlanan çözüm stratejilerine ek olarak öğrenciler tarafından kullanılan hata örüntüleri de belirlenmiştir. Bu hata örüntüleri; **duygusal cevap verme, toplamsal ilişki ve veri ihmali** olarak sınıflandırılmıştır. Ayrıca doğru bir çözüm stratejisi olan **artırma** stratejisini belirlenen diğer çözüm stratejilerine ek olarak belirtmişlerdir.

**Duygusal cevap verme:** Öğrencilerin matematiksel olmayan akıl yürütme ile verdikleri öznel cevaplardır. Niceliksel karşılaştırma sorusuna “Nesrin çok kilolu bir insan olduğundan hızlı koşamaz. O halde en hızlı koşucu Başak’tır” şeklinde verilen cevap bir bu stratejiye bir örnek olabilir.

**Toplamsal ilişki:** Öğrencilerin çarpımsal ilişkileri fark etmeden toplamsal bir ilişki varmış gibi düşündükleri stratejidir. “Kısa Bey’in boyu 6 ataç uzunluğundadır. Kısa Bey’in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Uzun Bey ve Kısa Bey’in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey’in 6, Kısa Bey’in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre, Uzun Bey’in boyu kaç ataç uzunluğundadır?” şeklindeki bilinmeyen değeri bulma sorusunda bu stratejiyi kullanan öğrenciler:

$$6 \text{ düğme} - 4 \text{ düğme} = 2 \text{ düğme}$$

$$6 \text{ ataç} - 2 \text{ düğme} = 4 \text{ ataç} \text{ olarak düşünürler.}$$

**Veri ihmali:** Öğrenciler, verilen iki orandan sadece bir oranı göz önünde bulundururlar: Nesrin Başak’tan 6 tur fazla koştuğu için o daha hızlıdır (dakika sayıları ihmal edilmiştir) ya da Başak 10 dakikada koştuğu için daha hızlıdır (tur sayıları ihmal edilmiştir) şeklinde cevap verebilirler.

**Artırma:** Bu stratejide öğrenciler her bir veriyi artırarak sonuca ulaşmaya çalışırlar.

8 tur    32 dakika

4 tur    16 dakika

2 tur    8 dakika

### 1.3. Araştırma Problemi

Bu araştırmada amaç, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısız akıl yürütmeyi gerektiren oran-orantı sorularında kullandıkları çözüm stratejilerini ve bu stratejilerin soru türlerine göre nasıl değiştiğini saptamaktır. Bu amaçla, aşağıdaki araştırma problemine cevap aranmıştır:

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin kullandıkları çözüm stratejileri orantısız akıl yürütme gerektiren soru türlerine göre nasıl değişmektedir?

## 2. YÖNTEM

### 2.1. Araştırma Grubu

Araştırmanın örneklemini, Ankara ili içerisindeki dört farklı ilköğretim okulunda okumakta olan toplam 295 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin, 87’si (% 29,5) altıncı sınıf, 142’si (% 48,1) yedinci sınıf ve 66’sı (% 22,4) sekizinci sınıf öğrencisidir.

## 2.2. Veri Toplama Aracı

Veri toplama amacıyla, ilgili literatürde tartışılan problemlerden geliştirilmiş 10 açık uçlu maddeden oluşan bir orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Ölçme aracında, orantısal akıl yürütme problem çeşitlerinden olan beş farklı türde oran orantı sorusu bulunmaktadır. Bunlar; üç tane **bilinmeyen değeri bulma**; iki tane **niceliksel karşılaştırma**, üç tane **niteliksel karşılaştırma**, bir tane **orantısal olmayan türden ilişki** ve bir tane **ters orantı** sorusudur. Her bir soru türü ve o soru türüne birer örnek aşağıda verilmiştir.

**Bilinmeyen değeri bulma:** Bilinmeyen değer probleminde aralarında orantısal ilişki bulunan dört sayısal bilgiden üçü verilir ve diğerinin bulunması istenir. Örnek olarak, “300 km. yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km.’lik yolu kaç saatte alır?” sorusu gösterilebilir.

