

Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri¹

Yaşar Ersoy & A. Kürşat Erbaş

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06531 Ankara

ÖZ: Ülkemizde öğrenci başarılarına yönelik uluslararası karşılaştırmalı çalışmalar, öğretim programlarını, öğretmen yetkinliklerini değerlendirmeye yönelik incelemeler, neredeyse yok denecek kadar, azdır. Bu çalışmada, uluslararası öğrenci başarısını belirlemeye yönelik Kassel Projesi Cebir Testi (KaPAT) 1997-98 öğretim yılının son haftasında Ankara'nın sosyo-ekonomik gelişmişlik bakımından orta-alt gelir grubunun yerleştiği bir bölgedeki ilköğretim okulunda sekizinci sınıfta uygulandı; öğrenci başarılarıyla ilgili derlenen veriler analiz edildi ve yorumlandı. Türkiye'de pilot çalışma olarak tasarlanan uygulamanın yapıldığı okullarda bir grup öğrencinin KaPAT' deki genel başarı puan ortalamasının, bazı Avrupa ülkeleriyle karşılaştırıldığında, yüzdelere daha yüksek; Doğu Avrupa ve uzak doğu ülkelerinden ise daha düşük olduğu görülmektedir. Aynı okulda kız ve erkek öğrencilerin başarı puanları arasında belirgin bir fark olmadığı; bireysel bazda ise öğrencilerin başarı düzeyinin çok farklı olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, öğrencilerin KaPAT soruları içinde işlem ağırlıklı soruların yer aldığı EM soru kümesinde başarı oranlarının daha yüksek olduğu, "eşitlikler ve problemler" diye adlandırılan EP1 ve EP2 soru kümelerinde ise başarı düzeylerinin azaldığı, öğrencilerin çok sayıda ve değişik türlerde yanlış yaptıkları belirlenmiştir. Gözlemlenen bu durum, öğrencilerin Cebir konularını öğrenmede bir takım öğrenme güçlüklerinin olduğunun belirgin işaretleri olup özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında birtakım kavram yanlışlarının olabileceğini akla getirmekte; ayrıca, tanıya yönelik uygun ölçme araçları geliştirilerek derinlemesine inceleme yapılmasını gerektirmektedir.

Anahtar Sözcükler: Kassel projesi cebir testi, Öğrenci başarısı, Karşılaştırmalı puan ortalamaları, Cebir öğretim programı

1. GİRİŞ

Matematik, yalnız bilim insanlarının veya mühendislerin gereksinim duyduğu ortak iletişim dili ve etkin bir araç değildir. Matematik, pek çok yetişkin ve iş gören için edinilmesi gereken temel ve zorunlu bilgiler, bir takım beceriler içerir; ayrıca, bireylerin günlük yaşamlarını sürdürmede çok önemli işlevleri vardır. Özellikle zorunlu eğitimin ilk basamağı olan ilköğretim okullarındaki matematik derslerinde yer alan kavramlar, kurallar ve işlem bilgileri, demokratik ülkelerde her yurttaş için gerekli olduğundan bu konularda herkesin okur yazar olması; matematikte güçlenmesi gerekmektedir (Ersoy, 1997a; Ersoy 2002a, b). Söz konusu matematik okur yazarlığı, yalnızca aritmetik ve temel geometri bilgileri ile sınırlı olmayıp bunların diğer matematik bilgileriyle, örneğin Cebir bilgileri, Olasılık ve İstatistik bilgileri ile tamamlanmasını ve her öğrencinin matematikte güçlenmesini gerektirmektedir. Dahası, bireyin matematiğe yönelik olumlu tutumlar sergilemesi için problem çözme becerileri edinip bunları günlük yaşamda gerçek dünya problemlerini çözmede kullanması, ayrıca, edindiği bir takım matematiksel becerileri sürekli ve olabildiğince geliştirilmesi gerekmektedir (Ersoy, 2002a, b). Ancak, pek çok ülkede olduğu gibi Türkiye'de de herkesin matematik okur yazarı olması, temel bilgi ve beceriler edinerek güçlenmesi kolay olmamakta; bu yönde bireysel olduğu kadar uluslararası ortak uğraşı ve sürekli çaba gerekmektedir.

Yukarıda sözü edilen genel değerlendirmeler bağlamda, sayıları az da olsa son yıllarda ülkelerin katılımıyla uluslararası niteliklerde bazı proje çalışmalarının gerçekleştirildiğinin, örneğin

¹ Bu çalışma ODTÜ AFP-97.05.01.02 Kodlu proje olarak desteklenmiştir

TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study: Matematik ve Fen Çalışmalarında Eğilimler), PISA (Programme for International Student Assessment: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) vd araştırma etkinlikleri ve bilgi değiş-tokuşunun hızlandırıldığına tanığı olmaktadır. Bu çalışmada, Batı Avrupa çıkışlı Kassel Projesi çerçevesinde geliştirilen ve bugüne kadar 15 ülkede uygulanan bir dizi araştırmanın Türkiye’de pilot uygulaması denenmiş olup küçük ölçekli ilk denemeden elde edilen veriler analiz edilerek eğitim politikaları ve öğretim programı geliştirenler uzmanların, öğretmenlerin ve matematik eğitimcisi araştırmacıların bilgisine sunulmaktadır. Ayrıca, özet yorumlarıyla birlikte okullarımızda Cebir öğretimi ve öğretim programı geliştirme konusunda olabildiğince geniş katılımlı bir tartışma açılması yönünde bazı kaynaklara atıf yapılarak, konuyla ilgili bir takım görüşlere yer verilmekte ve bazı öneriler sıralanmaktadır. Özetle, bir ön-durum değerlendirmesi çerçevesinde ve pilot çalışma biçiminde yapılan bu araştırmadan elde edilen bulgular ve deneyimler, aslında, çalışmanın Türkiye genelinde uygulanabilmesi için daha sonra yapılacak çalışmalarda araştırmacılara ve eğitimcilere ışık tutacak bir nitelikte olup elde edilen ön bilgiler, tam tesleri geliştirmede, sınıf ortamında tanıya yönelik etkinlikler düzenlemede araştırmacılara ve öğretmenlere gerekli deneyimler kazandıracaktır.

Gerek ulusal gerekse uluslararası karşılaştırmalı bir eğitim araştırması yapabilmek için kurum ve kuruluşlar arasında işbirliği, bilgi ve deneyim değiş-tokuşu ve parasal kaynak gerekmektedir². Ayrıca, belirli bir plan çerçevesinde sözkonusu araştırmanın yapılabilmesi için bazı ölçme-değerlendirme araçlarının veya testlerin gerektiği bilinmektedir. Dahası, geliştirilen ortak ölçme araçların, çalışmanın yapılacağı ülkeye ve topluluklara, dil ve kültür yönünden uyarlanmasının da ön koşul olduğu bilinir. Bu nedenle, 1990’lı yılların ortalarında İngiltere, İskoçya ve Almanya matematik öğretim programları (müfredatı) gözönünde bulundurularak Kassel Projesi olarak adlandırılan ortak çalışmada geliştirilen bir takım testler (Matematik potansiyel testi (MPT, Ersoy, 2000), Sayılar testi, Cebir testi, Geometri testi, İstatistik ve olasılık testi) proje yöneticilerinden izin alınarak Türkiye’de uygulanması ve sonuçların rapor edilmesi planlanmıştır³. Daha açıkçası, bu inceleme için araştırmacılarca türkçe’ye çevrili yapılan başarı/yanılgı testi, bundan böyle, Kassel Projesi Cebir Testi (KaPAT) diye adlandırılmış olup küçük ölçekte Ankara ve Ankara dışında bazı okullarda uygulanmıştır (Ersoy, 1998). Bu uygulamalardan elde edilen sonuçlar ve alan yazınındaki bulgular gözönünde bulundurularak ilköğretim öğrencileri için daha sonra bir dizi “Cebir kavram yanılgıları” testlerinin geliştirilmesi ve okullarda uygulanarak sonuçların tartışmaya açılması planlanmıştır; konuyla ilgili çalışmalar yapılarak çoğu rapor edilmiştir (Erbaş ve Ersoy, 2000; Erbaş ve Ersoy, 2002a, b, c). Yazarlar dışında Türkiye’de bazı araştırmacılar (örneğin, Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2002; Dede, Yalın ve Argün, 2002) Cebir bilgilerinin kavramsal ve işlemsel bilgileri değerlendirme, öğretiminde güçlükler ve kavram yanılgılarını belirleme konularında çalışmalara başlamış ve elde ettikleri bulguları rapor etmişlerdir. Ancak, bazı çalışmalarda kavram yanılgıları diye sıralanlar, aslında öğrencilerin ortak yanılgıları olup kavram yanılgılarının belirlenebilmesi için daha uygun ölçme araçlarının geliştirilmesi, elde edilen bir takım bulguların çok yönlü analiz edilmesi ve alanyazınındaki bulgularla karşılaştırılması gerekmektedir (Erbaş ve Ersoy, 2002a, b, c).

