Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi
Afyon Kocatepe University Journal of Science and Engineering

AKÜ FEMÜBİD **19** (2019) 031301 (595-600) AKU J. Sci. Eng. **19** (2019) 031301 (595-600)
DOI: 10.35414/akufemubid.534734

Araştırma Makalesi / Research Article

Aralık Tip II Genelleştirilmiş Çan Şekilli Bulanık Sayının Aralık Yakınsaması

Sinem PEKER[1*], Efendi NASİBOV[2]
[1*] *Yaşar Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, İzmir.*
[2] *Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Fakültesi, Bilgisayar Bilimleri Bölümü, İzmir.*

**Sorumlu Yazar e-posta: [1*] sinem.peker@yasar.edu.tr. ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4700-7595*
[2] efendi.nasibov@deu.edu.tr. ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1889-6410

Geliş Tarihi: 02.03.2019; Kabul Tarihi: 19.09.2019

Anahtar kelimeler
Tip II bulanık sayısı; aralık; tip I bulanık sayı; çan şekilli üyelik fonksiyonu

Öz

Üyelik derecelerinin bulanık olduğu durumlarda Tip II bulanık sayıları kullanılır. Ancak bu sayılar bazı yöntemlerde uygulanamayabilir ve bunların yakınsamaları oluşturulmak istenebilir. Bu çalışmada, aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının aralık yaklaşımı dikkate alınmış ve özel bir hal için aralığın bilinmeyen parametrelerinin formülleri bulunmuştur.

An Interval Approximation of Interval Type II Generalized Bell Shaped Fuzzy Number

Keywords
Type II fuzzy number; interval; type I fuzzy number; bell shaped membership function

Abstract

Type II fuzzy numbers are used in the cases where the membership grades are fuzzy. However, those numbers can not be applied on some methods and it is wanted to construct their approximations. In this study, an interval approximation of an interval Type II generalized bell shaped fuzzy number is taken into account and the formulas of the unknown parameters of interval are found for a special case.

1. Giriş

İnsan kararları gerektiren bazı durumlarda kesin olmayan bilgiler söz konusudur ve bulanık küme teorisi bu gibi kesin olmayan bilgilerin ele alınmasında, modellenmesinde, vs. etkin bir şekilde kullanılabilir. (Yeh ve Chu 2004, Chu and Lin 2009).

Bulanık sayı yakınsamaları, özel tipteki bulanık sayılar için geliştirilmiş tekniklerin uygulanabilmesine olanak sağlar. Örneğin, aralık tanımlarına dayanan sıralama tekniklerini kullanabilmek için bulanık sayıların aralık yakınsamaları yapılır ve elde edilen aralıklar ile bulanık sayılar sıralandırılabilir (Chanas 2001).

Literatürde bulanık sayıların yakınsamalarını ele alan çeşitli çalışmalar yer almaktadır. Örneğin, Yeh ve Chu (2014) Öklit uzaklığını kullanarak LR (Sol-Sağ)-Tip bulanık sayı yakınsaması üzerinde çalışmışlardır. Coroianua ve Stefanini (2016) bulanık sayının taşıyıcısını (support) koruyan, aynı zamanda değerini (value) ve belirsizliğini (ambiguity) dikkate alındığı F-dönüşüm ile bulanık sayının genel bir yakınsamasını sunmuşlardır. Nasibov ve Peker (2008) parametrik yamuk bulanık sayı yakınsaması üzerinde çalışmışlar, bulanık sayı ile yakınsaması arasındaki uzaklığı dikkate alan bir yakınsama yöntemi sunmuşlardır. Yeh (2011), Ban vd. (2011), Abbasbandy ve Hajjari (2010), Coroianua vd. (2014), Ban ve Coroianu (2012) ise bulanık sayı yakınsamaları ile ilgili olan diğer araştırmalardan bazılarıdır.