**Niceliksel karşılaştırma:** Bu problemlerde iki oran verilir. Cevaba ulaşmak bu oranların karşılaştırılması gerekmektedir. Sayısal bir cevaba ihtiyaç duyulmaksızın oranların karşılaştırılması gerekir. Örneğin, “Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır?”

**Niteliksel karşılaştırma:** Bu tip problemler belirli sayısal değerlere bağlı olmaksızın, oranlar arası karşılaştırmaları gerektirir. Bu soru tipine örnek olarak, “Bir koşu parkurunda Elif, Emel’den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?” sorusu gösterilebilir.

**Orantısal olmayan türden ilişki içeren soru:** Bu tür soruların verileri orantısal olarak ilişkilendirilmemiş olmasına rağmen, şekil olarak orantısal akıl yürütme gerektiriyor izlenimi verebilir. Örneğin, “Nevzatcan ile Nergis’in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç tur tamamlamış olur”

**Ters orantı:** Bu tür soruların içerdiği iki oran arasında ters bir ilişki vardır. Oranı oluşturan verilerden bir artarken, diğeri ona bağlı olarak azalmaktadır. Örneğin, “Selman ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?”

## 2.3. Verilerin Analizi

Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar üç araştırmacı tarafından ayrı ayrı değerlendirilmiş, her bir soru için öğrencilerin kullandıkları stratejiler belirlenmiştir. Bu aşamadan sonra üç araştırmacı yaptıkları değerlendirmelerde buldukları stratejileri birlikte incelemiştir. Verilerin % 99.5’inde araştırmacıların aynı fikirde olduğu görülmüştür. Toplanan verilerde, öğrenciler tarafından kullanılan çözüm stratejileri sayısal olarak kodlanmış ve SPSS 9.0 programında analiz edilmiştir.

## 3. BULGULAR ve YORUM

Elde edilen bulgular soru türlerine göre aşağıdaki gibi değerlendirilmiştir:

### 3.1. Bilinmeyen değer türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma türündeki sorularda kullandıkları stratejiler Tablo 1’de görülmektedir. Öğrencilerin bu tür sorularda en sık kullandıkları strateji içler dışlar çarpımı algoritması olarak belirlenmiştir (%49.7). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin yarısını oluşturduğu söylenebilir. İkinci olarak kullanılan strateji birim oran stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır. Üçüncü sıklıkta kullanılan strateji toplamsal ilişki stratejisidir. Kullanılan diğer stratejiler olan artırma, denklik çarpanı, denk kesir, ters orantı algoritması, duygusal cevap, ve görsel öğelerin kullanımının toplamda yüzde 20’yi geçmediği görülmektedir.

**Tablo 1.** Bilinmeyen değeri bulma türü sorularında kullanılan stratejiler

Bilinmeyen Değeri Bulma Sorularında Kullanılan Stratejiler	Yüzdeler
İçler dışlar çarpımı algoritması	49.7
Birim oran	19.4
Toplamsal ilişki	11.1
Artırma	7.2
Denklik çarpanı	6.5
Denk kesir	4.7
Ters orantı algoritması	0.7
Duygusal cevap	0.1
Görsel öğeler	0.1
Uzlaşma yok	0.1

Kullanılan stratejilerin sıklıkları arasındaki farkın anlamlılığını test etmek üzere kay kare analizi yapılmıştır. Bu analizin sonuçları Tablo 2’de verilmiştir. Kay kare analizi sonucuna göre bu soru türünde kullanılan çözüm stratejileri arasında yukarıda bahsedilen farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu bulunmuştur [ $\chi^2(9) = 1824.6, p < .05$ ].

