



## MATEMATİKTE KUSURLU AKIL YÜRÜTME ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

### A STUDY ON FLAWED REASONING IN MATHEMATICS

Aysun UMay\*, Yıldız Kaf\*\*

**ÖZET:** Matematiksel akıl yürütme, hem kalıcı hem de gelişmeye açık bir matematiğin oluşmasını sağlar. Sınıfta sık sık kusurlu akıl yürütmelerle karşılaşılır. Kusurlu akıl yürütme, yanlış sonuçlara da ulaşsa, öğrencilerin nasıl düşündüğünün ipuçlarını veren akıl yürütmelerdir. Genellikle doğru düşünebilen öğrencilerde, özellikle matematiğin önemli kavramlarında ortaya çıkar ve bizi kavram yanlışlarının kaynağına götürür. Bu araştırmada “İlköğretim ikinci kademe öğrencileri ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yapmaktadır?” sorusuna yanıt aranmaktadır. Araştırma, Çubuk Atatürk İlköğretim Okulu’nda okumakta olan toplam 90 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Verilerin toplanması için araştırma grubunda bulunan öğrencilerden, verilen dört problemi çözmeleri istenmiştir. Kusurlu akıl yürütmelerde karşılaşılan durum, öğrencilerin akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı, alıştıkları kalıp çözümlere yönelmeleri biçimindedir. Genel olarak, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdesinin en yüksek düzeyde olduğu, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izlediği; doğru akıl yürütme yüzdesinin ise en düşük düzeyde kaldığı görülmektedir. Araştırma sonuçlarında, sınıflar arasında kayda değer bir farkla karşılaşmamıştır.

**Anahtar Sözcükler:** akıl yürütme, kusurlu akıl yürütme, zayıf akıl yürütme

**ABSTRACT:** Mathematical reasoning provides an opportunity for permanent and developing mathematics. In classrooms, flawed reasoning can be often encountered. Although flawed reasoning leads to wrong answers, this reasoning is an important clue for students’ mathematical thinking. This reasoning can be met, particularly for the students who reason correctly, and for the crucial mathematical concepts, and it leads us to the sources of the misconceptions. This study attempted to respond to the question of “What kind of flawed reasoning styles had the elementary students?”. This study was conducted with 90 students from Çubuk Atatürk Elementary School. The subjects were required to solve four problems related to the flawed reasoning in mathematics. The flawed reasoning among the students were encountered in the case of having tendencies to the common solution types of the students and ending the reasoning process without fully completing it. Generally, the poor reasoning was at the highest level, this was followed by the flawed reasoning, and the correct reasoning type was at the lowest level. There was no remarkable difference between the classrooms.

**Keywords:** reasoning, flawed reasoning, poor reasoning

## 1. GİRİŞ

Değişen dünyaya paralel olarak deneyle, gözlemlerle ulaşılan bazı gerçekler zaman içinde geçerliğini yitirir, yenileri bulunur. Bu akış bir bakıma da gelişmenin göstergesidir ve son derecede sağlıklıdır. Bilimsel gerçeklerin çoğu, yeryüzündeki organizmalar gibi doğar, büyür, gelişimini tamamladıktan bir süre sonra ölür. Her defasında ardında biraz daha fazla bilgi bırakarak...

Matematikte gerçeklere deneyle, gözlemlerle değil, yalnızca akıl yürütmeyle ulaşılır. Matematikteki tüm kuralların ve işlemlerin temelinde akıl yürütme vardır. Akıl yürütme ; bütün etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir. Bir konuda akıl yürütebilen biri,

- yeterli düzeyde bilgi sahibidir,
- yeni karşılaştığı durumu tüm boyutlarıyla inceler, keşfeder, mantıklı tahminlerde, varsayımlarda bulunur,
- düşüncelerini gerekçelendirir, bazı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonucu açıklayabilir ve savunabilir... (Umay, 2003)

