



A new approach to rank all alternatives in data envelopment analysis: ASES

Melike Kübra Ekiz¹⁻², Ceren Tuncer Şakar^{2*}

¹Department of Industrial Engineering, Kocaeli University, Kocaeli, 41001, Turkey

²Department of Industrial Engineering, Hacettepe University, Ankara, 06800, Turkey

Highlights:

- Full ranking of DMUs
- Fair ranking of non-extreme DMUs
- Application to evaluate European countries with respect to environmental technologies

Keywords:

- Data Envelopment Analysis
- Ranking
- Efficiency
- Environmental technologies

Article Info:

Research Article
Received: 02.01.2019
Accepted: 27.09.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.506640

Correspondence:

Author: Ceren Tuncer Şakar
e-mail:
cerents@hacettepe.edu.tr
phone:+90 312 297 89 50
132

Graphical/Tabular Abstract

Data Envelopment Analysis (DEA) is a nonparametric method used to evaluate the efficiency of Decision Making Units (DMUs). In classical DEA, DMUs are categorized as efficient or inefficient. In addition, there are various studies in the literature that propose DEA-related measures to rank DMUs. Some methods can provide a ranking of only efficient or inefficient DMUs, not a full ranking. Furthermore, these methods cannot account for the special characteristics of the data set or DMUs. The limited number of studies that provide full ranking are also prone to this disadvantage. The proposed method (Area of Super Efficiency Score Graph – ASES) can evaluate all types of DMUs fairly and can consider special cases of the data set like crowded and sparse regions and outliers. ASES provides a ranking score that takes the proximity of the DMUs to the efficient frontier, their positions with respect to each other, their competitors, clustering and outliers of the data set into account. To calculate this score, the super efficiency of each DMU is computed while other DMUs are removed from the set one by one. These scores are summed and normalized for each DMU to achieve the final score. ASES is first introduced and discussed with a toy example of 10 DMUs and its strengths relative to other methods from the literature are illustrated. In the case study, 18 European countries are evaluated with respect to their environmental awareness and technology; related data is taken from OECD statistics. Figure 1 illustrates the ASES super efficiency change graphs of the four efficient countries. Although the four countries have close initial scores, the fourth one manages to improve its score more substantially and thus achieves the first rank. ASES is able to differentiate between efficient DMUs, even when they are convex combinations of other efficient DMUs, an issue overlooked by previous studies.

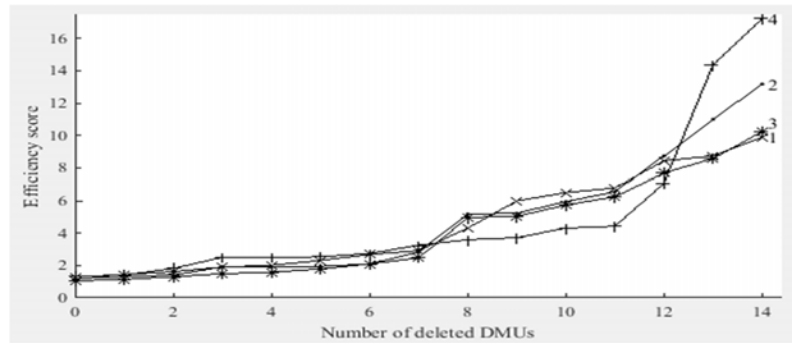


Figure A. Efficiency change of efficient DMUs 1, 2, 3 and 4

Purpose: The proposed method ASES aims to overcome the shortcomings and disadvantages of previous ranking methods in DEA. ASES is able to evaluate all types of efficient and inefficient DMUs. It can also consider various potential issues related to problem sets to be studied and offers a compact efficiency score.

Theory and Methods:

DEA is a linear programming-based methodology used to measure the relative efficiencies of DMUs that produce similar outputs with similar inputs. There are several DEA models in the literature to evaluate DMUs. Some of these are discussed in this study and a new DEA model is proposed to rank efficient and inefficient DMUs.

Results:

ASES is demonstrated to perform as desired in applications. As opposed to benchmark models, it is able to provide a full ranking and it can take various characteristics of the data set into account.

Conclusion:

The proposed method ASES overcomes the mentioned disadvantages of benchmark models and produces more consistent and objective results in ranking both efficient and inefficient DMUs.



Veri zarflama analizinde tüm alternatiflerin sıralanmasına yeni bir yaklaşım: ASES

Melike Kübra Ekiz¹⁻² , Ceren Tuncer Şakar^{2*} 

¹Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 41001, İzmit, Türkiye

²Hacettepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06800, Beytepe Ankara, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- KVB'lerin tam olarak sıralanması
- Uç nokta olmayan KVB'lerin adil olarak sıralanması
- Avrupa ülkelerini çevre teknolojilerine göre değerlendirmek üzerine uygulama

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 02.01.2019

Kabul: 27.09.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.506640

Anahtar Kelimeler:

Veri zarflama analizi,
sıralama,
etkinlik,
çevre teknolojileri

ÖZET

Veri Zarflama Analizi (VZA) benzer girdiler kullanarak benzer çıktılar üreten alternatif birimleri değerlendirmek için kullanılan, parametrik olmayan ve doğrusal programlama temelli bir yöntemdir. Alternatifler VZA'da Karar Verme Birimi (KVB) olarak adlandırılır. KVB'leri değerlendirmek için önerilen VZA yöntemlerinden bir kısmı sadece etkin veya etkin olmayan KVB'leri sıralayabilirken tam sıralama hedefleyen yöntemler bazı özellikteki KVB'leri ve veri kümesindeki farklı dağılımları göz önüne alamamaktadır. Bu çalışmada, tam sıralama yapmak üzerine yeni bir VZA yöntemi olarak ASES (Area of Super Efficiency Score Graph) önerilmektedir. ASES, her KVB'yi diğer KVB'ler teker teker veri kümesinden çıkarılırken elde ettiği süper etkinlik skoru ile değerlendirmektedir. Süper etkinlik skoru kullanılması sayesinde her tipteki etkin KVB ayrıştırılabilmektedir. Ek olarak, ASES veri kümesindeki kümeleme ve uç noktalar gibi durumlar için de tutarlı ve nesnel sonuçlar üretmektedir. Yöntemin uygulaması için 18 Avrupa ülkesi çevre bilinci ve geliştirilen çevresel teknolojilerle ilgili OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development) istatistikleriyle değerlendirilmiştir. Uygulamada, teknoloji sonucu çevreye verilen zararların azaltılmasına yönelik belirlenen dört ana faktör VZA çıktısı olarak ele alınmıştır. Karşılaştırma için literatürden dört farklı VZA modeli de aynı veriye uygulanmıştır. Sonuçlar ASES'in diğer yöntemlerin dezavantajlarını ortadan kaldırdığını ve tam sıralama sağlayabildiğini göstermektedir.

A new approach to rank all alternatives in data envelopment analysis: ASES

H I G H L I G H T S

- Full ranking of DMUs
- Fair ranking of non-extreme DMUs
- Application to evaluate European countries with respect to environmental technologies

Article Info

Research Article

Received: 02.01.2019

Accepted: 27.09.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.506640

Keywords:

Data envelopment analysis,
ranking,
efficiency,
environmental technologies

ABSTRACT

Data Envelopment Analysis (DEA) is a nonparametric, linear programming-based method used to evaluate alternative units that produce similar outputs using similar inputs. Alternatives are called Decision Making Units (DMUs) in DEA. While some DEA methods proposed to evaluate DMUs can only rank efficient or inefficient DMUs, others aiming for full ranking cannot consider some types of DMUs and distributions in the data set. In this study, a new DEA method for full ranking, ASES (Area of Super Efficiency Score Graph), is proposed. ASES evaluates all DMUs by their super efficiency scores as other DMUs are deleted from the data set iteratively. Due to super efficiency scores, all types of efficient DMUs can be differentiated. Moreover, ASES produces consistent and objective results in cases of clustering and outliers in the data set. For the application of ASES, 18 European countries are evaluated with respect to OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development) statistics related to environmental awareness and development of environmental technologies. Four main factors related to reduction in environmental harm due to technology are considered as DEA outputs. Four different benchmark DEA models are also applied to the same data. Results show that ASES eliminates the disadvantages of other methods and provides full ranking.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: melike.ekiz@kocaeli.edu.tr, cerents@hacettepe.edu.tr / Tel: +90 312 297 89 50 / 132

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Veri Zarflama Analizi (VZA) etkinlik değerlendirilmesinde kullanılan parametrik olmayan bir yöntemdir. VZA analizinde etkinliği değerlendirilen birimlere Karar Verme Birimi (KVB) denilmektedir ve bu KVB'lerin belirli girdiler kullanarak belirli çıktılar elde ettiği durumlar ele alınmaktadır. KVB'lerin etkinlik skorları çıktılarının ağırlıklı toplamının girdilerin ağırlıklı toplamına oranı ile elde edilmektedir. VZA literatüre Charnes vd.nin [1] klasik CCR (Charnes-Cooper-Rhodes) modeli ile girmiş ve günümüze kadar birçok çalışmada alternatiflerin etkinliklerinin değerlendirilmesi ve tercih sıralaması yapılması amaçlarıyla kullanılmıştır.

VZA kar amacı gütmeyen üniversite, hastane, askeri kurumlar gibi kurum ve kuruluşların etkinliğini ölçmekte klasik olarak kullanılmaktadır [2, 3]. Rekabetin artması, etkinlik ve performans gibi kavramların gün geçtikçe önem kazanması sebebiyle zamanla özel kurum ve kuruluşların da VZA'ya olan ilgisi artmıştır [4-6]. Bunların yanı sıra son zamanlarda VZA çevre ile ilgili değerlendirmelerde de sıklıkla kullanılmaktadır. Bian vd. [7], kentlerdeki hızlı ekonomik büyümenin bir sonucu olarak ortaya çıkan su kirliliği konusunu, su kullanımı ve atık su arındırma başlıkları ile ele almıştır. Çin'de gerçekleştirilen çalışmada bölgelerin çevresel etkinliği VZA yaklaşımli model ile ölçülmüştür. Chodakowska ve Nazarko [8], 24 Avrupa ülkesinin çevresel etkinliğini önerilen model ile ölçmüş ve CCR modeli ile karşılaştırmıştır.

