

## The Using of Latent Growth Models for Educational Researches

Petek Aşkar\*

Halil Yurdugül\*\*

**ABSTRACT:** The concept of education is explained with some concepts such as development, change, and growth. Because of it, educational measurements used to determine learners' achievement growth and cognitive development, or learners' status of achievement. Linear or nonlinear traditional statistical models used for status of analysis. To determine the change commonly used paired t test statistics, constructed on the pre-test and post-test experimental design, and variance of analysis based on repeated measurements. However, these methods include some limitations and not enough to define the growth. On the other side, the latent growth modelling has been increasingly used to analyze longitudinal data, especially for educational researches. In this article, the latent growth modelling was dealt with for educational purposes and discussed. Also to determine the achievement growth (cognitive development), the all of latent growth models have been applied on a simulated data set.

**Key Words:**

### SUMMARY

**Purpose and Significance:** The educational purposes are commonly explained in terms of the *change* because learning implies change. In traditional approaching, classical statistical modelling yielded a lot of correlated errors in developmental researches. The other experimental design, commonly used, consists of pre-test and post-test based on two occasional data and the model not enough for explain the growth. Latent growth modelling has been used for analyzing of longitudinal data gathered from more occasional data. Latent growth models analyze longitudinal changes in means, variances, and covariances of variables. Latent growth curve methodology also provides a means of modelling a developmental function as a factor repeated observations over time in educational researches. The developmental trajectories in educational studies are generally monotonic increasing functions based on longitudinal data include cognitive measures based on achievement data. So the graphical representation of longitudinal data shows cognitive developmental trajectories. We renamed the intercept parameter in LGM as *priori achievement* parameter and the slope parameter *as ratio of cognitive development*. In this article, using the univariate and multivariate LGM for educational aims were introduced and the models were applied to repeated data in Turkish, mathematics, and sciences.

**Method:** The achievement growth in learning domains of Turkish, mathematics, and sciences separately tested with unconditional LGM and conditional LGM respect to gender. Also to determine relations among latent growth factor patterns used the associative LGM in terms of multivariate LGM. We used the second order LGM to test whether higher order learning construct describes the relations among lower order developmental factors.

**Results and Discussion:** In this study, we analyzed the different six latent growth models sequentially for three learning domain and each learning domain consist with three measurement occasions. Each data set fits linear growth with satisfied data-fit index values. The findings in each model were discussed according to educational approaching. It was declared in this study, it is important to use the multivariate LGM in educational researches, because latent growth factors have relations such as the growth achievement (slope) in mathematics and priori achievement (intercept) in reading (in Turkish).

\* Prof. Dr., Hacettepe University, Computer Education & Instructional Technologies, paskar@hacettepe.edu.tr

\*\* Dr., Hacettepe University, Computer Education & Instructional Technologies, yurdugul@hacettepe.edu.tr

# Örtük Büyüme Modellerinin Eğitim Araştırmalarında Kullanımı

Petek Aşkar\*

Halil Yurdugül\*\*

**ÖZ:** Eğitim kavramı bir gelişim sürecini ifade eder. Bu nedenle eğitimdeki ölçmeler, öğrencilerin başarı durumlarının belirlenmesinin yanı sıra onların gelişim durumlarının da belirlenmesini gerektirir. Geleneksel istatistiksel yöntemler genellikle durum belirleme çalışmalarında kullanılmaktadır. Gelişimin belirlenmesinde ise yaygın bir şekilde öntest-sontest deneysel düzeneğinde bağımlı örneklem *t* testi ya da tekrarlı ölçümler düzeneğindeki varyans analizi yöntemlerinin kullanıldığı görülmektedir. Gelişimin belirlenmesinde bu yaklaşımlar bir çok olumsuzluğu da içermektedir. Bununla birlikte son zamanlarda sıkça kullanılmaya başlanan örtük büyüme modelleri eğitim alanında da kullanılmaya başlanmıştır. Bu çalışmanın amacı örtük büyüme modellerinin eğitsel amaçlı kullanılmasını tartışmak ve eğitsel değişkenler üzerinde kullanımını ele almaktır.

**Anahtar Sözcükler:**

## GİRİŞ

Eğitimin temel konusu öğrenenlerdeki bilişsel, duyuşsal ya da devinişsel gelişmelerdir. Bu nedenle eğitim üzerine yapılan tanımlamalar genellikle “süreç”, “değişim” ve/veya “gelişim” kavramları ile birlikte ifade edilir. Ölçmeye konu olan kavrama ilişkin gelişimi analiz edebilmek için ise aynı özelliğe ilişkin farklı zamanlarda elde edilen tekrarlı ölçmelere ihtiyaç vardır. Bu tür ölçmelerden elde edilen veriler “boylamsal veriler” (longitudinal data) olarak adlandırılmaktadır. Bununla birlikte; eğitim alanında yapılan araştırmalarda “enlemsel veriler” (latitudinal data) de kullanılmaktadır. Enlemsel veriler zamanın herhangi bir kesitinde elde edilen ölçmeleri ifade eder ve genellikle bu tür verilerin çözümlenmesinde geleneksel istatistiksel modellemeler kullanılır. Enlemsel veriler öğrenenlerin başarı düzeylerini belirleme gibi *durumsal analizlere* (analysis of status) uygun iken boylamsal veriler öğrenendeki gelişimin modellenmesinde önemli bir rol oynar ve bu tür analizler; *değişim analizleri* (analysis of change), *büyüme analizleri*<sup>1</sup> (analysis of growth) ya da *yörünge analizleri* (analysis of trajectory) gibi adlandırılmalar ile anılmaktadır.

Günümüzde gelişimi ve/veya değişimi belirlemek üzere elde edilen verilerin çözümlenmesinde örtük büyüme modelleri (latent growth model) sıkça kullanılmaya başlanmıştır. Ancak bu modeller özellikle sosyoloji, psikoloji, biyoloji ve sağlık konularında yaygın bir şekilde kullanılmasına karşın eğitim amaçlı kullanımları henüz yenidir. Bu çalışmanın amacı da değişim analizi kapsamında örtük büyüme modellerinin ele alınması ve eğitsel amaçlara uygun kullanılmasının tartışılmasını içermektedir.

## Gelişim Analizi ve Büyüme Modelleri

Eğitim planlanmış ve yapılandırılmış bir süreçtir ve bu süreç herhangi bir öğrenme alanındaki etkinlikler yardımı ile öğrencideki bilişsel, duyuşsal ya da devinişsel gelişmeyi konu alır. Sürecin etkililiği, öğrenendeki gelişim ile ilgilidir ve bu gelişimlerin artan yönde olma beklentisi söz konusudur. Herhangi bir öğrencinin zamana göre yapılan ölçümleri, ilgili öğrencinin *bilişsel gelişim yörüngesini* ortaya koyacaktır. Bilişsel gelişim yörüngeleri hem öğrenciyi tanıma konusunda hem de öğretim programının etkililiği konusunda bilgiler içermektedir. Örneğin Çizim 1’de üç farklı zamanda elde edilen ölçme sonuçlarına göre üç farklı öğrencinin sırasıyla “artan bilişsel gelişim yörüngesi”, “durağan bilişsel gelişim yörüngesi” ve “azalan bilişsel gelişim yörüngesi” verilmiştir.

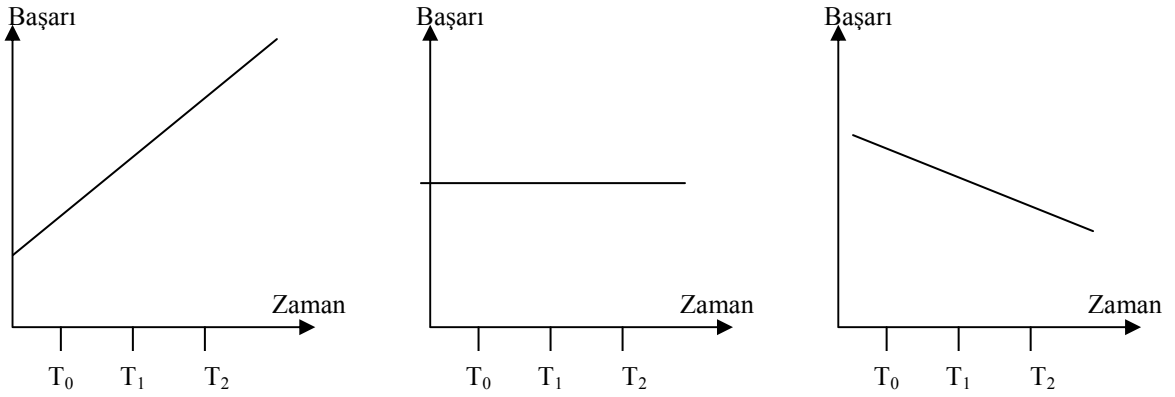
Eğitim alanında yapılan araştırmalarda genellikle bir öğrenme sürecinin etkililiği yaygın olarak (zamanın yalnızca iki noktasındaki ölçmelere dayalı olarak) öntest ve sontest modeli ile çözümlenmek

\* Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü, paskar@hacettepe.edu.tr

\*\* Dr., Hacettepe Üniversitesi, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü, yurdugul@hacettepe.edu.tr

<sup>1</sup> İlgili literatürde bu analizler “değişim”, “büyüme”, “gelişim” ya da “yörünge” analizleri olarak adlandırılmaktadır. Ancak eğitim alanında ele alınan büyüme ve/veya değişim, öğrencideki bilişsel, duyuşsal ya da devinişsel gelişimi işaret ettiği için bu çalışmada “gelişim” kavramının kullanımı tercih edilmiştir.

suretiyle ortalamalardaki değişimin test edildiği görülmektedir. Ancak her iki ölçme uygulaması arasındaki puan farkları “kazanım puanı” (gain score) olarak kullanılıp kullanılmayacağı ya da bu ölçme sonuçlarının güvenilirliği, ölçme literatüründe tartışma konusu olmuştur (Bkz: Bereiter, 1963, Lohman, 1999). Çünkü güvenilirlik ölçme aracının kararlılığına ilişkin bir özelliktir. Bununla birlikte öğrenci başarı puanlarının çözümlenmesinde kullanılan klasik test kuramının bu tür büyüme modellerinde kullanılmayacağı araştırmacılar tarafından bir tartışma başlatılmıştır (Rogosa, 1988; Witmann, 1988). Tartışmanın güvenilirlik boyutunda olmasının en önemli nedenlerinden birisi; güvenilirliğin genel varyansın ayrıştırılması ile elde edilmesidir. Büyüme puanlarının ise yine varyans ayrışması üzerinde modellenmesi varyans analizi (ANOVA) üzerine kurulu tekrarlı ölçümler modeli ile kullanılmaktadır. Bu konudaki diğer bir tartışma ise; Duncan vd. (2006) ve Bollen ve Curan (2006), her bir zaman kesitinde yapılan ölçmeleri “dalga” (wave) olarak nitelendirmiş ve 2-dalga ölçümlerinin büyüme göstermedeki yetersizliğini vurgulamışlardır.



Çizim 1: Öğrencinin gelişim yörüngesi

Boylamsal veriler zamana göre elde edildiğinden dolayı bu tür verilerin analizinde kullanılan istatistiksel modeller sıkça ilişkili ölçme hataları (correlated errors) üretir. Bu nedenle değişimin analizinin modellenmesinde alışlagelmiş doğrusal istatistiksel modellerin kullanılması uygun değildir. Günümüze kadar boylamsal verilerin analizinde ARMA/ARIMA gibi zaman serilerini içeren otoregresif modeller, Cox regresyon modeli, bağımlı örneklem t testi (paired sample t test) üzerine kurulu öntest-sontest deneysel modelleri ya da ANOVA üzerine kurulu tekrarlı ölçüm modelleri (repeated measurement model) kullanılmaktaydı. Ancak bu tür modellerin en önemli olumsuzlukları; a) zamanı sürekli bir değişken olarak değil, aksine kategorik birer değişken olarak ele almaları, b) psiko-eğitsel yapıdaki (örneğin matematik yeteneği, okuduğunu anlama becerisi, problem çözme becerisi, grafik yorumlama becerisi vb.) değişimden daha çok verisel değişimi (varyans) modellemeleri, c) yapısal modellemelere uygun olmaması, d) genellikle doğrusal model ile çalışmalarını ve e) modellerde az sayıda bağımlı ve bağımsız değişkene yer vermeleridir.