Bulanık kümenin kesin (crips) aralığının oluşturulması, bulanık kümelerin tek bir kesin sayıya dönüştürülmesinden kaynaklanan bilgi kaybını önleyen tekniklerden biridir ve differansiyellenebilmesi bakımından da uygulama alanlarında oldukça kullanışlıdır (Grzegorzewski 2002, Cano et al. 2008). Tüm bu noktalardan yola çıkarak literatürde, aralık yakınsamasını ele alan bazı çalışmalar yapılmıştır. Örneğin, Grzegorzewski (2002) Öklit uzaklığına dayanan bulanık sayının kesin aralığını oluşturmuştur. Chanas (2001) bulanık sayı ile onun yakınsaması arasındaki Hamming uzaklığını en küçük yapan bir aralık yakınsaması sunmuştur. Cano vd. (2008) diferansiyellenebilen bulanık aralık kurulumu için yeni bir yöntem oluşturmuştur.

Literatürde şimdiye kadar ağırlıklı olarak Tip I bulanık kümeleri dikkate alınmıştır. Tip I bulanık kümelerinde her eleman $[0,1]$ aralığında bir üyelik değerine sahiptir ve bu üyelik değeri kesin bir sayıdır (Sanchez et al. 2015). Bir bulanık kümede eğer üyelik değerlerinin kendisi de bulanıksa Tip II bulanık küme tanımı söz konusudur (Greenfield ve Chiclana 2018).

Bu çalışmada, Chanas (2001) çalışmasında kullanılan Hamming uzaklık kavramından esinlenilmiş, aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının özel bir hali için aralık yakınsamasının bilinmeyen parametrelerini veren formüller oluşturulmuştur.

2. Materyal ve Metot

A bulanık kümesi, evrensel küme R ‘den $[0,1]$’e olan bir haritalama olarak tanımlanabilir ve $A: R \to [0,1]$ ile gösterilebilir. A bulanık kümesinin α-kesit kümesi ise

$$A_\alpha = \{x \in R : \mu_A(\mathrm{x}) \geq \alpha\} \tag{2.1}$$

şeklindedir. Burada $\alpha \in [0,1]$ ve A ise R üzerindeki bütün bulanık kümeler ailesinin bir elemanıdır (Zhao and Hu 2015).

Bir A bulanık sayısı $[0,1]$ üzerinde soldan sürekli $(L_A(\alpha), R_A(\alpha))$ fonksiyon çifti ile tanımlanabilir. Burada, $L_A(\alpha)$; $[0,1]$ üzerinde artan, $R_A(\alpha)$; $[0,1]$ üzerinde azalan fonksiyonlardır ve her $\alpha \in [0,1]$ için $L_A(\alpha) \leq R_A(\alpha)$’dır (Yeh and Chu 2014).

Bunun yanı sıra A bulanık sayısının tanımı aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile de verilebilir,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \mu_{A_L}(x) & , \quad a \leq x \leq b \\ 1 & , \quad b \leq x \leq c \\ \mu_{A_R}(x) & , \quad c \leq x \leq d \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \tag{2.2}$$

Burada, $\mu_{A_L}(x), \mu_{A_R}(x): R \to [0,1]$; $\mu_{A_L}(x)$ azalmayan sol taraf fonksiyonu, $\mu_{A_R}(x)$ artmayan sağ taraf fonksiyondur ve $a = -\infty$, veya $a = b$ veya $c = d$ veya $d = \infty$ olabilir (Grzegorzewski 2002, Chu and Lin 2009).

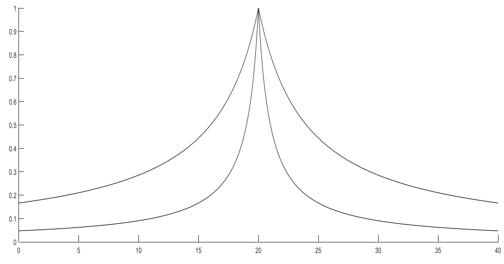
$L_A(\alpha)$, $\mu_{A_L}(x)$’in ters fonksiyonu; $R_A(\alpha)$, $\mu_{A_R}(x)$’in ters fonksiyonudur (Nasibov and Peker 2008).