**Tablo 2.** Bilinmeyen değeri bulma sorularında kullanılan çözüm stratejilerinin sıklığının karşılaştırılmasına ilişkin  $\chi^2$  sonuçları

	Bilinmeyen değeri bulma sorusu
Kay kare değeri	1824.649
Serbestlik derecesi	9
Anlamlılık düzeyi	.000

### 3.2. Niceliksel karşılaştırma türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Tablo 3’de öğrencilerin niceliksel karşılaştırma türündeki sorularda kullandıkları stratejiler görülmektedir. Tablodaki verilere bakarak bu tür sorularda en sık kullanılan stratejinin birim oran stratejisi olduğu söylenebilir (%28.8). Bu stratejiyi takip eden strateji verilen iki orandan sadece bir oranı göz önünde bulundurulduğu veri ihmalidir. Eksik verilerin kullanılması şeklinde görülen bu stratejinin kullanım yüzdesinin beşte birini oluşturduğu görülmektedir (%19.5). Üçüncü sıklıkta kullanılan ve orantısal durumlar içeren sorularda kullanılması doğru sonuca götürmeyen “toplamsal işlem” stratejisinin kullanımının da oldukça yüksek olduğu (%17.9) söylenebilir. Aynı şekilde bu soru türlerinde kullanımı uygun olmayan diğer bir strateji olan ters orantı algoritması örneklemin yüzde 13’ü tarafından kullanılmaktadır.

**Tablo 3.** Niceliksel karşılaştırma türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Niceliksel Karşılaştırma Sorularında Kullanılan Stratejiler	Yüzdeler
Birim oran	28.8
Veri ihmalı	19.5
Toplamsal ilişki	17.9
Ters orantı algoritması	13.9
Denklik sınıfı	8.4
Denk kesir	3.8
İçler dışlar çarpımı algoritması	3.3
Denklik çarpanı	1.5
Artırma	0.9
Duygusal cevap	0.9
Görsel öğeler	0.4
Uzlaşma yok	0.4

Kısaca bu soru türlerinde kullanımı uygun olmayan bu üç stratejinin (toplamsal, veri ihmali ve ters orantı algoritması ) kullanım yüzdesi toplamının yüzde 50'yi geçmektedir. Bu tür sorularda denklik sınıfı, denk kesir, içler dışlar çarpımı algoritması, denklik çarpanı, artırma, denk duygusal cevap, ve görsel öğelerin stratejilerinin de kullanıldığı gözlenmiştir.

Kullanılan stratejilerin sıklıkları arasındaki farkın anlamlılığını test etmek üzere yapılan kay kare analizinin sonuçları Tablo 4'te verilmiştir. Yapılan kay kare analizinde kullanılan çözüm stratejileri arasında yukarıda bahsedilen fark anlamlı bulunmuştur [ $\chi^2(11) = 1536.9, p < .05$ ].

**Tablo 4.** Niceliksel karşılaştırma sorularında kullanılan çözüm stratejisine sıklığının karşılaştırılmasına ilişkin  $\chi^2$  sonuçları

	Niceliksel karşılaştırma sorusu
Kay kare değeri	1536.966
Serbestlik derecesi	11
Anlamlılık düzeyi	.000

### 3.3. Niteliksel karşılaştırma türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Öğrencilerin niteliksel karşılaştırma türündeki sorularda kullandıkları stratejiler Tablo 5'te görülmektedir. Öğrencilerin %77.9'nun özel bir strateji kullanmadığı fakat orantısal akıl yürütebildiğine ilişkin ipuçları verdiği söylenebilir. Bunun dışında yüzde 16.1 oranında verilen oranlardan birinin ihmal edildiği durum olan veri ihmalinin yapıldığı görülmektedir. Denklik sınıfı, duygusal cevap verme ve birim oran stratejilerinin de küçük yüzdelerle kullanıldığı söylenebilir. Bu tür sorular için söylenebilecek önemli bulgu sadece yaklaşık yüzde 5 oranında doğru cevaba götürebilecek bir strateji (denklik sınıfı ve birim oran) kullanımının tespit edilmiş olmasıdır.

**Tablo 5.** Niteliksel karşılaştırma türden sorularda kullanılan stratejiler.

Niteliksel Karşılaştırma Sorularında Kullanılan Stratejiler	Yüzdeler
Orantısal akıl yürütme var ancak belirgin bir strateji kullanılmamış	77.9
Veri ihmali	16.1
Denklik sınıfı	4.5
Duygusal	1.2
Birim oran	0.3

Yapılan kay kare analizi sonuçları Tablo 6'da verilmiştir. Analiz sonucuna göre niteliksel karşılaştırma türünden sorularda kullanılan çözüm stratejileri arasında yukarıda bahsedilen fark anlamlı bulunmuştur [ $\chi^2(4) = 1597.474, p < .05$ ].

