

Primary School Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems

Murat Altun^{*}, Dilek Sezgin Memnun^{**}, Yeliz Yazgan^{***}

ABSTRACT. This study investigated the effects of a course on problem-solving strategies in terms of the students' success in problem-solving and their judgment on those strategies. This study, carried out on 120 teacher trainees, took place over a period of 5 weeks followed by pre-, post- and retention tests in an attempt to determine the trainees' level of strategy-learning and problem-solving success. The course was effective in teaching all the strategies except for equation writing and reasoning and led to an increase in problem-solving success. It has been concluded that success in problem-solving can be explicated by three factors. The following sequential order of strategies, namely working backwards, simplifying problems, systematic list-making, reasoning and making diagrams were indicators of problem-solving success of the teacher trainees. All the students unanimously made clear that the strategy-teaching course used in this study should definitely be integrated into their existing curriculum.

Key Words: Problem-solving, teaching of problem-solving, problem-solving strategies, non-routine problems.

SUMMARY

Purpose and Significance: The main aim of this study is to investigate the effects of an undergraduate course in Problem-solving Strategies in terms of teacher trainees' problem-solving skills and their judgment on those strategies.

It has been reported in many studies on this subject that a large number of students are unable to solve moderately difficult non-routine problems. The fact that Singapore, one of the countries which are renewing their mathematics syllabus, has reached the highest averages in Trends International Mathematics and Science Study (MEB, 2003) reports has drawn attention to its application in that country and especially to non-routine problems in the mathematics syllabus there. Considering the fact that a teacher's knowledge, skills and opinions about problem-solving would play an important role when trying to enhance the quality of teaching problem-solving, there was a need to carry out research on the problem-solving competence of teacher trainees.

Methods: This study was carried out on 120 primary teacher trainees who studied "Problem-solving Strategies" on a Mathematical Methods course. Students were given pre-, post- and retention tests consisting of 10 non-routine problems and then a Likert Scale consisting of 8 questions were asked in order to determine their judgment about problem-solving after the instruction.

Having reviewed the literature for the purpose of determining the content of the lesson, it was decided that the researcher would teach the 8 problem-solving strategies called *making systematic lists, guessing and checking, making diagrams, working backwards, writing equations, looking for patterns, reasoning and simplifying problems*.

^{*} Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, maltun@uludag.edu.tr

^{**} Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, dsmemnun@uludag.edu.tr

^{***} Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, yazgany@uludag.edu.tr

As a teaching technique, first the methods of short classroom study, followed by a discussion in heterogeneous groups of two or three subjects, and then classroom discussions took place.

Results: It was observed that at the beginning of the instruction, the teacher trainees did not have enough knowledge of problem-solving strategies and they tended excessively to write equations and remember formulas.

The instruction affected the students' success in problem-solving. The average success rates were 32.35, 61.84 and 55.68 for pre-, post- and retention tests respectively. In order to determine the students' improvement in learning the strategies and using them, the difference in the frequency of usage between pre- and post-test was taken into account.

The frequency of usage of the strategies, namely working backwards, making a table, reasoning, making a systematic list, making diagrams, guessing and checking, looking for a pattern and simplifying the problems decreased, but on the other hand that of writing an equation increased. The reason for that was considered to be the fact that in the pre-test the students tried to remember an equation or a formula for almost every problem. On the contrary, in the post- and retention test, they created some simple strategies to solve the problems on their own.

According to the scores of the post-test considering the frequency of strategy usage of those who were 27% unsuccessful and of the 27% successful ones, the students were re-classified by the help of classification analysis and a correct classification rate of 98% was attained. The most effective three strategies in classifying the groups were those of writing an equation, reasoning and making a diagram.

In considering the students' opinions about problem-solving strategies; it can be said that they liked the non-routine problems and problem-solving strategies and they indicated that guessing and checking and writing an equation were easy, that simplifying the problem and reasoning were hard, and that the others were moderate.

Discussion and conclusions: Based on the data analysis, the conclusion derived from the present study might be summed up as follows;

- taking such strategy courses would be useful for prospective teachers as these courses might help them to compensate for the shortcomings of traditional teaching methods and create positive attitudes towards mathematics;
- discussion of non-routine problems provides the students with a background aspect of modern mathematics teaching which aims at helping students learn processes and acquire a mathematical disposition;
- students differ from each other in terms of their levels of learning and using problem-solving strategies and could be classified as successful and unsuccessful by discriminant and classification analyses when the use of these strategies was taken into consideration.

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Matematiksel Problemleri Çözme Becerileri ve Bu Konudaki Düşünceleri

Murat Altun *, Dilek Sezgin Memnun **, Yeliz Yazgan ***

ÖZ. Bu çalışmada, sınıf öğretmeni yetiştiren programların öğrencilerine problem çözme stratejileri konusunda verilen bir eğitimin, problem çözme başarısı üzerindeki etkileri ve öğrencilerin problem çözme stratejileri hakkındaki düşünceleri incelenmiştir. Çalışma sınıf öğretmeni adayı 120 öğrenci üzerinde yapılmış olup, öğrencilere 5 haftalık bir eğitim verilmiş ve ilk test - son test uygulanarak, stratejileri öğrenme düzeyleri ve problem çözme başarı düzeyleri tespit edilmiştir. Öğretim, denklem yazma ve muhakeme etme dışında tüm stratejilerin öğretiminde etkili olmuş ve problem çözme başarısının yükselmesine yol açmıştır. Problem çözme başarısının üç faktörle açıklanabileceği, problem çözme başarısını işaret etmede sırasıyla bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma, muhakeme etme ve diyagram çizme stratejilerin güçlü olduğu sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin tümü, öğretmen eğitiminde çalışmaya konu olan stratejilerin öğretimine yer verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Anahtar Sözcükler: Problem çözme, problem çözme öğretimi, problem çözme stratejileri, rutin olmayan problemler

GİRİŞ

Son yıllarda Amerika, İngiltere, Avustralya, Hollanda, Singapur, Kore gibi ülkelerin eğitim reformu çalışmalarında problem çözme, mantık yürütme becerilerinin kazanılması ve bu becerilerin gerçek hayat problemlerine uygulanması ile ilgili güçlü bir vurgu vardır (Verschaffel, De Corte, Lasure, Vaerenbergh, Bogaerts ve Ratinckx, 1999; Cai, 2003). Matematik öğretimine ilişkin araştırmaların, matematik öğrenme yerine matematik yapmayı yani öğrencilerin bir matematiksel kavram veya bağıntıya, seçilmiş uygun problemleri çözmeye çalışmak suretiyle, kendilerinin ulaşmasını önermesi, problem çözme ve öğretiminin artmasına yol açmıştır.

Problem çözme sürecinin analizine ilişkin araştırmalar, bu süreç içinde yer alan stratejik davranışları gösterenlerin problem çözmeye daha başarılı olduğunu ve öğretimin odak noktasının bu davranışları kazandırmak olması gerektiğini belirtmektedir (Santos-Trigo, 1998). Bu durum, problem çözme öğretimini matematik öğretiminin önemli bir meselesi haline getirmiş ve problem çözme son 15 yılın çok çalışılan konularından biri olmuştur Aynı dönemdeki araştırmalar, okullardaki problem çözme öğretiminin gerçek hayat problemlerini çözmeye yetersiz kaldığını, öğrencilerin problemler üzerinde düşünmek ve çözüm stratejileri üretmek yerine, sayısal işlemlere başvurup çabucak sonuca gitmeye çaba gösterdiklerini (Verschaffel ve d., 1999; Kaur, 2001; Pape and Wang, 2003; Cai, 2003; De Corte, 2004; Nancarrow, 2004) ortaya koymuştur. Bu durumun yanı sıra, aynı dönemde matematiğe karşı tutum üzerine yapılan araştırmalarda, öğretimle birlikte matematiğe karşı olumsuz tutumun arttığı, matematikte iyi olanların bile matematiğe ve matematik öğrenmeye karşı olumsuz tutum geliştirdikleri rapor edilmiştir (Verschaffel v.d., 1999; De Corte, 2004).

* Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, maltun@uludag.edu.tr

** Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, dsmemnun@uludag.edu.tr

*** Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, yazgany@uludag.edu.tr

Ülkemiz öğretim programlarında, matematiğe geniş yer ayrılmasına rağmen beklenen başarı elde edilememiş, Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) tarafından 1999 yılında ilköğretim düzeyinde yapılan karşılaştırmalarda ülkemiz 38 ülke arasında 31'inci olmuştur. 2003 yılında yapılan karşılaştırmalara ise ülkemizde katılmama kararı alınmıştır (MEB, 2003). Bu karşılaştırmalarda ilk sıraları elde eden ülkelerin programları incelendiğinde, bunların problem çözme merkezine alarak oluşturulduğu görülmüştür (Kaur, 2001; Cai, 2003). Öğretim kültürel bir olay olduğu için bir ülkedeki uygulamaların bir diğerine doğrudan nakli söz konusu olamaz (Cai, 2003), ancak, başarılı uygulamaların vereceği ipuçları program geliştirme için yeni ve etkili fırsatlar sunabilir. Bin dokuz yüz seksenli yıllarda sınıfta problem çözme öğretiminde Polya'nın verdiği dört aşamalı model esas alınmış, daha sonra ilgi bilişüstü stratejileri daha iyi geliştireceği düşüncesiyle rutin olmayan problemlere yönelmiştir (Santos-Trigo, 1998). Matematik eğitiminde, geçen yüzyılın aynı döneminde ortaya çıkan değişikliklerin en önemlisi, matematiğin öğrenilmesi gereken soyut kavramlar ve yöntemler bilgisinin bir koleksiyonu olmaktan çıkmasıydı. Günümüzde matematik öğretimi temelde realitenin modellenmesini esas alan problem çözme ve anlamlandırma aktivitelerinden oluşmaktadır (De Corte, 2004). Rutin olmayan problemlerin her biri bazı olayların birer modelidirler ve bu problemler üzerinde çalışılması hem çağdaş anlamda matematik öğretiminin geliştirilmesini hem de okulda öğrenilen problem çözme ve muhakeme etme becerilerinin gerçek hayata uygulanmasını kolaylaştırabilir. Matematik eğitiminden birinci derecede sorumlu olan öğretmen adayları üzerinde problem çözme ve özellikle de rutin olmayan problemler üzerinde yapılan araştırmalar, onların problem, problem çözme, çözüm stratejileri hakkındaki düşüncelerini öğrenmede, problem çözmeye ve öğretiminde karşılaşılan güçlükleri tanınmada ve özellikle problem çözme öğretimindeki eksiklikleri gidermede işe yarayacak kullanışlı bilgiler ortaya koyabilir. Bu noktadan hareket ederek, yüksek öğretimde okuyan sınıf öğretmeni adayları üzerinde problem çözme stratejilerinin tanınması ve bunların kullanılması konusunda bir araştırma planlanmıştır.

Araştırmanın soruları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

- (1) Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözmeye başarı düzeyleri nedir? Bu alanda verilen problem çözme stratejileri öğretimi öğrencilerin problem çözme başarı düzeyini arttırmakta mıdır? Arttırmakta ise bu artışta öğretimi yapılan stratejilerin payları nedir? Başarılı-başarısız ayırımı yapmada hangi stratejiler daha fazla etkilidir?
- (2) Öğretmen adaylarının problem çözme stratejileri ve bunların öğretimi hakkındaki düşünceleri nasıldır?

Bu çalışmadaki *rutin olmayan problem* ile çözenin, çözüm ile ilgili peşinen bir yöntem bilmediği problemler kastedilmektedir. Bu problemler, rutin problemlerden farklı olarak çözümlerinin gerektirdiği bilgi ve becerileri alışılmadık yollarla kullanmayı gerektirirler. Bundan ötürü, bilişsel aktivitelerin seçimi, planlanması ve uygulanması sürecini en iyi şekilde ortaya koyarlar (Nancarrow, 2004). *Problem çözme stratejileri*, öğrencilerin bir problemin çözümünü ile meşgul olurken ortaya koydukları bilişsel aktivitelerin her biridir. Başlıca, problem çözme stratejileri *sistemik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, denklem veya eşitsizlik yazma, bağıntı bulma, tablo yapma, muhakeme etme ve problemi basitleştirme*dir. Problem çözme stratejileri bilgisi öğrencilerin problemleri doğru çözmelerini garanti etmez fakat doğru ve sistemik girişimde bulunmalarını sağlar ve doğru çözmeye olasılığını yükseltir (Cai, 2003).

Problem çözme üstüne değişik düzeylerde birçok araştırma yapılmıştır. Konumuza yakın olanlar şöyle özetlenebilir:

Verschaffel v.d. (1999) dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerine verilen problem çözme öğretiminin, onların matematiksel uygulama problemlerini çözmelerinde etkili olduğunu ve

öğrencilerin problem çözme stratejilerini öğrenebildiğini; Folmer (2000), dördüncü sınıfta rutin olmayan problemler üzerindeki öğretimin, bilişsel strateji kullanımını ve nasıl çözdüğünün farkında olmayı geliştirdiğini rapor etmiştir. Pugale (2001), lise öğrencilerinin yazılı çözümlerinden, başarılı olanların probleme odaklanma, verileri organize etme, işlem yapma ve sonuçları anlamlandırma davranışları ile diğerlerinden ayrıldığı sonucunu elde etmiştir. Pape ve Wang (2003) ortaokul öğrencilerinin hedef seçme, plan yapma, kendi davranışlarını düzene sokma, çalışma ortamını kendine göre düzenleme, kendini başkalarının yardımı ile değerlendirme davranışları ile diğerlerinden ayrıldığı sonucunu elde etmiştir. De Hoys, Gray ve Simpson (2004), iki üniversite öğrencisinin rutin olmayan matematik problemlerini çözme süreçlerini analiz etmişler ve bunlardan daha başarılı olanın problemin yapısına göre kendisinin bir yöntem geliştirmeye odaklandığı, diğerinin çözümde işe yarayacak bir yöntem aradığı sonucuna varmışlardır. Nancarrow (2004), yaklaşık 15'er kişilik üç grupta öğrencilerin problem çözümedeki özgün girişimleri (heuristics) ve yaratıcılarını destekleyecek şekilde düzenlenmiş bir problem çözme yöntemi dersinde, öğrencilerin rutin olmayan cebirsel problemleri çözme davranışlarını etkileme şeklini incelemiştir. Kontrol gruplu olarak yürütülen bu çalışma, problem çözme başarısı ile problemle ilgili temel kavram ve yöntem bilgisi arasında güçlü korelasyon olduğunu, öğrencilerin bilişsel stratejilerinin geliştirilmesinde yapılan deneysel öğretimin yararlı olduğunu ortaya koymuştur.

Singapur'da 1997'de başlayan program düzenleme çalışmalarında, öğrencilerin problem çözme ortamında çalıştırılmak suretiyle kendi yeteneklerini geliştirmeleri amaçlanmıştır. Buradaki problem kavramı geniş bir aralıktaki çalışmaları, rutin ve rutin olmayan problemleri, açık uçlu tartışmaları ve bunlarda yer alan çözüm stratejilerini kapsamaktadır (Kaur, 2001). Bu programların; kavramlar, beceriler, süreç, tutum ve strateji eğitimi olmak üzere beş ana bileşeni vardır. Bizim çalışmamız bu bileşenlerden son ikisi ile doğrudan, diğerleri ile de dolaylı olarak ilişkilidir.

Problem çözme öğretiminin etkisi zaman içinde kendini daha iyi gösterir (Cai, 2003). Bu bakımdan problem çözme, belli bir zaman içinde öğretilmesi gereken bir konu olarak ele alınmak yerine okul ortamı içinde daima yaşatılan bir konu olmalıdır.

Bu çalışma, problem çözme öğretiminin yapılması ve sonrasında problem çözme başarısının değerlendirilmesi bakımından yapılmış olan araştırmalara benzemekle beraber, stratejilerin problem çözme başarısını açıklamadaki paylarını araştırması, öğretmen adayları üzerinde yürütülmesi, onların problem çözme stratejileri hakkındaki düşüncelerine yer vermesi, problem çözme araştırmalarının az sayıda olduğu üniversite düzeyinde olması bakımından farklılık göstermektedir.

YÖNTEM

Araştırmanın Yürütüldüğü Grup

Araştırma, 2005–2006 Öğretim Yılı'nda Uludağ Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği Programı'nın üçüncü sınıfına devam eden 86'sı bayan toplam 120 öğrenci üzerinde yürütüldü. Öğrencilerden 81'i birinci öğretim, 39'u ikinci öğretim öğrencisiydi. Araştırma grubu, araştırmacının ders verdiği öğrencilerin tamamını kapsıyordu.

Deneysel Çalışmanın Tanıtılması

Deneysel çalışma, 28 hafta süreli Matematik Öğretimi dersi kapsamında problem çözme öğretimine ayrılan 5 haftalık süre içinde problem çözme kuramı, problem çözme stratejilerinin tanıtılması ve rutin olmayan problemlerin çözümleri ve ilgili uygulamaların yapılması şeklinde planlandı.