Aralık Tip II bulanık kümesi alt ve üst fonsiyonları ile gösterilebilirler (Sanches et al. 2015). Aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının iç ve dış fonsiyonları aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{A_i}(\mathrm{x}) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{u_A-\mathrm{x}}{n_{A_i}}\right)^{2r_{L_i}}} & , \quad \mathrm{x} \leq u_A \\ \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{x-u_A}{m_{A_i}}\right)^{2r_{R_i}}} & , \quad \mathrm{x} \geq u_A \end{cases} \tag{2.3}$$

$$\mu_{A_d}(\mathrm{x}) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{u_A-\mathrm{x}}{n_{A_d}}\right)^{2r_{L_d}}} & , \quad \mathrm{x} \leq u_A \\ \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{x-u_A}{m_{A_d}}\right)^{2r_{R_d}}} & , \quad \mathrm{x} \geq u_A \end{cases} \tag{2.4}$$

Burada $r_{L_i} = r_{L_d}$ ve $r_{R_i} = r_{R_d}$’dir ve parametre değerleri, iç fonksiyonun üyelik derecesi dış fonksiyonun üyelik derecesinden daha yüksek olmayacak şekildedir. $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ için aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısı Şekil 1’de gösterilmiştir.



Şekil 1. $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ durumunda aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayı.

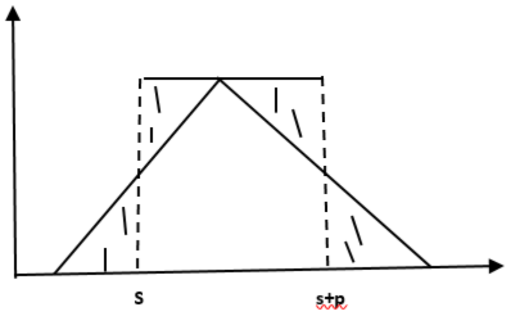
Herhangi I_s aralığı aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile tanımlanabilir,

$$\mu_{I_s}(x) = \begin{cases} 1 \quad , & x\epsilon[s, s+p] \\ 0 \quad , & aksi\ halde \end{cases} \qquad (2.5)$$

Chanas (2001) bulanık sayı ve onun yakınsaması olan aralık arasındaki uzaklığı bulabilmek için aşağıdaki Hamming uzaklığını kullanmıştır,

$$H(I_s, A) = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\mu_{I_s}(x) - \mu_A(x)\right| dx \qquad (2.6)$$

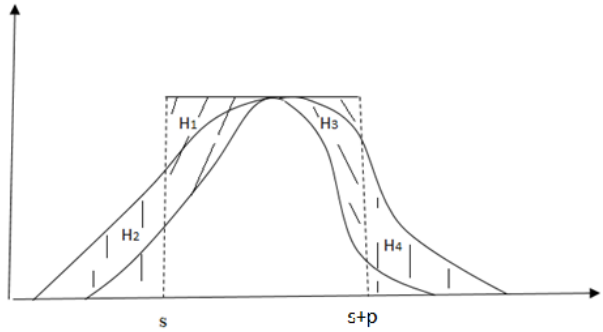
Bu uzaklığın görsel gösterimi Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Aralık ve Tip I üçgen bulanık sayı arasındaki Hamming uzaklığının görseli.