Klasik VZA modeli olarak bilinen CCR modeli ve Banker vd. [9] tarafından önerilen BCC (Banker-Charnes-Cooper) modeli KVB'leri etkin ve etkin olmayan olarak ayırmakta ve etkin olmayan KVB'ler 1'den küçük etkinlik skorları almaktadır. Etkin KVB'ler ise etkin sınırı oluşturmakta ve 1 skorunu almaktadır. Bundan dolayı klasik VZA modelleri ile etkin KVB'ler birbirinden ayırt edilememekte ve sıralanamamaktadır, sadece etkin olmayan KVB'ler için bir sıralama yapılabilmektedir. Literatür taramasında değinileceği gibi, etkin olmayan KVB'leri sıralamak için klasik modeller dışında çeşitli modeller de önerilmiştir. Bu modellerden birisi Köksalan ve Tuncer [10] tarafından önerilen AES (Area of Efficiency Score Graph) modelidir. AES, etkin olmayan bir KVB'nin diğer KVB'ler alternatif kümesinden teker teker çıkarılırken etkinlik skoru değişimini ele almaktadır. Veri kümesinde KVB'lerin kümeleşmesi veya bazı KVB'lerin uç nokta oluşturması durumunda AES'in tutarlı ve mantıklı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Etkin KVB'leri sıralamak için önerilen yöntemlerden birisi ise Andersen ve Petersen [11] tarafından geliştirilen SE (Süper Etkinlik) modelidir. Etkin KVB'lerin 1'in üzerinde skor almasına olanak veren SE modeli etkin KVB'leri sıralayabilmekte, etkin olmayan KVB'ler için klasik VZA modelleri ile aynı sonucu üretmektedir. Ancak, SE modeli ile diğer etkin KVB'lerin dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilen etkin KVB'ler 1 skorunu almakta, bu sınırın üstüne çıkamamaktadır. Bu sebeple bu özellikteki KVB'ler

girdi ve çıktı değerleri olarak diğer etkin KVB'ler kadar iyi olsalar dahi etkin KVB'ler arasında son sıralarda yer almaktadır.

Bu çalışmada etkin ve etkin olmayan KVB'ler için yeni bir sıralama yöntemi önerilmiştir. Önerilen ASES (Area of Super Efficiency Score Graph) yöntemi, eldeki KVB'yi değerlendirirken diğer KVB'lerin veri kümesinden çıkarılması ile etkinlik skoru değişimini SE modelini kullanarak ele almaktadır. Önerilen yöntem KVB'lerin birbirleri üzerindeki etkilerini analiz edebilmekte, ayrıca KVB'lerin veri kümesindeki konumlarını ve rakiplerini, kümelenme, uç noktaların varlığı gibi durumları ele alabilmektedir. Ek olarak, SE modelinde adil olarak değerlendirilemeyen etkin KVB'ler kendilerine üst sıralarda yer bulabilmektedir. Geliştirilen yöntem öncelikle 10 KVB'den oluşan bir örnek küme üzerinde gösterilmiş ve tartışılmıştır. Çalışmanın uygulama kısmında ise 18 Avrupa ülkesinin çevresel faktörleri değerlendirilerek ölçülen etkinlikleri ele alınmış ve ülkelerin etkinlik değişimleri grafikler yardımı ile anlatılmıştır. Önerilen yöntem literatürdeki diğer yöntemler ile karşılaştırılmıştır.

Çalışma şu şekilde ilerlemektedir: Bölüm 2'de ilgili VZA literatürü taranmış, Bölüm 3'te çalışma ile ilgili olan VZA modelleri sunulmuştur. Bölüm 4'te önerilen yöntem ve yöntem için geliştirilen VZA modeli verilmiştir. Bölüm 5'te gerçekleştirilen uygulamaya yer verilmiştir ve önerilen yöntemin sonuçları diğer yöntemlerle kıyaslamalı olarak verilmiştir. Son olarak Bölüm 6'da sonuçlar tartışılmış ve olası gelecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

2. LİTERATÜR TARAMASI (LITERATURE REVIEW)

Klasik VZA modelleri olarak adlandırılan CCR ve BCC modelleri etkin ve etkin olmayan KVB'leri ayırmakta, etkin olmayan KVB'ler için bir sıralama gerçekleştirirken etkin KVB'ler için sıralama gerçekleştirememektedir. Literatürde bu klasik yaklaşımlar dışında birçok sıralama yöntemi önerilmiş ve farklı alanlarda uygulamalar gerçekleştirilmiştir [12-15]. Yöntemlerin bir kısmı etkin olmayan KVB'ler için geliştirilmiştir. Sinuany-Stern vd. [16], etkinlik skoru yerine her KVB'nin etkin olması için veri kümesinden çıkarılması gereken minimum KVB sayısı ile değerlendirme gerçekleştirmiştir. KVB k 'nin etkin olabilmesi için çıkarılması gereken minimum KVB sayısı D_k , veri kümesindeki toplam KVB sayısı n olarak tanımlıyken, etkin KVB'ler için D_k değeri sıfır olmaktadır ve etkin olmayan KVB'ler için bu değer 1 ile $n-1$ arasında değişebilmektedir. Etkin olmayan KVB'lerde bu sayı ne kadar düşük ise o KVB daha çok tercih edilmektedir. Bu yöntem etkin KVB'leri sıralamadığı gibi veri kümesinin özelliklerine bağlı olarak diğer dezavantajlara da sahiptir [10]. D_k modeli veride kümelenme olduğunda çıktı ve girdi değerleri birbirine yakın olan KVB'leri çok farklı değerlendirebilmekte ve başlangıç skoru kötü olan KVB'leri diğer KVB'lerden ayırık olmaları durumunda çok yüksek sıralara yerleştirebilmektedir. Köksalan ve Tuncer [10] diğer KVB'leri birer birer veri

kümesinden çıkarırken etkin olmayan KVB'lerin etkinlik skorlarındaki değişimi incelemiştir. Önerdikleri AES yöntemi ile iyi bir başlangıç etkinlik skoruna sahip olan ve skorlarını hızla geliştirmeyi başaran KVB'ler yüksek tercih sıralarına sahip olmaktadır.

Sadece etkin KVB'leri sıralamak üzerine geliştirilen yöntemler de mevcuttur. Jahanshaloo vd. [17], etkin KVB'leri sıralamak için Çapraz Bağımlılık (Cross Dependence) modelini önermiştir. Model etkin bir KVB'nin veri kümesinden çıkarılması ile etkin olmayan KVB'lerin etkinlik skorlarındaki iyileşmenin değerlendirilmesi temeline dayanmaktadır. Hinojosa vd. [18] ise etkin KVB'leri sıralamak için İşbirlikli Oyun Teorisi (Cooperative Game Theory) kullanmıştır. Etkin KVB'leri sıralamak için önerilen yöntemler arasında VZA modelleri ile birlikte Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) yöntemlerinin birlikte kullanıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. Örneğin; Lotfi vd. [19], CCR modeli ile belirledikleri etkin KVB'leri farklı VZA modelleri kullanarak sıralamış ve elde edilen bu sıralamaları TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) yöntemi ile değerlendirmiştir.

Literatürdeki yöntemlerin bir diğer kısmı ise etkin ve etkin olmayan bütün KVB'leri sıralamak üzerine geliştirilmiştir. Doyle ve Green [20], KVB'leri sadece kendi ağırlıkları ile değil küme içindeki tüm KVB'lerin ağırlıkları ile değerlendirmiştir. Yaygın olarak Çapraz Etkinlik (Cross Efficiency) olarak adlandırılan bu model ile bir KVB'nin iyi bir skor elde etmesi için tüm KVB'lerin ağırlıkları ile olumlu bir performansa sahip olması gerekmektedir. Bu yaklaşımın bir sonucu olarak, her bir KVB'nin farklı bir skoru olabilir ve KVB'ler için tam sıralama yapılması mümkündür. Fakat bu yöntemde veride kümelenmenin olduğu bölgelerde yer alan KVB'ler tercih edilirken etkin dahi olsa ayrı noktalarda yer alan KVB'ler daha az tercih edilmektedir [10]. Lim vd. [21] Çapraz Etkinlik VZA modelini bir borsa portfolyosu seçimine uygulamıştır. Tam sıralama gerçekleştirmek için kullanılan yöntemlerden bir diğeri ise Andersen ve Petersen [11] tarafından önerilen SE modelidir. Etkin ve etkin olmayan KVB'leri sıralamak için yaygın olarak kullanılan SE modelinde, etkin KVB'ler 1'in üzerinde skorlar alabilmektedir. Etkin KVB değerlendirilirken kendisi etkin sınırdan çıkarılmakta ve bu şekilde oluşan yeni etkin sınırın dışında kalarak 1'in üzerinde skor üretebilmektedir. Etkin olmayan KVB'ler için ise SE modeli klasik modeller ile aynı skoru üretmektedir. SE modelinin dezavantajlarından biri, diğer KVB'lerin dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilen etkin KVB'lerin haksız şekilde etkin KVB'ler arasında son sıralarda yer almasıdır.

VZA'nın orijinal formülasyonunda girdi ve çıktıların aldıkları ağırlıklar herhangi bir Karar Verici (KV) tarafından belirlenmemektedir. Her değerlendirmede ağırlıklar değişebilmekte ve KVB'ler üstünlükleri olan girdi ve çıktılara göre kendilerine özel ağırlıklar belirleyebilmektedir. Fakat bazı durumlarda ağırlıkların çok yüksek veya çok düşük değerler alması istenmeyen bir

durum olarak ortaya çıkmaktadır. Bu gibi durumlar ile karşılaşmamak için literatürde ağırlıklara alt ve üst sınırlar verilebilmekte veya farklı yöntemler ile ağırlıklar belirlenebilmektedir. Örneğin Cook vd. [22] ve Podinovski ve Bouzdine-Chameeva [23] tarafından gerçekleştirilen çalışmalarda ağırlık kısıtlamaları önerilen VZA modellerine entegre edilmiştir. Jain vd. [24] tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise KV'nin tercihleri bir genetik algoritma yardımıyla VZA için ağırlık sınırlamalarına çevrilmiştir. Chang vd. [25] VZA analizini VIKOR (VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje) ve FAHP (Fuzzy Analytic Hierarchy Process) ile entegre ederek KV tercihlerini sürece dahil etmişlerdir. Farklı amaçlarla ve alanlarda önerilmiş olan VZA modelleri Aldamak ve Zolfaghari [26] tarafından, VZA tekniğinin araştırma gücünü daha iyi analiz edebilmek adına irdelenmiş ve alt kategorilere ayrılmıştır.