Öğrenme ortamının genel amacı; öğrencileri daha aktif, daha stratejik ve problemleri çözmek için daha istekli kılmaktır. Daha özelden amaç, öğrencilerin problem çözmedeki stratejileri kazanmalarıdır. Stratejinin kazanımı, ayrıntıda, problem çözme sürecinin değişik safhalarının farkında olma, her bir safhadaki eylemleri düzenleme ve stratejileri uygun yer ve zamanında kullanabilme başarısı olarak düşünülmüştü. Öğretim tekniğinin oluşturulmasında, yukarıda açıklanan amaca daha uygun olduğu literatürce desteklenen (Verschaffell v.d., 1999) sosyo-yapılandırıcı yaklaşım benimsendi. Öğretimin şeklinin belirlenmesinde, Verschaffell v.d.'nin (1999) matematiksel uygulama problemleri üzerine yaptıkları deneysel araştırma için oluşturdukları sosyo-yapılandırıcı sınıf kültüründen ve Schonfeld'in üniversitede verdiği problem çözme öğretimi dersindeki (Santos-Trigo, 1998) sınıf içi öğretim çalışmalarından yararlandı. Buna göre derslerde; önce kısa süreli sınıf çalışması, sonra iki veya üç kişiden oluşan heterojen gruplarda tartışma, daha sonra sınıf tartışması açma yöntemi benimsendi ve uygulandı. Sınıf içi çalışmalarda öğretim üyesinin temel görevi, öğrencilerin problemleri çözmeye girişimlerini ortaya koyabilmelerine uygun bir ortam yaratmaktır. Öğrencilerin zihinsel davranışları düzenleme becerilerini geliştirmelerinin problem çözmede önemli bir faktör olduğu (De Corte, 2004) dikkate alınarak doğrudan yardım etmekten kaçınıldı. Çözüm sırasında, öğrencilere hiçbir şekilde kullanacakları strateji ima edilmedi. Küçük gruplarda yapılan çalışmalar izlendi, problemin anlaşılmasına ilişkin sorulara zorunlu olmadıkça açıklama verilmedi, bunun yerine cevabı buldurucu yeni sorular yöneltildi, arkadaşları ile tartışmaları, önceden tanıdığı benzer durumları hatırlamaları ve bağlantı kurmaları önerildi. Öğrencilere, duraklamaları halinde; “Duruma ilişkin bir şekil çizmeniz yararlı olabilir mi?” , “Bu denemeyi önce özel durumlar için yapmayı düşünür müsünüz?” , “Özel değerler için düşünceniz doğrulanıyor mu?” gibi sorularla yönlendirmeler yapıldı. Çözüm doğru ise “Başka bir çözüm yolu var mı? Çözümünüz genellenebilir mi?” gibi sorular ile çözümlerini değerlendirmeleri sağlandı. Bu çalışmalar sırasında öğrenciler; öğretim üyesi veya başka gruplardaki arkadaşları ile temas kurma ve onlarla bir şeyi tartışma konusunda özgür bırakıldılar.

Ölçme Araçları

Bu çalışmada, verilerin toplanması amacı ile kullanılan ölçme araçları iki türdü. Bunlardan birincisi; ön, son ve kalıcılık testlerinden oluşan problem çözme testleriydi. Her biri en az bir stratejinin kullanımını gerektireceği düşünülen on ayrı problemden oluşan bu testlerde, öğrencilerden çözümlerini cevap kâğıtlarına açık olarak yazmaları istendi. İlk, son ve kalıcılık testlerinin aynı problemlerden oluşturulması düşünüldü ise de öğrencilerin, ilk testin uygulanmasından sonra, problemlerin çözümlerini merak edecekleri ve öğrenecekleri göz önünde bulundurularak bundan vazgeçildi ve ayrı test hazırlandı. Bu testlerden ilk ve son test soruları Ek 1’de verilmiştir. Bu testlerde, eşleşen sorular, zorluk düzeyi ve gerektirebilecekleri stratejiler bakımından denk olabilmeleri için matematik eğitiminde uzman kişilerden oluşan dört kişilik bir grupta tartışıldı. Problem metnlerinin anlaşılır olup olmadığını belirlemek için sorular, aynı fakültenin dördüncü sınıf öğrencilerinden 36 öğrenciye uygulandı ve öğrenci tepkileri dikkate alınarak gerekli düzeltmeler yapıldı. Örneğin, son teste yer alan yumurta probleminde (Bakınız: Ek 1), öğrenciler tarafından 7 ve 11 dakikalık sürelerde pişirmeye ayarlı makinelerin bu süreler içerisinde durdurulup durdurulamayacağı soruldu. Bu tereddüdü gidermek için, soru metnine “Makineler ayarlı süreyi tamamlayıncaya kadar durdurulamıyor ve başka bir zaman ölçen aracınızda yok.” cümlesi eklendi.

İkinci araç, çalışmanın sonunda uygulanan ve stratejilerin öğrenilmesi hususunda öğrencilerin kendi görüşlerine yer veren likert tipi bir ölçektir. Bu ölçekte öğretmen adaylarına; birinci sütunda strateji adı, ikinci sütunda sınavlarda karşılaştıkları ve stratejiyi gerektiren örnek problem metinleri verildi. Bu problemler ve stratejiler ile ilgili çalışmalar göz önünde bulundurularak, stratejilerin öğrenilmesi ile ilgili; *zor*, *kısmen zor*, *orta*, *kısmen kolay*, *kolay* seçeneklerinden kendileri için uygun buldukları birini işaretlemeleri istendi. Bu aracın amacı,

öğretmen adaylarının stratejilerin öğrenilmesindeki zorluk düzeylerini algılama şeklini ortaya koymaktı. Ayrıca bu araçta, likert tipi sorulardan farklı olarak “*Bu sorularla veya benzerleriyle daha önce karşılaşmış mıydınız? Gelecek yıl matematik öğretimi dersi alacak öğretmen adaylarına problem çözme stratejileri ve rutin olmayan problemler ünitesinin okutulmasını önerir misiniz? Gerekçeleriyle açıklayınız.*” şeklinde açık uçlu bir soruya yer verildi.

Uygulama

Deneysel çalışma; haftada 4 saat olmak üzere 5 haftalık sürede gerçekleştirildi. Haftalık dört ders saati, iki farklı günde ikişer ders saati şeklinde planlandı.

İlk haftanın birinci oturumunda problem çözmenin ilk testi uygulandı. Haftanın ikinci oturumu, problem ve problem çözme kavramlarının tanıtılmasına ayrıldı. Bu amaçla; rutin ve rutin olmayan problem, sözel ve gerçek problem kavramları ve problem çözme öğretiminin amaçları tartışıldı ve problem çözme süreci Polya'nın verdiği dört aşama (problemin anlaşılması, çözüm için uygun stratejinin seçimi, stratejinin uygulanması ve değerlendirme) esas alınarak tanıtıldı. Bu aşamalarda yer alan kavramların anlamlarını geliştirmek ve öğrenci davranışlarını açıklamak için, yine Polya'nın (1957) *How to Solve It?* kitabında yer verdiği *verilen bir üçgenin içine; iki köşesi bir kenar, diğer iki köşesi üçgenin diğer kenarları üzerinde bulunan karenin çizimi problemi* üzerinde çalışıldı.

Sonraki haftalarda stratejilerin öğretimine yer verildi. Stratejilerin tanıtıldığı ders saatlerinde, stratejilerle ilgili hiçbir ön bilgi verilmeden, öğretimi planlanan stratejinin kullanımını gerektiren bir problem verildi ve problemin iki veya üç kişiden oluşan küçük gruplarda çözümü istendi. Çözüm girişimleri için yeterli zaman ayrıldıktan sonra sınıf tartışması açıldı. Sınıf tartışmasında, çözüm sürecindeki etkinlikler problem çözmenin dört safhası ile ilişkilendirildi. Çözümün tamamlanmasının ardından, öğrencilerden kullanılan stratejiye bir ad önermeleri istendi. Örneğin, sistematik liste yapma yerine “listeleme”, “seçenekleri inceleme” gibi adlar önerdiler. Önerilen isimlerin uygunluk dereceleri tartışıldı ve literatürde yer alan isme karar verildi.

Strateji öğretiminin yukarıda tanıtıldığı şekilde tamamlanmasının arkasından; strateji ayrımı gözetmeksizin, öğrencilerin öğretim sırasında ödev olarak kendilerine verilen sorulardan çözmedikleri ve öğretim üyesinin (araştırmacının) önerdiği sorular üzerinde çalışıldı. Çalışmanın bitimini izleyen ara sınav haftasında son test uygulandı.