Genel olarak; eğitim amaçlı yapılan ölçmeler psiko-eğitsel yapıları belirlemeye yöneliktir. Bununla birlikte *gelişimin (büyüme) kendisi de aynı zamanda bir psiko-eğitsel yapıdır*. Bu nedenle öğrencilerin özellikle eğitim alanındaki bilişsel, duyuşsal ya da devinişsel gelişimlerinin modellenmesi yapısal değişkenlere dayalı büyüme modeli kapsamında ele alınan “örtük büyüme modelleri” (latent growth model) ile yapılandırıldığında daha anlamlı sonuçlar elde edilebilir. Örtük büyüme modelleri, yapısal eşitlik modellerinin (örneğin doğrulayıcı faktör analitik modeli) boylamsal veriler için geliştirilmiş biçimi olarak da ifade edilebilir. Gelişimin belirlenmesi örtük büyüme modellerinin diğer model ve çözümlere (bağımlı örneklem t-testi, ANOVA, ANCOVA vd) göre daha güçlü ve sağlam sonuçlar ürettiği (Fan ve Fan, 2005) ve daha iyi özelliklere sahip olduğu yapılan araştırmalar ile ifade edilmiştir (Fan, 2003; Fan ve Fan, 2005; Muthén ve Curran, 1997; Duncan vd., 2002). Boylamsal verilerin yapısal çözümlenmesi Lisrel, Amos, EQS ve HLM gibi paket programlar ile olanaklıdır.

## Örtük Büyüme (Gelişim) Modelleri

Büyüme ve/veya gelişimi bir örtük yapı olarak ele alan örtük büyüme modelleri psikoloji, sosyoloji, biyoloji gibi uygulama alanlarında sıkça kullanılmaktadır. Bu alanlarda ele alınan kavramların bir kısmı zamana göre artan ya da azalan yörüngelere sahiptir. Ancak eğitimde kullanılan örtük büyüme modellerinde genellikle ele alınan özelliklerin gelişimiyle ilgilenilir. Çünkü eğitim öğrenme ürünlerindeki gelişim ile ilgilenir. Bununla birlikte; eğitim alanında büyüme ve gelişim kavramları çok sık ele alınmasına karşın eğitim konusunda ÖBM üzerine çalışmalar ise çok sınırlıdır. Şu ana kadar yapılan çalışmalara örnek olarak; Muthén ve Khoo (1998), Hess (2000), Fan (2001), Kaplan (2002) Newmann, Smith, Allensworth ve Bryk (2001), Byrne ve Crombie (2003), Hong ve Ho (2005), Yin, Schmidt ve Besag (2006), Grimm (2007) tarafından yapılan çalışmalar verilebilir.

ÖBM zaman üzerinden elde edilen verilerin gelişimini ortaya çıkarmak üzere yapısal bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım iç içe iki farklı modellemeyi gerektirir. Bunlardan ilki *Düzey I* (level 1) olarak ele alınan öğrenenin kendisine ilişkin gelişimi, diğeri ise *Düzey II* (level 2) olarak adlandırılan öğrenenler arası değişimin modellenmesidir. Düzey I modeli, bir tek öğrencinin zamana göre gelişim yörüngesini ortaya koyar (Bollen ve Curan, 2006; Duncan vd., 2006; Byrne ve Crombie, 2003). Bu model;

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_i T_i + E_i \quad (1)$$

şeklinde. Burada  $Y_{it}$ ; i. öğrencinin t. zamandaki başarı puanını,  $\alpha_i$ ; i. öğrencinin  $t_0$  zamanındaki puanını yani Çizim 1'deki gelişim yörüngesinin *sabit*<sup>2</sup> değerini ve  $\beta_i$  ise i. öğrencinin bilişsel gelişim yörüngesinin *eğimi*<sup>2</sup> göstermektedir.  $\beta_i$  değerleri aynı zamanda gelişim/büyüme/değişim hızını gösteren trend değerleridir.

Eşitlik 1 ile verilen ifade tek bir öğrenciye ilişkin modeldir. Öğrencinin içinde bulunduğu grubun (Düzey II) modeli ise; tüm öğrenciler üzerinden sabit ve eğim katsayılarının ortalamalarını içermektedir:

$$\alpha_i = \mu_\alpha + \sigma_\alpha^2 \quad (2)$$

$$\beta_i = \mu_\beta + \sigma_\beta^2 \quad (3)$$

Eşitlik 2 ve Eşitlik 3 ile verilen ifadeler Eşitlik 1 ile verilen ifadede yerine konulursa birleşik modele ulaşmaktadır:

$$Y_{it} = (\mu_\alpha + \sigma_\alpha^2) + (\mu_\beta + \sigma_\beta^2) T_i + E_i \quad (4)$$

ÖBM'ni diğer benzer modellerden ayıran bir diğer özellik ise Eşitlik 2 ve 3 ile verilen sabit ve eğim değişkenlerini "örtük faktör" (latent factors) olarak tanımlaması ve bu örtük faktörleri göre doğrulayıcı faktör analizi (DFA) ile çözümlenmesidir. Bununla beraber, ÖBM 4 farklı modelden oluşabilmektedir (Bollen ve Curan, 2006; Duncan vd., 2006). Bunlar sırasıyla;

- A-Tekdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri (Univariate Latent Growth Models)
  - a) koşulsuz örtük büyüme modeli (Unconditional Latent Growth Models)
  - b) koşullu örtük büyüme modeli (Conditional Latent Growth Models)
- B- Çokdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri (Multivariate Latent Growth Models)
  - a) İlişkisel örtük büyüme modelleri (Associative Latent Growth Models)
  - b) Hiyerarşik örtük büyüme modelleri (Second Order Latent Growth Models)
    - i) Büyüme eğrileri faktörü (factor-of-curves)
    - ii) Büyüme faktörleri eğrisi (curve-of-factors)

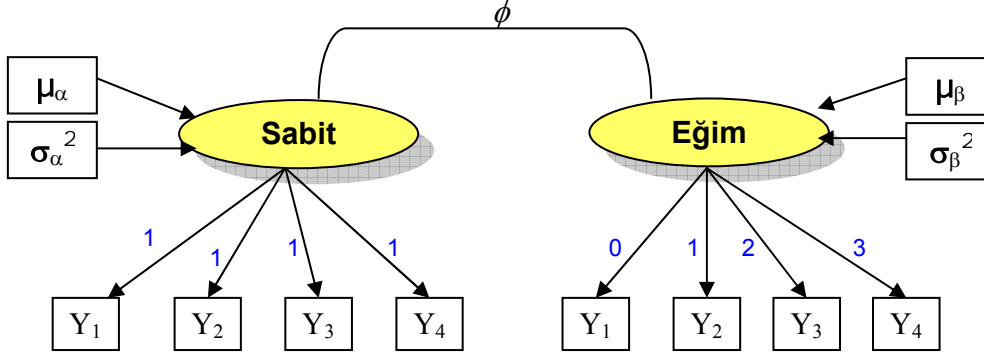
### A-Tekdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri

Tekdeğişkenli örtük büyüme modelleri, ölçmeye konu olan tek bir özelliğe ilişkin tekrarlı ölçümlerin yer aldığı modelleri içermektedir. Bu modeller tekdeğişkene bağlı olarak büyüme tanımlamakta kullanılabilirdiği gibi, büyümenin alt gruplarda nasıl gerçekleştiğini belirlemede kullanılabilir. Bu modeller tekdeğişkene bağlı olarak büyüme tanımlamakta kullanılabilirdiği gibi, büyümenin alt gruplarda nasıl gerçekleştiğini belirlemede kullanılabilir.

<sup>2</sup> Bu çalışmada *sabit* kavramı, önsel başarı düzeyi ve *eğim* kavramı ise başarıdaki büyüme olarak ele alınmıştır.

### a) Koşulsuz örtük büyüme modeli

Bu model, Eşitlik 1, 2 ve 3 ile verilen ifadelerden oluşur ve Düzey II modelinin yapısal eşitlik modeliyle çözümlenmesini konu olarak ele alır. Bazı kaynaklarda koşulsuz ÖBM, “iki faktörlü büyüme modeli” olarak da adlandırılmaktadır. Buna göre koşulsuz örtük büyüme modeli Çizim 2’de gösterilmiştir.



Çizim 2: Koşulsuz örtük büyüme modeli

Burada  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  ve  $Y_4$  aynı yapıyı ölçmek üzere uygulanmış 4 farklı zamanda yapılan ölçmeleri göstermektedir. ÖBM’nin doğrulayıcı faktör çözümlemesinde, faktör yükleri önbelirli (fixed) değerler ile çözümlenmektedir. Örneğin konu edilen büyüme doğrusal ve ölçümler eşit zaman aralıklarında yapılmış ise; yapısal sabit faktörünün yükleri her bir ölçme için 1 ve eğim faktörünün yükleri ise 0, 1, 2, 3, ... şeklindedir (Çizim 2). Eğer ölçüm aralıkları ya da büyüme/gelişim hızı doğrusal değil ise sabit faktörünün yükleri yine 1 olarak ele alınırken eğim faktörünün yükleri ise farklı önbelirli değerler alabilmektedir (Bollen ve Curan, 2006; Duncan vd., 2006; Hancock, Kuo ve Lawrence, 2001; Sayer ve Cumsille, 2001). Örneğin karesel büyümeler için bu değerler 0, 1, 4 ve 9 şeklinde olacaktır. Bununla birlikte eğim faktörünün tüm faktör yüklerinin önbelirli olması zorunlu değildir, bazı faktör yükleri serbest bırakılabilir. Meredith ve Tisak (1990) ise ÖBM’nin çözümlenmesinde en az iki faktörün önbelirli olması gerektiğini ifade etmiştir.

Eğim faktörüne ilişkin faktör yükleri her ne kadar önbelirli olsa da bu yükler standartlaştırıldığında elde edilen değerler regresyon analizindeki etki genişlikleri olarak kullanılabilir (Yin, Schmidt & Besag; 2006).

#### ÖBM Parametreleri

Tekdeğişkenli ÖBM’nde 5 adet parametre ön plana çıkmaktadır. Bunlar Çizim 2’de gösterildiği gibi; sabit faktörün ortalaması ( $\mu_\alpha$ ) ve varyansı ( $\sigma_\alpha^2$ ), aynı şekilde eğim faktörünün ortalaması ( $\mu_\beta$ ) ve varyansı ( $\sigma_\beta^2$ ); bunlardan farklı olarak sabit ve eğim faktörleri arasındaki kovaryans ve/veya korelasyonlardır ( $\phi$ ). Bu modelde;  $\mu_\alpha$ ; öğrencilerin başlangıçtaki bilişsel düzeyinin (özellikle eğitimdeki öntest kapsamındaki önsel başarı düzeyleri) ortalamasıdır ve  $\sigma_\alpha^2$  ise öğrencilerin başlangıç düzeyindeki (ölçmeye konu olan özellik bakımından) bireysel farklılıkları gösterir. Sabit faktörünün varyansı bir bakıma, grubun ilgili öğrenme alanındaki önsel başarı düzeyinin homojenliğinin bir göstergesidir. Bununla birlikte,  $\mu_\beta$ ; birim zamanda öğrencilerin (ölçmeye konu olan özellik bakımından) gelişimindeki ortalama artışını ve  $\sigma_\beta^2$  ise bu artıştaki bireysel farklılıkları belirtir. Özellikle  $\sigma_\alpha^2$  ve  $\sigma_\beta^2$  parametreleri *bireysel farklılıklar parametreleri* olarak adlandırılabilir. Kovaryans/korelasyon katsayısı ( $\phi$ ) ise önsel başarı düzeyi ile öğrenme ürünündeki artış arasındaki ilişkiyi belirtir. Bu parametrenin negatif değer alması; düşük önsel başarıya sahip öğrencilerin daha hızlı gelişim gösterdiğini, yüksek önsel başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise daha yavaş gelişim gösterdiğini ifade eder. Diğer taraftan,  $\phi$  parametresinin pozitif değer alması; yüksek önsel başarı düzeyine sahip öğrencilerin daha hızlı gelişim gösterdiğini ve düşük önsel başarı düzeyine sahip

öğrencilerin ise daha yavaş gelişim gösterdiğini ifade eder. ÖBM'ndeki bu 5 adet parametrenin istatistiksel anlamlılıkları *t* testi ile test edilir.