Bu çalışmada ele alınan çevre konusu ile ilgili problemlerde VZA uygulamaları yapılmıştır. Örneğin, Feng ve Wang [27] Çin'deki metal endüstrisinin 2000-2015 yılları arasındaki çevreci gelişimini incelemiştir. VZA ile ölçülen yeşil toplam faktör verimliliği ile yapılan analizler, metal endüstrisinin yeşil dönüşümünün ilerleme gösterdiğini ortaya koymuştur. Literatürde var olan bazı çalışmalarda girdilerin minimize edilmesi veya çıktıların maksimize edilmesi anlayışının dışına çıkılmış ve bazı girdilerin maksimize edilmesi (geri dönüşüm ürünlerinin kullanılması gibi) veya bazı çıktıların minimize edilmesi (atık, karbon emisyonu gibi) üzerinde durulmuştur. Yang ve Pollitt [28], çevre faktörünü düşünerek kömür ile çalışan enerji santrallerini değerlendirmiştir. Çalışmada SO₂ (sülfür dioksit) emisyonu istenmeyen çıktı olarak ele alınmış ve KVB'lerin performanslarını etkileyen ama yönetimin kontrolü dışında olan faktörler de önerilen modele dahil edilmiştir. Yang ve Pollitt [29] ise kömür ile çalışan enerji santrallerinin çevresel performanslarını CO₂ (karbondioksit), SO₂ ve NO_x (azot oksit) istenmeyen çıktıları ile değerlendirmiştir. Zhou vd. [30], istenmeyen çıktıların birim maliyetini azaltmak adına gölge fiyat tahmini gerçekleştiren parametrik ve parametrik olmayan modelleri sistematik olarak incelemiştir. Sonuç olarak Çin ve büyük miktarlarda CO₂ emisyonuna sahip diğer gelişmekte olan büyük ülkelerin, küresel ısınmaya karşı artan endişesinin bir sonucu olarak çevre konusuna artan ilgisine vurgu yapılmıştır. Wu vd. [31] ise çöp, atık, birikinti ve diğer atık (katı, sıvı, yarı akışkan ve gaz formda) verilerinden bir istenmeyen çıktı oluşturmuş ve önerilen bulanık VZA modeli ile termal güç üreten firmaları değerlendirmiştir. Li ve Shi [32] atık gaz, atık su ve endüstriyel atığı dikkate almıştır. Çin'de bulunan 36 alt sektörü 4 kategoride toplamış (madencilik, hafif sanayi, ağır sanayi ve elektrik, gaz ve su endüstrisi sektörleri) ve önerilen model ile değerlendirmiştir. Apergis vd. [33], seçtikleri 20 OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development) ülkesini CO₂ emisyonu istenmeyen çıktısını kullanarak iki aşamalı gevşek değişken tabanlı model ile değerlendirmiştir. Piao vd. [34] çevresel etkinliği VZA ile ölçerken istenmeyen çıktıların farklı teknik özelliklerinin değerlendirilmesi gerektiğini savunmuş ve istenmeyen çıktıların bertaraf edilmesinde

ortaya çıkabilecek maliyetleri analize dâhil etmiştir. Song vd. [35], çevresel etkinlik değerlendirmesine yönelik mevcut çalışmaları gözden geçirmiş ve istenmeyen çıktı konusunda birçok avantaja sahip olan VZA yönteminin bu alanda sıklıkla tercih edildiğine değinmiştir.

3. VZA MODELLERİ (DEA MODELS)

Klasik VZA modeli olarak bilinen CCR modeli ölçeğe göre sabit getiri (Constant Return to Scale -CRS) varsayımı altında çalışmaktadır. CRS, girdileri (x_1, x_2) , çıktıları (y_1, y_2) olan bir birimin girdilerinin (tx_1, tx_2) ; $t > 0$ olarak ifade edilmesi durumunda çıktıların da (ty_1, ty_2) olacağını varsayılması durumudur. Aşağıda çıktı odaklı klasik CCR modeli verilmiştir [1], modelde KVB 0'ın etkinlik skoru hesaplanmaktadır. θ_k etkinlik skorlarının büyükten küçüğe sıralanması ile KVB'lerin sıralaması elde edilmektedir.

Parametreler:

- N : KVB kümesi
- M : girdi kümesi
- S : çıktı kümesi
- x_{ik} : KVB k 'nin i . girdi değeri
- y_{rk} : KVB k 'nin r . çıktı değeri

Karar Değişkenleri:

- θ_k : KVB k 'nin etkinlik skoru
- β_k : KVB k 'nin etkinlik skorunu elde etmek için kullanılan yardımcı değişken
- λ_k : KVB k için girdi ve çıktıların ağırlıklarını içeren matris

(CCR Modeli) (Eş. 1-4)

$$\text{Maks } \theta_0 = 1/\beta_0 \quad (1)$$

$$\sum_{k \in N} \lambda_k x_{ik} \leq x_{i0} \quad \forall i \in M \quad (2)$$

$$\sum_{k \in N} \lambda_k y_{rk} \geq \beta_0 y_{r0} \quad \forall r \in S \quad (3)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k \in N \quad (4)$$

CCR modeline $\sum_{k \in N} \lambda_k = 1$ kısıtının eklenmesi ile oluşan BCC modeli ise ölçeğe göre değişken getiri (Variable Return to Scale - VRS) varsayımı altında çalışmaktadır [9]. VRS'de girdilerin belirli bir oranda artması durumunda çıktıların buna göre artan, sabit veya azalan doğrultuda değişmesi söz konusudur. CCR ve BCC modelleri etkin ve etkin olmayan KVB'leri birbirinden ayırt etmekte ve etkin olmayan KVB'ler için 0-1 arasında etkinlik skoru belirlemektedir. Etkin KVB'ler için ise sadece 1 değerini üretmekte ve dolayısıyla bu KVB'leri birbirinden ayıramamakta ve sıralayamamaktadır. Bundan dolayı etkin KVB'leri sıralamak için aşağıda yer alan SE modeli önerilmiştir [11]. Modelin temel mantığı her bir etkin KVB'nin veri

kümesinden çıkarılması ile var olan etkin sınırın kırılması ve yeni bir etkin sınırın oluşmasıdır. Böylelikle değerlendirme altındaki KVB'nin oluşan yeni etkin sınıra uzaklığı 1'in üzerinde olabilmektedir.

(SE Modeli) (Eş. 5-8)

$$\text{Maks } \theta'_0 = 1/\beta'_0 \quad (5)$$

$$\sum_{k \in N \setminus \{0\}} \lambda_k x_{ik} \leq x_{i0} \quad \forall i \in M \quad (6)$$

$$\sum_{k \in N \setminus \{0\}} \lambda_k y_{rk} \geq \beta'_0 y_{r0} \quad \forall r \in S \quad (7)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k \in N \quad (8)$$

SE modeli etkin KVB'leri birbirinden ayırt etmekte ve etkin olmayan KVB'ler için CCR modeli ile aynı etkinlik skorunu üretmektedir. Fakat hesaplanan skor diğer etkin KVB'lerin dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilen etkin KVB'ler için 1'in üstüne çıkamamaktadır. Çünkü bu KVB'ler veri kümesinden çıktığında etkin sınır değişmemektedir. Sonuç olarak bu tür KVB'ler etkin KVB'ler arasında son sıralara yerleşmektedir. Modelin diğer dezavantajı ise VRS varsayımı altında olursuz çözümler üretebilmesidir [36-38]. Olursuz çözüm üreten KVB'lerin özellikle uç noktalar olduğu görülmüştür [38]. Model ile değerlendirilen KVB'lerin olursuz çözümler vermesi, etkinlik skorunun elde edilememesine ve sıralama yapılamamasına neden olmaktadır. VRS varsayımı altında olursuz çözümlerle karşılaşılabilmesinden dolayı bu çalışmada CRS varsayımı kullanılmıştır.

Sinuany-Stern vd. [16] tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise etkin olmayan KVB'ler için bir sıralama önerilmiştir. Bu sıralamanın temel mantığı etkin olmayan bir KVB'nin etkin olabilmesi için veri kümesinden çıkarılması gereken minimum KVB sayısına dayanmaktadır. D_k (k değerlendirme altında olan KVB) olarak adlandırılan ölçü birimi ile etkin olmayan KVB'ler küçükten büyüğe sıralanmaktadır. Etkin KVB'ler için D_k 'nin değeri 0 olduğundan etkin KVB'leri sıralamada ve ayırtmada model yetersiz kalmaktadır. D_k modeli aşağıda yer almaktadır:

(D_k Modeli) (Eş. 9-14)

$$\text{Min } D_k = \sum_{j \in N} B_j \quad (9)$$

$$\sum_{i \in M} v_i x_{ik} = 1 \quad (10)$$

$$\sum_{r \in S} u_r y_{rk} = 1 \quad (11)$$

$$\sum_{r \in S} u_r y_{rj} \leq \sum_{i \in M} v_i x_{ij} + B_j \times C \quad \forall j \in N \setminus \{k\} \quad (12)$$

$$B_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in N \quad (13)$$

$$v_i, u_r \geq 0, \quad \forall i \in M, r \in S \quad (14)$$

Burada C yeterince büyük pozitif bir sayıyı, v_i i girdisinin ağırlığını, u_r r çıktısının ağırlığını ifade etmektedir. $B_j=1$ olması KVB j 'nin ağırlıklı çıktılarının ağırlıklı girdilerinden büyük olduğu anlamına gelmektedir. Diğer bir ifade ile, KVB k 'nin etkin olabilmesi için veri kümesinden çıkarılması gereken her KVB j 'nin B_j değerinin 1 olması gerekmektedir. D_k modelinde amaç fonksiyonu KVB k 'nin etkinliğe ulaşması için veri kümesinden çıkarılması gereken minimum KVB sayısını bulur.