Daha açıkçası, Türkçe’ye çevirisi yapılarak kültürel öğeleri uyarlanan KaPAT, 1997-98 öğretim yılının son haftasında Ankara’nın sosyo-ekonomik gelişmişlik bakımından orta-alt gelir grubunun yerleştiği bir bölgede bir ilköğretim okulunda sekizinci sınıfta pilot çalışma niteliğinde uygulandı (Ersoy, 1998). Bu incelemenin içeriğini ilköğretim cebir konularının

² Bu araştırmanın yapıldığı zaman Türkiye’nin 1999’da uygulanacak olan TIMSS-R etkinliklerine katılması MEB’da tartışılmakta ve kaynak aranmakta idi. Daha sonra TIMSS-R’ye Dünya Bankası’ndan sağlanan destekle Türkiye gibi bazı gelişmekte olan ülkelerin çalışmaya katılması gerçekleştirilmiş, 2001 başlarında sonuçlar rapor edilmiştir. Türkiye, daha sonra OECD ülkelerinin katılımıyla gerçekleştirilen PISA etkinliklerine katılmayı kararlaştırmış olup bu konuda çalışmalar sürmektedir.

³ Kassel Projesi, University of Exeter (UK)’den Prof David Burghes ve University of Kassel, (Almanya)’dan Prof Werner Blum’ un ilköğretim okullarında matematik eğitimi konusunda ortaklaşa hazırladıkları bir proje olup 1990’lı yıllarda çalışmalara 15 ülke katılmıştır.

ülkeler bazında nelerden oluştuğu, derlenen verilerin analizi ve bunların özet yorumları oluşturmaktadır. Bu çerçevede, öğrencilerin KaPAT'de genel başarıları incelendiği gibi aynı testte sorular, bazı alt gruplar altında incelenerek her birinde öğrencilerin başarı-başarısızlık yüzdeleri, bir takım soru grupları arasında verilen yanıtların doğru-yanlış yüzdeleri karşılaştırılarak öğrencilerin bazı öğrenme güçlükleri belirlendi. Böylece, öğrencilerin, özellikle Eşitlikler ve Problemler-1 (EP1) ve Eşitlikler ve Problemler-2 (EP2) sorularda çeşitli öğrenme güçlüklerinin olduğu belirlenmiştir. Daha açıkçası, öğrencilerin yaptıkları ortak yanlışlar nedeniyle başarı düzeyinin daha düşük olduğu soru demetlerinin ne tür sorulardan oluştuğu belirtilmekte, olası kavram yanlışlarının yuvalandığı ve ayrıntılı incelemelerin yapılması gereken durumlar açıklanmaktadır. Bu çerçevede, KaPAT'de öğrencilerin Eşitlikler ve İşlemler (EM), Eşitlikler ve Problemler-1 ve -2 (EP1 ve EP2) adlandırılan soru kümelerinde öğrencilerin başarı puan ortalamaları, sırayla %54, %40 ve %31 olup özellikle EP1 ve EP2 sorularda öğrencilerin çeşitli öğrenme güçlüklerinin olduğu, bu soru türleri içine yuvalanmış/saklı bir takım kavram yanlışlarının olabileceği anlaşılmaktadır. Bir başka dikkat çeken durum, Türkiye'de araştırmanın yapıldığı okullardaki bir grup öğrencinin KaPAT başarı puan ortalamaları, bazı Avrupa ülkeleriyle karşılaştırıldığında, başarı yüzdelerinin göreceli olarak daha yüksek; Doğu Avrupa ve uzak doğu ülkeleriyle karşılaştırıldığında ise daha düşük olduğu görülmektedir⁴. Gözlemlenen bu durum, öğrencilerin Cebir konularını öğrenmede bir takım öğrenme güçlüklerinin olduğunun belirgin işaretleri olup özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında birtakım kavram yanlışlarının olabileceğini akla getirmektedir. Ancak, kavram yanlışlarını belirleyebilmek amacıyla uygun ölçme araçları ve tanı testlerine gereksinim olup öğrenme güçlüklerinin ise çok yönlü ve derinlemesine incelenmesi, bu konularda öğretmenlerin bilgilendirilmesi gerekmektedir⁵.

2. CEBİR ÖĞRETİM PROGRAMLARI VE ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİ

Bu bölümde Cebire giriş konularının ilköğretim okulları öğretim programlarında yeri, temel kavramların ve işlemlerin dağılımı, bazı öğrenmede/öğretmede güçlükler kısaca açıklanmaktadır.

2.1. Cebire Giriş Konularının Matematik Öğretim ve Eğitim Programlarında Yeri

Okul matematik öğretim ve eğitim (MÖvE) programlarında aritmetik ve geometri konularından hemen sonra bazı Cebir kavramlarının ve konularının yer aldığı görülür. Her ne kadar bazı ülkelerde MÖvE programının yapı öğeleri aynı olmasına karşın Cebir kavramlarının ve konularının öğrenci yaş veya sınıf düzeylerine göre bir çatı altında yapılandırılması; özellikle aritmetik kavramları ve konularıyla ilişkilendirilmesinde ve yapılandırılmasında bakış noktaları değişmektedir (Steiner, 1980; Howson, 1991). Bu konuyla ilgili özet bilgiler aşağıdadır.

(a) *Genel Bir Bakış:* Cebir, şu ya da bu biçimde, bin yıldır belki de birkaç bin yıldır açık seçik olmasa da, kapalı bir biçimde öğrenme konusu olmuştur. Cebir öğretiminin bilimsel araştırma konusu olması daha yeni olup son 50 yıldır konu üzerinde çalışılmakta; son yıllarda ise araştırma etkinliklerinin yoğunlaştığı konulardan biri olduğuna tanık olmaktadır. Böylece, Cebir bilgileriyle ilgili olarak öğrenme/öğrenme güçlüklerini olduğu yüzlerce yıl öncesinde farkedilmeye başlanmış, fakat sorunların ne olduğu anlaşılamamıştır. Bu bağlamda, günümüzde bile çok sayıda öğrenci temel Cebir bilgilerini ve becerilerini edinerek gerekli yeterlikleri edinememektedir. Oysa, çağdaş öğretim programları amaç, içerik ve beklentiler yönünden incelendiğinde, Cebirle ilgili olarak erişilecek hedefler sayıca giderek artmakta ve düzey yükselmekte, her ülkede daha çok sayıda kişinin daha derinlemesine Cebir bilgi ve beceriler edinerek yetkinleşmesi gerekmektedir. Söz konusu amaçlar doğrultusunda okul, bölge, ülke genelinde olduğu gibi uluslararası düzeyde çeşitli ölçme ve değerlendirme çalışmalarının yapıldığı gözlemlenmektedir.

⁴KaPAT'nin Ankara dışında olanakları ve statüleri birbirinden farklı iki okulda uygulanması da yapılmış olup verilerin analizi sürmektedir. Elde edilecek sonuçlar, daha sonra ayrıntılı olarak rapor edilecektir.

⁵Söz konusu tanı testlerinden bazıları geliştirilmiş, uygulanarak öğrenci yanlışlarından belirlenenler rapor edilmiştir (Erbaş (1999); Ersoy ve Erbaş (2000); Erbaş ve Ersoy (2002a, 2002b, 2000c)

Yukarıda belirtilen bu nedenler, yazarları Cebir öğretimi konusu üzerinde çalışmaya yönlendirmiş; ODTÜ Araştırma Fonundan sağlanan küçük miktarda bir parasal destekle ilkönce pilot çalışma yapılmış (Ersoy, 1998) daha sonra da öğrenci yanılgılarını konu alan yüksek lisans tez çalışması yapılmıştır (Erbaş, 1999).

(b) *Cebir Öğretim Programları*: Cebire giriş konularının öğretilmeye başladığı okul sınıf düzeyi veya öğrencilerin yaşları ülkeler göre değişmektedir. Bazı ülkelerde Cebir konularından bir kısmının öğretilmeye başlandığı öğrenci yaş grupları Çizelge 1’de görülmektedir. Çizelge 1’de açıkça görüldüğü gibi söz konusu Cebir kavramlarının ve konularının öğretilmeye başladığı öğrenci yaşı veya sınıf düzeyi ülkelere göre değişmekte, her konunun derinliği, ölçme-değerlendirme ölçütleri arasında bazı belirgin farklar olup okullara yönelik öğretim programı geliştiren uzmanlara sözüedilen durumlar araştırılmalıdır.