Matematiği akıl yürütme yardımıyla kendi işlem önceliği ile ilişkilendirme, yapısını sorgulayarak ve neyi neden yaptığını bilerek oluşturma, hem kalıcı hem de gelişmeye açık bir matematiğin oluşmasını sağlar. Matematiksel akıl yürütme, matematiksel bir bilgi ağının üzerinde hem ilerler hem

\* Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi A.B.D., aumay@hacettepe.edu.tr

\*\* Matematik Öğretmeni, Çubuk Atatürk İlköğretim Okulu, kafkaf44@yahoo.com

de yapılır. Matematiği çok ilişkili fikirlerin bir ağı olarak görme hem akıl yürütme vurgusunun bir sonucu, hem de daha ileri bir akıl yürütme için bir temeldir.

Yapılan çalışmalar okul matematiğinde başarılı olan öğrencilerin gerçek bir hayat durumu karşısında, aynı şekilde başarılı olmadıklarını göstermektedir. Aynı şekilde matematiği günlük yaşam içinde, sokakta, markette başarıyla kullanan insanlar, fikirlerini matematiksel olarak ifade etmeleri istendiğinde başarılı olamamıştır. (Sternberg, 1999). Bunun nedeni, okulda öğrenilen matematiğin günlük yaşamla bağının yeterince kurulmamış olması, daha da önemlisi nasıl düşündükleri dikkate alınmaksızın tüm öğrencilere aynı biçimde yaklaşılması olabilir. Araştırmalar, öğrencilerin birbirlerinden farklı düşünme biçimlerine, akıl yürütme tarzlarına sahip olduğunu göstermektedir. Analitik, bütünsel (holistic), pratik, yaratıcı gibi çeşitli biçimlerde akıl yürütenler, kendi tarzlarına uygun öğrenme ortamlarında düşüncelerini çok daha kolay yapılandırabilir, kendilerini geliştirebilirler. (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Bishop, Otto ve Lubinski, 2001; Malloy, 1999).

Bazen bir birey tarafından birden çok muhakeme yaklaşımı, hem de aynı anda kullanılabilir (Malloy, 1999). Bir duruma bütünsel muhakeme kurarak yaklaşan biri, hesaplarında pratik yada çözümsel muhakeme yaklaşımlarını karıştırarak uygulayabilir. Öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları gösterimler, nasıl düşündüklerini ve akıl yürüttüklerini anlamamızı sağlar. Bazı öğrenciler problemleri, sözel ifadelere indirirken, bazıları uzamsal şekiller kullanır.

### 1. 1. Kusurlu Akıl Yürütme Nedir?

Akıl yürütme elbette, her zaman doğru sonuçlara ulaşmaz. Sınıfta sık sık kusurlu akıl yürütmelerle karşılaşılır. Kusurlu akıl yürütme, yanlış sonuçlara da ulaşsa, öğrencilerin nasıl düşündüğünün ipuçlarını veren akıl yürütmelerdir. Genellikle doğru düşünebilen öğrencilerde, özellikle matematiğin önemli kavramlarında ortaya çıkar ve bizi kavram yanlışlarının kaynağına götürür.

İlk bakışta doğru gibi gözükken kusurlu akıl yürütme, çoğu zaman bilinen yöntemlerin ve genellemelerin yanlış durumlara uyarlanması sonucu oluşur. Bazen de öğrenciler problemin çözümünde doğru yöntem seçseler bile, çözüm sırasında yanlış yollara girerler. Kusurlu veya eksik akıl yürütme adı verilen bu durumlar, öğrencilerin nasıl düşündüğünün anlaşılması için önemli ipuçları verdiğinden dikkatle incelenmelidir. Aşağıda bazı kusurlu akıl yürütme örnekleri verilmiştir.