**Tablo 6.** Niteliksel karşılaştırma sorularında kullanılan çözüm stratejisine sıklığının karşılaştırılmasına ilişkin  $\chi^2$  sonuçları

	Niteliksel karşılaştırma sorusu
Kay kare değeri	1597.5
Serbestlik derecesi	4
Anlamlılık düzeyi	.000

### 3.4. Orantısal olmayan karşılaştırma türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Tablo 7'de öğrencilerin bu tür sorularda kullandıkları stratejiler görülmektedir. Bu soruda verilen durum orantısal olmadığından toplamsal işlem stratejisinin kullanımı doğru sonuca ulaşmayı sağlamaktadır. Bulgular bu stratejinin kullanımının birinci sırada yer aldığı göstermektedir (% 45.3). İkinci sıklıkta görülen strateji olan içler dışlar çarpımı stratejisinin bu soruda kullanımı yanlıştır. Bu iki strateji dışında öğrencilerin denklik çarpanı, artırma, denk kesir, birim oran, ters orantı algoritması, ve denklik sınıfı stratejilerini de kullandığı görülmüştür.

**Tablo 7.** Orantısız olmayan karşılaştırma türündeki sorularda kullanılan stratejiler.

Orantısız Olmayan Karşılaştırma Sorularında Kullanılan Stratejiler	Yüzdeler
Toplamsal İlişki	45.3
İçler dışlar çarpımı algoritması	36.8
Denklik çarpanı	10.5
Artırma	3.2
Denk kesir	1.5
Birim oran	1.0
Ters orantı algoritması	1.0
Denklik sınıfı	0.5

Kullanılan stratejilerin sıklıkları arasındaki farkın anlamlılığını test etmek üzere yapılan kay kare analizi sonuçları Tablo 8'de verilmiştir. Yapılan kay kare analizinde orantısız olmayan sorularda karşılaştırma türünden sorularda kullanılan çözüm stratejileri arasında yukarıda bahsedilen fark anlamlı bulunmuştur [ $\chi^2 (7) = 381.714, p < .05$ ].

**Tablo 8.** Orantısız ilişki içermeyen sorularda kullanılan çözüm stratejisine sıklığının karşılaştırılmasına ilişkin  $\chi^2$  sonuçları

	Orantısız ilişki içermeyen soru
Kay kare değeri	381.714
Serbestlik derecesi	7
Anlamlılık düzeyi	.000

### 3.5. Ters orantı türündeki sorularda kullanılan stratejiler

Bu türdeki sorularda kullanılan stratejiler Tablo 9'da görülmektedir. Beklenildiği gibi bu sorularda en sık kullanılan strateji ters orantı algoritması stratejisidir (% 32.4). Orantısız akıl yürütme becerisine sahip olup belirgin bir strateji kullanımı göstermeyen büyük bir çoğunluk olduğu gözlenmiştir (%26.4).

**Tablo 9.** Ters orantı sorusunda kullanılan stratejiler

Ters Orantı Sorularında Kullanılan Stratejiler	Yüzdeler
Ters orantı algoritması	32.4
Orantısız akıl yürütme var ancak belirgin bir strateji kullanılmamış	26.4
Birim oran	17.6
İçler dışlar	13.5
İşçi problemleri algoritması	5.4
Artırma	4.1
Toplamsal İlişki	0.7

Kullanılan stratejilerin sıklıkları arasındaki farkın anlamlılığını test etmek üzere kay kare analizi yapılmıştır. Kay kare analizin sonuçları Tablo 10'da verilmiştir. Yapılan kay kare analizinde orantısız olmayan sorularda karşılaştırma türünden sorularda kullanılan çözüm stratejileri arasında yukarıda bahsedilen fark anlamlı bulunmuştur [ $\chi^2 (6) = 186.918, p < .05$ ]