Köksalan ve Tuncer [10] ise etkin olmayan KVB'leri sıralamak için AES yöntemini önermiştir. AES, etkin olmayan bir KVB değerlendirme altında iken $(0, \dots, D_k)$ tane KVB'nin veri kümesinden çıkarılması ile etkinlik değişimini inceleyen, diğer bir ifade ile etkin olmayan bir KVB'nin etkinliğe ulaşana kadarki etkinlik değişimini ele alan bir yöntemdir. AES yönteminin eldeki KVB k 'nin etkinliğini belli sayıda KVB veri kümesinden çıktığı durumda hesaplamak için kullandığı AES modeli aşağıda verilmiştir:

(AES Modeli) (Eş. 15-21)

$$\text{Maks } \sum_{r \in S} u_r y_{rk} \quad (15)$$

$$\sum_{i \in M} v_i x_{ik} = 1 \quad (16)$$

$$\sum_{r \in S} u_r y_{rj} \leq \sum_{i \in M} v_i x_{ij} + B_j \times C \quad \forall j \in N \setminus \{k\} \quad (17)$$

$$\sum_{r \in S} u_r y_{rk} \leq 1 \quad (18)$$

$$\sum_{j \in N} B_j \leq q \quad (19)$$

$$B_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in N \quad (20)$$

$$v_i, u_r \geq 0, \quad \forall i \in M, r \in S \quad (21)$$

AES modeli, Eş. 18 ile KVB k 'nin etkinliğinin 1'in üstüne çıkmasına izin vermemektedir. Etkin olmayan KVB k için bu model Eş. 19'da q parametresi 0 ve D_k arasında değiştirilerek çözülmekte, $q = D_k$ iken KVB en büyük olası etkinlik değeri olan 1'e ulaşmakta ve bundan sonra modelin tekrar çözümlenmesine gerek kalmamaktadır. Her KVB'nin D_k değeri farklı olabileceği için, KVB kümesinde n eleman varken, KVB'ler kümeden 0 ve $n-1$ arasında sayıda eleman çıkarılırken elde ettikleri etkinlik skorlarının toplamının n 'ye bölünerek normalize edilmiş değerleriyle değerlendirilmektedir. AES bu sayede veri kümesinde gözlemlenebilecek olan kümelenme veya uç noktaların bulunması durumlarında etkin olmayan KVB'ler için nesnel bir tutum sergilenmektedir. Veri kümesi küçüldükçe genel olarak yüksek etkinlik düzeylerine sahip olan ve etkinlik skorlarını hızlı bir şekilde geliştirmeyi başaran birimler daha üst sıralarda kendilerine yer bulabilmektedir. Bu çalışmada geliştirilen yöntem, AES yöntemi gibi diğer KVB'ler çıkarıldıkça bir KVB'de görülen etkinlik değişimini ele almaktadır, ancak bu değişimi SE modeli ile ölçmektedir. ASES olarak adlandırılan yönteme ait detaylı bilgi bir sonraki bölümde yer almaktadır.

4. ÖNERİLEN YÖNTEM (THE PROPOSED METHOD)

Önerilen yöntem ASES açıklanmadan önce bir önceki bölümde verilen yöntemlerin dezavantajları özetlenecek olursa, klasik modellerden biri olan CCR modeli etkin ve etkin olmayan KVB'leri birbirinden ayırmakta fakat etkin KVB'ler için bir sıralama gerçekleştirememektedir. Ayrıca veri kümesinde etkin uç nokta bir KVB var ise o bölgede bulunan etkin olmayan KVB'ler, girdi ve çıktı değerleri olarak diğer KVB'ler kadar iyi olsalar dahi etkinlik skoru değerlendirmesinde düşük skorlar üretmektedir [10]. SE modeli etkin olmayan KVB'ler için klasik modeller ile aynı etkinlik skorunu üretirken etkin KVB'ler için 1'in üzerinde etkinlik skoru üretmektedir. SE modelinin bazı dezavantajları ise bazı durumlarda etkinlik skorunun aşırı yüksek değer alabilmesi, VRS varsayımı altında oluşabilen olursuz çözümler ve diğer etkin KVB'lerin dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilen etkin KVB'lerin etkin KVB'ler arasında son sıralarda yer almasıdır. Ayrıca, SE modeli de CCR gibi veri kümesindeki dağılımlara çok duyarlıdır. KVB'leri sadece ilk skorlarına göre değerlendirmekte, KVB'lerin birbirleri üzerindeki etkisini ölçmemektedir. D_k modeli ise etkin olmayan KVB'ler için sıralama yapmaktadır. Temel mantığı etkin olmayan bir KVB'nin etkin olabilmesi için veri kümesinden çıkarılması gereken minimum KVB sayısı olan D_k modeli, kümelenmenin olduğu veri kümelerinde etkinlik skoru yüksek olan KVB'leri son sıralara yerleştirebilmektedir. Ayrıca, etkin KVB'ler için D_k kümesinde yer alma sıklığı ile bir sıralama gerçekleştirilmesi durumunda hiçbir D_k kümesinde yer almayan etkin KVB'ler sıralamanın sonunda yer almaktadır. AES yöntemi de sadece etkin olmayan KVB'leri sıralayabilmektedir. Etkin olmayan her bir KVB'nin etkinlik değişimini kullanarak sıralama yapan yöntemde son etkinlik skoru en fazla 1 değerini almaktadır. Bundan dolayı değerlendirilen KVB'nin etkin hale gelmesinden sonra etkinlik değişimi incelenmemektedir. Aynı sebeple etkin KVB'lerin birbirleri üzerindeki etkisi görülememekte, sadece etkin olmayan KVB'lere diğer KVB'lerin etkisi ölçülebilmektedir.

Bu çalışmada CCR, SE, D_k ve AES modellerinin dezavantajlarını ortadan kaldırmak üzere ASES yöntemi geliştirilmiştir. ASES, diğer KVB'ler silindikçe hem etkin olmayan KVB'lerin etkinlik değişimini, hem de etkin KVB'lerin etkinlik değişimini dikkate almaktadır. Bu sayede SE modeli ile etkin KVB'ler arasında son sırada yer alan ve dışbükey kombinasyon olarak ifade edilebilen etkin KVB'ler üst sıralarda kendilerine yer bulabilmektedir. Ayrıca etkin KVB'lerin birbirleri üzerindeki etkileri ölçülebilmektedir. Ek olarak, ASES ile KVB'lerin etkin sınıra yakınlığı, veri kümesindeki konumu ve rakipleri birlikte göz önüne alınabilmektedir. ASES öncelikle etkin KVB'leri sıralamakta, bunların ardından etkin olmayan KVB'leri sıralamaktadır. Bu şekilde etkin olmayan KVB'lerin sıralamada etkin KVB'lerin önüne geçmesi engellenmektedir.

Önerilen yöntem, Köksalan ve Tuncer [10] tarafından geliştirilmiş olan AES yöntemini temel almaktadır. Klasik CCR modelini kullanan AES yönteminden farklı olarak, ASES yöntemi etkinliği SE yaklaşımıyla değerlendirmektedir. ASES yönteminin kullandığı VZA modeli aşağıda yer almaktadır:

(ASES Modeli) (Eş. 22-27)

$$\rho_{kt} = \text{Maks} \sum_{r \in S} u_r y_{rk} \quad (22)$$

$$\sum_{i \in M} v_i x_{ik} = 1 \quad (23)$$

$$\sum_{r \in S} u_r y_{ij} \leq \sum_{i \in M} v_i x_{ij} + B_j \times C \quad \forall j \in N \setminus \{k\} \quad (24)$$

$$\sum_{j \in N} B_j \leq t \quad (25)$$

$$B_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \quad (26)$$

$$v_i, u_r \geq 0, \quad \forall i \in M, r \in S \quad (27)$$

AES modeli Eş. 18 ile KVB k 'nin etkinlik skorunu 1 ile üstten sınırlarken ASES modelinde bu kısıt yoktur. Bu sayede etkinlik değişimleri skorlar 1'in üstüne çıktıktan sonra da ölçülebilmekte ve etkin KVB'ler de değerlendirilebilmektedir. Bu sebeple ASES modeli Eş. 25'teki t parametresi 0 ve $n-2$ arasında değiştirilerek çözülmektedir. ASES bu açıdan da AES'ten farklıdır; KVB'lerin sadece etkin olmayan KVB'lere etkisi değil, aynı zamanda etkin KVB'lere etkisi de incelenmektedir. ASES'te t için üst sınırın $n-2$ olmasının sebebi SE skoru hesaplayabilmek için en az 2 KVB'ye ihtiyaç olmasıdır. $t = 0$ iken ASES modeli SE modeline dönüşmektedir, ancak ASES kendi skorunu hesaplarken tüm t değerlerindeki sonuçları kullanmaktadır. Amaç fonksiyonu Eş. 22'de yer alan ρ_{kt} , veri kümesinden t sayıda KVB çıkarıldığında KVB k 'nin elde ettiği SE skorunu ifade etmektedir.

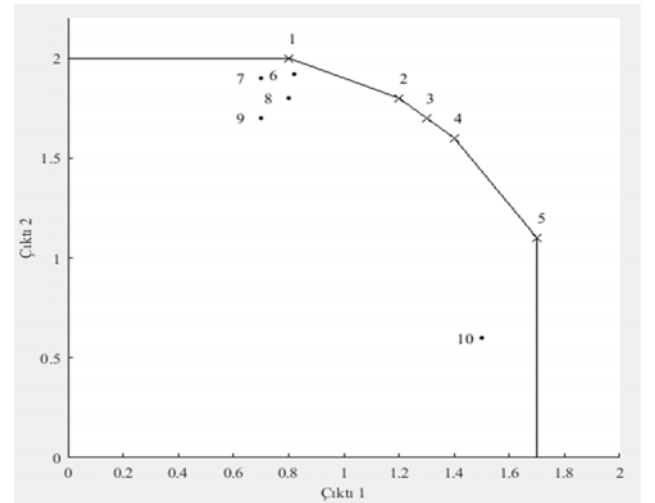
Önerilen ASES yönteminin adımları aşağıda yer almaktadır:

1. $\forall k \in N, t = 0$ için ASES modeli çözülür, $N_E = \{k | k \in N, \rho_{k0} \geq 1\}$ ve $N_I = \{k | k \in N, \rho_{k0} < 1\}$ olmak üzere etkin ve etkin olmayan KVB'ler ayrılır.
2. $\forall k \in N_E$
 - 2.1. Tüm $t \in \{1, \dots, n-2\}$ için ρ_{kt} değerleri bulunur.
 - 2.2. ASES skoru $\sum_{t=0}^{n-2} \rho_{kt} / n - 1$ olarak hesaplanır.
3. N_E içindeki KVB'ler azalan ASES skoru sıralamasına sokulur.
4. $\forall k \in N_I$
 - 4.1. Tüm $t \in \{1, \dots, n-2\}$ için ρ_{kt} değerleri bulunur.
 - 4.2. ASES skoru $\sum_{t=0}^{n-2} \rho_{kt} / n - 1$ olarak hesaplanır.
5. N_I içindeki KVB'ler, N_E 'deki KVB'lerin arkasından azalan ASES skoru sıralamasına sokulur.