### Uyum katsayıları

Hipotez edilen ÖBM ile verilerin uyumunun test edilmesi özellikle yapısal eşitlik modeline özgü ve model geçerliği için zorunlu bir uygulamadır. Bunun temel nedeni; açıklayıcı (exploratory) faktör modellerinde gözlemlerden (görgül/ampirik) modele doğru bir yönelim varken; doğrulayıcı (confirmatory) faktör modellerinde (hipotez edilen) modelden verilere doğru bir yönelim olmasıdır. ÖBM de özünde yapısal eşitlik kuramında yer alan birer doğrulayıcı faktör çözümlemesidir ve öncelikle verilerin hipotetik modele uygunluğu test edilmelidir. Veri-model bağıntısına ilişkin uyum iyiliği testleri (goodness-of-fit) aynı zamanda model parametrelerinin bir geçerlik göstergesi olarak ele alınabilir.

Model-veri uyumuna ilişkin geliştirilmiş ki-kare test istatistiğinin yanı sıra çok sayıda da uyum iyiliği indeksi geliştirilmiştir. Ki-kare test istatistiğinin değeri küçüldükçe modelin uyumunun o denli iyi olduğunun aksi durumda ise; ki-kare değeri arttıkça da model uyumunun olumsuz olduğunun işaretidir. Ki-kare değerinin anlamlılık düzeyi ise *p* olasılığı ile gösterilir ve  $p < 0,05$  ise modelin uyumunun kötü olduğunu işaret eder. Bu durum “uyum eksikliği” (lack-of-fit) olarak adlandırılır. Ancak ki-kare değeri ölçmelerin dağılımının normal olup olmamasından ve örneklem genişliğinden aşırı derecede etkilenir (Hu, Bentler ve Kano, 1992; Schumacker ve Lomax, 2004; Yurdugül, 2007). Bu indekslerden bazıları uyum iyiliğinin ölçüsü diğerleri ise uyum eksikliğinin ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Uyum iyiliği indekslerine örnek olarak; uyum iyiliği indeksi, GFI (Goodness of Fit Index), karşılaştırmalı uyum indeksi, CFI (comparative fit index), normlaştırılmış uyum indeksi, NFI (Normed fit index) ve normlaştırılmamış uyum indeksi, NNFI (Non-normed fit index, NNFI) sayılabilir. Bentler (1990), uyum iyiliği indekslerinden özellikle CFI ve NNFI değerlerinin 0,95'ten büyük olmasının model uyumunun çok iyi bir kanıtı olduğunu ifade etmektedir. Uyum eksikliği indekslerinden ise yaklaşıklık hata kareler ortalaması karekökü, RMSEA (root mean square error of approximation) ve hata kareler ortalaması karekökü, RMR (root mean square residual) ve standartlaştırılmış RMR indeksleri ifade edilmektedir. Browne ve Cudeck, (1993) özellikle RMSEA indeksinin 0,05 ve daha küçük bir değer olmasının model-veri uyumunun bir kanıtı olduğunu ancak bu değer 0,08'e kadar esnetilebileceğini ifade etmektedir. Bununla birlikte NNFI, CFI ve RMSEA indeksleri örneklem genişliğinden en az etkilenen indeksler olarak rapor edilmiş (Anderson ve Gerbing, 1984; Marsh, Balla ve McDonald, 1988) olmasına karşın Coffman ve Millsap (2005) RMSEA indisinin veri-model uyumunu sağlam olarak kestirmede yetersiz kaldığı bulgusuna ulaşmışlardır.

Duncan vd. (2006) ise özellikle hiyerarşik ÖBM'inde Akaike bilgi ölçütünün (AIC) kullanılmasını önermektedir. AIC bir modelin veri-model uyumunun iyi ya da kötü olduğuna ilişkin bilgi içermez, karşılaştırılan modellerden hangisinin daha uygun olduğu bilgisini sunar. Buna göre, daha küçük AIC değerine sahip model tercih edilir (Blozis vd, 2007).

Kısaca; uyum iyiliği indekslerinin 1'e yaklaşması; uyum eksikliği indekslerinin ise 0'a yaklaşması durumunda iyi bir model-veri uyumundan bahsedilebilir. Ancak “en iyi” uyum ya da uyum eksikliği indeksi olmadığından çalışmalarda tek bir indeks yerine birden fazla indeks rapor edilmelidir (Steiger, 1990; Yurdugül, 2007).

### Örneklem Genişliği

Yapısal eşitlik modelinde ve doğrulayıcı faktör analizi için gerekli minimum örneklem genişliği konusunda farklı öneriler vardır. Örneğin Anderson ve Gerbing, (1988) minimum örneklem genişliğini 150 olarak ifade ederken Jackson (2003) ise en az 200 gözlem gerektiğini önermiştir. Diğer taraftan mutlak örneklem genişliği yerine modelde kestirilen parametre sayısı (*k*) başına düşen gözlem sayısı (*N*) olarak yapılan önerilerde söz konusudur. Örneğin Kline (1998) *N:k* oranının en az 10:1 gözlem ve ideal olarak da 20:1 olması gerektiğini savunmuştur. Bentler (1995) ise ölçmeler normal dağılım gösterdiğinde bu oranı 5:1 şeklinde önermiştir.

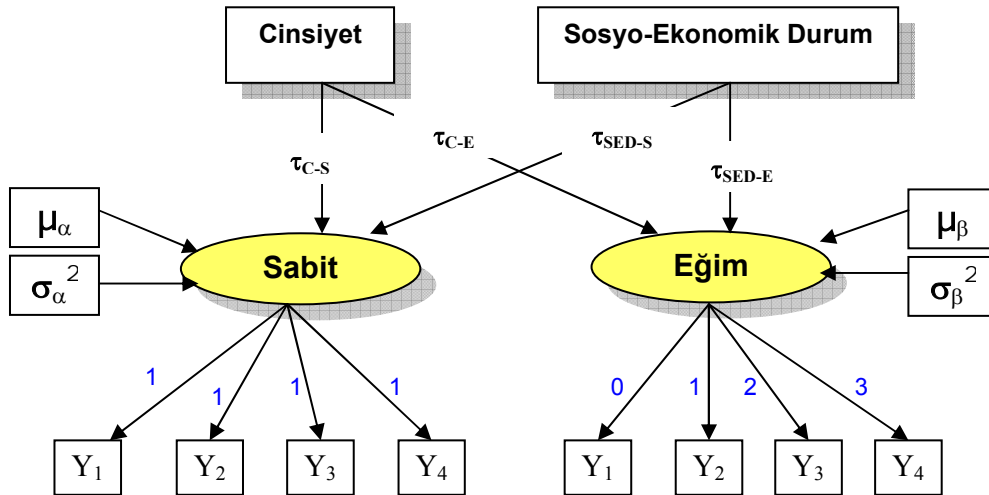
Yapısal eşitlik modellerine ilişkin öneriler çok sayıda iken, ÖBM için bu tür çalışmalar henüz yenidir. Hamilton, Gagne ve Hancock (2003) ile Fan (2003) tekdeğişkenli örtük büyüme modelleri

için minimum örneklem genişliğinin 100 ile 200 arasında olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Ancak her iki çalışmada da örneklem genişliği için 50 gözlemin %90 oranında yansız kestirimde bulunduğu bulgusu da söz konusudur. Leite (2007) ise tekrarlı ölçüm sayısının 5'ten küçük olduğu durumlarda ikinci sıralı faktör modellerinin sağlam kestirimi için örneklem genişliğinin 500'den düşük olabileceğini ifade etmiştir.

MacCallum vd. (1999), faktör analizinde bu şekilde mutlak örneklem genişlikleri önermenin birer yanılgı olduğunu çünkü örneklem genişliği kadar ölçmelerin kalitesinin de (ortak varyans-communality) önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Buna paralel olarak, Leite (2007) ÖGM için yapılan ölçümlerin eşbiçimli (essentially tau-equivalent) olduğu durumlarda kestirimlerin daha sağlam (robust) elde edildiği, aksi halde ölçmelerin konjenerik (congeneric) olduğu durumlarda ise sağlam kestirimler için daha çok örneklem gerektiğini ifade etmiştir.

### b) Koşullu örtük büyüme modeli

Bu model, koşulsuz ÖBM'nin bir uzantısı olarak ele alınabilir. Eğer üzerinde çalışılan öğrenme alanına ilişkin öğrencilerde bireysel farklılıklar söz konusu ise; bu değişim yaş, cinsiyet, sosyo-ekonomik düzey ya da eğitim düzeyi gibi kategorik (sınıflanmış ya da sıralanmış) değişkenlere göre nasıl davranmaktadır? Öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ya da devinişsel gelişimlerinin dışsal bir kategorik değişken koşulu altında nasıl gerçekleştiğinin irdelenmesi ancak koşullu ÖBM ile olanaklıdır. Koşullu ÖBM, Çizim 3'te verilmiştir. Kategorik değişkenlerde yer alan gruplara (cinsiyet için; kız=0, erkek=1 ve SED için; düşük=0, orta=1, yüksek=2) göre sabit ve eğitim faktörlerindeki değişimlere ilişkin katsayılar verilmiştir. Örneğin  $\tau_{C-S}$  ve  $\tau_{SED-S}$  parametreleri önsel başarı düzeylerindeki farklılıkların kız ve erkek öğrencilere göre nasıl değiştiğinin göstermektedir. Eğer bu parametreler  $t$  testine göre anlamlı bulunmaz ise; öğrencilerin cinsiyeti ve sosyo-ekonomik düzeylerine göre önsel başarı düzeylerinde bir farklılık olmadığını göstermektedir. Eğer  $\tau_{C-S}$  parametresi istatistiksel olarak anlamlı ve  $\tau_{C-S}>0$  ise; erkek öğrencilerin önsel başarı düzeyleri kız öğrencilere göre daha yüksek olduğu anlamında yorumlanmaktadır. Benzer olarak  $\tau_{C-E}$  parametresi istatistiksel olarak anlamlı ve  $\tau_{C-E}>0$  ise; erkek öğrencilerin ölçmeye konu olan özellik bakımında gelişim oranları kız öğrencilere göre daha yüksek olduğunu göstermektedir.  $\tau_{C-S}<0$  ve  $\tau_{C-E}<0$  olması durumunda ise önsel başarı düzeyleri ve gelişim oranlarındaki farklılık kız öğrenciler lehinedir.



Çizim 3: Koşullu örtük büyüme modeli

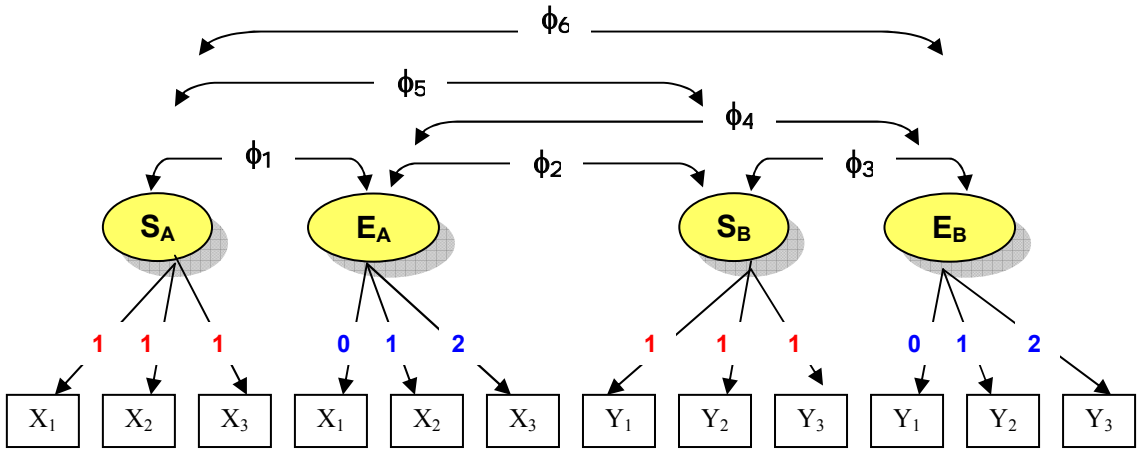
Diğer taraftan  $\tau_{SED-S}>0$  ve  $\tau_{SED-E}>0$  ve istatistiksel olarak anlamlı parametreler ise; bu durumda çokgruplu ÖBM (multi-group latent growth model) çözümlemelerine ihtiyaç vardır. Özellikle çokgruplu ÖBM'lerinin uygun kullanım alanlarından bir tanesi de eğitim araştırmalarında sıkça ele alınan; farklı yöntemlerin öğrencilerin başarı düzeyleri üzerine etkililiğinin ve/veya deney-kontrol araştırma desenlerindeki büyümenin araştırılmasında kullanılması uygundur.