**Örnek 1:** “80 maçın 48 ‘ini kazanan bir voleybol takımı 50 maç yapmış olsaydı kaç tanesini kazanırdı?”

Bu soruya bazı öğrencilerin yaklaşımları şöyledir: “80 ve 48 arasındaki ilişki kurmaya çalışırız.  $80:2=40$  ve  $50:2=25$ ’dir. 40 ‘a 8 eklersek 48 olur. O zaman 25 ‘e de 8 ekleriz ve yanıt 33 ‘tür.” Bu problemde 80 için 8’in ifade ettiği ile 50 için 8’in ifade ettiği aynı değildir. Öğrenciler bu iki çokluğu karşılaştırırken bunu dikkate almaları gerektiğini düşünmemiş, her iki çokluk için de aynı işlemi yapmıştır: yarısından 8 fazla... Bu durumda akıl yürütmesinde bir yanlış olduğunu düşünmemektedir.

Aynı problemde, bir başka yaklaşımda ise farklar dikkate alınmaktadır. Bu öğrencilerin yaklaşımları ise şöyledir: “ $80-48=32$  ise  $50-32=18$  dir.” Böyle düşünen öğrencilere göre, bu takım 50 maçın 18 ‘inde galibiyet alır.

**Örnek 2 :** “Biri mavi, diğeri kırmızı olan 2 kazak beğeniyorsunuz. Satıcı size, fiyatı 8 Ytl olan mavi kazaktan 2 tane alırsanız %20, fiyatı 10 Ytl olan kırmızı kazaktan 3 tane alırsanız %30 indirim yapacağını söylüyor. Sizce hangi kazaktan almak daha kârlıdır?”

Çözüm, “ $0,20(8+8) = 3,2$  Ytl indirim” olarak düşünülebilir ama bazı öğrenciler bunun yerine “iki kazağa % 20, yani her bir kazağa %10 indirim” yapılacağını düşünüyor. Bu öğrenciler çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanabileceklerini biliyor ama yüzdeyi bölerek aynı zamanda bütünü de iki parçaya bölüyorlar.

Bir başka grup ise kazak başına düşen indirim miktarlarının da eşit olduğunu düşünüyor: “2 kazağa %20 indirim, bir kazağa %10 indirim demektir. Bu durumda 3 kazağa %30 indirim de kazak

başına %10 indirim demek olur. Bu durumda (kazakların birim fiyatını da dikkate almadan) kazakların ikisi de aynı fiyata gelecektir.” yorumunu yapıyorlar. Öğrenciler burada, çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini yanlış kullanmanın yanı sıra, oranlarda kullandıkları kat ilişkisini çoklukları karşılaştırmadan toplama işlemine dönüştürüyorlar.

### Örnek 3: $17 \times 26$ işleminin sonucu nedir?

Bu işlemde öğrenciler çarpma işlemi daha kolay yapmak için sayıyı 10’ un katlarına tamamlar. Bunun için de 17’ye 3 ekler ve 26 ‘ya 4 ekler. Daha sonra bu iki sayıdan eklediği kadarını çıkartır:  $(17+3) \times (26+4)=600$  ;  $20.30=600$  ve  $600-3-4=597$ ’dir. Doğru bir mantıkla başlayan bu işlem kusurlu bir şekilde ilerlemiştir.

## 1. 2. Kusurlu Akıl Yürütme ve Zayıf Akıl Yürütme

Kusurlu akıl yürütme, sınıf çalışmalarında önemli bir yer tutar. Kusurlu akıl yürütmenin sorgulanması, öğrencilere kendi kavrayışlarını ve kurdukları ilişkiler ağını tanımları, açıklamaları, savunmaları ve nerede kusurlu düşündüklerini anlama fırsatını sağlar. Bu süreç sadece kusurlu akıl yürütme yapan öğrenci için değil, sınıftaki diğer öğrenciler için de yararlıdır. Akıl yürütme alışkanlığını yerleştirmek, tekrar denemek, teoriler üretmek ve probleme farklı bakış açıları kazanmalarını sağlamak için bir destek, bir anahtar olabilir. Ancak kusurlu akıl yürütmeyi “zayıf” akıl yürütmeden ayırmak gerekir.