Sonuçların Değerlendirilmesi

Problem çözme başarısını ölçmeyi amaçlayan ilk ve son testte yer alan onar problemin her biri, iki ayrı araştırmacı tarafından 10 puan üzerinden değerlendirildi. İki araştırmacının verdiği puanlar arasındaki korelasyon katsayısı 0.86 olarak hesaplandı. Farklı olan sonuçlar karşılaştırıldı ve ortak karar oluşturuldu. Başarı notlarının belirlenmesinden sonra, her bir stratejinin kullanım durumunu belirlemek için cevaplar yeniden incelendi ve stratejinin kullanımına yer verilmiş ise, “+1” puan verildi. Stratejinin “+1” olarak puanlanabilmesi için, girişimin çözüm için isabetli olup olmadığına bakıldı ve problemin doğru çözülmüş olması şartı aranmadı. Başarı notlarının ve stratejileri kullanma durumlarının belirlenebilmesi için her bir cevap kâğıdı iki ayrı araştırmacı tarafından bağımsız olarak okundu. Elde edilen puanlar arasında puanlamanın güvenilirliğine ilişkin hesaplanan Kappa katsayısı 0.78 olarak bulundu. Problem çözme başarısı toplam üç faktörde açıklandı. Faktörlerin yük değerleri sırayla birinci faktör için % 34.85, ikinci faktör için % 13.93 ve üçüncü faktör için % 11.86'dır. Üç faktör birlikte toplam varyansın % 60.64'ünü açıklamaktadır. Faktör analizi sonucunda, problem çözme başarısının elde edilen birinci faktörle açıklandığı varsayılarak test maddelerinin iç tutarlılığı (güvenirliği için hesaplanan Cronbach alfa (α) katsayıları ilk, son ve kalıcılık testleri

için sırayla 0.54, 0.70 ve 0.72 olarak hesaplandı. İlk testteki güvenilirliğin düşüklüğü, testteki başarının düşüklüğü bazı stratejilerin çok az kullanılması ile açıklanabilir. Öğrencilerin stratejilerin kolaylık ve zorluk düzeylerine ilişkin doldurdıkları Likert tipi ölçekte; seçeneklere zor:1, kısmen zor:2, orta:3, kısmen kolay:4, kolay:5 katsayıları atanarak, zorluk düzeyi ortalamaları hesaplandı. Bu hesaplama yöntemine göre ortalama kolaylık dereceleri 5 üzerinden teşekkül etmekte ve derecenin yüksek olması stratejinin kolay, düşük olması zor bulunduğunu işaret etmektedir (Tablo 1). Likert tipi testi dolduran 106 öğrencinin işaretledikleri puanlar için hesaplanan Cronbach alfa (α) sayısı 0.71 bulundu. Bu değer testin güvenilirlik düzeyinin yüksek olduğunu göstermektedir.

Rutin olmayan problemleri ve onların öğretimini benimseme, gerekli bulma hususundaki “*Bu sorularla veya benzerleriyle daha önce karşılaşmış mıydınız? Gelecek yıl matematik öğretimi dersi alacak öğretmen adaylarına problem çözme stratejileri ve rutin olmayan problemler ünitesinin okutulmasını önerir misiniz? Gereçekleriyle açıklayınız.*” şeklindeki açık uçlu soruya verilen cevaplar okundu ve öğrencilerin cevaplarında yer verdikleri düşünceler benzerliklerine ve sıklıklarına göre tasnif edildi.

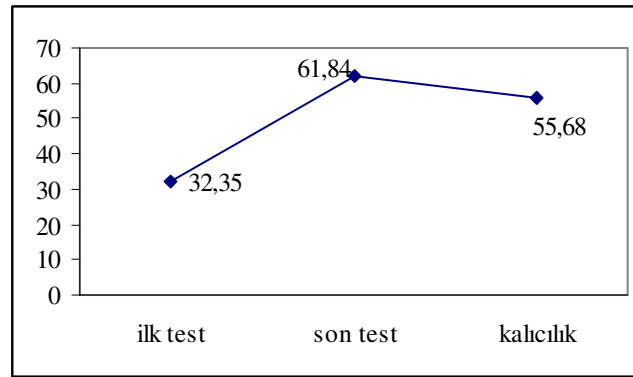
BULGULAR

Bu çalışmanın birinci amacı, sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme stratejileri ile ilgili mevcut bilgi ve becerilerini, bu alanda verilen bir eğitimin bu bilgi ve becerilerin gelişimi üzerindeki etkilerini, strateji bilgilerinin problem çözümedeki başarıyı açıklama güçlerini, ikinci amacı ise, öğrencilerin stratejilerinin zorluk düzeyleri ve öğretimin gerekliliği hakkındaki düşüncelerini ortaya koymaktı. Bulgular aşağıda sunulmaktadır:

Stratejiler ile İlgili Bulgular

Problem çözme stratejileri üzerine yapılan 5 haftalık eğitim, Tablo 1’de görüldüğü gibi stratejilerinin öğrenilmesinde etkili oldu. Öğretimin başında uygulanan ilk problem çözme testinin başarı ortalaması $\bar{x} = 32.35$ (SS=12.84) iken; son testte $\bar{x} = 61.84$ (SS=16.59) ($t=13.75$, $p<0.001$), kalıcılık testinde $\bar{x} = 55.68$ (SS=15.85) oldu ve son test ile kalıcılık testi arasında anlamlı bir fark görüldü ($t=2.99$, $p<0.001$) (Şekil 1).

Şekil 1. Çalışma grubunun ilk, son ve kalıcılık test ortalamaları



Problem çözme başarısında gözlenen bu artışta stratejilerin paylarının belirlenmesi amacıyla, stratejilerin kullanım ile ilgili sıklık ortalamaları hesaplanmış ve Tablo 1’de verilmiştir. Testlerde yer alan problemlerin bazıları bir, bazıları birden çok strateji ile çözülebilmirdi.

İlk testte, *denklem yazma* sıklıkla, *bağıntı bulma*, *tahmin ve kontrol* stratejileri nadiren, diğerleri kısmen kullanıldı. Öğretim iki strateji dışında tüm stratejiler üzerinde etkili oldu ve Tablo 1’de

yer alan ilk test ve son test ortalamaları arasında hesaplanan t değerleri muhakeme etme dışında 0.05 düzeyinde denklem yazma stratejisi de negatif yönde olmak üzere anlamlı bir farklılaşma olduğunu gösterdi (Tablo 1).

Tablo 1. *Problem çözme stratejilerinin kullanımı ile ilgili istatistikler*

Strateji Adı	Ortalama Kullanım Sayısı		t	Kullanan Öğrenci Sayısı		Azami Başvuru Sayısı	Öğrencilerin Belirlediği Güçlük Derecesi
	İlk Test \bar{x} (ss)	Son Test \bar{x} (ss)		İlk Test n (%)	Son Test n (%)		
Sistemantik Liste Yapma	0.20 (0.04)	0.81 0.46	11.139*	25 (20.8)	114 (95)	2	3.587
Tahmin ve Kontrol	0.08 0.27	1.38 0.70	19.017*	9 (7.5)	95 (79.2)	2	4.356
Diyagram Çizme	0.63 0.67	1.53 0.72	9.705*	62 (51.7)	103 (85.8)	3	3.154
Bağıntı Bulma	0.02 0.13	1.23 0.70	18.674*	2 (1.7)	89 (74.2)	2	3.587
Denklem Yazma	0.57 0.79	1.87 1.22	-10.130*	96 (80)	62 (51.7)	3	4.183
Geriye Doğru Çalışma	0.22 0.41	0.46 0.50	4.258*	27 (22.5)	81 (67.5)	1	3.135
Muhakeme Etme	0.33 0.47	0.44 0.63	1.617	39 (32.5)	87 (72.5)	2	3.337
Problemi Basitleştirme	0.28 0.44	0.88 0.45	11.139*	34 (28.3)	95 (79.2)	2	2.250
Diğer	0.23 0.50	0.04 0.201	-4.141*	25 (20.9)	23 (19.2)	2	

* p<0.001

Stratejilerin her biri ile ilgili olarak ilk test ve son testte gözlenen dikkate değer hususlar aşağıda özetlenmiştir.

Sistemantik liste yapma stratejisine ilk testte başvuru sayısı çok az iken, bu strateji son testte yer alan *on altı sayı* probleminde çok, *sınav puanı* probleminde kısmen kullanıldı.