## A-Çokdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri (Multivariate Latent Growth Model)

Psikoloji ve eğitim alanında ele alınan yapılar genellikle birbirleriyle ilişki gösterirler. Bu ilişkiler örüntüsü Cronbach ve Meehl (1955) tarafından nomolojik ağ (nomological network) olarak adlandırılmaktadır. Bu yapılar arasındaki ilişki aynı zamanda öğrencilerin bu yapıya yönelik gelişimleriyle de ilişkili olabilmektedir. Örneğin Grimm (2007) çocukların depresyon düzeylerindeki artış ile akademik başarılarındaki gelişim arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. İlişkili yapılardaki birlikte büyüme ya da ilişkili büyüme kavramları çokdeğişkenli büyüme modelleri ile test edilebilmektedir.

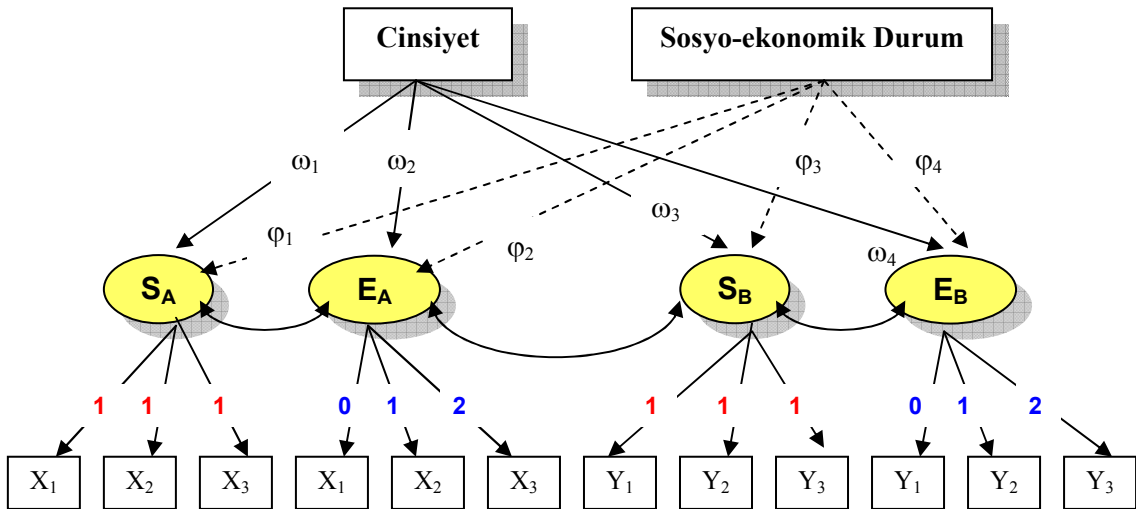
### a) İlişkisel Örtük Büyüme Modeli (Associative Latent Growth Model)

Birden fazla tekdeğişkenli ÖBM söz konusu olduğunda bu ÖBM’de yer alan sabit (önsel başarı düzeyleri) ve eğim (başarıdaki değişim oranları) örtük faktörleri arasındaki bağıntıların belirlenmesi ve anlamlılıklarının sınanması olanaklıdır. Bu durumda yapılandırılan model ilişkisel örtük büyüme modeli olarak adlandırılmaktadır. Çizim 4’te, verilen (A ve B olarak belirtilen) iki örtük değişkenli ÖBM modelinin örtük faktörler arasındaki ilişki örüntüsü verilmiştir.



Çizim 4: İlişkili (associative) örtük büyüme modeli

Eğitimde öğrenme yapıları birbirlerinin gelişimleri ile ilişkili olabilmektedir. Örneğin öğrencilerin sözel matematik becerilerinin gelişimi aynı zamanda öğrencilerin Türkçe önsel başarıları ile ilişkili olabilir. Bu tür ilişkileri sınamak için ilişkili ÖBM’ne ihtiyaç vardır. İlişkili ÖBM’nin yanı sıra, her bir örtük değişkendeki örtük faktörlerin kategorik değişkenler ile temsil edilen öğrenci gruplarına göre ilişkileri test edilebilmektedir.



Çizim 5: İlişkili (associative) örtük büyüme modelinin koşullu olarak çözülmesi



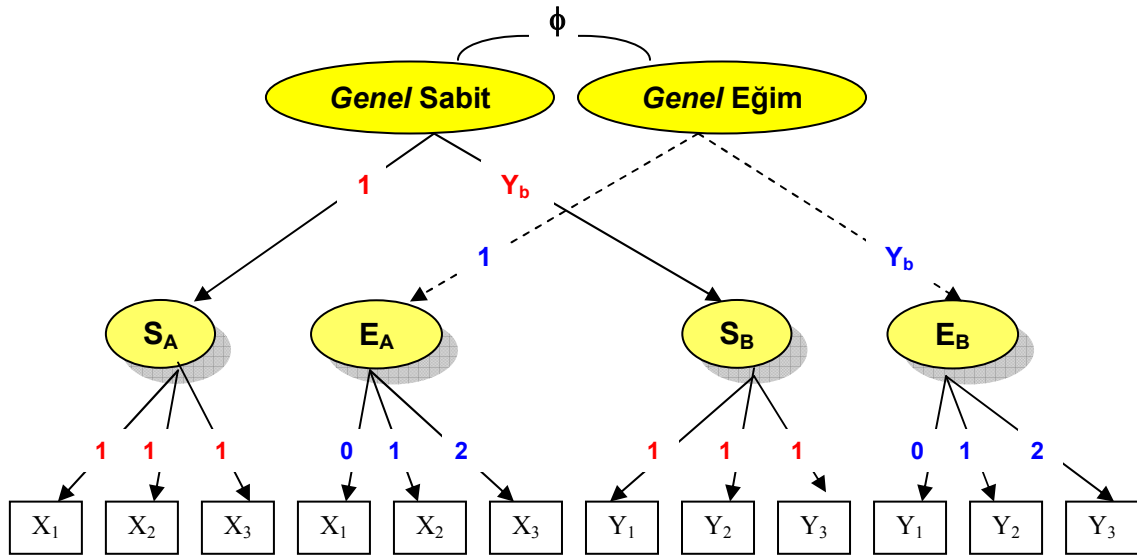
Çizim 5'te verildiği gibi;  $\omega_i$  parametreleri örtük faktörler ile cinsiyet değişkeni arasındaki ilişkiyi ve  $\varphi_i$  parametreleri ise örtük faktörler ile sosyo-ekonomik durum değişkeni arasındaki ilişkiyi/bağıntıyı ifade etmektedir.

### b) Hiyerarşik Örtük Büyüme Modelleri (Higher Order Latent Growth Models)

İlişkisel ÖBM'inde örtük faktörler arasındaki ilişki örüntüsünün ikinci sıralı değişkenleri yordayıp yormadığı konusunda McArdle (1988) tarafından 2 alternatif model geliştirilmiştir. Bu modeller sırasıyla; *eğriler faktörü* (factor-of-curves) ve *faktörler eğrisi* (curve-of-factors) modelleridir.

#### Eğriler Faktörü (factor-of-curves)

İlişkili örtük büyüme modeli örtük faktörler arasındaki ilişkileri ortaya koymaktadır. Bu ilişkilerin ikinci sıralı örtük büyüme yapılarıyla (second-order latent growth construct) ilişkili olup olmadığını belirlemek için gelişim eğrileri faktörüne ihtiyaç vardır. Bu model ikinci sıralı faktörlerin (genel faktörler-common factors) birinci sıralı gelişim faktörleri arasındaki ilişkileri tanımlayıp tanımlamadığını test etmektir. Gelişim eğrileri faktör modelinin ilişkili örtük büyüme modelinden en önemli farklılığı ise; ilişkili örtük büyüme modelinde örtük faktörler arasında ilişkiler model kestiriminden elde edilen birer bulgu niteliğinde iken bu ilişkiler ikinci sıralı örtük büyüme modelinde sınanmak üzere yapılandırılmıştır (Duncan vd, 2006; Duncan ve Duncan, 2004). Çizim 6'da A ve B gibi iki örtük değişkene ilişkin gelişim eğrileri faktör modeli verilmiştir.  $X_i$  ölçmeleri A yapısı için,  $Y_i$  ölçmeleri ise B yapısı için farklı zamanlarda yapılan ölçmeleri göstermektedir.



Çizim 6: Gelişim Eğrileri Faktörü (Factor-of-curves)

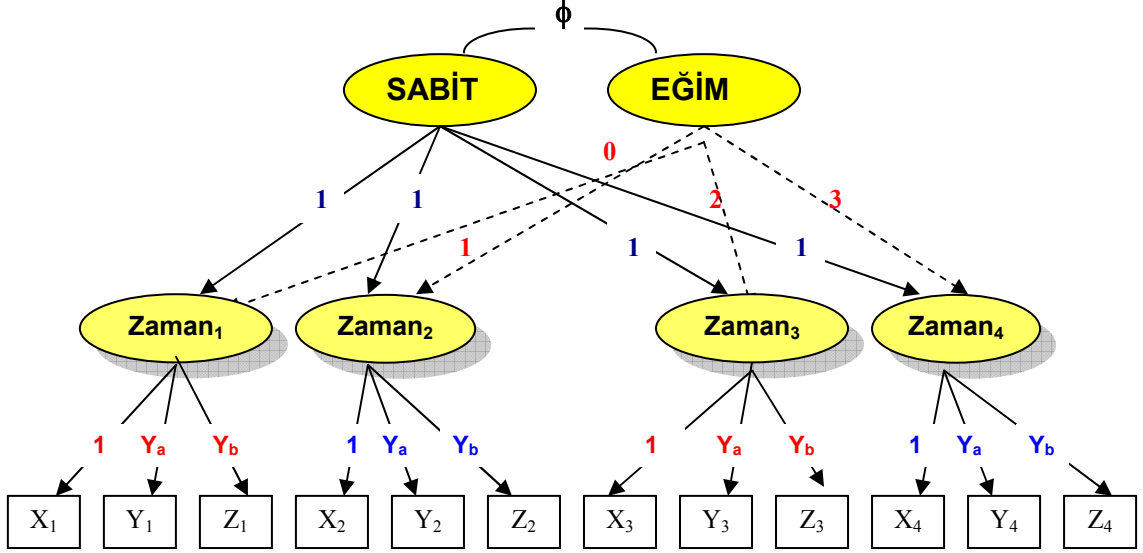
Çizim 6'da görüldüğü gibi eğriler faktörü; A ve B yapılarına ilişkin birinci sıralı önsel başarılar genel önsel başarıları, yine birinci sıralı başarıdaki değişim faktörlerinin ise genel başarıdaki değişim faktörünün birer kestiricisi olup olmadığını test etmek üzere yapılandırılmıştır.

Eğriler faktör modelinde, ikinci sıralı faktör yüklerinden bir tanesi önbelirli (fixed) olarak 1'e eşitlenmektedir. Bunun temel nedeni; diğer faktör yüklerini üzerinde çalışılan faktör yükü ile aynı ölçeğe taşımaktır. Bu gösterimde A olayı temel alınan örtük yapı olduğu düşünülürse faktör yükü önbelirli olarak tayin edilmiş ve B olayının faktör yükü serbest (free parameter) bırakılmıştır (Bollen ve Curan, 2006;. Duncan vd., 2006; Grimm, 2007; Hancock vd, 2001; Sayer ve Cumsille, 2001).

#### Faktörler Eğrisi (curve-of-factors)

Faktörler eğrisi modeli, yapı itibariyle eğriler faktör modelinden farklı olsa da her iki model yaklaşık sonuçlar üretir. Her iki modelin en önemli farklılığı ise birinci sıralı örtük faktör yapılarında görülmektedir. Örneğin eğriler faktör modelinde birinci sıralı örtük yapılar sırasıyla önsel başarı ve

başarıdaki değişim olarak ele alınırken; gelişim faktörleri eğrisinde ise birinci sıralı örtük yapılar faktör Buna göre; genel önsel başarı düzeyleri ve genel gelişim olarak adlandırılan ikinci sıralı örtük faktörler zamandan oluşmaktadır. Örneğin X, Y ve Z gibi 3 farklı öğrenme alanındaki gelişim ele alınıyor ise; birinci periyotta yapılan  $X_1$ ,  $Y_1$  ve  $Z_1$  ölçümlerinin Zaman<sub>1</sub> olarak adlandırılan örtük faktörü yordadığı hipotez edilmektedir.