Zayıf akıl yürütme, konunun iyi kavranmaması sonucu oluşan, temeli olmayan, acele uyduruk, iyi düşünülmemiş akıl yürütmelerdir (Russell, 1999). Bir öğrenci “60 kg elmanın  $\frac{2}{5}$  ini satan bir manavın kaç kg elması kalmıştır?” gibi bir problemin çözümünde yanıtı, satıcı elmaları satmadan önceki durumdan daha fazla, örneğin 150 kg bulabiliyorsa, düşünmüyor demektir. Bu yanıt öğrencinin ezberlediği bir dizi matematik işlemlerinin sonucudur.

Kalıplar, formüller ezberleyip fazla düşünmeden bunları uygulamaya çalışanlar genellikle zayıf akıl yürütenlerdendir. Bazen de ne yapacağını, problemi nasıl çözeceğini bilmeyen öğrenciler gördükleri sayıları nedenini düşünmeden toplar, çıkarır, çarpar ya da böler... Çoktan seçmeli test hazırlarken böyle davrananları yakalamak üzere oluşturulmuş çeldiricilerin çoğunlukla iyi çalıştığı, yani konuyu bilmeyenlere çekici gelip, bilenleri yanıltmadığı görülür.

Matematiği akıl yürütmelerle, keşfederek öğrenen öğrenciler, matematiğin mantıklı olduğunu ve matematiği anlayarak yaratabileceklerini görürler. Genel olarak akıl yürütme tarzları, özelde ise kusurlu ve zayıf akıl yürütmeler üzerinde bilgi sahibi olmak, öğretmenlere öğrencilerinin nasıl düşündüğüne ilişkin ipuçları verir; kullanılan öğretim yöntem ve tekniklerinin seçilmesinde, seçilenlerin tekrar gözden geçirilmesinde önemli rol oynar. Bu araştırma öğrencilerin ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yaptığını incelemek amacıyla yapılmıştır.

### 1.3. Problem Cümlesi

İlköğretim ikinci kademe öğrencileri ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yapmaktadır?

## 2. YÖNTEM

### 2.1. Araştırmanın Yapıldığı Grup

Araştırma, Çubuk Atatürk İlköğretim Okulu’nda okumakta olan toplam 90 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Grubun özellikleri Tablo 1’de gösterilmektedir.

**Tablo 1.** Araştırma Grubu

	6. sınıf	7. sınıf	8. sınıf	TOPLAM
Kız	14	18	14	46
Erkek	19	15	10	44
TOPLAM	33	33	24	90

## 2.2. Verilerin Toplanması

Verilerin toplanması için araştırma grubunda bulunan öğrencilerden, verilen dört problemi çözmeleri istenmiştir. Çözümler değerlendirildikten sonra, anlaşılmayan açıklamalar ve nasıl düşündükleri konusunda aynı öğrencilere tekrar başvurulmuştur.

## 2.3. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde içerik analizi yapılmış, aynı ya da çok benzer çözüm yolları birleştirilerek gruplandırılmıştır.

## 3. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde, önce problemler ayrı ayrı ele alınarak her problem için 3 doğru çözüm yaklaşımı A, B, C ile, 3 kusurlu çözüm yaklaşımı D, E, F ile ve 3 zayıf çözüm yaklaşımı G, H, I ile gösterilmiştir. İkinci alt başlıkta ise bu çözümlerin sınıflara ve yaşlara göre dağılımı incelenmiş ve tartışılmıştır.