Tahmin ve Kontrol Stratejisi, öğretimden en çok etkilenen strateji oldu. Öğrenciler ilk testte denklem yazmaya başvurarak çözdükleri problemlerin son testteki benzerlerini tahmin ve kontrol stratejisi ile çözmeyi denediler. *Sınav puanı*, *paraşüt* ve *defineciler* problemleri stratejinin en çok kullanıldığı problemler oldu.

Diyagram çizme, hem ilk hem son testte çok başvurulan stratejilerden biri oldu. Öğrenciler son testte bu stratejiye; *desinatör*, *dikdörtgenler*, *paraşüt* ve *üçgenler* problemlerinin çözümlerinde başvurdular.

Bağıntı bulma, öğrencilerin öğretimin başında başvurmadıkları bir strateji iken, son testte öğrenciler *dikdörtgenler*, *üçgenler*, *desinatör* sorularının çözümlerinde bu stratejiye yer verdiler.

Denklem yazma, bu çalışmada kullanımı azalan tek stratejiydi. İlk testte kullanım düzeyi en yüksek iken son testte düştü. Öğrenciler ilk testte *bilye*, *su sarfiyatı*, *otobüs yolcuları*; son testte

sınav puanı, paraşüt, defineciler problemlerinin çözümünde denklem yazmadan yararlandılar. İlk testte sözü edilen problemlerde denklem yazmaya başvuranların sayısı, son testtekilere göre yüksek oldu. Özellikle ilk testte *bilye, otobüs yolcuları ve su sarfiyatı* problemlerinde denklem yazmaya başvuranların son testte bu sorularla eşleşen *sınav puanı ve paraşüt* problemlerini çözümede tahmin ve kontrol stratejisine, otobüs yolcuları sorusunda geriye doğru çalışma stratejilerine başvurmaları stratejinin kullanımı ortalamasının azalmasına yol açtı.

Geriye doğru çalışma stratejisi de öğretimin üzerinde çok etkili olduğu bir strateji oldu. İlk testte bu stratejinin kullanılabilmesi umulan *otobüs yolcuları* sorusunu denklemlerle çözenler çoğunlukta iken, son testte bu sorunun eşleştiği olan *defineciler* probleminde bu stratejiye başvuranlar çoğunlukta idi.

Muhakeme etme, çözümle ilgili varsayımlar oluşturma, varsayımları değiştirip yeniden deneme ve bu denemelerin sonuçlarını değerlendirme şeklinde işleyen bir stratejidir. Her problemin çözümünde bir muhakeme olayı varsa da bu çalışmada kullanılan *köprü ve sepetteki meyveler* problemleri varsayım kurma ve denemeye açıkça ihtiyaç gösteren problemlerdi. Öğretim bu strateji üzerinde de etkili oldu.

Problemi basitleştirme (problemin benzer basit modellerinin çözümünden yararlanma) stratejisi problemdeki sayıların büyük ve ilişkilerin karmaşık olduğu durumlarda başvuru olan bir strateji olup, örneğin *satranç tahtası* probleminde, problemi çözmek için 8x8 boyutlarındaki satranç tahtasını terk edip 2x2, 3x3, 4x4 boyutlarındaki karelerde çalışmayı gerektirir. Son testte öğrenciler bu stratejiye *üçgenler, desinatör* sorularının çözümünde başvurdular.

Son testteki cevaplar esas alınarak, bu çalışmada öğretimi yapılan 8 stratejinin birbirleriyle benzerliklerini ve bu çalışmadaki stratejiler ile sınırlı problem çözme başarısının daha az sayıda değişkenle açıklanıp açıklanamayacağını belirlemek için faktör analizine başvuruldu. Stratejilerin başarıyı işaret etmedeki güçlerini ortaya koymak ve başarılı-başarısız ayırımında hangi stratejilerin daha etkili olduğunu anlamak için diskriminant analizi yapıldı. Faktör analizi sonucunda, bu çalışmada konu edilen stratejilerle açıklanabilen problem çözme başarısının üç faktörle açıklanabileceği, bunlardan birincisinin toplam varyansın %26.92'sini, ikincisinin %19.36'sini ve üçüncüsünün %14.22'ini, üç faktörün birlikte %60.50'ini açıkladığı görüldü. Birinci faktör, faktör yük değerlerinin büyüklüğüne göre *bağıntı bulma, problemi basitleştirme, diyagram çizme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışma*, stratejilerinden, ikinci faktör *tahmin ve kontrol* stratejisinden ve üçüncü faktör de *muhakeme etme ve diğer* olarak işaretlenen stratejilerden oluştu. Denklem çözme hiçbir faktöre önemli sayılabilecek bir katkı vermedi.

Diskriminant analizinin tüm grup yerine, başarılı ve başarısız olan öğrencilerle ilgili veriler üzerinde yapılmasının sonuçları daha görünür hale getireceği düşünülerek, önce 120 kişiden oluşan grubun üst %27 ve alt %27'lik diliminde yer alan öğrenciler tespit edildi. Öğrencilerin son test puanları 13 ile 100 arasında dağıldı. Alt %27'lik grup, 100 üzerinden 49 ve daha düşük not alan 33 kişiden, üst %27'lik grup 71 ve daha yüksek not alan 33 kişiden oluştu. Alt ve üst başarı gruplarının, dağılımdaki kopmalar ile de uyumlu olduğu görüldü. Başarı düzeyi orta olanlar göz ardı edilerek, başarılı ve başarısız gruplardaki öğrencilerin stratejileri kullanım sıklık puanları (sekiz parametre) diskriminant analizine tabi tutuldu ve diskriminant fonksiyonu belirlendi. Alt ve üst başarı grupları ile ilgili istatistikler Tablo 2'de verilmiştir.

Ayırımı çok katkı veren stratejiler sırası ile 89.40, 53.41, 32.40 ve 26.39 F değerleri ile *bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve muhakeme etme* oldu. Bu stratejilerin diskriminant fonksiyonu ile korelasyonları da sırayla 0.59, 0.45, 0.35 ve 0.32 olarak hesaplandı.

Tablo 2. Alt ve üst başarı gruplarının problem çözme stratejileri ile ilgili istatistikler

Stratejinin Adı	Alt Grup \bar{x} (ss)	Üst Grup \bar{x} (ss)	t
Sistemik Liste Yapma	0.576 0.502	1.061 0.242	5.488*
Tahmin ve Kontrol	1.181 0.769	1.424 0.614	1.391
Diyagram Çizme	1.061 0.788	1.849 0.508	4.713*
Bağıntı Bulma	0.667 0.540	1.788 0.415	9.911*
Denklem Yazma	0.606 0.864	0.546 0.666	-0.338
Geriye Doğru Çalışma	0.909 0.292	0.758 0.435	6.435*
Muhakeme Etme	0.152 0.364	0.909 0.765	5.019*
Problemi Basitleştirme	0.485 0.508	1.152 0.442	5.933*

* p<0.001

Öğrencilerin strateji puanları esas alınarak yapılan sınıflamada 66 öğrenciden 65'inin (%98.5) doğru sınıflarına atandığı görüldü. Doğru sınıflanamayan bir öğrenci üst başarı grubundaydı.

Problem Çözme Stratejilerine İlişkin Düşünceler ile İlgili Bulgular

Öğrenci düşünce anketinde yer alan likert tipi sorulara verilen cevaplarla ilgili ortalama ve standart sapmalar Tablo 1'de verilmiştir. Ortalamaların büyüklüğü stratejinin kolay öğrenildiği anlamına gelmekte olup, öğrenciler *tahmin ve kontrol*, *denklem yazma* stratejilerinin öğrenilmesini kolay, *muhakeme etme ve problemi basitleştirmeyi* zor bulmakta, diğerlerinin orta zorlukta olduğunu düşünmektedirler.

Düşünce anketinde yer alan “*Bu sorularla veya benzerleriyle daha önce karşılaşmış mıydınız? Gelecek yıl matematik öğretimi dersi alacak öğretmen adaylarına problem çözme stratejileri ve rutin olmayan problemler ünitesinin okutulmasını önerir misiniz? Gerekçeleriyle açıklayınız.*” sorusuna 120 öğrenciden 56 tanesi bu sorularla daha önce karşılaşmadıklarını, diğerleri soruların bir kısmı ile takvim yapraklarında, bilim-teknik dergilerinde, gazetelerin bulmaca köşelerinde, bazı yetişkinlerin gençleri denemek için kullandıkları sorular olarak karşılaştıklarını belirttiler. Sorularla karşılaşanların bir kısmı, soruların zor olduğunu düşündüklerini, çözüm girişimlerinin çoğu kez sonuçsuz kaldığını ifade ettiler.