Örneğin, Türk öğrencilerinin Cebire giriş konularını öğrenmeye başladıkları yaşlar 13 ve 14 (ilköğretimin 2. basamağı, 7. ve 8. sınıflar) olup küme kavramlarını ve sembolünü ise daha önceki sınıflarda tanımaktadırlar⁶. Oysa aynı konuları, Japon öğrencileri daha küçük yaşlarda öğrenirken Avrupa ülkeleri öğrencileri arasında yaş düzeyi bakımından bir benzerlik bulunmaktadır. Daha açıkçası, KaPAT soruların, kapsam olarak, TC Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı’nın hazırlamış olduğu İlköğretim (5 +3 = 8) Matematik Dersi Programı’nda yer alan konularla uyumlu ve benzer içerikte olduğu anlaşılır⁷. Ancak, her konuya verilen önem derecesi, ayrılan ders saati süresi, öğrencinin edineceği temel beceriler, öğretme-öğrenme sürecinde yararlanılan araç-gereçler ve kullanılan yöntemlerden bazıları, ülkelerde uygulamanın yapıldığı okulların olanaklarına ve öğretmenlerin yetkinlik düzeyine göre değişmektedir. Örneğin, Türkiye’de matematik öğretimi yazı tahtası başında öğretmenin düz anlatımı ve açıklamaları ağırlıklı iken Batı Avrupa ülkelerinde öğrenci katılımının yoğun olduğu bir dizi grup çalışmalarına ve etkinliklere yer verilmektedir. Ayrıca, bazı Batı Avrupa ülkelerinde, Avustralya ve ABD’de Cebir öğretiminde bir eğitim teknolojilerinden, örneğin bilgisayar, grafik ve sembolik işlemci içeren ileri hesap makinelerinden yararlanılmaktadır.

Çizelge 1

Bazı Ülkelerde Cebir Kavram ve Konularının Öğrenci Yaşlarına Göre Düzenlenmesi

Ülkeler <i>Cebir Konuları</i>	Belçika (Flaman)	Fransa	Almanya (B-W)	İtalya	Japonya	Türkiye
Küme Sembolü	12	-	11	8-11	15	9-12
Harfli İfadeler	12-13	11-12	12	11-14	10	13
Doğrusal Denklemler	12	12-13	12	11-14	12	13-14
Doğrusal Grafikler	14	14-15	13	14-16	13	14
Formül Dönüşümü	-	-	15	11-14	13	-
Faktörlere Ayırma	13	14-15	14	-	14	14
İkinci Dereceden İfadeler	15	14-15	14	14-16	14	14-16

2.2. Cebir Kavramlarını ve Konularını Öğrenmede Güçlükler: Ortak Yanlışlar ve Yanılgılar

Öğrencilerin matematiği öğrenmede karşılaştıkları güçlükler, aritmetik ve geometri ile birlikte, Cebir konularına ilk giriş ile daha da artmaktadır. İlköğretim sınıflarında doğal sayıların öğretiminden sonra özellikle kesirlerin öğretimine başlandığında öğrencilerin öğrenme,

⁶Gerek KaPAT sorularında baz alınan öğretim programı gerekse Türkiye’deki programla arasındaki bazı farkların anlaşılabilmesi için Birleşik Krallık (UK) ulusal MÖVE programı içinde Cebir konuları hakkında ayrıntılı bilgiler Ek A’da verilmiştir.

⁷ MEB-EARGED’de hazırlanan ve TTKB onayı ile Mayıs 1998’de yayınlanan yeni İlköğretim MÖVE Programında da konu başlıkları ve hedefler aynıdır.

öğretmenlerin de öğretme güçlükleri hızla artmakta; bu durum öğrencilerin matematikte akademik başarısını ve duyuşsal gelişimini olumsuz yönde etkilemektedir⁸. Belirtilen nedenlerle, ilköğretim okullarının ilk yıllarından başlayarak ilerki yıllarda öğrencilerin başta matematik ve fen bilimleri dersleri olmak üzere bir takım derslerde gelişmeleri sürekli izlenmeli; onların bilişsel ve duyuşsal boyutlarda karşılaştıkları öğrenme güçlüklerini giderecek ve durumlarını iyileştirecek önlemler alınmalıdır.

(a) *Bazı Öğrenme Güçlükleri ve Engeller:* Alan yazını incelendiğinde, kesir ve ondalık kesir kavramlarının ve işlemlerin öğrenilmesinde karşılaşılan güçlükler, Cebir öğretimine de yansımakta, sayılarla ilgili işlem ve kavram yetersizlikleri belirlenen öğrencilerin Cebir konularına başladığında sıkıntılarını ve güçlüklerini katlanarak artırdığı anlaşılmaktadır. Bu nedenle, Cebire giriş konularında yer alan temel kavramların tam öğrenilmesi; yapılan ortak yanlışların ve olası kavram yanlışlarının bilinmesi, ayrıca nedenlerinin belirlenerek ortak yanlışların ve olası yanlışların biran önce giderilmesi gerekmektedir (örneğin, Ekenstam & Nilsson, 1979; Barnard, 1989; Ersoy ve Erbaş, 2000; Erbaş & Ersoy, 2002a, b, c)⁹. Gerek ODTÜ-AFP yapılan çalışmanın gerekçelerini gerekse o çalışmayı izleyen yazarların diğer araştırmalarına neden olan etmenleri, satır başlıklarıyla, anımsamak yararlı olacaktır.

Çizelge 2’de Cebirsel ifadelerin diğer matematiksel anlatımlara (ifadelere) dönüştürmede becerilerin, Çizelge 3’de bir bilinmeyenli eşitliklerin/denklemelerin öğrenilmesinde karşılaşılan bazı engeller veya güçlüklerin neler olduğu görülmektedir. Çizelge 2’ye dikkatlice bakıldığında, matematikte edinilecek temel bilgi ve beceriler arasında Cebirsel ifadelerin diğer anlatımlara dönüştürülmesi, diğer anlatım biçimlerinin de Cebirsel ifadelere dönüştürülmesi, öğrenme-öğrenme sürecinde yer alacak etkinliklerde gözardı edilmemesi gereken ve öğrencilere kazandırılacak becerilerdir. Bu nedenle, ders planları yapılırken ve sınıf içinde konular işlenirken bilgiler çok küçük parçalara bölünmemeli ve birbirinden çok soyutlanmamalıdır. Çizelge 3’de bir bilinmeyenli eşitliklerin/denklemelerin öğrenilmesi ve öğrenilmesinde bazı engel veya güçlüklerin neler olduğu örneklerle açıklanmaktadır.

Çizelge 2

Matematiksel Anlatımları-İfadeleri Dönüştürme Becerileri

	<i>Betimleme</i>	<i>Sayı Tablosu</i>	<i>Grafikler</i>	<i>Cebirsel İfadeler</i>
Betimleme	-	Ölçme	Kaba çizim	Betimlemeli modelleme
Sayı Tablosu	Okuma	-	Çizim	Betimlemeli modeli uydurma
Grafikler	Grafikleri yorumlama	Okuma	-	Eğri uydurma
Cebirsel İfadeler	Formülleri Tanıma	Tablolaştırma ve hesaplama	Eğri çizimi	-

Öte yandan, matematik eğitimi bilim alanında yapılan son çalışmalar göstermiştir ki, öğrenme/öğretme sürecinde seçilen yaklaşım ve strateji, kullanılan teknik ve yöntemler, sınıf içi ilişkiler ve kurgulanan etkinlikler öğrencilerin bilgi edinme ve beceri kazanmalarında oldukça farklı sonuçlar doğurmaktadır. Bu konularda öğretmenleri bilgilendirme çalışmaları ülkemizde yok denecek kadar az olup okul matematiği konularıyla ilgili kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik araştırmalara Türkiye’de yeni başlanmıştır ve hızlı bir gelişme olduğu gözlemlenmektedir (örneğin, Ardahan ve Ersoy, 1997; Baki, 1999).

⁸ Bu çalışmada öğrencilerin yalnızca Cebire giriş konuları ile ilgili testteki başarılarını kısaca özetlenip, diğer matematik konularındaki durum ele alınmayacaktır.

⁹ Bu konuda alan yazınında (literatürde) bazı bilgiler bulunduğundan burada ayrıntıya girilmeyecektir.