### 3.1. Problemler ve Çözümler

**1. PROBLEM:** Ayça' nın uykusu 20 dakika kalmıştır ve Ayça bu süreyi bilgisayarda bir futbol oyunu oynayarak geçirmek istemektedir. İnternet'te gördüğü bir futbol oyunu yüklemek ister. Bilgisayarının yükleme hızı saatte 58000 bayt ve Ayça' nın oynamak istediği oyunun büyüklüğü 8000 bayttır. Bu durumda Ayça oyunu yükledikten sonra oynamaya vakti kalabilir mi? Kalırsa ne kadar ne kadar süre bu oyunu oynayabilir?

Doğru	A	Orantı kurarak 8000'in baytın kaç dakikada yükleneceğini buluyor: $\frac{58000}{8000} = \frac{60}{x}$ $x = 60 \cdot 8000 / 58000 = 8,27 \quad 20 - 8,27 = 11,73 \text{ dakika zaman kalır.}$
	B	1 dakikadaki yükleme hızını buluyor: $60 : 58000 = 0,001 \quad 0,001 \cdot 8000 = 8,27 \quad 20 - 8,27 = 11,73 \text{ dakika zaman kalır.}$
	C	Bütünün parçayla ilişkisini kurarak, denklik çarpanı buluyor. $58000 : 8000 = 7,25 \quad 60 : 7,25 = 8,27 \quad 20 - 8,27 = 11,73 \text{ dakika zaman kalır.}$
Kusurlu	D	Zaman ihmal edilmiş. Verilerden birinin ihmali var. $58000 : 8000 = 7,25 \quad 20 - 7,25 = 12,75 \text{ dakika zaman kalır.}$
	E	Bütün yükleme süresi 20 dakika olarak düşünülmüş. $\frac{58000}{8000} = \frac{20}{x}$ $x = 8000 \cdot 20 / 58000 = 2,75 \text{ dakika zaman kalır.}$
	F	Eksik akıl yürütme nedeniyle problem sonuca bağlanamamış. $58000 : 8000 = 7,25 \quad 60 : 8 = 7,5$
Zayıf	G	Yanlış işlem $58000 - 8000 = 50000$
	H	Duygusal ve saçma yanıt (işlem yapmadan yorum yazanlar)
	I	Boş

Bu problem, öğrencilerin okul matematiğinde karşılaştıkları problemlerden oldukça farklıdır. Öğrenciler, bilgisayarın zamana karşı yaptığı işi kavramakta güçlük yaşamışlardır. Problemi çözmek için kullanılmış olan çözüm yolları incelendiğinde, kusurlu akıl yürütmelerin "eksik akıl yürütme" ve "verilenlerin tümünü birden dikkate almama" biçiminde ortaya çıktığı görülmektedir. Zaman ihmal edilerek kurulan orantının sonucu eksik akıl yürütmeden dolayı problemin sonucu ile karıştırılmıştır.

**2. PROBLEM:** Berke, ailesi ile birlikte arabayla seyahat etmektedir. Yolda gitmekte iken “Mavi Göl -111 km; Berine Köyü- 173 km” yazan tabelayı görür. Daha sonra okumakta olduğu kitabının satırlarına geri döner. Bir süre sonra annesi ”Bakın, Berine Köyüne uzaklığımız Mavi Göl’e uzaklığımızın iki katı” der. Acaba Berke, kitabını okumakta iken arabayla kaç km yol almışlardır?

Doğru	A	Sorudaki 2 katı ifadesinden yola çıkarak ulaşılan çözüm: $2 \cdot 111 = 222$ $222 - 173 = 49$ km.
	B	Mavi Göl ve Berine Köyü arasındaki uzaklık farklarının denkleştirilmesiyle bulunan çözüm: $173 - 111 = 62$ $111 - 62 = 49$ km.
	C	Denklem veya cebirsel model kullanmışlar: $173 - x = 2 \cdot (111 - x)$ $173 - x = 222 - 2x$ $2x - x = 222 - 173$ $x = 49$ km.
Kusurlu	D	Eksik akıl yürütme nedeniyle problem sonuca bağlanamamış. $173 - 111 = 62$ $62 \cdot 2 = 124$ km.
	E	Problemdeki iki kat ilişkisi kurulamamış. $173 - 111 = 62$ $62 : 2 = 31$ km.
	F	Orantı kurulmaya çalışılmış ancak başarılı olunamamış.
Zayıf	G	Yanlış işlem $173 + 111 = 284$
	H	Yanlış işlem $173 \cdot 2 = 346$ ya da $173 : 2 = 86,5$
	I	Boş