Yöntemin ilk adımında $t = 0$ ile ASES modeli çözülmekte, etkin ve etkin olmayan KVB'ler birbirinden ayrılmaktadır. Ardından, önce etkin KVB'ler için, sonra da etkin olmayan KVB'ler için 0 ile $n-2$ arasında KVB veri kümesinden

çıkarıldıkça oluşan SE skorları ASES modeli ile elde edilmektedir. Her KVB için bu skor değişimi grafiğe dökülürse KVB'lerin etkinliklerini ne kadar hızlı iyileştirebildikleri görülebilmektedir. Buna bağlı olarak da her KVB'nin grafiğinin altındaki alan o KVB'nin performansını göstermektedir. Bu alanın ölçülmesi için her KVB'nin ASES modeli ile elde ettiği tüm etkinlik skorları toplanmaktadır. Bu toplamın $n-1$ ile bölünerek normalize edilmesi ile son ASES skorları hesaplanmaktadır. Bir KVB'nin ASES skorunun yüksek olması o KVB'nin iyi bir performansı olduğunu göstermektedir. Bu skorlar doğrultusunda önce etkin KVB'ler kendi aralarında sıralanmakta, daha sonra bunların arkasından etkin olmayan KVB'ler sıralanmaktadır. Bu sayede etkin olmayan bir KVB her zaman etkin KVB'lerden alt sıralarda yer almakta ve tam bir sıralama elde edilebilmektedir.

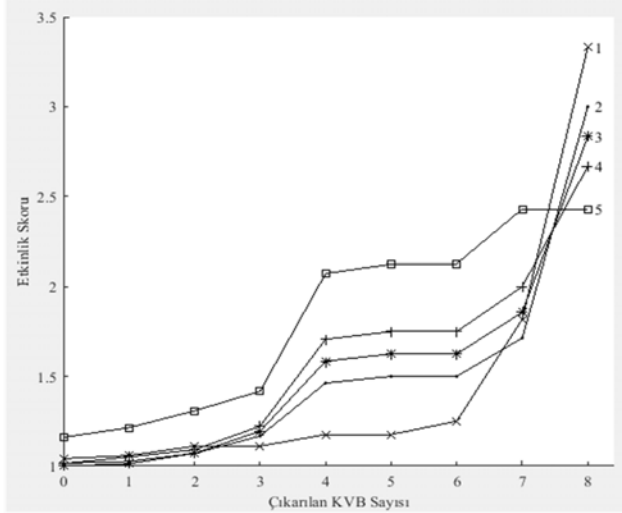
Önerilen ASES yöntemini görsel bir örnek üzerinden tartışmak ve diğer yöntemlere göre avantajlarını göstermek için 10 KVB'den oluşan varsayımsal bir veri kümesi yaratılmıştır. KVB'lerin tek bir girdiye ve iki çıktıya sahip olduğu ve tüm KVB'lerin girdi değerinin 1 olduğu varsayılmıştır. Bu sayede problemin grafiksel gösterimini yapmak mümkün olmuştur, KVB'lerin çıktı değerlerinin grafiği Şekil 1'de yer almaktadır. Burada 1, 2, 3, 4 ve 5 numaralı etkin KVB'ler etkin sınırı oluşturmaktadır. 6, 7, 8, 9 ve 10 numaralı KVB'ler ise etkin olmayan KVB'lerdir.



Şekil 1. 10 KVB'den oluşan örnek veri kümesi (Example data set consisting of 10 DMUs)

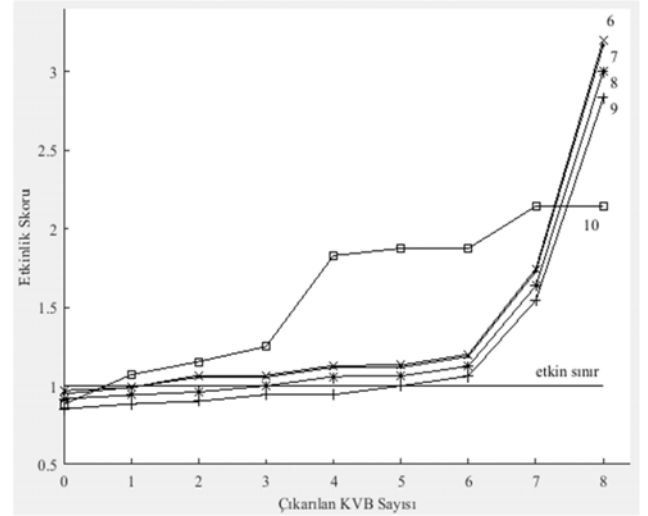
Etkin KVB'lerin geliştirilen ASES yöntemi ile elde edilen etkinlik değişimi grafiği Şekil 2'de yer almaktadır. Etkin sınırda yer alan KVB 3, KVB 2 ve 4'ün dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilmektedir. Bu yüzden SE modeli ile etkin KVB'ler arasında son sırada yer almaktadır. Çıktı değerleri olarak KVB 2 ve 4'ün arasında yer alan bu KVB'nin etkin KVB'ler arasında doğrudan sona atılması adil bir değerlendirme değildir. KVB 3 ASES ile değerlendirildiğinde etkin KVB'ler 1 ve 2'den daha iyi performans göstermektedir. 3 adet KVB'nin veri kümesinden çıkarıldığı noktadan itibaren KVB 3'ün grafiği

KVB 1 ve 2'nin üzerinde yer almaktadır. Bunun sebebi ASES yönteminin KVB'lerin birbirlerine etkilerini, pozisyonlarını ve rakiplerini analiz eden bir yöntem olmasıdır.



Şekil 2. Etkin KVB'lerin etkinlik değişimi (Efficiency change of efficient DMUs)

Oluşturulan örnek ile yapılabilecek bir diğer gözlem KVB 1, 6, 7, 8 ve 9'un belirli bir alanda kümelenmesidir. KVB 1 etkin iken bahsedilen diğer KVB'ler etkin sınırın içinde birbirlerine yakın olarak konumlanmıştır. Etkin olmayan diğer bir KVB olan 10 ise oluşturulan veri kümesinden ayrı bir noktada ve etkin sınırın içinde yer almaktadır. KVB 6, 7 ve 8'e göre etkin sınırdan daha uzak olduğu görülmektedir. Bahsedilen KVB'lerin ASES ile etkinlik değişimi grafiğine bakıldığında ise KVB 10'un KVB 6, 7, 8 ve 9'a göre daha önce etkin olduğu ve etkinlik skorunu tutarlı bir şekilde artırarak bu KVB'lerin önüne geçtiği görülmektedir. Bunun ana sebebi veri kümesinde yer aldığı konumda rakibinin az olmasıdır. KVB 10'un çevresindeki alternatiflerin az oluşu bu KVB'yi daha önemli ve kritik hale getirmiştir. ASES ile ayrı bölgelerde yer alan KVB'lerin de iyi sıralamalar elde etmesi mümkündür. 6, 7, 8 ve 9 numaralı KVB'ler ise konumlarının yakınlığı sebebiyle birbirlerine benzer değişimler göstermiştir. Etkin olmayan KVB'lerin etkinlik değişimi Şekil 3'te yer almaktadır.



Şekil 3. Etkin olmayan KVB'lerin etkinlik değişimi (Efficiency change of inefficient DMUs)

Oluşturulan 10 KVB'li örnek veri, ASES ile karşılaştırma yapılması amacıyla CCR, D_k , AES ve SE modelleri ile değerlendirilmiş ve sonuçlar Tablo 1'de verilmiştir. Tabloda KVB'ler CCR, AES, SE ve ASES skorlarının azalan sırasında, D_k skorlarının ise artan sırasında iyiden kötüye doğru sıralanmıştır. Ancak daha önce de belirtildiği gibi, ASES'te önce etkin KVB'ler, arkasından etkin olmayan KVB'ler sıralanmaktadır. CCR ve AES skorları, kendi hesaplama yöntemleri sonucunda 0 ve 1 arasında normalize edilmiş değerler olarak ortaya çıkmaktadır. Diğer yöntemlerin skorlarının da 0 ve 1 arasına normalize edilmesi mümkündür, ancak bu işlem KVB'lerin sıralamasını değiştirmeyecektir.