Çizelge 3

Bir Bilinmeyenli Eşitliklerin/Denklemelerin Öğrenilmesinde Bazı Engel veya Güçlükler

Eşitlik/Denklem	Engel veya Güçlükler
$4x - 1 = 0$	Öğrenci birinci dereceden denklem yerine ikinci dereceden denklem çözümlerini kullanmış gibi işlemi karıştırmakta; $x = -1 - 4$
$2x + 1 = x + 3$	Öğrenci birinci dereceden eşitlik yerine ikinci dereceden eşitlik çözmekte; $2x + x = 3 - 1$, $3x - x = -1 + 3$, $3x = 3 - 1$
$x - 3 = 4x - 1$	Öğrenci birinci dereceden eşitlik yerine ikinci dereceden eşitlik çözmekte; $1 - 3 = 5x$, $4x - x = -3x$, $x - 4x = 3x$
$(x + 2) + (x + 1) = 0$	Öğrenci birinci dereceden eşitlik yerine ikinci dereceden eşitlik çözmekte; (öğrenci toplama veya çıkarma yerine çarpma yapmakta); öğrenci, $x + 2 = 0$ ve $x + 1 = 0$ ayrı ayrı çözmekte
$(x - 3) - (4x - 1) = 0$	Öğrenci birinci dereceden eşitlik yerine ikinci dereceden eşitlik çözmekte; (öğrenci toplama veya çıkarma yerine çarpma yapmakta); öğrenci, $x - 3 = 0$ ve $4x - 1 = 0$ ayrı ayrı çözmekte; $x + x = 0$, $(x - 3) - (4x - 1)$ ifadesi - $3x - 4$ ya da $3x + 4$ ya da $3x - 4$ olmakta

(b) *Uluslararası Matematik/Cebir Eğitimi Araştırmaları*: 1960'lı yıllarda modern matematik (*new math*) projesi başladıktan sonra daha çok ilköğretim sonrası veya ortaokul diyebileceğimiz okulu bitiren öğrencilerin matematikte başarı durumları uluslararası karşılaştırmalı çalışmalara konu olmuş; konu ile ilgili bazı raporlar yayınlanmıştır (örneğin, Husén, 1967; Burstein, 1989; Travers and Westbury, 1989; Blum et al, 1993).

Türk okullarda Cebir konularına giriş ilköğretim 7. sınıfta olmakta, 8. sınıf MÖVE programlarında Cebir konularının daha ağırlıklı olarak yer aldığı göze çarpmaktadır. Doğal olarak Cebir konularının en temel iki kavramı olan '*değişken*' ve '*eşitlik*' kavramları ise öğrencilerin anlamada en fazla güçlük çektikleri konular, kavram yanlışlarının yuvalandığı ve odaklandığı konular olduğu belirtilmektedir. Bu konuyla ilgili olarak bazı araştırmacılar, örneğin, Barnard (1989), Bell (1993), Birenbaum & Tatsuoka (1993), Diriscoll (1988), Hersovics & Kieran (1980), MacGregor & Stacey (1993, 1997), Payne & Squibb (1990), Sharma (1987) öğrencilerin söz konusu Cebir kavramlarla ilgili güçlük, ortak yanlışlar ve hatalarını daha iyi anlamak için bir dizi araştırma yapmışlar; bulgularını rapor etmişler¹⁰. Türkiye'de de konuyla ilgili araştırmalara bir süre önce başlanmış; gerek yazarlar gerekse diğer araştırmacılar bir takım bulguları sergilemişlerdir (örneğin, Erbaş, 1999, Ersoy ve Erbaş, 2000; Erbaş ve Ersoy, 2002a, b, c; Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2002).

3. ARAŞTIRMA PROBLEMİ VE YÖNTEM

Bu çalışmada, Kassel Projesi çerçevesinde geliştirilen, 2000 yılı başına kadar 15 ülkede uygulanan uluslararası bir araştırmanın Türkiye'de pilot uygulaması rapor edilmektedir. Ancak, ortak projede sayılar, cebir, geometri ve istatistik/olasılık konu alanlarında geliştirilen her test, sözkonusu 15 ülkenin tümünde uygulanmamıştır¹¹. Bu bağlamda seçilen araştırma problemi ve

¹⁰ Söz konusu bilgiler kaynaklarda bulunur düşüncesiyle burada ayrıntıya girilmeyecektir.

¹¹ Türkiye'de ise Matematiksel Potansiyel Test (MPT) dışında sayılar ve cebir testiyle ilgili pilot çalışmalar yapılmış olup geniş kapsamlı çalışmalar, sağlanacak parasal kaynak ve insan gücü gözönünde bulundurularak yeniden planlanacaktır.

amaçlar, araştırmaya konu olan öğrenci grubu ve uygulanan yöntemle ilgili özet bilgiler aşağıdadır.

3.1. Genel Amaç ve Problemler

Araştırmanın Amacı: Kassel Projesinin genel amacı, araştırmaya katılan ülkelerde genelde ilköğretim MÖvE programının tümünde, özelde programın bir parçası olarak Cebir öğretiminde öğrencilerin akademik başarısına dayalı olarak gelişimini izlemek ve sonuçları karşılaştırmak, başarıya etki eden öğrenme güçlükleri başta olmak üzere ortak yanlışlar ve kavram yanlışlarını, öğrenme etkinliklerinin özelliklerini incelemektir.

Araştırma Problemi: Pilot çalışma olarak tasarlanan bu incelemede iki ana problem, P_1 ve P_2 , incelenmektedir. Bunlar:

- P_1 : Türkiye’de ilköğretim son sınıf öğrencilerinin Cebir konularında genel başarıları, bazı ülkelerle karşılaştırıldığında başarı durumları nedir?
- P_2 : İlköğretim son sınıf öğrencilerin Cebire giriş- eşitlikler konusunda- öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının yuvalandığı alt konular nelerdir?

Kitle ve Örneklem/Öğrenci Grubu ve Özellikleri: Araştırmada hedef alınan asıl kitle, Türkiye’de ilköğretim 8. sınıf öğrencileri olup bu kitleye erişmek güç olduğundan Türkiye’nin değişik bölgelerinden rastgele seçilecek kent ve okullardaki ilköğretim son sınıf öğrencileridir. Uyarlanan ölçme araştırmaları sınamak amacıyla pilot çalışmanın yapıldığı okul ve öğrenci sayısı oldukça sınırlı olup çalışmanın kapsamı daha sonra genişletilmesi planlanmıştır. Açıkçası, araştırmanın yapıldığı öğrenci grubu, Ankara’nın sosyo-ekonomik gelişmişlik bakımından orta-altı bölgesindeki bir ilköğretim okulunun sekizinci sınıf (son sınıf) seviyesinde 4 şubeden, 67’si erkek, 32’si kız olmak üzere toplam 99 öğrencidir. Bunların arasında karne notlarına göre düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde matematik başarı puanı olan aynı yaş grubunda öğrenciler bulunmaktadır.

3.2. Ölçme ve Değerlendirme Araçları

Kassel Projesinde birden çok matematik testi ve bir takım veri derleme araçları kullanılmıştır. Testler, öğrencilerin genelde akademik başarılarını, bir takım öğrenme güçlüklerini ve ortak yanlışlarını belirlemeye yöneliktir.

Test: Araştırmada, Kassel Projesi Cebir Testi (KaPAT) olarak "Algebra-3" testi kullanılmıştır. Türkçe’ye çevrilen ve uyarlanan başarı/yanılgı testi, 1997-98 eğitim-öğretim yılının son haftasında, öğrencileri küçük gruplara ayırarak, ders saati dışında belirlenen bir ortamda uygulanmıştır. Öğrencilere test sorularını yanıtlamaları için 40 dakika süre tanınmıştır. Bu araştırmanın ölçme aracı olan KaPAT’da, öğrencilerin yaptıkları işlemleri yazarak ve kısa açıklama yaparak güçlük derecesi giderek artan 31 soru bulunmaktadır. Sorunların bir kısmının birden çok şıkkı olup bunlar gözönünde bulundurulursa soru sayısı 50 dir.

Veri Derleme ve Değerlendirme Araçları: Öte yandan, geliştirilen öğrenci başarı testleri dışında bir takım gözlem, veri derleme ve değerlendirme araçları bulunmaktadır. Bunlar, sınıf ortamında ders işlenişini ve matematik etkinliklerini videoya kayıt etmek; öğretmen ve öğrencilerle yüz-yüze görüşme yapmak, ayrıca, okul, öğretmen, sınıf ve öğrencilere yönelik bilgi formları-anketlerdir. Söz konusu bu araçların bir kısmının geliştirilmesi ve türkçeye uyarlanması denenmiş; fakat bu çalışmaya paralel olarak okullarda uygulanmamıştır.