Sorunun ikinci kısmına cevap veren 118 öğrenciden 111'i problem çözme stratejilerinin matematik öğretimi kapsamında okutulmasının gerektiğini belirttiler ve açıklamalarında önerilerini “kesinlikle, şiddetle, mutlaka” gibi ısrar belirten kelimelerle destekleyenler oldu. Dört öğrenci ilköğretim çocuğu ile meşgul olacaklarını gerekçe göstererek karşı çıktılar, üç öğrenci karar veremediğini belirtti.

Problem çözme stratejilerinin okutulmasını öneren öğrencilerin açıkladıkları gerekçeler öğretimin içeriğinin yararlılığı ve öğretim şeklinin yararlılığı olmak üzere iki kategoride toplanabilir. Öğretimin içeriğinin yararlılığını ifade eden açıklamalar sıklık sırasına göre;

- * Çok yönlü düşünmeyi geliştirmesi,
- * Yaratıcılığı, yorum yapma, algılama, kontrol ve hayal etme gücünü geliştirmesi,
- * Zihni ve muhakeme etmeyi geliştirmesi,
- * Problemlere ve olaylara farklı açılardan bakmayı sağlaması,
- * İlgi çekmesi, cevaba ulaşma isteği yaratması,
- * Problem kavramını dört işleme bağlı olmaktan çıkarması,
- * Matematiğe bakış açısını değiştirmesi,
- * Tek çözüme odaklanmaktan kurtarması,
- * Ezberi ve formüle bağlı kalmayı önlemesi,
- * Zihnimizdeki problem kavramının dört işleme bağlı olmaktan çıkması,
- * Karmaşık görünen olayların bile bir matematiksel düzeni olduğunu fark etmeyi sağlaması şeklinde ifade edildi.

Öğrencilerin öğretimin yararlılığını açıkladıkları düşünceler de, kendi özgün ifadeleri ile şöyleydi:

“* Bu tür çalışmalarla problemleri çözmeye gücüm gelişti, sorularla karşılaşınca mutlaka bir çözümün olduğunu ve bir girişimde bulunabileceğimi düşünmeye başladım.

* Matematiği eğlenceli ve zevkli hale getirdi.

* Bu tür öğretim ile öğrencilerin matematiği daha çok seveceğini düşünüyorum.

* Stratejiler kullanıldığı takdirde anlayarak çözüldüğümü fark ettim ve bundan çok zevk aldım. Neyi, nasıl yaptığımı fark ettim. Veriler arasında bir ilişki arar oldum.

* Problemi anlama girişimlerim çeşitlendi ve arttı.

* Farklı çözüm yolları denemeye başladım ve farklı çözüm yollarını denemenin hayatımı kolaylaştırdığını düşünüyorum.

* Eğitimin ezbere yürütülen yanlarını daha iyi fark edebiliyorum ve bağıntıları bu sınıftaki tartışmalara benzer tartışmalarla öğrencilere buldurabileceğim.

* Grup tartışmaları sırasında bazen birinin ortaya attığı düşüncüyü diğerinin tamamladığını, öğrencilerin düşüncelerini birbirlerine kanıtama ihtiyacı duyduklarını, ulaşılan sonuçlardan bireysel çalışmalara göre daha emin olduklarını düşünüyorum.”

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmanın birinci amacı, sınıf öğretmeni adaylarına rutin olmayan matematiksel problemlerin çözüm stratejileri konusunda verilen bir eğitimin onların problem çözmeye becerileri üzerindeki etkilerini incelemek ve stratejilerin problem çözümedeki başarıyı açıklama güçlerini ortaya koymaktır.

Daha önce yapılan araştırmalar problem çözmeye stratejilerinin, farklı yaş ve olgunluk düzeyi gerektirseler de bireyler tarafından öğrenilebildiğini (Reys ve Suydam, 1995) ortaya koymuştu. Bu çalışmadaki grup, genç yetişkinlerden oluştuğu için her stratejiyi öğrenebilmeleri umuluyordu ve bu düşünce bu çalışmada da doğrulandı. Stratejilerin öğrenilme düzeyleri arasında anlamlı farklılıklar gözlemlendi ve bu farklılaşma başarı ortalamasının 32.35'ten 61.84'e çıkmasına yol açtı (Şekil 1).

Öğrenciler genel olarak tüm stratejilere ilgi gösterdiler ve öğretim ve uygulamalara istekle katıldılar. Problem çözmeye başarısında beklendiği gibi pozitif yönde anlamlı bir farklılaşma meydana geldi (Tablo 1). Bu bulgular Folmer (2000)'in rutin olmayan problemlerle çalışmanın düşünme becerilerini ve nasıl düşündüğünün farkına varmayı geliştirdiği sonucuyla, Verschaffel v.d. (1999)'nin ve De Corte (2004)'un sosyal yapılandırmacı öğrenme ortamının, rutin olmayan

problemlerin doğru çözümlenme oranını arttırdığı sonucuyla örtüşmektedir. Artışın bu denli yüksek olması sosyal yapılandırmacı öğrenme ortamının ve öğretim içeriğinin, öğrencilerde var olan “matematiksel problemlerinin tek bir çözüm yolu ve tek bir doğru cevabı olduğu, sıradan öğrenciler alışılmadık bir problemi doğru çözemeyeceği” (Verschaffel v.d., 1999) gibi olumsuz tutum ve inançları yitirdiği şeklinde yorumlanabilir.

Problem çözme başarısının artmasında her stratejinin farklı düzeylerde etkisi oldu. İlk testte, çalışma grubundaki öğrencilerin *bağıntı bulma, tahmin ve kontrol, problemi basitleştirme ve geriye doğru çalışma* stratejilerine yer vermemeleri veya çok az yer vermeleri ve buna karşılık *denklemleri yazmaya* yoğunlaşmaları ve hemen her soruyu denklemlerle çözmeye girişimleri, Türkiye’deki eğitim sisteminin tek düze yapısının bir sonucu olarak yorumlanabilir.

Denklemler yazma dışında diğer tüm stratejilerin kullanımında artma yönünde farklılaşmalar oldu. Bu artışlar stratejilerin zorluk düzeyinden etkilenebileceği gibi, testlerde kullanılan soruların zorluk düzeylerinden de etkilenmiş olabilir. Problemlerin zorluk düzeylerini denkleştirmek ve değişimi stratejinin zorluğunun bir göstergesi haline getirmek için yöntem bölümünde açıklandığı gibi başarı testlerindeki soruların hazırlanmasında özel bir çaba harcandı. Bu bakımdan problemlerin zorluk düzeylerinin etkisinin az olduğu varsayılabilir.

Stratejilerin Tablo 1’de görülen kullanım sıklığı ortalamaların yüksekliği stratejinin fazla ya da az sayıda probleme uygun düşmesinden etkilenebilir. İlk test ve son test ortalamaları arasındaki büyük farklılaşmaların tahmin ve kontrol, bağıntı bulma, sistematik liste yapma ve problemi basitleştirme stratejilerinde meydana gelmiş olması bu stratejilerin öğrenildiği ve kullanıldığının bir göstergesi olarak algılanabilir. Bunun yanı sıra farkın büyüklüğünde stratejiye geleneksel sistemde yer verilmemiş olmasının da önemli payı vardır. Özellikle ilk test ortalamasının çok düşük olduğu, bağıntı bulma, tahmin ve kontrol, sistematik liste yapma stratejileri için bu durum söz konusudur. Tablo 1’deki veriler stratejilerin zor ya da kolay öğrenildiği hakkında bir fikir verebilir. Denklem yazma dışındaki tüm stratejilerde 0.001 düzeyinde anlamlı düzeyde artma görülmesine rağmen muhakeme etme stratejisindeki artış anlamlı çıkmamıştır. Bu durum, öğretim süresinin muhakeme etme stratejisi üzerinde diğer stratejiler kadar etkili olmadığı veya muhakeme etme becerisinin gelişmesi için daha uzun süreli öğretim gerektiği düşünülebilir. Ayrıca bu sonuç muhakeme etmeyi etkileyen başka faktörlerin olduğunu da düşündürmektedir. Tablo 1’deki değerlerden sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme stratejilerinin, öğretimden etkilenme düzeylerinin yakın olduğu söylenebilir. Stratejilerden bu çalışmada kullanım sıklığı azalan tek stratejinin denklemler yazma olması da, öğrencilerin problem çözmede bu tek düzelikten kurtulmasıyla açıklanabilir. Bu azalma, denklemler yazmanın işe yaramadığı veya zor öğrenildiği anlamına gelmez. Nitekim öğrenciler, son testte denklemler yazma stratejisini, diğer birçok stratejiyi kullandıkları kadar kullanmışlar ve denklemler yazmanın kolaylık derecesini yüksek göstermişlerdir (Tablo 1). Denklem yazmadan kaçışın en güçlü nedeni, öğrencilerin bazı problemleri çözmek için daha kolay ve daha güvenli yeni stratejiler edinmiş olmaları, özellikle tahmin ve kontrol stratejisine başvurularını ile açıklanabilir.