Bu problem öğrencilerin, görsel gösterimlerden yararlanmasına uygun bir yapıdadır. Bu nedenle, bir çok öğrenci problemin matematiksel ifadesini belirlemeden önce problemin şekille, resimle gösterimini yapmış ve bu gösterimden yararlanarak problemi çözmeye çalışmıştır. Bu problemdeki kusurlu akıl yürütmeler “eksik” ya da “yetersiz” akıl yürütmeler biçimindedir.

**3. PROBLEM :** Seda bisiklet yarışında ödül alabilmek için haftanın tüm günleri antrenman yapmaktadır. Her gün bir önce gittiği mesafeden 3 kilometre daha fazla bisiklet kullanmaktadır. Eğer Seda toplam 126 kilometre bisiklete binmiş ise, son gün kaç kilometre bisiklete binmiştir?

Doğru	A	Deneme yanılma yöntemi kullanmışlar: $3+6+9+12+15+18+21=84$ $6+9+12+15+18+21+24=105$ $9+12+15+18+21+24+27=126$
	B	Denklem (cebirsel model) kullanmışlar: $\Rightarrow$ $X, X+3, X+6, X+9, X+12, X+15, X+18$ 126 $7X+63=126$ $7X=126-63$ $X=9$ son gün: $9+18=27$
	C	Ortadaki günden (4. gün) yola çıkmışlar : $126:7=18$ 18,21,24,27    son gün 27
Kusurlu	D	“Daha” sözcüğünü hesaba katmamış. $7 \cdot 3 = 21$ $126 - 21 = 105$ $105 : 7 = 15$
	E	“Daha” sözcüğünü hesaba katmamış. $126 : 7 = 18$ $7 \cdot 3 = 21$ $18 + 21 = 39$
	F	Denklem bilgisi eksik. $x + 63 = 126$ $X = 63$
Zayıf	G	Yanlış işlem $126 + 3$ veya $126 - 3$ veya $126 \cdot 3$ veya $126 : 3$
	H	Saçma
	I	Boş

Problemin çözümündeki kusurlu akıl yürütmeler, problemdeki “daha” sözcüğünü matematiksel olarak doğru kullanamamalarından kaynaklanmaktadır. Öğrenciler artışı, her güne bir öncekinden 3 fazla olarak değil, her güne 3 ekleyerek ifade etme yanlışlığına düşmüşlerdir.

Bu problemdeki kusurlu akıl yürütmeler, yine “eksik” ve “yetersiz” akıl yürütmelerdir. Denklem bilgisindeki eksiklik kusurlu akıl yürütmelere neden olmuştur.

**4. PROBLEM:** Pamuk adlı kedi 24 Haziran 1983te doğmuştur. İlk doğum gününde kedi yaşı cinsinden 15 yaşındadır. İkinci doğum gününde kedi yaşı cinsinden 24, üçüncü doğum gününde 28 ve dördüncü doğum gününde 32 yaşındadır. Bundan sonraki her doğum gününde 4 yaş yaşlanmaktadır. Bu durumda Pamuk kaç yaşında, kedi yaşına göre 100 yaşına girer?