Çizim 7: Gelişim faktörleri Eğrisi (curve-of-factors)

### ÖRNEK UYGULAMA: Önsel verileri gerçek olan simülasyon verileri

Örtük büyüme modellerinin kullanımına ilişkin örnek uygulama olarak öğrencilerin Türkçe, matematik ve fen bilgisi derslerindeki gelişim süreci ele alınmıştır. Uygulamada örnek olarak kullanılan veri kümesi, 2001 yılındaki Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı'nda basit rasgele örneklem yöntemi ile seçilen 300 öğrencinin Türkçe alt testindeki yer alan "okuduğunu anlama", matematik alt testindeki sözel problem maddeleri ve fen bilgisi alt testindeki 4'er maddeye ilişkin puanları ele alınmıştır. Öğrencilerin bu üç farklı öğrenme alanına ilişkin puanları bir öğrenme sürecinin birinci ölçme değerleri olarak ele alınmış ve doğrusal büyüme yörüngelerine uygun olarak asimptotik veri üretme tekniğine dayalı simülasyon yöntemi ile ikinci ve üçüncü periyotlardaki tekrarlı ölçme değerleri üretilmiştir. Elde edilen verilere ilişkin korelasyonlar ve betimsel istatistikler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Tekrarlı ölçmelere ilişkin korelasyon ve betimsel istatistikler

	Türkçe			Matematik			Fen Bilgisi		
	X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3	Z1	Z2	Z3
<b>X1</b>	1,00								
<b>X2</b>	0,73	1,00							
<b>X3</b>	0,59	0,71	1,00						
<b>Y1</b>	0,52	0,67	0,80	1,00					
<b>Y2</b>	0,63	0,36	0,35	0,67	1,00				
<b>Y3</b>	0,71	0,27	0,35	0,55	0,78	1,00			
<b>Z1</b>	0,58	0,48	0,41	0,45	0,33	0,24	1,00		
<b>Z2</b>	0,73	0,47	0,50	0,34	0,44	0,65	0,66	1,00	
<b>Z3</b>	0,74	0,71	0,85	0,28	0,42	0,73	0,55	0,72	1,00
<b>Ortalama</b>	1,24	1,43	2,29	0,87	1,39	1,85	0,55	0,91	1,12
<b>St. Sapma</b>	1,31	1,35	1,51	1,69	1,93	2,12	1,21	1,43	1,62

Buna göre;  $X_1$ ,  $Y_1$  ve  $Z_1$ , sürecin başlangıcında yapılan sırasıyla Türkçe, Matematik ve Fen bilgisi alanlarındaki ölçme sonuçlarını göstermektedir. Dolayısıyla bu ölçme sonuçları öğrencilerin

önsel başarı puanları olarak ele alınmıştır. Sürecin başlangıcından belirli bir periyot sonrasında her bir öğrenme alanına ilişkin 2. ölçümler ( $X_2, Y_2, Z_2$ ) ve sürecin sonunda da 3. ölçümler ( $X_3, Y_3, Z_3$ ) yapılmıştır.

### **Araştırma Soruları;**

- 1) Türkçe, matematik ve fen bilgisindeki bilişsel gelişimleri anlamlı mıdır?
- 2) Türkçe, matematik ve fen bilgisindeki bilişsel gelişimleri öğrencilerin cinsiyetine göre anlamlı bir fark gösteriyor mu?
- 3) Her üç öğrenme alanındaki bilişsel gelişimleri ilişkili midir?
  - 3a) Öğrencilerin Türkçe dersindeki önsel başarı düzeyleri matematik dersindeki bilişsel gelişimi ile ilişkili midir?
  - 3b) Öğrencilerin Türkçe dersindeki önsel başarı düzeyleri fen bilgisi dersindeki bilişsel gelişimi ile ilişkili midir?
  - 3c) Öğrencilerin matematik dersindeki önsel başarı düzeyleri fen bilgisi dersindeki bilişsel gelişimi ile ilişkili midir?
  - 3d) Öğrencilerin Türkçe dersindeki bilişsel gelişimi matematik dersindeki bilişsel gelişim ile ilişkili midir?
  - 3e) Öğrencilerin Türkçe dersindeki bilişsel gelişimi fen bilgisi dersindeki bilişsel gelişim ile ilişkili midir?
- 4) Öğrencilerin genel öğrenmelerine ilişkin genel bilişsel gelişimleri anlamlı mıdır?

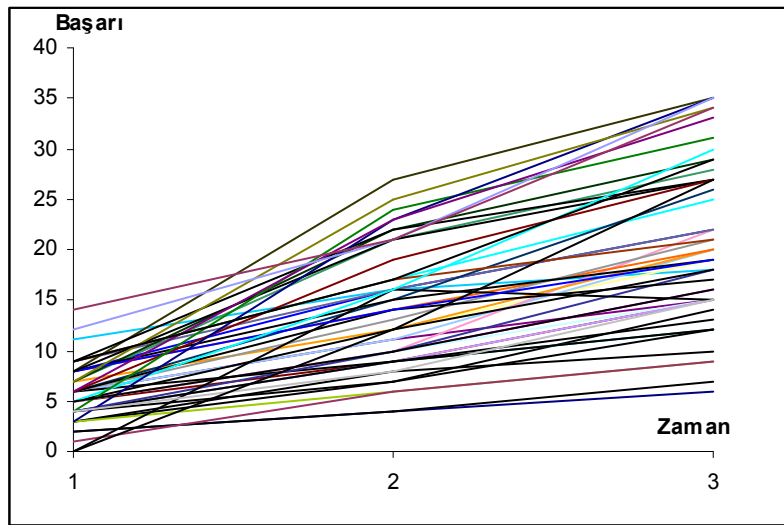
*Not:* Bu çalışmada sürecin başındaki öğrenme düzeyleri (sabit faktörü) önsel başarı, başarıdaki büyüme (eğim) ise bilişsel gelişim olarak ele alınmıştır.

### **BULGULAR**

*Araştırma Sorusu 1: Türkçe, matematik ve fen bilgisindeki bilişsel gelişimleri anlamlı mıdır?*

#### **Tekdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri**

Çizim 8’de tüm öğrenci grubunun Türkçe dersindeki başarılarının değişimine ilişkin bilişsel gelişim yörüngeleri verilmiştir. Çizim 8’de görüldüğü gibi tüm öğrencilerin bilişsel gelişimleri artan yönelimlidir.



Çizim 8: Öğrencilerin kavramsal bilgi gelişimlerine ilişkin *gelişim yörüngeleri*

Bu gelişim yörüngelerinden elde edilen bulguların nicel değerleri ancak örtük büyüme modelinin kestirimi ile olanaklıdır. Koşulsuz örtük büyüme modelinde yer alan parametreler; önsel

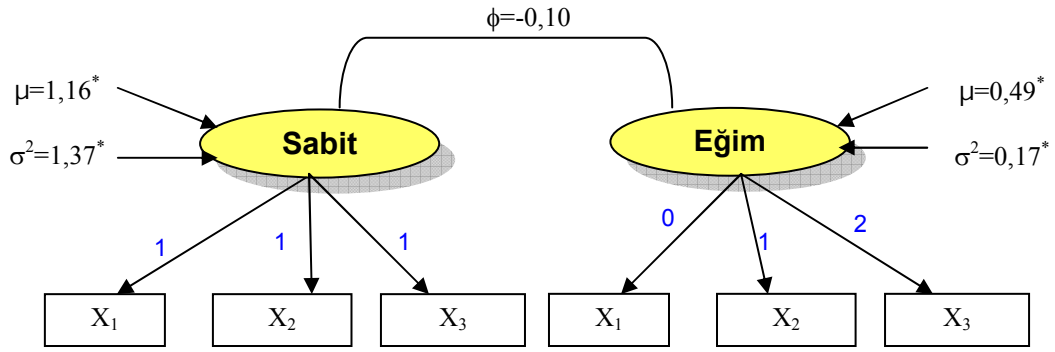
başarı düzeyleri, önsel başarı düzeyinin gruba göre homojenliği, başarıdaki büyüme ortalaması (gelişim yörüngelerinin eğimi) ve başarıdaki büyüme oranlarının gruba göre homojenliği üzerine kuruludur.

#### a) Koşulsuz Örtük Büyüme Modelleri

Çizim 9'da Türkçe dersinde öğrencilerin başarı puanlarındaki gelişim konu edilmiş ve sürecin başında ( $X_1$ ), ortasında ( $X_2$ ) ve sonunda ( $X_3$ ) olmak üzere 3 farklı ölçmeler gerçekleştirilmiştir.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$X_1$	1,00		
$X_2$	0,73	1,00	
$X_3$	0,59	0,71	1,00
Ortalama	1,24	1,43	2,29
Std. Sapma	1,31	1,35	1,51

Öğrencilerin Türkçe dersindeki koşulsuz örtük büyüme modelinin kestiriminde model-veri uyumu indisleri GFI=0,96, CFI=1,00, NFI=0,96 ve RMSEA=0,000 olarak elde edilmiştir. Buna göre model-veri uyumu istenilen düzeydedir. Bu uyum aynı zamanda gelişimin doğrusal olduğunun da bir göstergesidir.



Çizim 9: Koşulsuz örtük büyüme modelinin kestirimi

Çizim 9'da verilen modelin kestirimi ile elde edilen 5 adet parametre Tablo 3'te verilmiştir. Elde edilen değerlere göre öğrencilerin Türkçe dersindeki önsel başarı ile bilişsel gelişim (başarıdaki artış) parametreleri (ortalama ve varyans değerleri) istatistiksel olarak anlamlı ( $P < 0,05$ ) iken önsel başarı ile bilişsel gelişim arasındaki korelasyon istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır..

Tablo 3: Türkçe öğrenme alanına ilişkin koşulsuz ÖBM'nin parametre kestirim değerleri

	Kestirim	$t$ Değeri
Önsel Başarı (sabit) Ortalaması	1,16*	20,05
Önsel Başarı (sabit) Varyansı	1,37*	10,20
Başarıdaki Büyüme (eğim) Ortalaması	0,49*	17,22
Başarıdaki Büyüme (eğim) Varyansı	0,17*	2,94
Kovaryans(Önsel Başarı, Başarıdaki Büyüme)	-0,10	-1,41

İki yönlü  $t$  sınavasının anlamlılık düzeyi 1,96 olarak alınmıştır ( $P < 0,05$ )

Koşulsuz örtük büyüme modelinin kestirilmesi ile elde edilen değerlerin yorumlanması sırasıyla verilmiştir:

- Öğrencilerin Türkçe öğrenme alanındaki önsel başarı (sabit faktörü) ortalaması 1,16 değerine sahip olduğu ve 0 değerinden anlamlı farklılık gösterdiği görülmektedir ( $P < 0,05$ ). Bu durum öğrencilerin Türkçe dersindeki önsel başarı düzeyi olarak öğrencilerin öğrenmeye konu olan özelliğe sahip olma ortalamasını göstermektedir.

- b) Öğrencilerin Türkçe öğrenme alanındaki önsel başarı (sabit faktörü) varyansı 1,37 ( $P<0,05$ ) olarak elde edilmiştir. Bu değer, sürecin başlangıcında öğrencilerin ölçmeye konu olan özelliğe sahip olma düzeylerinin homojen olmadığını, başlangıçta Türkçe öğrenme ürünlerine ilişkin bireysel farklılıklar olduğunu göstermektedir.
- c) Öğrencilerin Türkçe öğrenme alanındaki başarı artışının (eğim faktörü) ortalaması 0,49 ( $P<0,05$ ) olarak elde edilmiştir. Buna göre birim zamanda öğrencilerin Türkçe öğrenme ürünlerindeki başarı artışının ortalama oranı 0,49 olarak ifade edilebilir.
- d) Öğrencilerin Türkçe öğrenme alanındaki başarı artışının (eğim faktörü) varyansı ise 0,17 ( $P<0,05$ ) olarak bulunmuştur. Bu değer, öğrencilerdeki Türkçe öğrenme başarılarının homojen olmadığını, başarıdaki artış oranı açısından öğrenciler arasında farklılıklar olduğunu göstermektedir.

Sabit ve eğitim değişkenleri arasındaki kovaryans değeri ise negatif yönde ve çok düşük bulunmuş ve bu değer istatistiksel olarak anlamlı olmadığı ( $\phi=-0,10$ ;  $P>0,05$ ) gözlenmiştir. Buna göre; sürecin başındaki öğrencilerin önsel başarıları ile başarıdaki artış oranları birbirinden bağımsız gerçekleşmiştir.

Her üç öğrenme alanı için kurulan tekdeğişkenli örtük büyüme modelinin birbirinden bağımsız olarak çözümlenmeleri Tablo 4'te kestirim sonuçları ise Ek 1'de verilmiştir.