Tablo 1'e bakıldığında CCR modelinin sadece etkin olmayan KVB'leri sıralayabildiği, bunlar için de sadece ilk etkinlik skorunu göz önüne aldığı görülmektedir. Bunun sonucunda KVB 10 ancak alt sıralarda kendine yer bulabilmektedir. D_k modeli ile yine sadece etkin olmayan KVB'ler sıralanabilmekte ve kümelenmenin olduğu bölgelerdeki KVB'ler alt sıralara düşmektedir. AES ile de etkin KVB'ler birbirinden ayıramamaktadır ve ayrıca etkin KVB'lerin birbirleri üzerindeki etkileri değerlendirilememektedir. SE modeli ile yapılan tam sıralamada ise, KVB 2 ve 4'ün

Tablo 1. Örnek verinin CCR, D_k , AES, SE ve ASES sıralamaları (Ranking of example set with CCR, D_k , AES, SE and ASES)

Sıralama	CCR		D_k		AES		SE		ASES	
	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB
1	1,000	1,2,3,4,5	0,000	1,2,3,4,5	1,000	1,2,3,4,5	1,160	5	1,809	5
2	-	-	-	-	-	-	1,042	1	1,584	4
3	-	-	-	-	-	-	1,016	2	1,534	3
4	-	-	-	-	-	-	1,014	4	1,495	2
5	-	-	-	-	-	-	1,000	3	1,453	1
6	0,971	6	1,000	6,10	0,996	6	0,971	6	1,580	10
7	0,950	7	-	-	0,993	7	0,950	7	1,389	6
8	0,917	8	2,000	7	0,987	10	0,917	8	1,374	7
9	0,882	10	3,000	8	0,980	8	0,882	10	1,300	8
10	0,854	9	5,000	9	0,948	9	0,854	9	1,219	9

dışbükey kombinasyonu olan KVB 3'ün etkin KVB'ler içinde savunulamaz bir şekilde en alt sırada yer aldığı görülmektedir. ASES sıralamasına bakıldığında ise, öncelikle tüm KVB'ler için tam bir sıralama elde edilebildiği görülmektedir. ASES etkin olan ve olmayan KVB'leri ayrı sıraladığı için etkin olmayan KVB 10'un ASES skoru etkin KVB'ler 1, 2 ve 3'ten yüksek olsa bile onlardan alt sıralarda yer almaktadır. ASES sıralaması sütununda görülen çizgi etkin olan ve olmayan KVB'lerin ayrımını göstermektedir. Dışbükey kombinasyon olan KVB 3 etkin KVB'ler içinde 3. sırada yer almaktadır. Bulduğu bölgede yakın rakipleri olan KVB 1, çok etkili bir KVB olarak öne çıkamamış ve etkin KVB'ler içinde son sırayı almıştır. Başlangıç skoru iyi olan ve ayrıca skorunu tutarlı olarak iyi bir hızda artırabilen KVB 5 ilk sıraya yerleşmiştir. KVB 10, ASES ile değerlendirildiğinde etkin olmayan KVB'ler arasında ilk sırada yer almaktadır. Bu KVB'nin ASES ile değerlendirildiğinde SE ve AES'teki durumuna göre daha iyi bir sırada yer alması, bulunduğu konumda rakibinin az olmasından ve Çıktı 1 açısından güçlü olmasından kaynaklanmaktadır.

5. VAKA ÇALIŞMASI (CASE STUDY)

Son yıllarda bazı gelişmekte olan ülkeler üretim faaliyetlerini artırarak hızlı ve istikrarlı bir gelişme göstermiştir. Bu gelişmenin temelini oluşturan ekonomik faaliyetler için genellikle petrol ve kömür gibi kütle fosil yakıtları tüketilmektedir. Bu tüketimin doğal bir sonucu olarak CO₂, SO₂, NO_x ve sera gazı gibi istenmeyen çıktılar üretilmektedir. Çevreyi olumsuz şekilde etkileyen bu çıktılardan dolayı küresel ısınma, toprak-hava-su kirliliği, anormal yağışlar, kuraklık ve doğal afetler gibi olaylar ortaya çıkmaktadır. Bu olaylar herhangi bir ülkenin ekonomik büyümesi üzerinde olumsuz etki yaratabileceği gibi var olan düzenin sürdürülebilmesini de zorlaştırmaktadır. Ayrıca bu maddeler, küresel iklimi ve insanların yaşam koşullarını

ciddi şekilde etkilemektedir ve doğal ekolojik ortamı yok etmektedir [39].

VZA uygulanmaya başlanıldığı andan itibaren günümüze kadar geçen sürede birçok farklı alanda kullanılmıştır. Son yıllarda en sık tercih edilen konulardan birisi de çevre olmuştur. Çalışmanın bu aşamasında önerilen yöntem ile 18 Avrupa ülkesi OECD tarafından yayınlanan istatistiklerle çevre bilinci ve geliştirilen çevre teknolojileri açısından değerlendirilmiştir. Çalışmada gelişen teknoloji ile çevreye verilen zararın azaltılmasına yönelik belirlenmiş olan 4 çıktı ele alınmıştır. Bu çıktılar çevre ile ilgili teknolojiler, çevre yönetimi, su ile ilgili uyum teknolojileri ve iklim değişikliği hafifletme ana başlıklarından oluşmaktadır. Tablo 2'de belirtilen bu ana çıktılara ait alt başlıklar yer almaktadır [40].

Her bir alt başlığın verisi alınmış ve bunların toplanmasıyla 4 ana çıktının verisi elde edilmiştir. Belirlenen çıktılar gelişen teknoloji ile çevreye verilen zararın azaltılmasını değerlendirmek adına en büyüklenmektedir. Ülkelerin bu teknolojileri geliştirirken hangi girdileri ne oranda kullandıkları bilgisi erişilebilir olmadığından ve ayrıca bu çalışma kapsamında asıl önemli olarak değerlendirilen faktör çevrenin korunmasına yönelik ne kadar çıktı üretilebildiği olduğundan bütün ülkelerin girdisinin eşit ve 1 olduğu varsayılmaktadır. Çalışmada değerlendirmeye alınan 18 Avrupa ülkesi: Polonya, İsveç, Hollanda, İsviçre, İspanya, Danimarka, Avusturya, Belçika, Finlandiya, Çek Cumhuriyeti, Norveç, Romanya, Türkiye, Macaristan, Ukrayna, İrlanda, Yunanistan ve Slovenya'dır. Bu ülkelerin seçilme sebebi ise analize Avrupa'nın her bölgesinden temsili ülkelerin dâhil edilmek istenmesidir. Aynı zamanda, seçilen bu KVB kümesi sonucunda önerilen yöntemin sonuçları diğer yöntemler ile karşılaştırmalı olarak iyi bir şekilde gösterilebilmektedir. Çalışmanın yapıldığı zamandaki en güncel veriler 2014 yılına ait olduğundan ülkelere ait 2014 yılı verileri temel alınmıştır. 18 Avrupa

Tablo 2. Çevre ile ilgili çıktılar ve alt kategorileri (Environment-related outputs and sub-categories)

Ana Başlık	Alt Başlık
Ç1-Çevre ile ilgili teknolojiler	
Ç2-Çevre yönetimi	Hava kirliliği azaltma
	Su kirliliği azaltma
	Atık yönetimi
	Toprak iyileştirme
	Çevresel izleme
Ç3-Su ile ilgili uyum teknolojileri	Taleple ilgili teknolojiler (su tasarrufu) Arzla ilgili teknolojiler (kullanılabilir su miktarı)
Ç4-İklim değişikliği hafifletme	Enerji üretimi, iletimi veya dağıtımı ile ilgili iklim değişikliği hafifletme teknolojileri
	Atık su arıtma veya atık yönetimi ile ilgili iklim değişikliği hafifletme teknolojileri
	Sera gazlarını yakalama, depolama, tecrit veya bertaraf etme
	Ulaşım ile ilgili iklim değişikliği azaltma teknolojileri
	Binalarla ilgili iklim değişikliği azaltma teknolojileri Malların üretiminde veya işlenmesinde iklim değişikliği azaltma teknolojileri

ülkesinin 2014 yılına ait çıktı verileri Tablo 3'te yer almaktadır [40].

18 Avrupa ülkesi bu çalışmada önerilen ASES yöntemi ile, ayrıca karşılaştırma yöntemleri olarak CCR, D_k , AES ve SE modelleri ile değerlendirilmiştir. Tüm yöntemlerle elde edilen skorlar ve sıralamalar Tablo 4'te sunulmaktadır. ASES sütununda görülen çizgi yine etkin olan ve olmayan KVB'lerin ayrılma noktasını göstermektedir.

Çalışmada ele alınan 18 Avrupa ülkesinden Polonya, İsveç, Hollanda ve İsviçre ilk etkinlik skorları açısından etkin ülkelerdir ve bu sebeple CCR, D_k ve AES ile birbirlerinden ayrıştıramamaktadır. Etkin olmayan 14 ülke ise İspanya,

Danimarka, Avusturya, Belçika, Finlandiya, Çek Cumhuriyeti, Norveç, Romanya, Türkiye, Macaristan, Ukrayna, İrlanda, Yunanistan, Slovenya olarak belirlenmiştir. İlk olarak etkin KVB'lerin ASES'teki sonuçları incelenecek olursa, Şekil 4'teki grafik veri kümesi küçüldükçe etkin KVB'lerin etkinlik değişimini göstermektedir. KVB 4, başlangıç etkinlik skoru olarak diğer etkin KVB'lerden yüksektir ama etkinlik değişimi grafiğinin orta noktalarında 1, 2 ve 3 numaralı KVB'lerin gerisinde kalmıştır. Ancak grafiğin sonlarına doğru etkinlik değişiminde büyük iyileşmeler gerçekleştirmiş ve ASES ile en iyi KVB olmuştur. Etkin KVB'lerden bir diğeri olan KVB 2 ise, başlangıç skoru olarak KVB 1'in gerisinde olmasına rağmen etkinlik değişimi grafiğinde daha hızlı yükselmiş ve

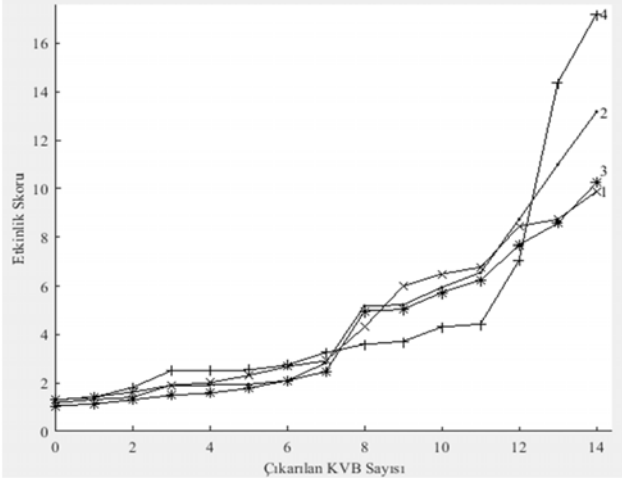
Tablo 3. Ülkelerin çıktı değerleri (Outputs of the countries)