Yanıtları Değerlendirmede Kullanılan Ölçütler (Kriterler)ve Soru Örnekleri: Test soruları, çoktan seçmeli test biçiminde olmayıp öğrencilerden işlemleri yapmaları, elde ettikleri yanıtı ise testte her sorunun altında boş bırakılan yere okunaklı olarak yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin genel başarıları belirlenirken sorunun şıkları varsa her biri bir puan olmak üzere 50 üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Güçlükler ve olası kavram yanlışlarının yuvalandığı durumu belirlerken yapılan işlemlerde doğru ve mantıklı akıl yürütme, fakat sonucu tam elde etmeme

yarım puan, işlemleri doğru yaparak doğru yanıt elde etme ise tam puan olarak olacak biçimde 100 üzerinden değerlendirme yapılmıştır.

Çizelge 4'te KaPAT yer alan soru örneklerinden bazıları görülmektedir. Sorular, genelde kolaydan zora doğru bir sıra izlemekte; seçilen sorular ise Cebire giriş konularını büyük ölçüde kapsamaktadır.

Çizelge 4
KaPET Soru Örnekleri

Soru No	Sorular
07	Eğer $3x - 4 = 11$ ise 'x' in değeri nedir?
16	Aşağıdaki denklemleri sağlayan 'x' değerlerini bulunuz. (a) $x + 1 = 3 - x$; (b) $4 - 2x = 7 - x$
03	Mehmet aklından bir sayı tutar. Tuttuğu sayıyı 2 ile çarpar, çarpımdan 1 çıkarırsa 33 sayısını elde ettiğine göre Mehmet'in aklından tuttuğu sayı kaçtır?
15	Bir top 12 metre yükseklikten yere bırakılmıştır. Top yere değer ve tekrar ilk bırakıldığı yüksekliğin $\frac{3}{4}$ 'üne kadar zıplar. Eğer bu top böyle düşüp zıplamaya devam eder, yani her seferinde bir önce düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{4}$ 'üne kadar zıplar. (a) Topun yere ilk düşüp zıplamasında ulaştığı yükseklik nedir? (b) Topun yerden 3. defa zıplamasından sonra çıktığı yükseklik nedir?
13	$x^2 \times x^4 = x^a$ ise $a = ?$
17	$x^2 + 13 = 49$ ise $x = ?$
23	(a) $x^6 = (x^2)^n$, $n = ?$; (b) $x^{100} = (x^2)^n$, $n = ?$; (c) $1/x^2 = (x^2)^n$, $n = ?$
25	$(t^3)^2 t^{-2} = t^p$ ise $p = ?$
29	(a) $x^2 - 7x + 12$ ifadesini çarpanlarına ayırınız. (b) (a)'yı kullanarak $x^2 - 7x + 12 = 0$ denklemini çözünüz.

4. DERLENEN VERİNİN ANALİZİ VE YORUMLAR

Bu bölümde KaPAT'deki soruların içerikleri ve verilen yanıtlar bakımından her biri kendi içinde alt öbeklere ayrılarak öğrencilerin başarı durumları incelenmekte; ayrıca, bir grup Türk öğrencinin başarı puan ortalamaları bazı yabancı ülkelerin öğrencilerinininkiyle karşılaştırılmaktadır. Projenin daha önceki yıllarda uygulandığı diğer ülkelerde öğrenci başarıları hakkında geniş bilgiler Ek B'de verilmiştir.

4.1. Soruları İçeriklerine ve Verilen Yanıtlara göre Öbekleştirme

KaPAT'de 31 soru (bazı soruda yer alan şıklar gözönünde bulundurulursa 50 soru) olup bunlar içerik olarak ilköğretim 7. ve 8. sınıf matematik konuları içerisinde cebir kavramları, işlem bilgileri ve bazı temel becerilerle ilgilidir. Test sorulardan biri- bu soru, (Soru 29) ikinci dereceden eşitliklerle ilgili olduğundan- değerlendirme dışı bırakıldı; diğerleri doğru (D) yanıt, yarım doğru (YD) yanıt, yanlış (Y) yanıt ve boş (B) bırakılan olmak üzere öbekleştirildi. Soruların her birine eşit puan verilerek- eğer aynı sorunun birden çok şıkkı varsa puan katlandı- her öğrenci için sonuçlar önce 100 üzerinden değerlendirildi, daha sonra hesaplanan puan 2'ye bölünerek 0-50 puan aralıklı ölçeğe göre, her öğrencinin başarı puan ortalaması bulundu. Böylece, öğrencilerin her bir soruyla ilgili genel başarı/ başarısızlık sıklık (frekans) dağılımıyla birlikte temel istatistikleri (ortalama, standart sapma, v.d.) hesaplandı.

Öte yandan, öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri ve ortak yanlışları belirlemek için KaPAT'deki "eşitliklerle" ilgili toplam 19 soru- testteki tüm sorular değil- EM, EP1 ve EP2 olmak üzere üç alt öbeklere ayrıldı ve her öbekteki sorular kendi içinde yeniden değerlendirildi. Böylece, eşitliklerle ilgili yalnızca sıradan işlemler gerektiren sorular, daha ileri düzeyde

kavramsal bilgi ve beceri gerektiren sorulardan ayrılarak her biri kümeleştirildi. Daha açıkçası, $EM = \{1, 5, 7, 12, 16(1), 16(2), 18, 19(1)\}$, bilinen kural ve işlemlerle çözülebilecek sıradan sorular iken $EP1 = \{3, 9, 15(1), 15(2)\}$ bilgi dönüşümü (transferi) gerektiren sorular (sözel problemler) ve $EP2 = \{13, 17, 23(1), 23(2), 23(3), 25, 29(2)\}$ bilgi dönüşümünü yeni durumlara uygulama, daha açıkçası öğrencinin diğer konu bilgilerinden yararlanarak çözmesi gereken sorulardan oluşmaktadır. Bu soruların ne tür olduğu hakkında bazı bilgiler, Çizelge 4'deki örneklerden anlaşılabilir.

Daha önceki matematik teslerde geliştirilen soru türlerinin özellikleriyle karşılaştırdığımızda EM soruları, PK; EP soruları da CU ve PS özellikleri taşımaktadır¹². Güçlük derecesi bakış noktasından yapılan bu gruplama incelenecek olursa soru kümelerinin güçlük düzeyleri EM, EP1 ve EP2 sıralamasında olup başarılı öğrencilerin EM ve EP1 ek olarak olabildiğince çok sayıda EP2 kümesinde yer alan soruları çözmeleri gerekmektedir. KaPAT'da yer alan her soru kümesiyle ilgili örnek bir kaç soru Çizelge 4'te görülmektedir.

4.2. Öğrenci Başarılarını Karşılaştırma

Öğrencilerin akademik başarıları, belirlenecek amaca yönelik olarak çeşitli ölçekler ve değişik analizler yapılarak değerlendirilebilir. Bazı araştırmalarda ileri istatistik analizler gerekirken çoğunda betimlemeli istatistik yeterli olmaktadır. Kaldı ki araştırmayla ilgili tüm ham veriler el altında, ayrıca kullanıma elverişli bir durumda olmadığında bazı analizler, gerekli olsa bile yapılamamaktadır. Bu çalışmada da veri analizleri, belli alanlarda ve sınırlı ölçüde yapılacak; sonuçlar eldeki diğer analiz sonuçlarıyla karşılaştırılacaktır.

(a) *Öğrencilerin Genel Başarı Puanı İstatistikleri*: Eşitliklerle ilgili soru gruplarına göre öğrenci başarı puanlarına bakmadan önce KaPAT'deki tüm sorularla ilgili öğrencilerini genel başarısını bir değerlendirmesi yapmak yararlı olacaktır. Bu çerçevede, gerekli bilgiler için betimlemeli istatistikle ilgili bazı değerlere bakmak yeterlidir. Bu bağlamda, pilot çalışmada derlenen veriler analiz edildi ve başarı puanları, diğer ülkelerin öğrencileri ile karşılaştırılmak için 50 üzerinden değerlendirildi. Elde elde edilen istatistikler, Çizelge 5a'da özetlenmiştir. Çizelge 5a'ya dikkatlice bakıldığında öğrencilerin ortalama puanı ile ortanca arasında bir fark olmamasına karşın, puan aralığının ($1 \leq \text{Puan} \leq 43$) 50 üzerinden 42 olması, sonuç olarak düşündürücüdür. Bir başka anlatımla, öğrenci başarı puanlarını gösteren bu sayılar, göreceli olarak çok basit soruların da sorulduğu KaPAT' de araştırmanın yapıldığı gruplarda yalnızca bir soruyu doğru çözen öğrencilerin olduğunu belirtmekte; sınıflarda en başarılı öğrencilerin bile $50-43 = 7$ kadar soru veya soru şikkına doğru yanıt veremediği anlaşılmaktadır. Ortalamanın 20.1 olması ise öğrencilerin büyük çoğunluğun KaPAT sorulardan yarıdan azını veya bir kısmının ise yarıdan biraz çoğunu doğru olarak yanıtladığını açıklamakta; sonuçta tam öğrenmenin ilgili sınıflarda gerçekleşmediği anlaşılmaktadır.