Tablo 4: Tüm öğrenme alanlarına göre tekdeğişkenli örtük büyüme modellerinin parametre kestirim değerleri

	Kestirim	t Değeri
<b>Türkçe</b>		
Önsel Başarı (sabit) Ortalaması	1,16*	20,05
Önsel Başarı (sabit) Varyansı	1,37*	10,20
Başarıdaki Büyüme (eğim) Ortalaması	0,49*	17,22
Başarıdaki Büyüme (eğim) Varyansı	0,17*	2,94
Kovaryans(Önsel Başarı, Başarıdaki Büyüme)	-0,10	-1,41
<b>Matematik</b>		
Önsel Başarı (sabit) Ortalaması	0,88*	11,67
Önsel Başarı (sabit) Varyansı	2,40*	10,79
Başarıdaki Büyüme (eğim) Ortalaması	0,49*	11,85
Başarıdaki Büyüme (eğim) Varyansı	0,72*	7,22
Kovaryans(Önsel Başarı, Başarıdaki Büyüme)	-0,21*	-2,08
<b>Fen Bilgisi</b>		
Önsel Başarı (sabit) Ortalaması	0,56*	10,45
Önsel Başarı (sabit) Varyansı	1,20*	9,80
Başarıdaki Büyüme (eğim) Ortalaması	0,29*	9,25
Başarıdaki Büyüme (eğim) Varyansı	0,33*	5,56
Kovaryans(Önsel Başarı, Başarıdaki Büyüme)	-0,06	-1,00

Öğrenciler her üç öğrenme alanındaki önsel başarı ve başarıdaki büyüme faktörlerinin ortalama değerlerinin istatistiksel olarak anlamlı bir düzeye sahip oldukları görülmektedir ( $P<0,05$ ). Diğer taraftan bu önsel başarı ve başarı büyümelerindeki artış düzeyi olarak öğrencilerin homojen olmadığı gözlenmiştir. Türkçe ve fen bilgisi öğrenme alanlarındaki başarı büyümelerinin öğrencilerin ilgili alanlardaki önsel başarılarından bağımsız gerçekleşmektedir ( $P>0,05$ ). Yalnızca matematik alanında önsel başarıları düşük öğrencilerin yüksek başarı artışı, yine önsel başarıları yüksek öğrencilerin ise düşük başarı artışı gözlenmiştir. Bu bulgular 1. araştırma sorusunun yanıtına ilişkin olarak yorumlanabilir. Buna göre; her üç öğrenme alanına ilişkin öğrencilerdeki bilişsel gelişimler istatistiksel olarak anlamlıdır.

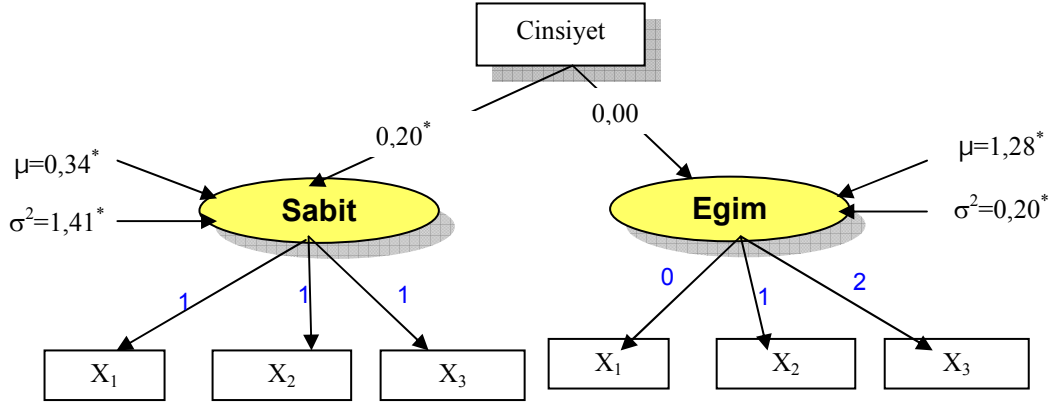
*Araştırma Sorusu 2: Türkçe, matematik ve fen bilgisindeki bilişsel gelişimleri öğrencilerin cinsiyetine göre anlamlı bir fark gösteriyor mu?*

#### b) Koşullu Örtük Büyüme Modelleri

Tablo 4'te dikkati çeken bir diğer bulgu da önsel başarı düzeylerinin varyanslarına göre her üç öğrenme alanında öğrencilerin sürecin başındaki önsel başarı düzeyleri bakımından homojen

olmadıklarıdır. Bu durumda heterojenliğin nereden kaynaklandığını bulmak için iki seçenek söz konusudur; a) olası koşullu değişkenlerden yararlanmak (cinsiyet, yaş vs.) ve b) “denek grupları” (cohort) değişkenlerinden yararlanmaktır. Bu çalışmada örnek olarak (Türkçe öğrenme alanı için) değişimin öğrencilerin cinsiyetinden kaynaklanıp kaynaklanmadığı araştırılmıştır. Koşullu ÖBM'nin kestirimi ve elde edilen parametre kestirimleri Çizim 10'da verilmiştir.

Koşullu ÖBM'nin veri-uyum indisleri GFI=0,98, CFI=0,96, NFI=0,96 ve RMSEA=0,040 olarak elde edilmiştir.



Çizim 10: Koşullu örtük büyüme modelinin kestirimi

Modelin kestirilen parametrelerine göre; öğrencilerin önsel başarı düzeyleri öğrencilerin cinsiyetlerine göre kız öğrencilerin lehine farklılık göstermekte iken (0,20;  $P < 0,05$ ) Türkçe dersindeki başarı artışı erkek veya kızlarda aynı gerçekleşmiştir (0,20;  $P < 0,05$ ). Veri kümesinde erkek öğrenciler 0, kız öğrenciler ise 1 olarak kodlanmıştır. Bu nedenle katsayıların pozitif olarak elde edilmesi başarı farklılığı açısından kız öğrencilerin lehine, negatif çıkması ise erkek öğrencilerin lehine yorumlanmaktadır.

Matematik dersi için yapılan çözümleme de ise; cinsiyet-önsel başarı katsayısı 0,25 ( $P < 0,05$ ) ve cinsiyet-başarı artışı katsayısı ise 0,31 ( $P < 0,05$ ) olarak elde edilmiştir. Buna göre matematik öğrenme önsel başarısı ve başarıdaki artış kız öğrencilerin lehine farklı elde edilmiştir.

Aynı şekilde fen bilgisi dersi için; cinsiyet-önsel başarı katsayısı 0,20 ( $P < 0,05$ ) ve cinsiyet-başarı artışı katsayısı ise 0,01 ( $P > 0,05$ ) olarak elde edilmiştir. Bu durumda fen bilgisindeki başarı artışı cinsiyetten bağımsız gerçekleşmiştir.

Koşullu örtük büyüme modellerinin model kestirimleri Ek 2'de verilmiştir.

*Araştırma Sorusu 3: Her üç öğrenme alanındaki bilişsel gelişimleri ilişkili midir?*

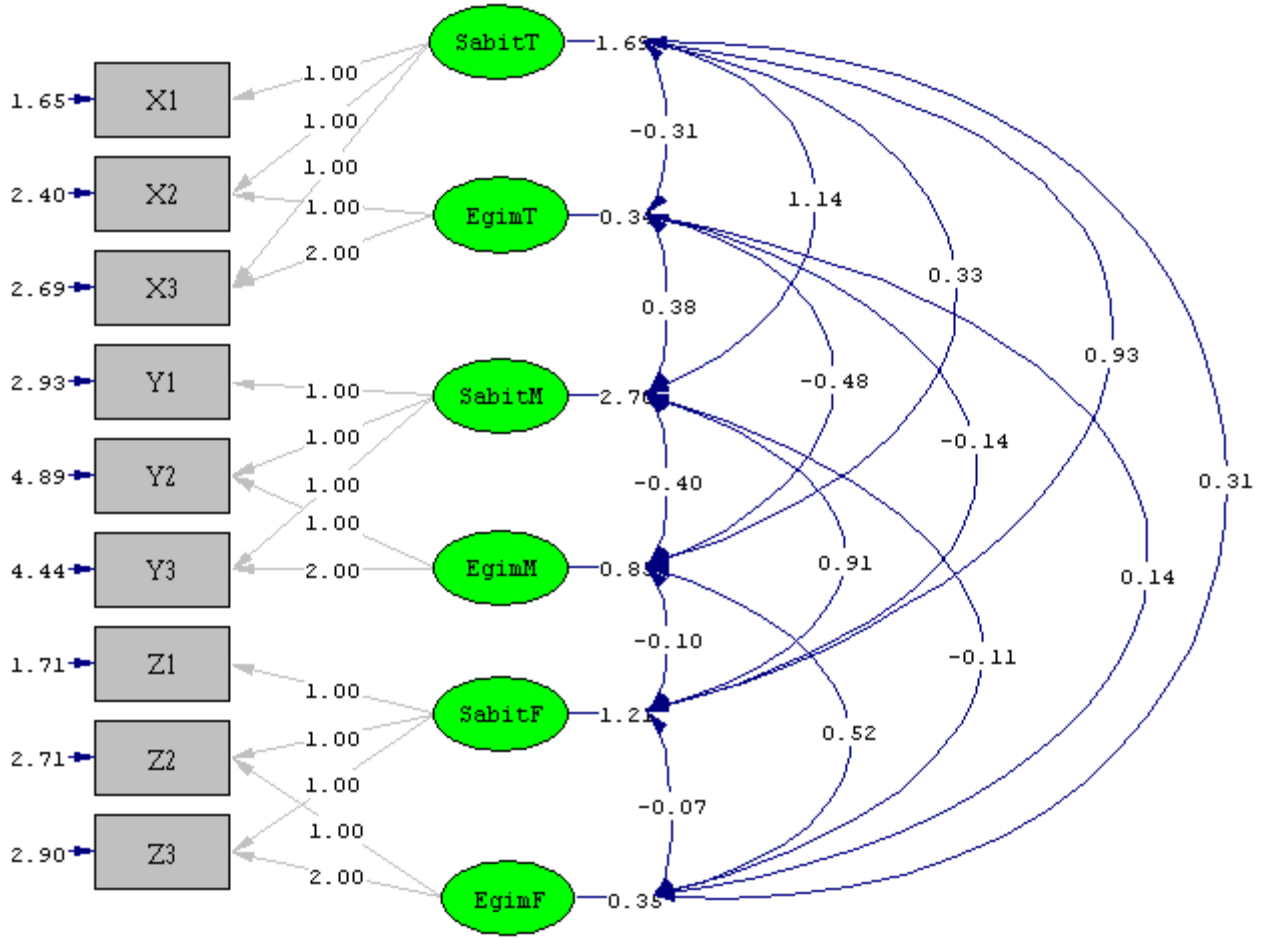
### **Çokdeğişkenli Örtük Büyüme Modelleri**

#### **a) İlişkisel Büyüme Modelleri**

Psiko-eğitsel yapılar genellikle ilişkili yapılardır. Bu nedenle hem ölçülmek istenilen yapılar arasında hem de yapılarla ilişkin ölçmeler ilişki ortaya çıkmaktadır. Çokdeğişkenli örtük büyüme modellerinde de benzer durumlar söz konusudur. Örneğin matematik becerisindeki bilişsel gelişim Türkçe bilgisine ilişkin önsel başarı ile pozitif kovaryans/korelasyon gösterebilir ya da matematik becerisindeki bilişsel gelişim ile fen bilgisindeki bilişsel gelişim ile yüksek korelasyon/kovaryans değerleri üretebilir.

Bu çalışmada; Türkçe, matematik ve fen bilgisi öğrenme alanlarındaki bilişsel gelişim oranlarının ilişkili olup olmadığına ilişkin hipotezlerin sınanması için çokdeğişkenli tekrarlı ölçmelere ve ilişkisel örtük büyüme modellerine ihtiyaç vardır. Çalışmanın bu aşamasında öğrencilerin Türkçe, matematik ve fen bilgisindeki bilişsel gelişimleri arasındaki ilişkinin test edilmesi amaçlanmıştır. Çizim 11'de bu sınamalara ilişkin model çözümleri verilmiştir.

Bu modelin kestiriminde model-veri uyumu indisleri GFI=0.99, CFI=0.98, NFI=0.98 ve RMSEA=0,040 olarak elde edilmiştir. Bu değerlere göre model-veri uyumu yeterli düzeydedir.