KVB	Ülke	Ç1	Ç2	Ç3	Ç4
1	Polonya	425,67	284,00	11,50	260,67
2	İsveç	490,33	198,58	22,00	379,08
3	Hollanda	507,45	219,28	11,33	361,33
4	İsviçre	357,03	123,08	28,75	256,20
5	İspanya	460,78	141,08	15,83	351,28
6	Danimarka	372,57	97,33	6,50	323,57
7	Avusturya	372,04	175,42	10,50	279,13
8	Belçika	217,02	106,03	21,50	146,48
9	Finlandiya	298,48	149,25	11,50	210,73
10	Çek Cumhuriyeti	112,08	70,58	8,00	57,83
11	Norveç	92,58	33,67	9,00	63,75
12	Romanya	106,87	41,87	8,00	72,50
13	Türkiye	101,37	43,70	6,67	73,20
14	Macaristan	53,18	28,75	5,00	31,93
15	Ukrayna	72,42	48,50	0,50	44,42
16	İrlanda	65,33	32,50	1,67	47,33
17	Yunanistan	48,25	19,00	2,00	36,50
18	Slovenya	29,25	20,50	1,00	16,75

Tablo 4. Vaka çalışmasının CCR, D_k , AES, SE ve ASES sıralamaları
(Ranking of case study with CCR, D_k , AES, SE and ASES)

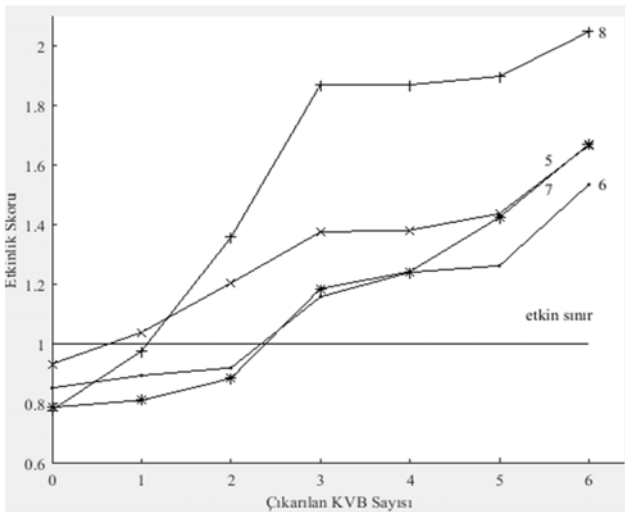
Sıralama	CCR		D_k		AES		SE		ASES	
	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB	Skor	KVB
1	1,000	1,2,3,4	0,000	1,2,3,4	1,000	1,2,3,4	1,307	4	9,354	4
2	-	-	-	-	-	-	1,295	1	8,033	2
3	-	-	-	-	-	-	1,182	2	6,103	1
4	-	-	-	-	-	-	1,051	3	5,750	3
5	0,934	5	1,000	5	0,996	5	0,934	5	6,927	8
6	0,854	6	2,000	8	0,986	8	0,854	6	6,313	5
7	0,789	7	3,000	6,7	0,981	6	0,789	7	4,838	6
8	0,779	8	-	-	0,970	7	0,779	8	4,741	7
9	0,643	9	4,000	9	0,942	9	0,643	9	4,378	9
10	0,360	10	8,000	10,11	0,819	11	0,360	10	2,866	11
11	0,313	11	-	-	0,796	10	0,313	11	2,668	10
12	0,295	12	9,000	12,13	0,784	12	0,295	12	2,566	12
13	0,266	13	-	-	0,736	13	0,266	13	2,188	13
14	0,190	14	10,000	15	0,627	15	0,190	14	1,568	14
15	0,171	15	13,000	14,16	0,598	14	0,171	15	0,917	15
16	0,140	16	-	-	0,528	16	0,140	16	0,751	16
17	0,098	17	14,000	17	0,440	17	0,098	17	0,689	17
18	0,076	18	16,000	18	0,346	18	0,076	18	0,405	18

bu KVB'nin önüne geçmiştir. Bu sebeple ASES, KVB 1 ve 2'nin sıralaması açısından SE'den farklıdır.



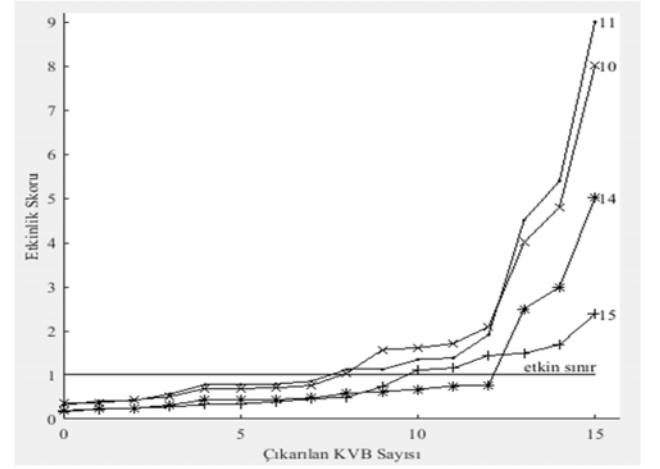
Şekil 4. Etkin KVB'ler 1, 2, 3 ve 4'ün etkinlik değişimi (Efficiency change of efficient DMUs 1, 2, 3 and 4)

Diğer yöntemlerle kıyaslandığında sıralaması oldukça değişen etkin olmayan KVB'ler 5, 6, 7 ve 8 için ASES yöntemi sonucu oluşan etkinlik değişimi grafikleri de Şekil 5'te verilmiştir. Örneğin; KVB 8'in başlangıç skoruna bakıldığında KVB 5, 6 ve 7'nin gerisinde kalmaktadır ve bu yüzden SE ile değerlendirildiğinde bu dördüde sonucudur. Fakat KVB 8 diğer KVB'lerden daha önce 1 etkinlik skoruna ulaşmış ve etkin duruma gelmiştir. Etkin KVB olduktan sonra ise etkinlik skorunda yüksek değişimler göstererek diğer KVB'leri geride bırakmış ve sıralamada üst sıralarda kendisine yer bulabilmiştir. Bu durum KVB 8'in bulunduğu bölgede diğer KVB'lere göre daha az rakibi olduğunu göstermektedir. KVB 8, her KVB için bir tane KVB'nin kümeden çıkarılmasından itibaren KVB 6 ve 7'nin önüne geçmektedir. Kümeden iki KVB çıkarılmasından itibaren de KVB 5'in önüne geçmektedir.



Şekil 5. Etkin olmayan KVB'ler 5, 6, 7 ve 8'in etkinlik değişimi (Efficiency change of inefficient DMUs 5, 6, 7 and 8)

Etkin olmayan KVB'lerin diğer bir kısmına ait etkinlik değişimi grafikleri ise Şekil 6'da yer almaktadır. Örnek olarak grafikleri birbirine yakın olan KVB 14 ve 15 incelenebilir. KVB 14, 15'e göre daha geç etkinliğe ulaşmasına rağmen ASES ile etkinlik sonrası performansına bakıldığında o bölgede KVB 15'i geride bırakarak ondan daha üst sırada yer alabilmiştir. ASES'in SE'den farklı sıraladığı KVB'lere örnek olarak da 10 ve 11 verilebilir. KVB 10, 11'e göre daha yüksek bir skorla başlamıştır ve bu iki KVB grafik boyunca genel olarak benzer ilerleme göstermişlerdir. Fakat ASES'in son iterasyonlarında KVB 11 daha iyi etkinlik tırmanışı göstermiş ve KVB 10'dan daha üst sırada yer almıştır.



Şekil 6. Etkin olmayan KVB'ler 10, 11, 14 ve 15'in etkinlik değişimi (Efficiency change of inefficient DMUs 10,11,14 and 15)

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

VZA, birden fazla KVB'nin göreceli etkinliğini ölçmekte kullanılan doğrusal programlama temelli bir yaklaşımdır. VZA ile elde edilen etkinlik skorları ile KVB'ler analiz edilebilmekte, kıyaslanabilmekte ve belirli bir tercih sırası elde edilebilmektedir. Ayrıca VZA ile KVB'ler etkin ve etkin olmayan olarak ayrılmakta ve etkin KVB'lerin girdi ve çıktıları diğerlerine yol gösterici olarak kullanılmaktadır.

Literatürdeki klasik VZA modellerinden CCR modeli etkin KVB'ler için yetersiz kalmakta, SE modeli etkin KVB'ler için bazı dezavantajlar ortaya çıkarmakta, D_k modeli ise sadece etkin olmayan KVB'ler için sıralama yapabilmektedir. Ayrıca bu yaklaşımlar KVB kümesinin belirli bölgelerinde kümelenme olması veya ayrıntılı KVB'ler görülmesi durumunda adil değerlendirmeler yapamamaktadır. Literatürdeki modellerin dezavantajlarını ortadan kaldırmak ve veri kümesinin farklı özelliklerini göz önüne alarak adil ve tutarlı bir sıralama yapmak üzere bu çalışmada yeni bir sıralama yöntemi olarak ASES önerilmiştir.

ASES, etkin olmayan KVB'leri sıralamak için önerilmiş olan AES yöntemi gibi, bir KVB'yi değerlendirirken diğer

KVB'ler teker teker silindikçe ortaya çıkan etkinlik skorlarını kullanmaktadır. Ancak bunu yaparken AES'in kullandığı CCR etkinlik skorlarını değil, SE skorlarını kullanmaktadır. SE skorları 1'in üzerine çıkabildiği için ASES etkin KVB'lerin de etkinlik değişimlerini göz önüne alabilmektedir ve bu sayede etkin KVB'leri de sıralayabilmektedir. Ayrıca, başta etkin olmayan KVB'lerin 1 skoruna ulaştıktan sonraki etkinliklerini de değerlendirdiği için AES'ten daha kapsamlı bir etkinlik değişimi analizi sunmaktadır. AES, model çözümü sırasında sadece etkin KVB'lerin etkin olmayan KVB'lere etkisini hesaplar, ASES etkin KVB'lerin diğer etkin KVB'lere etkisini de hesaplayabilmektedir. ASES, etkinlik hesaplama yöntemini kullandığı SE ile kıyaslandığında da çeşitli avantajları ortaya çıkmaktadır. SE, CCR modelinin aksine etkin KVB'leri de birbirinden ayırt etmek ve sıralamak için önerilmiş olsa da, diğer etkin KVB'lerin dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilen etkin KVB'leri değerlendirememekte ve bunları adil olmayan bir şekilde etkin KVB'ler içerisinde son sıraya atmaktadır. Ek olarak SE, KVB'lerin sadece ilk etkinliklerine bakmakta ve buna bağlı olarak da KVB'lerin girdi ve çıktı olarak dağılımlarına çok bağımlı olmaktadır. KVB'lerde belli bölgelerde kümelenme veya ayrık nokta görülmesi durumunda SE bunu değerlendirememektedir. Diğer taraftan ASES, KVB'lerin etkinliklerini değişik noktalarda ölçtüğü için bunların buldukları bölgede ne kadar güçlü olduklarını, yakın rakipleri olup olmadığını ve olası ayrık noktalardan ne derecede etkilendiklerini göz önüne alabilmektedir.