Ankara'da orta gelir grubunun bulunduğu bir semtte bir okulda yapılan pilot çalışma, aynı yıl İzmir'in göreceli olarak gelişmiş bir ilçesinde yeni kurulan Anadolu lisesi-ilköğretim kısmı ve normal ilköğretim öğrencilerinin başarı durumuyla karşılaştırılacak olunursa aşağıdaki ilginç durum dikkat çekmektedir. Her iki okulda da ilköğretim 8. sınıflardan iki şube olmak üzere toplam 96 ($27 + 24 = 51$ ve $27 + 18 = 45$) öğrenci katılmış olup Anadolu lisesi- ilköğretim öğrencilerinin KaPAT başarı puan ortalaması 31.6 iken normal ilköğretim okulu öğrencilerinin KaPAT başarı puan ortalaması 7.9 dur. Anadolu lisesine öğretim gören öğrencilerin KaPAT puanları, Ankara'daki ilköğretim öğrencilerinin başarı puanlarının oldukça üzerinde iken aynı öğrencilerin ortalama puanları, İzmir'in ilçesindeki ilköğretim okulunda öğretim gören yaşlılarından oldukça yüksektir. Her ne kadar Anadolu lisesi statüsünde olan okullarda öğretim gören öğrencilerin başarılarını açıklayacak etmenleri sıralamak daha kolaysa da normal ilköğretim okulları arasındaki öğrenci başarıları arasında büyük farkı açıklamak o denli kolay değildir.

¹² EP2 sorularından biri, S29 ikinci dereceden bir denklemin çarpanlara ayrılarak çözümünü içermekte olup ulusal MÖvE programında yer almaması nedeniyle Türk öğrencileri bu konuda bilgi sahibi olmayabilir.

Çizelge 5a
İlköğretim 8.inci Sınıf Öğrencilerin Başarı Puanı İstatistikleri

İstatistikler	Puan*	İstatistikler	Puan*
Ortalama	20.1	Aralık	42
Ortanca	20.0	En Büyük Değer	43
Standart Hata	0.8	En Küçük Değer	01
Standart Sapma	8.2	Birinci Çeyrek	14
Örnek Varyans	66.5	Üçüncü Çeyrek	24
		Toplam Öğrenci	99

* Öğrenci başarı puanları hesaplanırken değerlendirme 50 üzerinden yapılmıştır.

(b) Şube ve Cinsiyete göre Öğrencilerin Başarı Puan Ortalamaları: Pilot çalışmada derlenen veriler, aynı okulun şubelerine ve cinsiyete göre analiz edilirse başarı puanları 50 üzerinden Çizelge 5b'de görülmektedir. Çizelge 5b'ye bakıldığında tüm örneklem içerisinde kız öğrencilerle erkek öğrenciler arasında başarı oranları yönünden önemli bir fark olmadığı; ancak, testin 50 üzerinden değerlendirildiği gözönüne alınır, her iki grupta da öğrenci başarı puan ortalamasının düşük olduğu, tam öğrenme anlamında genel başarının sağlanamadığı göze çarpmaktadır. Öte yandan, sınıflarda öğrenci sayıları, sırayla ile 21, 21, 26, 31 olan A, B, C, D Şubelerindeki öğrencilerin başarıları arasında da önemsenebilir bir fark gözükmemektedir. Dahası, belki de en önemlisi tüm örnekleme ele alacak olursak ortanca, ortalama ve frekansın nerdeyse eşit çıkması dağılımın, negatif veya pozitif yönde eğilimli değil, normal olduğunu; dolayısıyla her eriş seviyesinden (yüksek, orta ve düşük) öğrencilerin sınıflarda bulunduğunu göstermektedir.

Çizelge 5b
Öğrencilerin Şubelere ve Cinsiyete göre Başarı Puanları Ortalaması

Sınıf ve Şube	Ortalama*	Cinsiyet	Ortalama*
8A	17	Kız Öğrenciler	19.5
8B	20	Erkek Öğrenciler	20.4
8C	22		
8D	21		

* Öğrenci başarı puanları hesaplanırken değerlendirme 50 üzerinden yapılmıştır.

4.3. Türk Öğrencilerin Başarısını Diğer Ülkelerle Karşılaştırma

Bu çalışmanın amaçlarından biri, Türk öğrencilerin KaPAT'deki başarı oranlarını diğer ülkelerle karşılaştırmaktır. Bu bağlamda, Kassel Projesi çalışmalarına katılan ülke öğrencilerinin (CIMT, 1997) ve bir grup Türk öğrencilerin KaPAT'de genel akademik başarı puan ortalamaları Çizelge 6'da görülmektedir. Pilot çalışmaya katılan bir grup Türk öğrencinin ortalama puanı 20.1 olup bu puan, ülkelerin KaPAT ortalama puanı olan 18.9 dan biraz daha yüksektir. Ülkeler bazında bir grup Türk öğrencinin KaPAT başarı puanları çalışmaya katılan diğer 8 ülke öğrencileriyle karşılaştırılacak olursa Çizelge 6'nın sol tarafında birinci sütunda yer alan 5 ülke öğrencilerinin başarı puanlarından yüksek olduğu, sağ taraftaki üç ülke, daha açıkçası, Polanya, Macaristan ve Singapur öğrencilerinin ortalama başarı puanından daha düşük olduğu anlaşılar.

Çizelge 6
KaPAT Türk ve Bazı Ülkelerin Öğreci Ortalama Başarı Puanları

Ülkeler	Puan* /13+ yaş	Ülkeler	Puan* / 14+ yaş
Finlandiya	12.0	Türkiye	20.1
Norveç	12.4	Polanya	24.9
İskoçya	12.7	Macaristan	25.7
İngiltere	14.4	Singapur	30.7
Almanya	17.6	Ortalama	18.9

*Test başarı puanları, 50 üzerinden hesaplanmıştır.

Elde edilen bu sonuç, aslında, Türkiye’yi temsil edecek bir durum değilse de KaPAT Türk öğrenci başarı puanının, ilk bakışta Batı Avrupa ülkesi olan ülkelerin öğrencilerinden daha yüksek olması dikkat çekmektedir. Bununla birlikte, bir önceki kesimde belirtildiği gibi okulların matematik derslerinde başarı durumu çok sayıda değişkene ve etmene bağlı olup aynı testin uygulandığı İzmir yöresindeki Anadolu lisesi statüsünde bir ilköğretim okulunda ortalama 31.6 iken aynı ilçede normal bir ilköğretim okulunda KAPAT başarı puan ortalaması 7.9 dur. Her iki durum elde edilen sonuçlar, sorgulanması ve derinlemesine araştırma yapılmasını gerektiren sorunlar olduğunu yansıtmaktadır.

Öte yandan, 1999 yılında Türkiye’nin de içinde bulunduğu ve 38 ülkenin katıldığı TIMSS-R (Third International Mathematics and Science Study-Repeat) öğrencilerin matematik sorularında akademik başarıları mercek altına alınıp Cebir sorularına yönelik puanları incelenecek olursa Türkiye’nin uluslararası sıralamada başka bir görüntüsü dikkat çekmektedir (Mullis et al, 2000). TIMSS-R’de Türk öğrencilerin Cebir sorularında başarı puan ortalaması 432 olup 38 ülke arasında 33. sırada yer alırken Finlandiya (498) ve İngiltere (498) öğrencileri sırayla 19. ve 20. sırada yer almaktalar¹³. Singapur ve Macaristan öğrencilerinin ortalama puanları sırayla 576 ve 536 olup bu iki ülke öğrencileri, sırayla 3. ve 7. sırada yer almaktadırlar. Oldukça güvenilir verilere dayalı TIMSS-R sonuçları, Türkiye açısından oldukça düşündürücü bir durumun ilk görüntüleri olup ülkelerarası karşılaştırmalı eğitim araştırmalarına ne denli gereksinim duyulduğunu, ayrıca bunlardan çıkartacağımız bir takım dersler olduğunu yansıtmaktadır.