**Tablo 10.** Ters orantı sorularında kullanılan çözüm stratejisine sıklığının karşılaştırılmasına ilişkin  $\chi^2$  sonuçları

	Ters orantı sorusu
Kay kare değeri	186.918
Serbestlik derecesi	6
Anlamlılık düzeyi	.000

#### 4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırma sonucunda elde edilen bulgular, orantısal akıl yürütmeyi ölçen sorularda öğrencilerin çözüm stratejilerinin, soru türlerine göre değiştiğini ortaya koymuştur. Bulgular incelendiğinde, bilinmeyen değeri bulma, ters orantı soruları için en sık kullanılan stratejinin içler-dışlar çarpımı algoritması içeren çözüm stratejisi, niceliksel karşılaştırma soruları için birim oran stratejisi, orantısal durum içermeyen sorular için toplamsal strateji olduğu görülmüştür. Niteliksel karşılaştırma içeren sorularda ise öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğu ancak belirgin bir strateji kullanımını seçemedikleri saptanmıştır.

Bilinmeyen değeri bulma ve ters orantı türündeki sorular için içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanılması beklenen bir sonuçtur çünkü bu tipteki sorular okul kitaplarının konu ile ilgili kısımlarında en çok yer alan sorulardır (Yıldırım, 2001). Ayrıca bu soru tipi için belirtilen çözüm stratejisinin sık kullanımı, sadece ilköğretim ikinci kademe öğrencileri için değil, ilköğretim öğretmenleri (Hull and Hudson, 2000) ve ilköğretim öğretmen adayları (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Perrine, 2001) için de geçerlidir. Bunun nedeninin bilinmeyen değeri bulma türündeki soruların öğrencilerin oran orantı konusunda neredeyse tek karşılaştıkları soru türü olmasıdır, ayrıca bu türdeki sorular için içler-dışlar çarpımı algoritması öğretilen en yaygın çözüm stratejisidir.

Niceliksel karşılaştırma türündeki sorularda içler-dışlar algoritmasının kullanımının yedinci sıraya düştüğü gözlenmektedir. Öğrenciler tercihlerini birim oran stratejisini kullanma yönünde yapmışlardır. Singh (2000) öğrencilerin birim oran kullanımının onların değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmelerini geciktirdiğinden sakıncalı bulmaktadır. Bunun yanı sıra Cramer ve Post (1993), birim oran stratejisinin kullanımının tamamen sezgisel bir strateji olduğunu savunur. Bu soru türleri için öğrencilerin bir karşılaştırma yapmaları gerektiğinden, verilen bir birim değere denk gelen veriyi bulma amacıyla bu stratejinin sık kullanıldığı düşünülmektedir. Ayrıca, öğrencilerin yanıtları incelenirken, kimi öğrencilerin önce içler-dışlar algoritmasını denemeye çalıştığı, ancak bu algoritmaya yerleştirilecek dört verinin de soruda verildiğini görünce birim oran stratejisini kullanmaya yöneldiği görülmüştür.

İçler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanılmadığı tek soru türü niteliksel karşılaştırma içeren soru türüdür. Bunun nedeninin öğrencilere bu türdeki sorularda verilen verilerin içler-dışlar çarpımı yapabilmek için uygun gelmemesi olduğu düşünülmektedir. Çünkü niteliksel karşılaştırma için öğrencilerin işlemsel bir dizinle uğraşmak yerine, orantı kavramını düşünüp verilen soruyu sözel olarak yanıtlaması gerekmektedir. Öğrencilerin bu akıl yürütme becerisini kullanarak doğru yanıt ulaştığı ancak belirgin bir çözüm stratejisi kullanmadan sadece yanıt yazdığı görülmüştür.

Tamamen toplamsal ilişkinin kullanılmasına yönelik olan ancak biçim itibariyle içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanıldığı soru türlerine benzeyen soruda ise her ne kadar toplamsal ilişki stratejisi kullanılarak doğru yanıt bulunmuş olsa da, öğrencilerin bir kısmı içler-dışlar çarpımını çözüm stratejisi olarak kullanmayı tercih etmişlerdir. Bu da öğrencilerin bu çözüm stratejisine daha yakın olduklarının bir kanıtıdır.