Chi-Square=26.87, df=15, P-value=0.02982, RMSEA=0.040

Çizim 11: İlişkisel örtük büyüme modeli

İlişkisel ÖBM'ndeki örtük faktörler sırasıyla; Türkçe dersindeki önsel başarı (SabitT) ve başarı puanlarındaki artış (EgimT), matematik dersindeki önsel başarı (SabitM) ve başarı puanlarındaki artış (EgimM), fen bilgisi dersindeki önsel başarı (SabitF) ve başarı puanlarındaki artış (EgimF) şeklindedir. Bu örtük faktörler arasındaki kovaryans değerleri Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5: İlişkisel örtük büyüme modelindeki örtük faktörler arasındaki kovaryans değerleri

	Türkçe Başarısı		Matematik Başarısı		Fen Bilgisi Başarısı	
	Sabit	Eğim	Sabit	Eğim	Sabit	Eğim
<b>Türkçe Başarısı</b>						
Sabit	-					
Eğim	-0,31	-				
<b>Matematik Başarısı</b>						
Sabit	1,14*	0,38*	-			
Eğim	0,33*	-0,48*	-0,40	-		
<b>Fen Bilgisi Başarısı</b>						
Sabit	0,93*	-0,14	0,91	-0,10	-	
Eğim	0,31*	0,14*	-0,11	0,52*	-0,07	-

Tablo 5'e göre, öğrencilerin matematik ve fen bilgisindeki başarı büyümeleri (bilişsel gelişimleri) sürecin başındaki öğrencilerin Türkçe dersindeki başarı düzeyleri ile doğrudan bağıntılıdır [kov(*SabitT,EğimM*)=0,33 P<0,05 ve kov(*SabitT,EğimF*)=0,31 P<0,05]. Benzer olarak Türkçedeki bilişsel gelişim ile matematik ve fen bilgisi derslerindeki bilişsel gelişim oranları da bağıntılıdır [kov(*EğimT,EğimM*)=-0,48 P<0,05 ve kov(*EğimT,EğimF*)=0,14 P<0,05]. Ancak burada vurgulanması gereken bir diğer bulgu ise Türkçede önsel başarıları düşük olan öğrencilerin matematikte hızlı bir büyüme gösterdiği, yine Türkçede önsel başarıları yüksek olan öğrencilerin ise matematikte yavaş gelişim gösterdiği. Matematik alanındaki önsel başarıların, fen bilgisindeki bilişsel gelişime etkisi olmadığı [kov(*SabitM,EğimF*)=-0,11 P>0,05], ancak matematik alanındaki bilişsel gelişim ile fen bilgisi alanındaki bilişsel gelişimin bağıntılı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır [kov(*EğimM,EğimF*)=0,52 P<0,05].

*Araştırma Sorusu 4: Öğrencilerin genel öğrenmelerine ilişkin genel bilişsel gelişimleri anlamlı mıdır?*

#### b) Hiyerarşik Örtük Büyüme Modelleri

İlişkisel örtük büyüme modelinden elde edilen ve Tablo 5'de verilen örtük faktörler arasındaki kovaryans ya da korelasyonların birer üst faktörleri yordayıp yordamadığını test edebilmek için eğriler faktörü ve faktörler eğrisi modelleri yapılandırılarak çözümlenmiştir. Bu modellerin kestiriminde model-veri uyumu indisleri GFI=0.94, CFI=0.90, NFI=0.92 ve RMSEA=0,072 olarak elde edilmiştir. Bu uyum indisleri değerlerine göre model-veri uyumu yeterli düzeydedir. Model kestirim sonuçları Tablo 6'da, grafiksel gösterimler ise Ek 3 ve Ek 4'de verilmiştir.

Tablo 6: İkinci sıralı örtük büyüme modelindeki örtük faktörler arasındaki kovaryans değerleri

	Gelişim Eğrileri Faktörü		Gelişim Faktörleri Eğrisi	
	Katsayı	t Değeri	Katsayı	t Değeri
<b>Ortalamalar</b>				
Önsel Başarı (Genel Sabit)	0,88*	8,75	0,88*	8,70
Başarıdaki Artış (Genel Eğim)	0,49*	6,76	0,48*	6,59
<b>Varyanslar</b>				
Önsel Başarı (Genel Sabit)	1,14*	5,68	0,82*	3,87
Başarıdaki Artış (Genel Eğim)	0,09	1,76	0,07	0,65
Kovaryans	0,10	1,63	0,17	1,59

Eğriler faktörü ve faktörler eğrisi modelleri benzer sonuçlar üretmiştir. Buna göre; Türkçe, matematik ve fen bilgisi derslerinin oluşturduğu genel öğrenmeler ele alındığında; başlangıçtaki önsel başarıların anlamlı olduğu (0,88 P<0,05) ve bu ortalama değere göre grubun homojen olmadığı (1,14 P<0,05) gözlenmiştir. Süreçte genel öğrenmelerdeki bilişsel gelişimlerin anlamlı olduğu (0,49 P<0,05) ve bu bilişsel gelişimin gruba göre homojen gerçekleştiği (0,09, P>0,05) ve bu gelişim düzeyinin öğrencilerin önsel başarılarından bağımsız gerçekleştiği (0,10 P>0,05) görülmüştür.

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Örtük büyüme modellerinin eğitimde kullanımının en önemli nedenlerinden birisi sabit ve eğimi birer örtük yapı olarak ele almasıdır. Çünkü eğitimin temelinde değişim ve gelişim vardır. Bir diğer neden ise; öğrenenin kendi bireysel gelişiminin yanı sıra bireyler arası farklılıkları da (sabit ve eğim faktörlerinin varyansının "bireysel farklılıklar parametresi" olarak ele alındığını göz önüne alınırsa) ortaya koyması olarak gösterilebilir.

Tekdeğişkenli örtük büyüme modelleri, bir öğrenme alanındaki öğrenmelerinin hangi oranda geliştiğini ve bu gelişimdeki bireysel farklılıkları ortaya koyabileceği gibi bu bireysel farklılıkları cinsiyet, sosyo-ekonomik düzey gibi dışsal değişkenlere göre nasıl davrandığı belirlenebilir. Diğer taraftan aynı sınıfa dışsal değişkenler yerine belirli denek gruplarına (cohort) göre gelişim farklılıkları test edilebilmektedir.

Çokdeğişkenli örtük büyüme modelleri, tekdeğişkenli ÖGM'ne göre daha karmaşık olmasına karşın birden fazla alandaki öğrenmelerin örtük faktörleri arasındaki ilişkileri belirlemede kullanışlı bir



çözümleme yöntemi olduğu açıktır. Birinci sıralı faktörlere ilişkin bu tür ilişkilerin sınanmasında da ikinci sıralı örtük büyüme modelleri ile olanaklıdır.

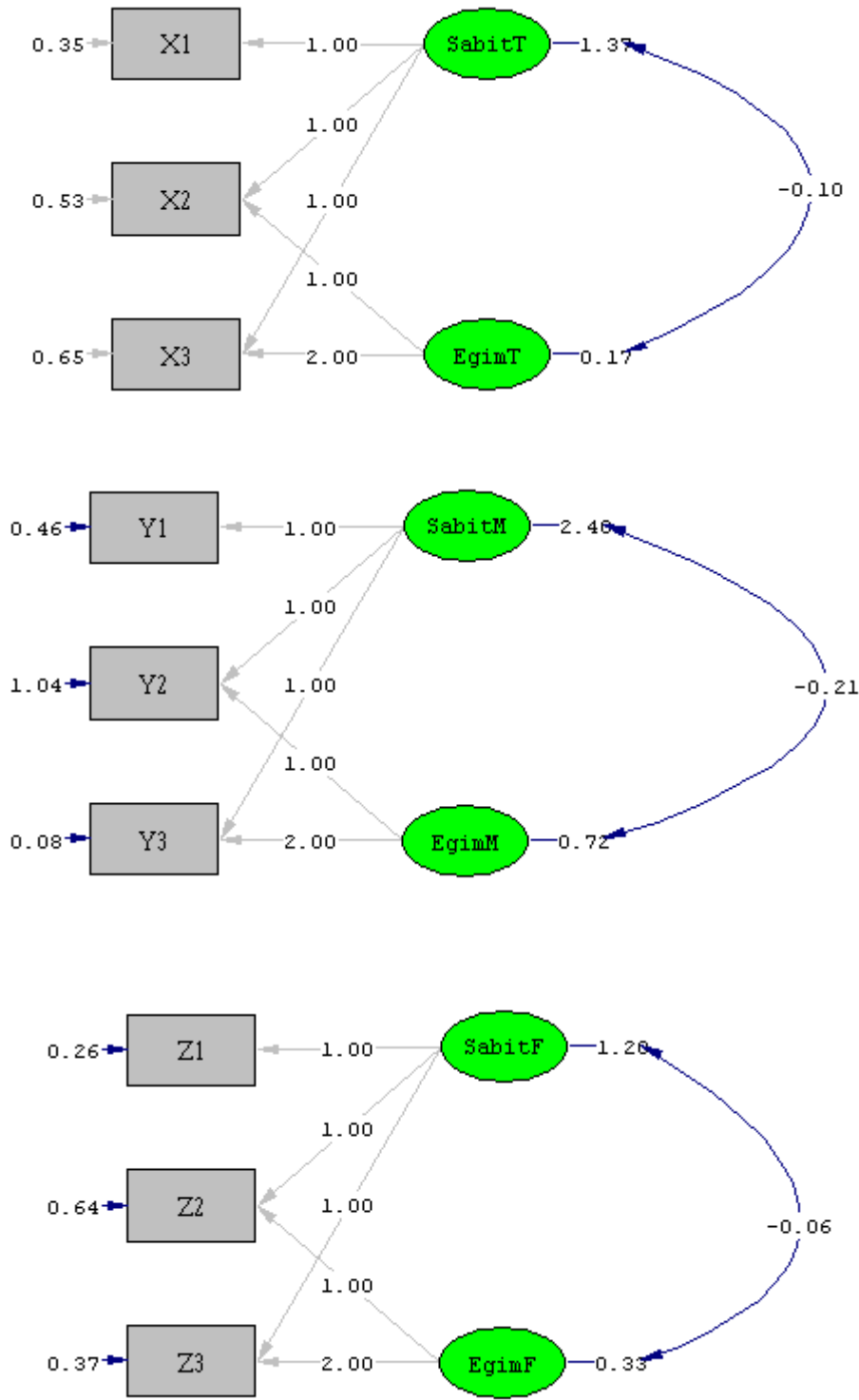
Eğitim alanındaki araştırmacıların yaygın olarak ele aldıkları deneysel tasarımlardan bir tanesi de farklı öğretim tekniklerinin, yöntemlerinin ya da ortamlarının etkililiğini araştırmak üzere yapılandırılmış deney-kontrol grubu düzenekleridir. Bu tür araştırmalarda, çoklgrup-örtük büyüme modellerinin kullanımı, araştırmaya konu olan süreç hakkında daha ayrıntılı bir bilgiler verecektir.