Karşılaştırmalı eğitim çalışmaları, bilindiği gibi, çeşitli düzeylerde, değişik boyutlarda ve farklı biçimlerde yapılabilir. Örneğin, bir grup Türk öğrencinin bazı Batı ve Doğu Avrupa ülkeleri inceleyecek olursak KaPAT soruları içinde seçilen özel bir eşitlik sorusunu doğru yanıtlayan öğrencilerin başarı ortalama puan yüzdelerini de karşılaştırabiliriz. Ancak, bu tür karşılaştırmanın yapılabilmesi için diğer ülkelerle ilgili ayrıntılı bilgilere sahip olmak gerekmektedir¹⁴. KaPAT’deki EM1 kümesindeki “eşitlikler” ile ilgili 7. sorunun, açıkçası $3x - 4 = 11$ eşitliğinin, çözümünü kavram yanılığaları olabileceğini akla getirmektedir. Söz konusu eşitlik sorusu bir örnek olarak ele alınırsa Türkiye örneklemindeki öğrencilerin diğer ülke örneklemlerinden daha başarılı olduğu gözlemlenmektedir. Daha açıkçası, bu soruya doğru yanıt veren öğrencilerin ülkelere göre yüzdeleri azdan çoğa doğru şöyledir. İskoçya %42, İngiltere %50, Almanya %60, Polanya %61, Singapur % 84, Türkiye ise %94 dür. Ayrıca, diğer bir grup Türk öğrencinin MPT’deki başarı oranları, Alman ve İngiliz öğrencilerle karşılaştırıldığında, Türk öğrencilerinin başarı puan ortalamaları diğerlerine göre göreceli olarak daha yüksek bulunmuştur (Ersoy, 2000).

¹³ TIMSS-R Matematik testlerinde yer alan soruların %38’i kesirler ve sayı kavramı; %15’i ölçme; %13’ü veri düzenleme, veri analizi ve olasılık; %13’ü geometri ve %22’si cebir olmak üzere beş konu alanından oluşmaktadır.

¹⁴Elimizde başka bilgi olmadığı için ancak bir soruya verilen doğru yanıtların yüzdelerini karşılaştırabiliyoruz; diğer sorularla ilgili bir karşılaştırma yapamaktayız.

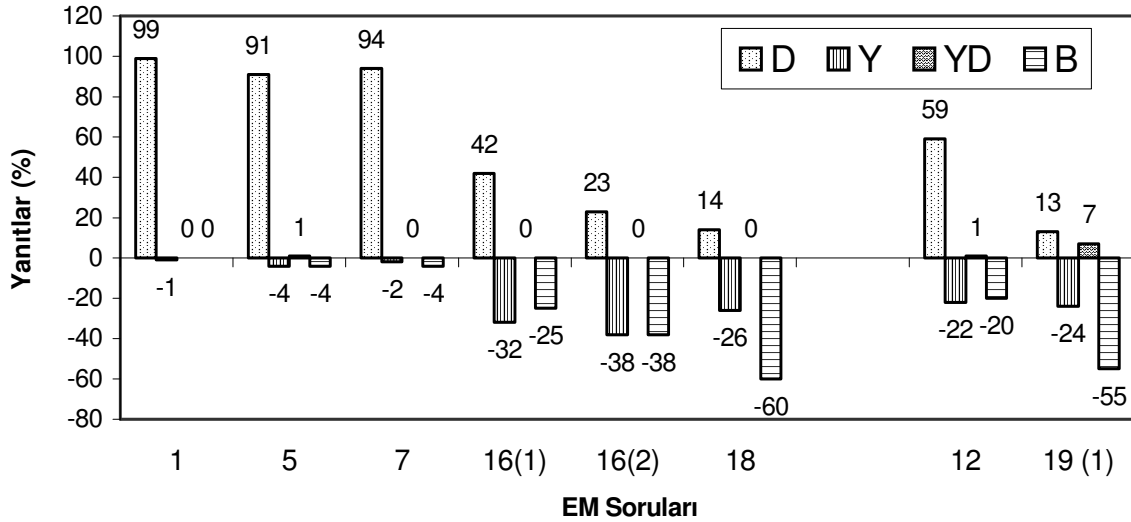
5. EŞİTLİKLERİN ÇÖZÜMÜNDE ORTAK YANLIŞLAR VE ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ

Yapılan pilot çalışmada KaPAT öğrencilerin başarıları, soru gruplarına ve aynı grup içinde sorulara göre değişmektedir. Bunun anlamı, her soru grubu hatta soru bazında öğrencilerin oldukça farklı güçlüklerinin veya olası kavram yanlışlarının olduğu anlaşılmaktadır. Konuyla ilgili ayrıntılar ve belirlenen durumlar aşağıda açıklanmakta ve kısaca yorumlanmaktadır.

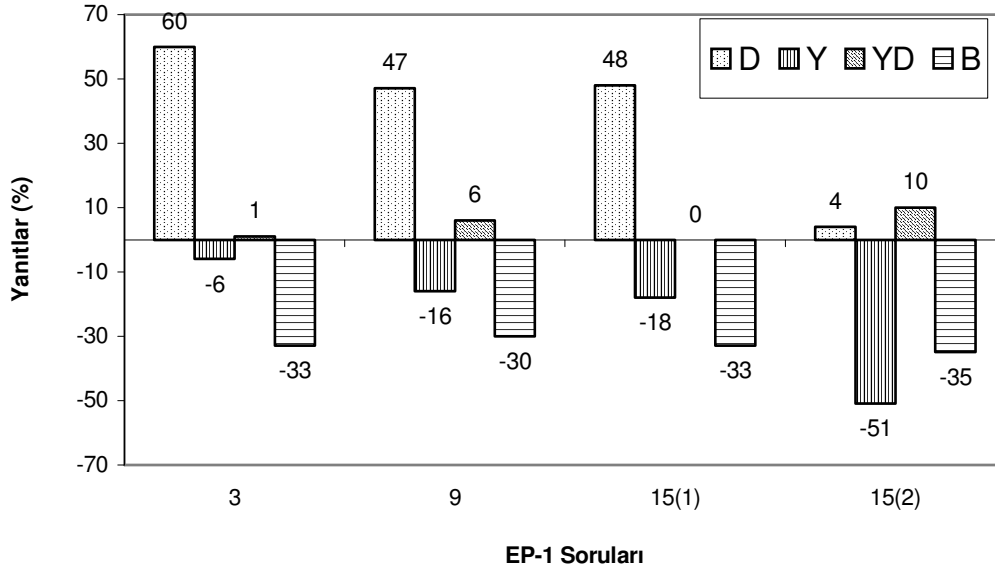
5.1. Soru Gruplarına Göre Öğrenci Başarı Puanlarını Karşılaştırma

EP1 kümesinin ögesi olan sorular, bilgi dönüşümü (transferi) gerektiren, diğer bir deyişle öğrencinin öncelikle sözel olarak anlatılan bir ifadeyi matematiksel olarak eşitliğe dönüştürmesi ve gerekiyorsa çözmesi gereken, türdeki soruları içermektedir. İlk bakışta EP1 soruları arasında, 15(2) hariç, diğerleri arasında soru içeriği ve yapılacak işlemler yönünden dikkat çeken ve önemsenebilir bir fark gözükmemektedir. Bu sorular, 15(2) hariç, aslında öğrencinin kolayca akıldan da çözebileceği veya sonucu yazabileceği türden iken, 15(2)'yi öğrenci akıldan çözmeye çalışırsa kesirli sayılardan dolayı işlemleri karıştıracağı, diğer bir deyişle akıldan değil de eşitlik kurarak çözmesi gereken bir sorudur. Bu nedenle, öğrencilerin ortalama başarı puan yüzdeleri arasındaki belirtilen puan farkı büyük olmuş olabilir. KaPAT'de öğrencilerin Eşitlikler ve İşlemler (EM), Eşitlikler ve Problemler-1 ve -2 (EP1 ve EP2) adlandırılan soru kümelerinde öğrencilerin başarı puan ortalamaları, sırayla %54, %40 ve %31 olup özellikle EP1 ve EP2 sorularda öğrencilerin çeşitli öğrenme güçlüklerinin olduğu, bu soru türleri içine yuvalanmış/saklı bir takım kavram yanlışlarının olabileceği anlaşılmaktadır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin KaPAT'de başarı ve karşılaştıkları güçlüklerin bir kısmı, ayrıntılı olarak incelenmiş; her soru grubunda öğrencilerin verdikleri yanıtların yüzdeleri, Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3'de ayrıntılı olarak gösterilmektedir.