Doğru	A	Deneme yanılma / model kullanma 1. doğum günü –15 kedi yaşı 2. doğum günü –24 kedi yaşı 3. doğum günü –28 kedi yaşı 4. doğum günü –32 kedi yaşı 5. doğum günü –36 kedi yaşı ..... ..... ..... ..... 21. doğum günü –100 kedi yaşı
	B	100-32=68      68:4=17      17+4=21 kedi yaşı
	C	(alternatif bir çözüm yok)
Kusurlu	D	Eksik akıl yürütme yapmış.      100-32=68      68:4=17 kedi yaşı
	E	100:4=25 kedi yaşı
	F	Düzensiz artış dikkate alınmamış. 32      4 100      x  x=4.100/32=12,5 kedi yaşı
Zayıf	G	2005-1983=22 kedi yaşı
	H	15+24+28+32=99
	I	Boş

Bu problemde, kendilerine yabancı gelen “kedi yaşı cinsinden” ifadesini matematiğe dönüştürebilenler, 4. yaştan sonraki düzgün artışla 100. yaşa gelmişlerdir. Ancak problemde, özellikle ilk 4 yıldaki düzensiz artışı nasıl değerlendireceğini bilemeyenler, kusurlu akıl yürütme yapmışlardır. Ayrıca, yaş artışındaki ilk dört yıldan sonraki düzenlilik, öğrencilerin probleme uygun olmasa da orantı kurmalarına ve kusurlu akıl yürütmelerine neden olmuştur.

Bu problemdeki kusurlu akıl yürütmeler, yine “eksik” ve “yetersiz” akıl yürütmelerdir. Bu durum, orantı kavramındaki eksiklikten kaynaklanmaktadır.

### 3.2. Akıl Yürütme Yaklaşımlarının Dağılımı

Öğrencilerin problemlerde kullandıkları doğru, kusurlu ve zayıf akıl yürütmelerinin yüzdeler olarak dağılımı Tablo 2 ‘de gösterilmiştir. Yüzdeler alınırken her sınıf düzeyinde, kız ve erkek öğrencilerin tamamı ölçü alınmıştır.

**Tablo 2.** Doğru, Kusurlu ve Zayıf Akıl Yürütmelerin Yüzdeler Dağılımı

Sınıf		1. soru		2. soru		3. soru		4. soru	
		kız	erkek	kız	erkek	kız	erkek	kız	erkek
doğru	6.	.07	.11	0	.26	.07	.26	.14	.16
	7.	.22	.20	.50	.20	.17	.13	.39	.53
	8.	.14	.40	.36	.60	.43	.80	.29	.60
kusurlu	6.	.14	.58	.43	.11	.57	.37	.50	.32
	7.	.56	.47	.11	.20	.28	.27	.39	.20
	8.	.21	.20	.29	0	.43	.20	0	.10
zayıf	6.	.79	.32	.57	.63	.36	.37	.36	.53
	7.	.22	.33	.39	.60	.56	.60	.22	.27
	8.	.64	.40	.36	.40	.14	0	.71	.30
Toplam doğru		.15	.20	.30	.32	.22	.34	.28	.39
Toplam kusurlu		.33	.46	.27	.11	.41	.30	.31	.22
Toplam zayıf		.52	.34	.43	.57	.37	.36	.41	.39

Tablo 2 incelendiğinde genel olarak, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek düzeyde olduğu, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izlediği; doğru akıl yürütme yüzdesinin ise en düşük düzeyde kaldığı görülmektedir. Bu durum okullardaki eğitimde akıl yürütme gerektiren problemlere ve akıl yürütmenin öğrenilmesine yeterince önem verilmemesi ile açıklanabilir.