3. Bulgular

Chanas (2001) Hamming uzaklığını kullanarak Tip I bulanık sayısının aralık yakınsamasını bulmuştur. Kullanılan uzaklık tanımına ait (2.6) formülünde bir üyelik fonksiyonuna bağlı işlem yapılmaktadır. Bu bölümde Chanas (2001)'in kullandığı yöntemden esinlenilerek aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının yakınsaması olan I_s aralığı elde edilmeye çalışılmıştır. Bunun için aralık Tip II bulanık sayısı ile yakınsaması olan I_s aralığının arasındaki kalan boşluk dikkate alınmış ve bu boşluğun en küçük değerini verecek parametreler bir minimizasyon probleminin çözümü ile bulunmuştur. Boşluk tanımlamasında $L_{A_d}(1) = L_{A_i}(1) = R_{A_d}(1) = R_{A_i}(1)$ olduğu aralık Tip II bulanık sayısı tanımı dikkate alınmış ve yakınsamada kullanılan boşluğun tanımı Şekil 3'de görsel olarak açıklanmaya çalışılmıştır. Şekilde görüldüğü üzere, Aralık Tip II bulanık sayısında iki üyelik fonksiyonu söz konusu olduğu için kullanılan boşlukta maksimum mesafe dikkate alınarak işlem yapılmıştır. Yakınsaması yapılan aralıkta "1" üyelik derecesine sahip kısımda, aralık Tip II bulanık sayısının iç fonksiyonu ile kendisi arasındaki Hamming uzaklık, diğer kısımlarda ise aralık ile dış fonksiyon arasındaki Hamming uzaklık dikkate alınmıştır.



Şekil 3. Aralık Tip II bulanık sayı ile aralık sayı arasında kullanılan boşluğun görseli.

Bu boşluğun oluşturulmasında, $\left[L_{A_d}(0), s\right]$, $[s, s+p]$, $\left[s+p, R_{A_d}(0)\right]$ sınırları için aşağıdaki tanım dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned} \mathrm{B} = & \max\{uzaklık\left(I_s, \mu_{A_i}\right) | x \in \left[L_{A_d}(0), s\right], \\ & uzaklık\left(I_s, \mu_{A_d}\right) | x \in \left[L_{A_d}(0), s\right]\} \\ & + \max\{uzaklık\ \left(I_s, \mu_{A_i}\right) | x \in [s, s+p], \quad (3.1) \\ & uzaklık\left(I_s, \mu_{A_d}\right) | x \in [s, s+p]\} \\ & + \max\{uzaklık\left(I_s, \mu_{A_i}\right) | x \in \left[s+p, R_{A_d}(0)\right], \\ & uzaklık\left(I_s, \mu_{A_d}\right) | x \in \left[s+p, R_{A_d}(0)\right]\} \end{aligned}$$

Şekil 3'te $B = H_2 + H_1 + H_3 + H_4$ boşluğu görsel olarak açıklanmaya çalışılmıştır. Burada $[s, s+p]$ aralığında μ_{I_s} ve μ_{A_i} arasındaki uzaklık; $\left[L_{A_d}(0), s\right]$, $\left[s+p, R_{A_d}(0)\right]$ aralıklarında ise μ_{I_s} ve μ_{A_d} arasındaki uzaklık hesaplamaya katılmıştır.

Verilen aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının aralık yakınsaması, bulanık sayı ve I_s yakınsaması arasındaki B boşluğunun en küçük değerini veren s ve p bilinmeyen parametrelerinin elde edilmesi ile bulunabilir. Bu çalışmada $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ olduğu aralık Tip II genelleştirilmiş bulanık sayısı dikkate alınmış ve B boşluğunun en küçük değerini veren parametre formülleri elde edilmek istenmiştir.

Verilen bulanık sayısı, aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli olduğunda (3.1) deki B boşluğu

$$B = \int_{x_{min}}^{s} \frac{1}{1+\left(\frac{u_A - x}{n_{A_d}}\right)^{2r_{L_d}}} dx + (u_A - s)$$

$$- \int_{s}^{u_A} \frac{1}{1+\left(\frac{u_A - x}{n_{A_i}}\right)^{2r_{L_i}}} dx$$

$$+(s + p - u_A) - \int_{u_A}^{s+p} \frac{1}{1+\left(\frac{x - u_A}{m_{A_i}}\right)^{2r_{R_i}}} dx$$