Grubun tamamı üzerinde yapılan faktör analizi sonuçları, çalışmada incelenen sekiz stratejinin üç değişkende (faktör)de toplandığını ortaya koydu. Birinci faktörde yer alan beş stratejinin içerik olarak bir ortak yanı olmamakla beraber tümü, öğrencilerin bu çalışma sırasında tam anlamıyla tanıdıkları ve kullandıkları stratejiler olmalarıydı. Yani ortak yanları, öğrenilen veya öğrenilebilen stratejiler olmalarıydı. İkinci faktörü oluşturan tahmin ve kontrol stratejisi, öğrencilerin genelde tanıdıkları ancak geleneksel sistemde denklemler yazma tercih edildiği için bir problem çözme stratejisi olarak kullanılmayan bir stratejiydi. Üçüncü faktör de muhakeme etme stratejisiydi. Muhakeme etme stratejisinin diğer stratejilerden ayrı olarak bir faktör oluşturması, muhakeme etmenin problem çözmedeki öğrenilen becerilerin yanı sıra yeteneğe dayanan ayrıcalığını ve gücünü ortaya koymaktadır. Denklem çözme stratejisinin faktörlerde

yer almamasının temel nedenlerinden biri, araştırma grubundaki öğrencilerin hemen hepsinin probleme uygun denklem yazma ve çözme becerisine sahip olmasından ileri gelmektedir. Bir diğer neden de öğrencilerin tahmin ve kontrol stratejisini denklem çözmeye göre kolay bulmaları ve onun yerine kullanmalarına bağlanabilir. Muhakeme etme stratejisinin diğer stratejilerden ayrı olarak bir faktör oluşturması da, muhakeme etmenin, öğrenilen diğer problem çözme stratejilerinden farklı olarak yeteneğe dayandığını ve bu yeteneğin gücünü ortaya koymaktadır.

Öğrencileri başarısız-başarılı olarak ayırmada, herkesin kullanabildiği veya hiç kimsenin kullanamadığı stratejilerin etkili olması doğal olarak beklenemez. Bu çalışmada incelenen sekiz stratejiden en güçlü etkiye sahip strateji *bağıntı bulma* oldu ve 89.40 faktör yüküyle diğerlerinden sıyrıldı. Bu sonuç Vershaffel v.d. (2004)'ün *bağıntı bulmanın diyagram çizme*, tahmin ve kontrol gibi diğer stratejilerden daha zor öğrenildiği sonucu ile örtüşüyor. *Bağıntı bulmayı geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve muhakeme etme, sistematik liste yapma ve diyagram çizme* izledi. *Diyagram çizme ve geriye doğru çalışma* stratejilerinin yakın faktör yüklerine sahipti. *Denklem çözme ve tahmin ve kontrol* stratejilerinin ayrımı etkilememesi, çoğunluk (hem başarısızlar, hem başarılılar) tarafından kullanılmasına bağlanabilir. Diskriminant analizi sonucunda öğrencilerin %98.5 oranında orijinal sınıflarına atanmış olması, stratejileri kazanmış olmanın problem çözme becerilerini geliştirmiş olma ve problem çözmeye başarılı olma olarak yorumlanabileceğinin bir göstergesidir. Bu sınıflamanın bu denli isabetli olmasında başarı düzeyi orta olanların analiz dışında olmalarının da kısmi bir payının olduğunun göz ardı edilmemesi gerekir.

Çalışmanın yukarıda tartışılan birinci kısmı ile ilgili olarak, problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısına olan katkılarının farklı düzeylerde olduğu ve bunun her seviyede incelenmesinin uygun öğretimi düzenlemek ve öğrencilere rehberlik edebilmek bakımından etkili fırsatlar sunabileceği söylenebilir.

Araştırmanın ikinci amacı, bu çalışmanın içeriği ve öğretimin sosyo-yapılandırmacı şeklinin öğrencilerin matematiğe ve problem çözmeye ilişkin düşüncelerine nasıl etkileyeceğini ortaya koymaktır.

Birinci sorunun ikinci kısmında sorulan “*Gelecek yıl matematik öğretimi dersi alacak öğretmen adaylarına problem çözme stratejileri ve rutin olmayan problemler ünitesinin okutulmasını önerir misiniz? Gerekçeleriyle açıklayınız.*” sorusunun birinci hedefi öğrencilerin bu konudaki düşüncelerini dolaylı yoldan almaktır.

Beş haftalık bir süre öğrencilerin düşüncelerinde önemli bir değişiklik olması için kısa bir süre olmasına rağmen öğrencilerin açıklamalarında, *görüş açısının genişlemesi, ezberi önleme, matematik öğretiminin gerçek şeklinin böyle olması gerektiği, problem çözmeye x'e ve denkleme başvurmanın tek yol olmadığını fark etme, tek çözümün veya tek çözüm yönteminin olduğu sanısından kurtulma* gibi düşüncelerin öne çıkması bu çalışmadaki içerik ve sınıf kültürünün, De Corte v.d. (1996)'nin ifade ettiği matematik, matematik öğrenme ve problem çözmeye karşı olumsuz tutumu ve matematiksel problemlerle uğraşmaya karşı olan isteksizliği giderdiği; Verschaffel v.d. (1999), ifade ettiği matematik problemlerinin yalnız bir çözüm yolu olduğu, sıradan öğrenciler alışılmadık problemleri kendi kendilerine çözemediği, okulda öğrenilen matematik ile gerçek hayatın gerektirdiği matematiğin farklı olduğu (Verschaffel v.d., 1999) gibi olumsuz inançların yıkıldığını gösteriyor. Bu düşüncelerden ayrıca, çalışmada yer verilen öğretimin içerik ve şekil itibarıyla yapısalcı öğrenme talebini ortaya koyduğu, ona doğal bir zemin hazırladığı söylenebilir. Bu husus öğretmen eğitiminde doğrudan yöntem bilgisi vermek yerine, öğrencilerin, yöntemi kendilerinin fark edecekleri bir çalışmanın içinde tutulmasının önemini işaret etmektedir. Bu durum De Corte (2004)'ün matematik öğretimi için önerdiği

bağlam içinde öğrenme ilkesi açısından düşünüldüğünde rutin olmayan problemler ve strateji öğretimi, yöntem öğretimi için uygun bir bağlam oluşturabilir.

Bu çalışmadaki içerik ve yöntemin, özelde problem çözmeyle ilgili kazandırdıklarının yanı sıra matematik öğretiminin nihai hedefi olan matematik öğrenmeye yatkınlık kazandırmak için (Bakınız: De Corte, 2004) uygun bir zemin hazırlayacağı, başka söyleyişle öğrencilerin matematik yapmayı talep eden grubun paylaşımcıları haline getireceği sonucuna varılabilir.