Çalışmada öncelikle 10 KVB'den oluşan örnek veri oluşturulmuş ve bu veride önerilen ASES yöntemi savunularak grafiksel analizler gerçekleştirilmiştir. Daha sonra özellikle son zamanlarda önemini artıran çevrenin korunmasına yönelik teknolojiler konusunda bir uygulama yapılmıştır. OECD tarafından yayınlanan veriler kullanılarak 18 Avrupa ülkesi çevreye verilen zararın azaltılmasına yönelik geliştirdikleri ve uyguladıkları teknolojiler ile değerlendirilmiştir. İki uygulamada elde edilen ASES sonuçları CCR, SE, D_k ve AES modelleri ile karşılaştırılmıştır. ASES, diğer yöntemlerin tartışılan dezavantajlarını ortadan kaldırmış, etkin ve etkin olmayan KVB'leri sıralamada daha tutarlı ve kapsamlı sonuçlar üretmiştir.

ASES yöntemi CRS varsayımı altında çalışmaktadır. Gelecek çalışmalarda ASES yöntemi VRS varsayımı altında geliştirilebilir ve uygulamalarla bunun sonuçları gözlemlenebilir. Ek olarak, girdilerin istenmeyen girdi veya çıktılarının istenmeyen çıktı olması durumu ele alınarak yöntemde gerekli düzenlemeler yapılabilir. Ülkeler ürettikleri çevreye zararlı çıktılar üzerinden değerlendirilerek sıralanabilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Charnes A., Cooper W., Rhodes E., Measuring The Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, 2 (6), 429-444, 1978.
2. Jia T. ve Yuan H., The Application of DEA (Data Envelopment Analysis) Window Analysis in The Assessment of Influence on Operational Efficiencies After the Establishment of Branched Hospitals, *BMC Health Services Research*, 17 (265), 1-8, 2017.
3. López-Torres L. ve Prior D., Centralized Allocation of Human Resources. An Application To Public Schools, *Computers & Operations Research*, 73 (1), 104-114, 2016.
4. Gattoufi S., Amin G. R., Emrouznejad A., A New Inverse DEA Method For Merging Banks, *IMA Journal of Management Mathematics*, 25 (1), 73-87, 2014.
5. Hsiao B., Chern C.C., Chiu Y.H., Chiu C.-R., Using Fuzzy Super-Efficiency Slack-Based Measure Data Envelopment Analysis to Evaluate Taiwan's Commercial Bank Efficiency, *Expert Systems with Applications*, 38 (8), 9147-9156, 2011.
6. Gong Y., Liu J., Zhu J., When to Increase Firms' Sustainable Operations for Efficiency? A Data Envelopment Analysis in the Retailing Industry, *European Journal of Operational Research*, 277 (3), 1010-1026, 2019.
7. Bian Y., Yan S., Xub H., Efficiency Evaluation for Regional Urban Water Use and Wastewater Decontamination Systems in China: A DEA Approach, *Resources, Conservation and Recycling*, 83 (1), 15- 23, 2014.
8. Chodakowska E. ve Nazarko J., Environmental DEA Method for Assessing Productivity of European Countries, *Technological and Economic Development of Economy*, 23 (4), 589-607, 2017.
9. Banker R., Charnes A., Cooper W., Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30 (9), 1078-1092, 1984.
10. Köksalan M. ve Tuncer C., A DEA-Based Approach to Ranking Multi-Criteria Alternatives, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 8 (1), 29-54, 2009.
11. Andersen P. ve Petersen N. C., A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 39 (10), 1261-1264, 1993.
12. Pelone F., Kringos D. S., Romaniello A., Archibugi M., Salsiri C., Ricciardi W., Primary Care Efficiency Measurement Using Data Envelopment Analysis: A Systematic Review, *Journal of Medical Systems*, 39 (156), 1-14, 2015.
13. Soheilrad S., Govindan K., Mardani A, Zavadskas E. K., Nilashi M., Zakuan N., Application of Data Envelopment Analysis Models in Supply Chain Management: A Systematic Review and Meta-analysis, *Annals of Operations Research*, 271 (2), 915-969, 2018.
14. Mariano E. B., Sobreiro V. A., Rebelatto D. A.N., Human Development and Data Envelopment Analysis: A Structured Literature Review, *Omega*, 54, 33-49, 2015.
15. Berk E. ve Çerçioğlu H., The Productive Efficiency of the Turkish Health Care Sector based on Provincial

- Panel Data, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34 (2), 929-943, 2019.
16. Sinuany-Stern Z., Mehrez A., Barbooy A., Academic Departments Efficiency Via DEA, *Computers & Operations Research*, 21 (5), 543-556, 1994.
 17. Jahanshahloo G. R., Junior H. V., Lotfi F. H., Akbarian D., A New DEA Ranking System Based on Changing The Reference Set, *European Journal of Operational Research*, 181 (1), 331-337, 2007.
 18. Hinojosa M., Lozano S., Borrero D., Mármol A., Ranking Efficient DMUs Using Cooperative Game Theory, *Expert Systems With Applications*, 80 (1), 273-283, 2017.
 19. Lotfi F. H., Fallahnejad R., Navidi N., Ranking Efficient Units in DEA by Using TOPSIS Method, *Applied Mathematical Sciences*, 5 (17), 805 - 815, 2011.
 20. Doyle J. ve Green J., Strategic Choice and Data Envelopment Analysis: Comparing Computers Across Many Attributes, *Journal of Information Technology*, 9 (1), 61-69, 1994.
 21. Lim S., Oh K. W., Zhu J., Use of DEA Cross-Efficiency Evaluation in Portfolio Selection: An Application to Korean Stock Market, *European Journal of Operational Research*, 236 (1), 361-368, 2014.
 22. Cook W. D., Du J., Zhu J., Units Invariant DEA When Weight Restrictions are Present: Ecological Performance of US Electricity Industry, *Annals Operations Research*, 255 (1-2), 323-346, 2017.
 23. Podinovski V. ve Bouzdine-Chameeva T., On Single-Stage DEA Models with Weight Restrictions, *European Journal of Operational Research*, 248 (3), 1044-1050, 2016.
 24. Jain V., Kumar A., Kumar S., Chandra C., Weight Restrictions in Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Genetic Algorithm Based Approach for Incorporating Value Judgments, *Expert Systems with Applications*, 42 (3), 1503-1512, 2015.
 25. Chang T.-H., Kao L.-J., Ou T.-Y., Fu H.-P., A Hybrid Method to Measure the Operational Performance of Fast Food Chain Stores, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 17 (4), 1269-1298, 2018.
 26. Aldamak A. ve Zolfaghari S., Review of Efficiency Ranking Methods in Data Envelopment Analysis, *Measurement*, 106, 161-172, 2017.
 27. Feng C. ve Wang M., Journey for Green Development Transformation of China's Metal Industry: A Spatial Econometric Analysis, *Journal of Cleaner Production*, 225, 1105-1117, 2019.
 28. Yang H. ve Pollitt M., Incorporating Both Undesirable Outputs and Uncontrollable Variables into DEA: The Performance of Chinese Coal-Fired Power Plants, *European Journal of Operational Research*, 197 (3), 1095-1105, 2009.
 29. Yang H. ve Pollitt M., The Necessity of Distinguishing Weak and Strong Disposability Among Undesirable Outputs in DEA: Environmental Performance of Chinese Coal-Fired Power Plants, *Energy Policy*, 38 (8), 4440-4444, 2010.
 30. Zhou P., Zhou X., Fan L., On Estimating Shadow Prices of Undesirable Outputs with Efficiency Models: A Literature Review, *Applied Energy*, 130, 799-806, 2014.
 31. Wu J., Xiong B., An Q., Zhu Q., Liang L., Measuring The Performance of Thermal Power Firms in China via Fuzzy Enhanced Russell Measure Model with Undesirable Outputs, *Journal of Cleaner Production*, 102, 237-245, 2015.
 32. Li H. ve Shi J., Energy Efficiency Analysis on Chinese Industrial Sectors: An Improved Super-SBM Model with Undesirable Outputs, *Journal of Cleaner Production*, 65, 97-107, 2014.
 33. Apergis N., Aye G. C., Barros C. P., Gupta R., Wanke P., Energy Efficiency of Selected OECD Countries: A Slacks Based Model with Undesirable Outputs, *Energy Economics*, 51, 45-53, 2015.
 34. Piao S.-R., Li J., Ting C.-J., Assessing Regional Environmental Efficiency in China with Distinguishing Weak and Strong Disposability of Undesirable Outputs, *Journal of Cleaner Production*, 227, 748-759, 2019.
 35. Song M., An Q., Zhang W., Wang Z., Wu J., Environmental Efficiency Evaluation Based on Data Envelopment Analysis: A Review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16 (7), 4465-4469, 2012.
 36. Lee H.S., Chu C.W., Zhu J., Super-Efficiency DEA in The Presence of Infeasibility, *European Journal of Operational Research*, 212 (1), 141-147, 2011.
 37. Chen Y. ve Liang L., Super-Efficiency DEA in The Presence of Infeasibility: One Model Approach, *European Journal of Operational Research*, 213 (1), 359-360, 2011.
 38. Cook W. D., Liang L., Zha Y., Zhu J., A Modified Super-Efficiency DEA Model for Infeasibility, *The Journal of the Operational Research Society*, 60 (2), 276-281, 2009.
 39. Chen J., Song M., Xu L., Evaluation Of Environmental Efficiency in China Using Data Envelopment Analysis, *Ecological Indicators*, 52, 577-583, 2015.
 40. Organisation for Economic Co-Operation and Development. Patent-Technology Development. https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=PAT_DEV. Son güncelleme tarihi Aralık, 2018. Son erişim tarihi Ocak, 2019.