Genel olarak kullanılan çözüm stratejileri incelendiğinde öğrencilerin farklı soru türleri için farklı çözüm stratejilerine başvurdukları gözlenmektedir. Ancak içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanımı yaygındır. Slovin (2000), bu çözüm stratejisini ilk başvurulan strateji olmasını, oran-orantı sorularında kullanılan bağlamdan kaynaklandığını savunmuştur. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için, sorulardaki bağlamın geleneksel yaklaşımdan çıkıp daha farklı stratejilerin kullanımına elverişli olması gerektiğini belirtmiştir.

Orantısal akıl yürütebilme yeteneği, içler-dışlar çarpımı algoritmasından daha farklı stratejilere başvurma, gereken soru türünde gereken stratejiyi kullanabilme yeteneği anlamına gelir (Cramer ve Post, 1993). Bu nedenle, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirme amacıyla ilköğretim matematik derslerinde ve ders kitaplarında farklı çözüm stratejilerinin kullanımını sağlayacak soru türleri öğrencilere sunulmalıdır. Matematik ders kitaplarının ve öğretmenlerin öğrencilerine verdikleri örneklerin geleneksel oran-orantı kalıp problemlerini aşarak bu konunun içinde barındırdığı akıl yürütme becerisini ortaya çıkaracak nitelikte olması gerekmektedir. Ayrıca



öğrencilerin diğer disiplinlerde ve günlük hayatta karşılaşacakları oran-orantı sorularına çözüm aramak için kullanacakları olası stratejilerin hangi değişkenlere bağlı olarak değişim göstereceği araştırmaya değer bulunmaktadır.

## KAYNAKLAR

- Akkuş-Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma, *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40
- Al-Wattban, M. (2001). *Proportional reasoning and working memory capacity among saudi adolescents: a neo-piagetion investigation*. The University of Northern of Colorado, Greeley, Colorado, published PhD thesis.
- Ball, L., Stacey, K., & Pierce, R. (2001). Assessing algebraic expectation. In J. Bobis, B. Perry, M. Mitchelmore (Eds.) *Numeracy and Beyond. Proceedings of the 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 1, 66 – 73, Sydney.
- Bart, W., Post, T., Behr, M. & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: an introduction to the properties of a semi- dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273.
- Clark, K. ve Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics*, 103(2), 92-98.
- Cramer, K. ve Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.
- Cramer, K., Post, T., ve Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: research implications. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* (ss. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.
- Flowers, J. (1998). *A study of proportional reasoning as it relates to the development of multiplication concepts*, The University of Michigan, Michigan, unpublished Ed.D thesis.
- Hull-Hudson, L. S. (2000). *Teachers' mathematical understanding of proportionality: links to curriculum, professional development, and support*, The University of Texas, Austin-Texas, published Ph.D thesis.
- Kayhan, M., Duatepe A. ve Akkuş-Çıkla, O. (2004). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri, *VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 9-11 Eylül, İstanbul.
- Lannin, J. K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348.
- Lannin, J. K. (2001). *Developing middle school students' understanding of recursive and explicit reasoning*, Illinois State University, Illinois, unpublished Ph.D thesis.
- Mitchell, A. ve Lawson, A. E. (1988). Predicting genetics achievement in nonmajors college biology. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(1), 23-37.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Perrine, V. (2001). *Effects of a problem-solving-based mathematics course on the proportional reasoning of preservice teachers*, University of Northern, Colorado, published Ph.D thesis.
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 271-292
- Slovin, H. (2000). Moving to proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(1), 58-60.
- Tourniaire, F., ve Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: a review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 181-204.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.
- Wollman, W. ve Lawson, A. (1978). The influence of instruction on proportional reasoning in seventh graders. *Journal of Research in Science Teaching*, 15(3), 227-232.
- Yıldırım, H. (2001). *İlköğretim matematik 7*. Ankara: Yıldırım Yayınları.