$$+ \int_{s+p}^{x_{max}} \frac{1}{1+\left(\frac{x - u_A}{m_{A_d}}\right)^{2r_{R_d}}} dx \qquad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. İlgili integral hesaplamaları yapıldığında, $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ durumu için (3.3)'deki B eşitliğine ulaşılır,

$$B = \int_{x_{min}}^{s} \frac{n_{A_d}}{n_{A_d} + u_A - x} dx + (u_A - s)$$

$$- \int_{s}^{u_A} \frac{n_{A_i}}{n_{A_i} + u_A - x} dx + (s + p - u_A)$$

$$- \int_{u_A}^{s+p} \frac{m_{A_i}}{m_{A_i} + x - u_A} dx$$

$$+ \int_{s+p}^{x_{max}} \frac{m_{A_d}}{m_{A_d} + x - u_A} dx \qquad (3.3)$$

Sınırlar yerine konulduğunda ise (3.4)'teki eşitlik elde edilir,

$$\begin{aligned} B = &-n_{A_d} \ln(u_A + n_{A_d} - s) \\ &+ n_{A_d} \ln(u_A + n_{A_d} - x_{min}) + (u_A - s) \\ &+ n_{A_i} \ln(n_{A_i}) - n_{A_i} \ln(u_A + n_{A_i} - s) \\ &+ (s + p - u_A) \\ &- m_{A_i} \ln(-u_A + m_{A_i} + s + p) + m_{A_i} \ln(m_{A_i}) \\ &+ m_{A_d} \ln(-u_A + m_{A_d} + x_{max}) \\ &- m_{A_d} \ln(-u_A + m_{A_d} + s + p) \end{aligned} \qquad (3.4)$$

B'nin en küçük değerlerini veren s ve p parametrelerinin bulunması için $\frac{\partial B}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial p} = 0$ eşitlikleri sağlayan değerler bulunur.

Teorem: $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ durumu için verilen aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının, (3.1)'de verilen B amaç fonksiyonunun değerini en küçük yapan I_s aralığının üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{I_s}(x) = \begin{cases} 1, x \epsilon \left[u_A - \sqrt{n_{A_d} n_{A_i}}, u_A + \sqrt{m_{A_d} m_{A_i}}\right] \\ 0, aksihalde \end{cases} \qquad (3.5)$$

şeklindedir.

İspat: $r_{L_i} = r_{R_i} = r_{L_d} = r_{R_d} = 0.5$ için aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısının, I_s aralık yakınsaması (3.4)'teki B boşluğunun minimizasyonu, $\frac{\partial B}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial p} = 0$ eşitliklerini sağlayan s ve p parametrelerinin elde edilmesi ile bulunur. Buradan

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial s} = \frac{n_{A_d}}{u_A + n_{A_d} - s} - 1 + \frac{n_{A_i}}{u_A + n_{A_i} - s} + 1 \\ + \frac{-m_{A_i}}{-u_A + m_{A_i} + s + p} \\ + \frac{-m_{A_d}}{-u_A + m_{A_d} + s + p} = 0 \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial p} = 1 + \frac{-m_{A_i}}{-u_A + m_{A_i} + s + p} \\ + \frac{-m_{A_d}}{-u_A + m_{A_d} + s + p} = 0 \end{aligned}$$

eşitlikleri elde edilir. $\frac{\partial B}{\partial p} = 0$'dan

$$\begin{aligned} (-u_A + m_{A_i} + s + p)(-u_A + m_{A_d} + s + p) \\ - m_{A_i}(-u_A + m_{A_d} + s + p) \\ - m_{A_d}(-u_A + m_{A_i} + s + p) = 0 \end{aligned}$$

ve buradan da

$$\begin{aligned} (-u_A + s + p)^2 + m_{A_i}(-u_A + s + p) \\ + m_{A_d}(-u_A + s + p) + m_{A_i} m_{A_d} \\ - m_{A_i}(-u_A + m_{A_d} + s + p) \\ - m_{A_d}(-u_A + m_{A_i} + s + p) = 0 \end{aligned}$$