Bu çalışmanın daha geniş gruplarda ve öğretmen yetiştiren programların her seviyesinde yapılması, matematik öğretiminin hem içerik hem de yöntem ve öğrenme ortamlarının düzenlenmesinde etkili ipuçları verebilir. Ayrıca, bu çalışma veya benzerleri matematik öğrenmeye yatkınlık kazandırıp kazandırmayacağı problemi esas alınarak yeniden tasarlanabilir ve yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Cai, J. (2003). Singaporean Students Mathematical Thinking in Problem Solving and Problem Posing: An Exploratory Study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- De Hays, M., Gray, E. & Simpson, A. (2002, July). "Students Assumptions During Problem Solving." *Paper Presented at the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics, Crete, Greece.*
- De Corte, E. (2004). Mainstreams and Perspectives in Research on Learning (Mathematics) From Instruction. *Applied Psychology*, 2(53), 279-310.
- Folmer, R. (2000). *Reading, Mathematics and Problem Solving: The Effects of Direct Instruction in the Development of Fourth Grade Students' Strategic Reading and Problem Solving Approaches to Textbased, Nonroutine Mathematical Problems*, Unpublished Dissertation, University of Widener, Chester PA.
- Kaur, B. (2001, October). "Singapore's School Mathematics Curriculum for the 21th Century." *The Meeting of Qualifications and Curriculum Authority on the Reasoning Explanation and Proof in School Mathematics and Their Place in the Intended Curriculum, Cambridge, UK.*
- MEB. (2003). *Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Raporu* Milli Eğitim Bakanlığı, Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı, Ankara.
- Nancarrow, M. (2004). *Exploration of Metacognition and Non-Routine Problem Based Mathematics Instruction on Undergraduate Student Problem Solving Success*. Unpublished Doctoral Dissertation, The Florida State University, Florida.
- Pape, Stephen J. & Wang, C. (2003). Middle School Children's Strategic Behavior: Classification and Relation to Academic Achievement and Mathematical Problem Solving. *Instructional Science*, 31, 419-449.
- Polya, G. (1957). *How to Solve it?*. New York (Çev: Feryal Halatçı, 1997).
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, Mathematics and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 101(8), 236-245.
- Reys R., Suydam M., Lindquist M. & Smith N. (1995). *Helping Children Learn Mathematics*. Allyn and Bacon, Boston.
- Santos-Trigo, M. (1998). Instructional Qualities of a Successful Mathematical Problem Solving Class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(5), 631-646.
- Vershaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Vaerenbergh, Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to Solve Mathematical Application Problems: A Desing Experiment with Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.

Ek 1. Problem Çözme Başarı Testlerinde Kullanılan Sorular

İlk Test

Problemin Adı	Problem
Elma Sepeti	16 elma 4 sepete, her birine farklı sayıda olmak koşulu ile kaç değişik şekilde yerleştirilebilir?
Bilye	Ali ile Veli bir oyun oynuyorlar. Ali kazanırsa Veli'den 5, Veli kazanırsa Ali'den 7 bilye alıyor. 24 oyun sonunda, ikisinin de eşit sayıda bilyesi bulunduğuna göre; Ali kaç oyun, Veli kaç oyun kazanmıştır?
Folklörcü	Bir folklor oyuncusu, oyunun gereği; sahnede doğrusal bir çizgi boyunca 5 adım ileri, 2 adım geri atıyor. Oyuna başladığı noktadan 20 adım uzakta ise, bu noktaya gelinceye kadar kaç adım atmıştır?
Pasta	Daire şeklindeki bir pastayı kesme görevinin size verildiğini düşününüz. Bıçağı 9 defa kullanma hakkınız vardır. 9 kesim ile pastayı en çok kaç bölgeye (parçaya) ayırabilirsiniz? Parça büyüklükleri eşit olmak zorunda değil.
Su Sarfiyatı	Su İdaresi; 20 m ³ su harcamaya kadar ton başına bir fiyat, 20'den sonraki her ton için başka bir fiyat uyguluyor. 25 ton su harcayan bir aile 16 Lira, 35 ton su harcayan bir aile 20 Lira ödediğine göre; sadece 8 ton su harcayan bir aile, kaç lira öder?
Otobüs Yolcuları	Bir otobüs, uğradığı her durakta yolcuların 1/3'ünü indiriyor. Üçüncü durağa uğradıktan sonra; 8 yolcusu kaldığına göre, başlangıçta kaç yolcusu vardı?
Pick Yasası	Köşelerinden her biri; noktalı kâğıdın bir noktası üzerinde olan çokgenlerin alanları, bu çokgenlerin üzerindeki ve içindeki noktaların bir fonksiyonudur. Yani, alanlar bu noktaların sayısına bağlı olarak hesaplanabilir. Alan veren bağıntıyı bulunuz.
Satranç Tahtası	Satranç tahtası; 64 küçük kareden oluşan, 8x8'lik bir büyük karedir. Satranç tahtasında toplam kaç kare vardır?
Köprü	Dört savaşı gece karanlığında dar bir köprüyü geçmek zorundadır. Elleri bir fener ve 17 dakika zamanları var. Bazıları yaralı ve bundan ötürü; biri 10, biri 5, biri 2 ve biri de 1 dakikada geçebilecek güçte. Köprüden en çok 2 kişi geçebildiğine göre ve fenersiz geçilemediğine göre hangi sırayla geçtikleri takdirde 17 dakikada karşıya geçebilirler?
Mendilin Rengi	Bir yarışmada üç kişi var. Bu kişiler şekilde görüldüğü gibi, arka arkaya diziliyor. 2'si beyaz, 3'ü siyah olan 5 mendilden herhangi üçü, kişiler görmeden sırtlarına bağlanıyor. Gözleri açılıyor ve önlerindeki kişilerin sırtındaki mendilin rengini görebiliyorlar fakat arkalarındaki mendili göremiyorlar. Yarışmayı yöneten kişi "eğer biriniz sırtındaki mendilin rengini tam olarak söyleyebilir ise büyük ödülü kazanacaksınız" diyor. En arkadaki "söyleyemem", ortadaki "söyleyemem" diyor. En öndeki "söyleyebilirim" diyor ve sırtındaki mendilin rengini doğru söylüyor. En öndekinin sırtındaki mendilin rengini bulunuz.

Son Test

Problemin Adı	Problem
Onatlı Sayı	16 sayısını altı tek sayının toplamı olarak kaç türlü yazılabilir? (Sayılar birden çok kez kullanılabilir.)
Sınav Puanı	Başak'ın takımı, bir sınavda sorulan 50 sorudan, 5 veya 8 puan değerindeki 43 soruyu doğru cevaplayarak 302 puan kazandı. Takım, 5 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir?
Desinatör	Bir desinatör iç içe kareler şeklinde yıldızlı şeritler yapıştirarak bir duvar süsü hazırlıyor. En içteki kare 1 cm x 1 cm boyutlarında, en dıştaki kare 11 cm x 11 cm boyutlarındadır. Kare kenarları birbirinden 1 cm uzaklıkta olacak şekilde çizilmiştir. Bu süsleme için kaç cm yıldız gereklidir?
Üçgenler	Bir doğru üzerinde on nokta ve doğru dışında bulunan bir nokta kaç üçgen üretir?
Paraşüt	Bir paraşütçü açılmadan sn'de 120 m, açıldıktan sonra 35 m alçalıyor. 1785 m'den atlayan bir paraşütçü yere 17 sn'de ulaştığına göre, paraşüt atlama kaç sn sonra alçalmıştır?
Defineciler	Dört defineci bir sepet altın buluyor. Eşit paylaşma niyetiyle yatıyorlar fakat gece birinci uyanıyor. Altınları 1 sana 1 bana diyerek ikiye bölüyor, 1 altın artıyor. Bir kısmını alıyor, tek altını ayrı bir yere saklıyor, kalanlar sepette bırakıyor. Sonra ikincisi, sonra üçüncüsü, sonra dördüncüsü birbirinden habersiz aynı işi yapıyor. Sabah uyandıklarında 5 altın kaldığını görüyor ve 5 altını paylaşıyorlar. Artan 1 altını yedek olarak bir yerde saklıyorlar. Çuvalda bölüşmeden önce kaç altın vardı?
Dikdörtgenin Köşegeni	Bir kareli kâğıda çizilmiş dikdörtgenin köşegenlerinden birini çiziniz. Şekilde 2x3'lük dikdörtgenin köşegeninin 4 olduğu görülüyor. Herhangi bir dörtgende (Örneğin, 7x11 veya 17x20 gibi) köşegenin kaç kare üzerinden geçtiğini bulabilir misiniz?
Yumurta	Elinizde 7 ve 11 dakikalık sürelerde pişirmeye ayarlı makineler var. Makineler ayarlı süreyi tamamlayınca kadar durdurulamıyor ve başka bir zaman ölçen aracınızda yok. 15 dakikada pişecek bir yumurtayı bu makineleri kullanarak nasıl pişirirsiniz?
Sepetteki Meyveler	Üç sepetten birinde yalnız elma, birinde yalnız portakal, bir diğerinde her ikisi de var. Siz sepetlerin içeriğini göremiyorsunuz. Sepetlerin dışında birinde <i>elma</i> , birinde <i>portakal</i> birinde elma-portakal etiketi var fakat bu etiketlerin hiçbiri doğru yerinde değil. Sepetlerin istediğiniz birinden bir meyve çekip onun cinsine bakarak etiketleri doğru yerine koyabilir misiniz? Çözümünüzü açıklayınız.
Karınca	Karelere bölünmüş dikdörtgende, A köşesinden C'ye gitmek isteyen bir karınca hep sağa ve düşey hareket etmek koşuluyla kaç farklı yoldan gelebilir?