## KAYNAKÇA

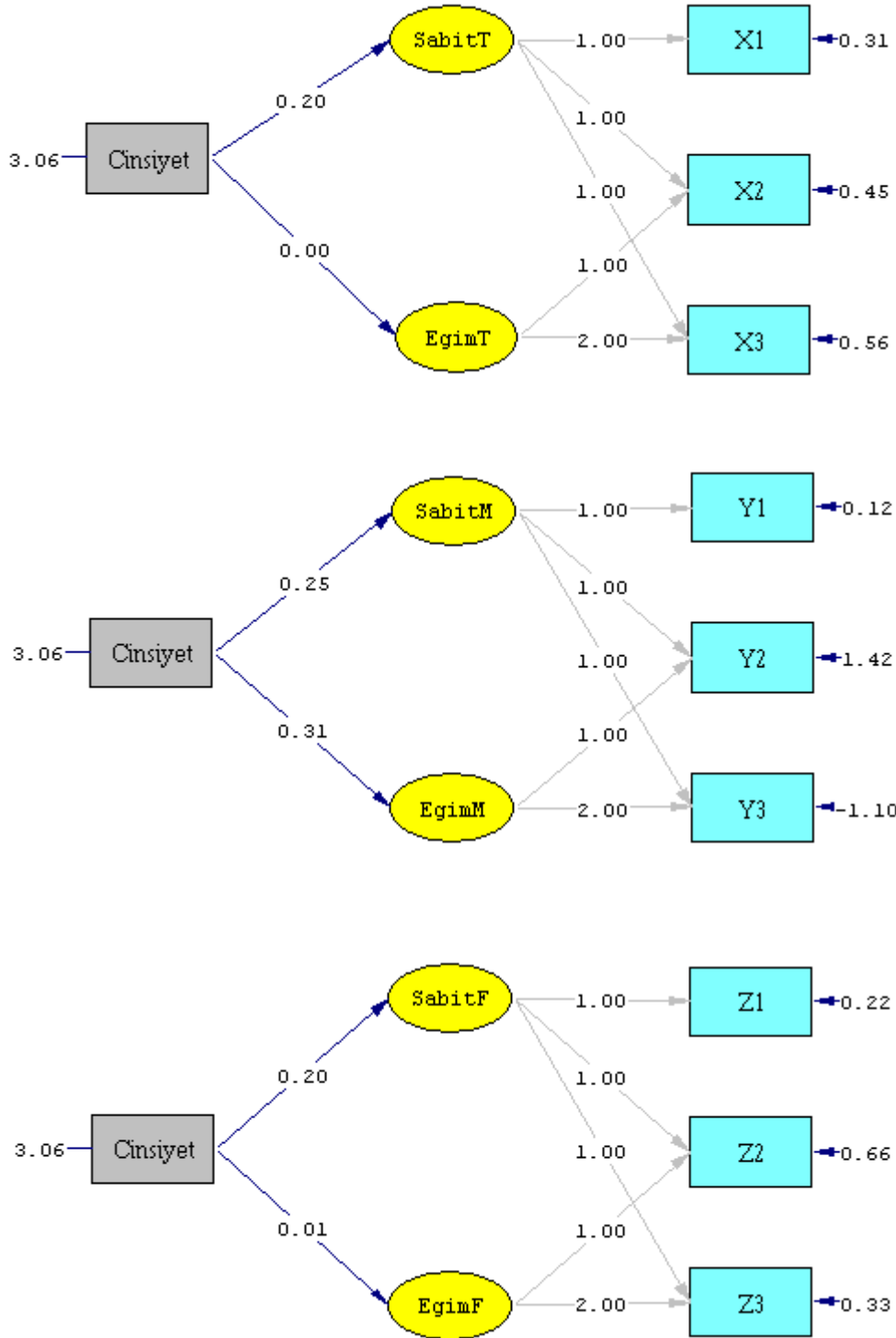
- Anderson, J. C., & Gerbing, D. W. (1984). The effect of sampling error on convergence, improper solutions, and goodness-of-fit indices for maximum likelihood confirmatory factor analysis. *Psychometrika*, 49, 155–173.
- Anderson, J. C., & Gerbing, D. W. (1988). Structural equation modeling in practice: A review and recommended two-step approach. *Psychological Bulletin*, 103(3), 411–423.
- Bentler, P. M. (1995). *EQS structural equations program manual*. Encino, CA: Multivariate Software.
- Bentler, P.M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. *Psychological Bulletin*, 107, 238–246.
- Bereiter, C. (1963). Some persisting dilemmas in the measurement of change. In C. W. Harris (Ed.), *Problems in the measurement of change* (3-20). Madison, WI: University of Wisconsin Press.
- Blozis, S. A., Conger, K.J., & Harring, J. R. (2007). Nonlinear latent curve models for multivariate longitudinal data, *International Journal of Behavioral Development*, 31(4), 340–346.
- Bollen, K. A., & Curran, P. J. (2006). *Latent curve models: A structural equation approach*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Browne, M. W., & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. In Bollen, K., and Long, S. (eds.), *Testing Structural Equation Models*. Sage, Beverly Hills, CA, 136–162.
- Byrne, B. M., & Crombie, G. (2003). Modeling and testing change: An introduction to the latent growth curve model. *Understanding Statistics*, 2(3), 177–203.
- Coffman, D. L., & Millsap, R. E. (2005). Evaluating latent growth curve models using individual fit statistics. *Structural Equation Modeling*, 13, 1–27.
- Cronbach, L. J., & Meehl, P. E. (1955). Construct validity in psychological tests. *Psychological Bulletin*, 52, 281–302.
- Duncan, T. E., & Duncan, S. C. (2004). An Introduction to Latent Growth Curve Modeling. *Behavior Therapy* 35,333-363.
- Duncan, T. E., Duncan, S. C., Strycker, L. A., Li, F., & Alpert, A. (2006). *An introduction to latent variable growth curve modeling: Concepts, issues, and applications*. 2nd Edition. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Duncan, T. E., Duncan, S. C., Strycker, L. A., & Li, F. (2002). A latent variable framework for power estimation within intervention contexts. *Journal of Psychopathology & Behavioral Assessment*, 24(1), 1-12.
- Fan, X. (2001). Parental involvement and students' academic achievement: A growth modeling analysis. *The Journal of Experimental Education*, 70, 27-61.
- Fan, X. (2003). Power of latent growth modeling for detecting group differences in linear growth trajectory parameters. *Structural Equation Modeling*, 10, 380-400.
- Fan, X., & Fan, X. (2005). Power of latent growth modeling for detecting linear growth: Number of measurements and comparison with other analytic approaches. *Journal of Experimental Education*, 73, 121-139.
- Grimm, K. J. (2007). Multivariate longitudinal methods for studying developmental relationships between depression and academic achievement. *International Journal of Behavioral Development*, 31(4), 328–339.
- Hamilton, J., Gagne, P. E., & Hancock, G. R. (2003). The effect of sample size on latent growth models. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Hancock, G. R., Kuo, W. L., & Lawrence, F. R. (2001). An illustration of second-order latent growth models. *Structural Equation Modeling*, 8, 470–489.

- Hess, B. (2000). Assessing program impact using latent growth modeling: a primer for the evaluator. *Evaluation and Program Planning*, 23, 419-428.
- Hong, S., & Ho, H.Z. (2005). Direct and indirect longitudinal effects of parental involvement on student achievement: second order latent growth modeling across ethnic groups. *Journal of Educational Psychology*, 97, 32-42.
- Hu, L., Bentler, P.M., & Kano, Y. (1992). Can test statistics in covariance structure analysis be trusted? *Psychological Bulletin*, 112, 351-362.
- Jackson, D. L. (2003). Revisiting sample size and number of parameter estimates: Some support for the N:q hypothesis. *Structural Equation Modeling*, 10(1), 128-141.
- Kaplan, D. (2002). Methodological advances in the analysis of individual growth with relevance to education policy. *Peabody Journal of Education*, 77, 189-215.
- Kline, R. B. (1998). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York: Guilford Press.
- Leite, W. L. (2007). A comparison of latent growth models for constructs measured by multiple items. *Structural Equation Modeling*, 14(4), 581-610.
- Lohman, D. F. (1999). Minding our p's and q's: On finding relationships between learning and intelligence. In P. L. Ackerman, P. C. Kyllonen, & R. D. Roberts (Eds.), *The future of learning and individual differences: Process, traits, and content* (55-72). Washington, DC: American Psychological Association.
- Marsh, H. W., Balla, J. R., & McDonald, R. P. (1988). Goodness-of-fit indexes in confirmatory factor analysis: The effect of sample size. *Psychological Bulletin*, 103, 391-410.
- McArdle, J. J. (1988). Dynamic but structural equation modeling of repeated measures data. In R. B. Cattell & J. Nesselrode (Eds.), *Handbook of multivariate experimental psychology* (2nd ed., 561-614). New York: Plenum Press.
- MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Zhang, S. & Hong, S., (1999), Sample size in factor analysis, *Psychological Methods*, 4, 84-99.
- Meredith, W., & Tisak, J. (1990). Latent curve analysis. *Psychometrika* 55: 107-122.
- Muthén, B., & Curran, P. (1997). General growth modeling of individual differences in experimental designs: A latent variable framework for analysis and power estimation. *Psychological Methods*, 2, 371-402.
- Muthén, B. O., & Khoo, S. T. (1998). Longitudinal studies of achievement growth using latent variable modeling. *Learning and individual differences*, 10(2), 73-101.
- Newmann, F. M., Smith, B., Ainsworth, E., & Bryk, A. S. (2001). Instructional program coherence: What it is and why it should guide school improvement policy. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 23, 297-321.
- Rogosa, D. (1988). Myths about longitudinal research. In K. W. Schaie, R. T. Campbell, W. Meredith, & S. C. Rawlings (Eds.), *Methodological issues in aging research*, 171-209. New York: Springer.
- Sayer, A. G., & Cumsille, P. E. (2001). Second-order latent growth models. In L. M. Collins, & A. G. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change*, 179-200.
- Schumacker R.E., & Lomax, R.G. (2004). *A beginner's guide to structural equation modeling*, Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ.
- Steiger, J. H. (1990). Structural model evaluation and modification: an interval estimation approach. *Multivariate Behavioral Research*, 25 (2), 173-80.
- Wittmann, W. W. (1988). Multivariate reliability theory. Principles of symmetry and successful validation strategies. In J. R. Nesselrode & R.B. Cattell (Eds.), *Handbook of multivariate experimental psychology* (505-560). New York: Plenum Press.
- Yin, R. K., Schmidt, R. C., & Besag, F. (2006). Aggregating student achievement trends across states with different tests: Using standardized slopes as effect sizes. *Peabody Journal of Education*, 81(2), 47-61.
- Yurdugül, H. (2007). Çoktan seçmeli test sonuçlarından elde edilen farklı korelasyon türlerinin birinci ve ikinci sıralı faktör analizlerindeki uyum indekslerine etkisi. *İlköğretim Online*, 6(1). 160-185.

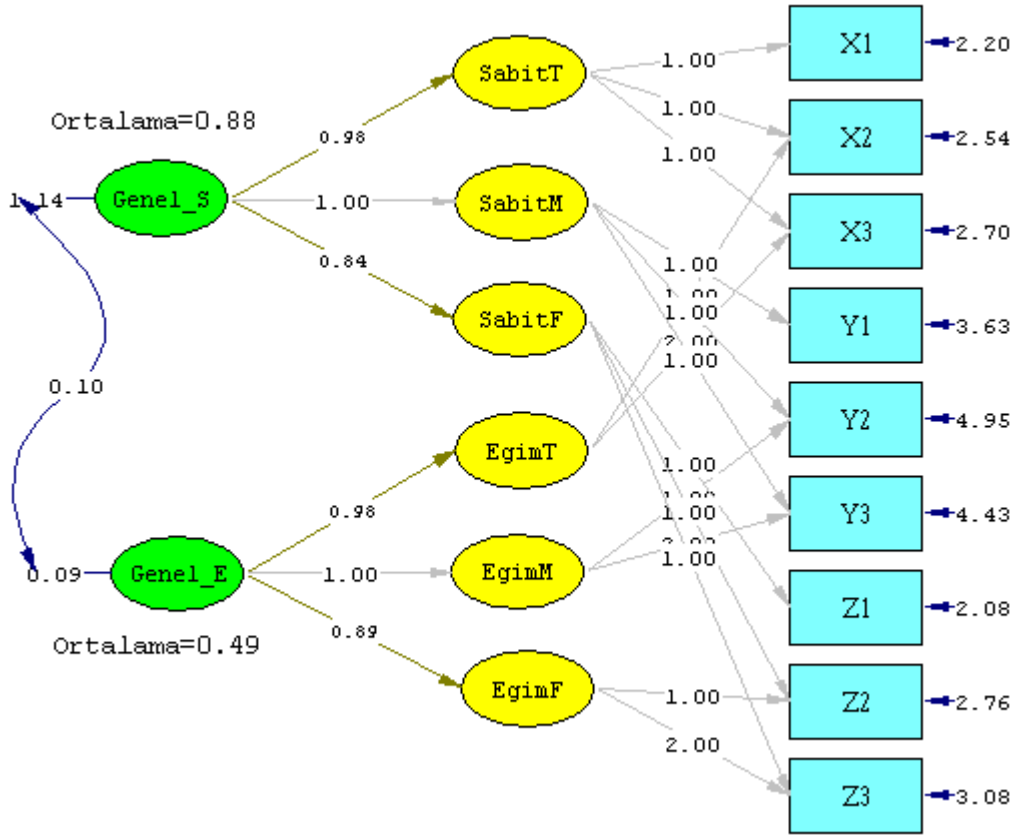
**Ek 1:** Tekdeğişkenli Koşulsuz Örtük Büyüme Modellerinin Ketsimi



**Ek 2:** Tekdeğişkenli Koşullu Örtük Büyüme Modellerinin Ketsimi (Cinsiyete göre)



**EK 3:**  
Genel Öğrenmelerin *Gelişim Eğrileri Faktörü*



**EK 4:**  
Genel Öğrenmelerin *Gelişim Faktörleri Eğrisi*