eşitliği elde edilir. Sadeleştirme yapıldıktan sonra

$$(-u_A + s + p)^2 = m_{A_i} m_{A_d}$$

sonucuna ulaşılır ve

$$s + p = u_A + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}$$

olarak bulunur. $\frac{\partial B}{\partial s} = 0$ ele alındığında

$$\frac{n_{A_d}}{u_A + n_{A_d} - s} + \frac{n_{A_i}}{u_A + n_{A_i} - s} + \frac{-m_{A_i}}{m_{A_i} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}} + \frac{-m_{A_d}}{m_{A_d} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}} = 0$$

eşitliği ve sırasıyla

$$\frac{n_{A_d}(u_A + n_{A_i} - s) + n_{A_i}(u_A + n_{A_d} - s)}{(u_A + n_{A_i} - s)(u_A + n_{A_d} - s)} + \frac{-m_{A_i}\left(m_{A_d} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}\right) - m_{A_d}\left(m_{A_i} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}\right)}{\left(m_{A_i} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}\right)\left(m_{A_d} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}\right)} = 0$$

ve

$$\frac{u_A\left(n_{A_d} + n_{A_i}\right) + 2n_{A_d} n_{A_i} - s(n_{A_i} + n_{A_d})}{(u_A - s)^2 + \left(n_{A_d} + n_{A_i}\right)(u_A - s) + n_{A_d} n_{A_i}} + \frac{-2m_{A_i} m_{A_d} - \left(m_{A_i} + m_{A_d}\right)\sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}}{2m_{A_i} m_{A_d} + \left(m_{A_i} + m_{A_d}\right)\sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}} = 0$$

elde edilir. Sadeleştirme işlemleri sonucunda

$$\frac{u_A\left(n_{A_d} + n_{A_i}\right) + 2n_{A_d} n_{A_i} - s(n_{A_i} + n_{A_d})}{(u_A - s)^2 + \left(n_{A_d} + n_{A_i}\right)(u_A - s) + n_{A_d} n_{A_i}} = 1$$

ve

$$(u_A - s)^2 + \left(n_{A_d} + n_{A_i}\right)(u_A - s) + n_{A_d} n_{A_i} = u_A\left(n_{A_d} + n_{A_i}\right) + 2n_{A_d} n_{A_i} - s(n_{A_i} + n_{A_d})$$

eşitliğine ulaşılır. Bu eşitlikten

$$s = u_A - \sqrt{n_{A_d} n_{A_i}}$$

elde edilir. s değeri yerine konularak

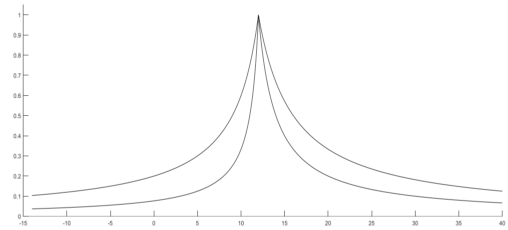
$$p = \sqrt{n_{A_d} n_{A_i}} + \sqrt{m_{A_i} m_{A_d}}$$

sonucuna ulaşılır.

Örnek: İç ve dış fonksiyonları aşağıdaki gibi olan Şekil 4'te verilen Aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayısı dikkate alınsın.

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\left(\frac{12-x}{1}\right)^1}, & x \leq 12 \\ \frac{1}{1+\left(\frac{x-12}{2}\right)^1}, & x \geq 12 \end{cases}$$

$$\mu_{A_d}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\left(\frac{12-x}{3}\right)^1}, & x \leq 12 \\ \frac{1}{1+\left(\frac{x-12}{4}\right)^1}, & x \geq 12 \end{cases}$$



Şekil 4. Örnekte verilen aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayı

Şekil 4'te verilen bulanık sayının, (3.5) eşitliği kullanılarak elde edilen I_s aralık yakınsamasının üyelik fonksiyonu

$$\mu_{I_s}(x) = \begin{cases} 1, x \epsilon \left[12 - \sqrt{3}, 12 + \sqrt{8}\right] \\ 0, aksihalde \end{cases}$$

şeklindedir.