Öğrenciler en çok birinci problemde hatalı akıl yürütme yapmışlardır. Özellikle kız öğrencilerin yarısından çoğu, problemi çözmekten kaçınmış, zayıf akıl yürütmelerle probleme çözüm aramışlardır (% 52). Bunun nedeni kız öğrencilerin erkekler kadar bilgisayara ilgi duymaması ve kullanmamaları olabilir. Tersine olarak, erkekler bilgisayarla ilgili bu problemi çözmek için daha çok uğraşmışlar, doğru sunuca ulaşmasalar da akıl yürütmeye çabalamışlardır (% 46 > %34). Yine de genel olarak 1. problemin öğrencilerin tümüncü zor bulunduğu, toplam doğru akıl yürütme oranlarının kızlar için % 15, erkekler için % 20 düzeyinde kalmasından anlaşılmaktadır.

Toplam kusurlu akıl yürütme yüzdeleri 1. problemde erkekler, 3. problemde kızlar için doğru ve zayıf akıl yürütme yüzdelerinin üzerindedir. Bu durum, 3. problemde de, özellikle 6. sınıftaki kızların doğru çözüme ulaşmak için çabaladığı biçiminde yorumlanabilir. Öyle ki, kız öğrenciler yalnızca bu problemde zayıf akıl yürütme yüzdelerinin üzerine çıkabilmişlerdir.

Dikkati çeken bir başka sonuç da, Tablo 2'ye bakarak, sınıflar büyüdükçe doğru muhakeme yapma oranının arttığını iddia etmenin mümkün olmamasıdır. Bir başka deyişle sınıflar arasında önemli bir fark görülmemektedir.

#### 4. SONUÇLAR

Öğrenciler okullarda çok fazla değişik problemle karşılaşmamaktadır. Bu nedenle farklı akıl yürütme yaklaşımları geliştirmek, çeşitlendirmek konusunda oldukça yetersiz kalmaktadır. Kusurlu akıl yürütmelerde genellikle karşımıza çıkan durum, öğrencilerin akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı alıştıkları kalıp çözümlere yönelmeleridir. Kavramsal yeterliğin artması kusurlu akıl yürütmeleri de azaltacaktır.

Kusurlu akıl yürütmeler problemdeki kritik noktaların doğru kavranmaması, kavransa bile matematiksel işlemlere dönüştürülememesi gibi durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bazı öğrencilerin problemi, model kurarak çözdüğü, yanıtı bulduktan sonra bu yanıtı matematiksel olarak ifade edebilmek için çaba harcadığı gözlenmiştir. Bu da model kullanımına derslerde daha fazla yer verilmesinin önemini akla getirmektedir.

Öğrenciler, alıştıkları soru tipleri dışında sorularla karşılaştıklarında tedirgin olmakta ve başarıları düşmektedir. Okul matematiğinde, kalıp problemlere ağırlık verilmesi sürdüğü sürece bunun önüne geçmek mümkün olmayacaktır.

Öğretmenler genellikle problem çözümünde doğru cevabı sorar ama o cevaba öğrencinin hangi işlemleri kullanarak ulaştığını ve neden o işlemi seçtiğini sormaz. Akıl yürütmelerin gelişmesi, sınıf içi aktivitenin problemin sonucuna değil, sürecine odaklı olması gerekir.

Sonuç olarak vakit geçirmeden eğitimde akıl yürütmeye daha fazla yer ayrılması, önem verilmesi, belki de hizmet içi eğitimlerle öğretmenlerin dikkatinin çekilmesi gerekmektedir. Akıl yürütmenin öğrenilmesi yalnız matematik eğitiminde değil, eğitimin her alanında vazgeçilemez bir gereksinimdir.

#### KAYNAKLAR

- Akkuş Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir araştırma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40
- Bishop, J.W, Otto, A.D ve Lubinski C.A. (2001). Promoting Algebraic Reasoning: Using Students' thinking. *Mathematics Teaching In The Middle School*, 6(9).
- Malloy, C.E. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity. In Lee V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 / 1999 yearbook*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Russell, S.J. (1999) Mathematical reasoning in the elementary grades. In Lee V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 / 1999 yearbook*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sternberg, R. J. (1999). The nature of mathematical reasoning. In Lee V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 / 1999 yearbook*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics,
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.