4. Tartışma ve Sonuç

Belirsiz bilgiler günlük yaşamamızda karşımıza çıkabilir ve bu belirsizliği bulanık küme teorisi ile ele alabiliriz. Yapılan çalışmalarda üyelik değerlerinin de bulanık olduğu durumlar söz konusu olabilir ve bu gibi durumlarda Tip II bulanık sayısı kullanılabilir. Ancak kullandığımız Tip II bulanık sayıyı tüm yöntemlerde her zaman uygulayamayabiliriz. Bu nedenle, daha önceki çalışmalar bulanık sayı yakınsaması kullanımını bir avantaj olarak görmüştür.

Bu çalışmada aralık Tip II genelleştirilmiş çan şekilli bulanık sayının aralık yakınsaması oluşturulmuştur. Bulanık sayı ile yakınsaması arasındaki boşluk küçültülmeye çalışılarak aralığın optimal parametrelerine ilişkin formüller bulunmuştur.

5. Kaynaklar

Abbasbandy, S. and Hajjari, T., 2010. Weighted trapezoidal approximation-preserving cores of a fuzzy number, *Comput. Math. Appl.* **59** 3066–3077

Ban, A.I., Brândaş, A. Coroianu, L., Negrutiu, C., Nica, O, 2011. Approximations of fuzzy numbers by trapezoidal fuzzy numbers preserving the ambiguity and value, *Comput. Math. Appl.* **61**, 1379–1401.

Ban, A.I. and Coroianu, L., 2012. Nearest interval, triangular and trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving ambiguity, *Int. J. Approx. Reason*. **53**, 805–836.

Cano, Y.C., Flores, H.R., Gomide, F., 2008. A new type of approximation for fuzzy intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, **159**, 1376-1383.

Chanas, S., 2001. On the interval approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, **122**, 353-356.

Chu, T.C. and Lin, Y.C.., 2009. An interval arithmetic based fuzzy TOPSIS model. *Expert Systems with Applications,* **36**, 10870-10876.

Coroianu, L., Gal, S.G., Bede, B., 2014. Approximation of fuzzy numbers by Bernstein operators of max-product kind, *Fuzzy Sets Systems*, **257**, 41–66.

Coroianu, L., Stefanini, L. 2016. General approximation of fuzzy numbers by F-transform. *Fuzzy Sets and Systems*, **288**, 46-74.

Greenfield, S. and Chiclana, F., 2018. Type-Reduced Set structure and the truncated type-2 fuzzy set. *Fuzzy Sets and Systems*, **352**, 119-141.

Grzegorzewski, P., 2002. Nearest interval approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, **130**, 321-330.

Nasibov, E.N. and Peker, S, 2008. On the nearest parametric approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, **159**, 1365-1375.

Sanchez, M.A., Castillo, 0. and Castro, J.R., 2015. Generalized Type-2 Fuzzy Systems for controlling a mobile robot and a performance comparison with Interval Type-2 and Type-1 Fuzzy Systems. *Expert Systems with Applications,* **42**, 50904-50914.

Yeh, C.T., 2011. Weighted semi-trapezoidal approximations of fuzzy numbers, *Fuzzy Sets Systems,* **165**, 61–80.

Yeh, C.T. and Chu, H.M., 2014. Approximations by LR-type fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, **257**, 23-40.

Zhao, X.R. and Hu, B.O., 2015. Fuzzy and interval-valued fuzzy decision-theoretic rough set approaches based on fuzzy probability measure. *Information Sciences*, **298**, 534-554.