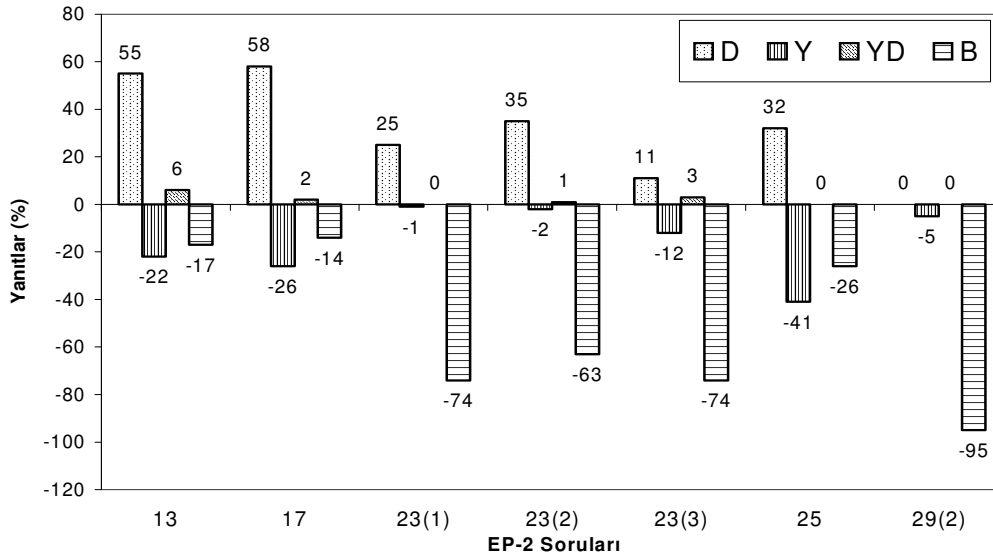
Şekil 1. Öğrencilerin Eşitlikler ve İşlemler Soru Grubu (EM) Başarı Yüzdeleri



Şekil 2. Öğrencilerin Eşitlikler ve Sözel Problem Soru Grubu (EP1) Başarı Durumu (%)

Diğer yandan, eşitlik ve sözel problemlerin yer aldığı, fakat EP1'deki sorulardan bir dereceye kadar bazı yönleriyle farklı olan EP2 = {13, 17, 23(1), 23(2), 23(3), 25, 29(2)} kümesini oluşturan soruları ayrı incelemek ve öğrenci başarısını değerlendirerek ortak yanlışları ve güçlükleri belirlemek; sonuçta olası yanlışları aramak daha uygun olacaktır. EP2 sorularına doğru (D), kısmen doğru (YD), yanlış (Y) ve boş bırakılan (B) biçiminde verilen yanıtlara göre öğrencilerin başarı/başarısız olma durumunun yüzdeleri (%) incelenirse Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3'de görülen sonuçlar elde edilir.

EP2'deki soruların çoğu, aslında üslü sayıların özelliklerinden yararlanarak çözülebilecek harfli ifade sorulardan oluşmaktadır. Bunlar içinde EP2* = {13,17} kümesini oluşturan sorularda yer alan cebirsel ifadelerde yalnızca bir değişken, örneğin x bulunurken, EP2^ = {23(1), 23(2), 23(3), 25} kümesinin ögesi olan sorularda iki değişken, x ve n veya x ve y gibi değişkenler bulunmaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin, bu soruları doğru yanıtlama, dolayısıyla, EM ve EP1'deki sorulara göre başarıları arasında, dikkat çeken ölçüde bir fark bulunmaktadır. Diğer sorulardan farklı olarak 29(2) de ise öğrencinin birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitliği çarpanlara ayırma yöntemini kullanarak çözmesi beklenmektedir. Ancak, denek öğrencilerin bir kısmı çarpanlara ayırma işini yaptıktan sonra bile eşitliğin çözümü görememiş oldukları için bu soruya doğru yanıt veren olmamıştır.



Şekil 3. Öğrencilerin Eşitlikler Soru Grubu (EP₂) Başarı Durumu (%)

5.2. Öğrencilerin Ortak Yanlışlar ve Öğrenme Güçlükleri

Şekil 1 ve Şekil 2’de yer alan göstergeleri birarada gözönünde bulundursak, sorulara yanlış yanıt verme oranının en fazla olduğu soru grupları, EM ve EP1 olup bu sorularda bireysel de olsa öğrencilerin bazı öğrenme güçlüklerinin olduğu açıkça belli olup bunun ötesinde birtakım kavram yanlışları olma olasılığı da yüksektir. Özellikle eşitliğin her iki tarafında değişken bulunan sorularda çok yanlış yapılmasının akla getirdiği ilk soru, öğrencilerin eşitliğin anlamı hakkında bazı kavram yanlışları olabileceğidir. Öğrencilerin, sözel ifadeleri matematiksel olarak ifade etmekteki güçlüklerinin olduğunu yansıtmaktadır. Öğrencilerin değişken kavramı hakkında yanlışlarını araştırabilmek ve durumu inceleyebilmek için Kassel Projesi raporundaki bazı verilere Türkiye ile ilgili olanları da katarak ham verilere ulaşım değerlendirilmesinin yeniden yapılması gerekmektedir.

Öğrencilerin KaPAT’de başarı ve karşılaştıkları güçlükler, bir başka bakış açısından değerlendirecek olursak ilginç bir durum olduğu gözlenmektedir. Öğrenci test yanıt kitapçığında giderek artan oranda sorulara yanıt vermemeye (boş bırakma) karşılık, belirgin bir şekilde soru öbeklerine göre, açıkçası EM’den, EP1’e; EP1’den EP2’ye, giderek düşen bir başarı puanı olduğu gözlemlenmektedir. Verilen yanlış yanıtlar ise aynı yönde giderek artmaktadır. Bu durum, aslında beklenen bir sonuçtur. Çünkü soruların yapısı giderek karmaşıklaşmakta, doğru çözüm için daha fazla bilgi ve birtakım temel beceri gerekmektedir.

6. SONUÇ VE BAZI ÖNERİLER

Okullarda daha nitelikli MÖvE, çok kimsenin olduğu gibi, tüm matematikçilerin ve matematik eğitimcilerinin ortak özlemlerinden biridir. Bu konuda çok şeyler yazılmıştır ve yazılanların bir kısmı öğrencilerin matematikte başarıları ile ilgilidir (örneğin, Husén, 1967; Burstein, 1989; Travers and Westbury, 1989; Ersoy, 1997; TIMSS, 1998; Mullis et al, 2000). Bu nedenle, bilinen birçok şeyi burada yinelemek yerine, ortak yanlışların neler olduğunu belirlemek ve olumsuzluklara neden olan etmenleri ortadan kaldırarak öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri azaltmak daha uygun olacaktır. Bu konuda incelemeler sürmekte olup ortak yanlışlar ve olası yanlışlar, ayrıca rapor edilecek; elde edilen bazı sonuçlar yorumlanacaktır.

Yukarıda yapılan açıklamaların ışığı altında araştırmacıların zihinlerde bir dizi araştırma problemi oluşmuş, yapılacak diğer çalışmaların çerçevesi ve yapı öğeleri belirginleşmiştir. Bu çerçevede, yapılacak yeni araştırmalarda matematik eğitimi değerlendirmelerinde öğretmenin, öğrencilerinin matematiksel düşünme gücünde ve edindiği becerileri gelişmeleri sergileyen, bilimsel düşünme yeteneklerinin sınırlarını zorlayan ve destekleyen çalışmalara yer vermeyi planlamaktayız. Böylece, Avrupa Topluluğu’na yıllardır girmeye hazırlanan ülkemizin eğitim yönünden diğer bazı Avrupa ülkeleri arasındaki benzerlikler ve farklılıklar belirlenebilecek; eksikliklerin ve yetersizliklerin giderilmesi yönünde gerekli düzenlemeler yapılabilecektir.

Bu araştırmada elde edilen sonuçları kısaca özetlemek, ileride bazı karşılaştırmaları yapmayı kolaylaştıracak, ayrıca okurların belleklerini tazelemek yönünden de yararlı olacaktır.

- KaPAT’de bir grup Türk öğrencinin başarı puan ortalamasının 50 üzerinden 20.1 olması bu öğrencilerin büyük çoğunluğunun KaPAT sorulardan yarımından azını veya bir kısmının yarımından biraz çoğunu doğru olarak yanıtladığını açıklamakta; sonuçta bu sınıflarda Cebire giriş konularında tam öğrenmenin gerçekleşmediği anlaşılmaktadır.
- Tüm örneklem içerisinde kız öğrencilerle erkek öğrenciler arasında başarı olarak önemli bir fark olmadığı; ancak, testin 50 üzerinden değerlendirildiği gözönüne alınırsa, her iki grup öğrenci için başarının oldukça düşük olduğu göze çarpmaktadır.
- KaPAT’de denek öğrencilerin yanlış yanıt vermiş olduğu sorular EM ve EP1 soru kümelerinde bulunduğu; EP2 grubundaki soruların çoğunu yanıtlamadıkları (boş bıraktıkları); bu nedenle güçlüklerinin tam olarak ne olduğunu bilmediği, yanlış yanıtladıkları sorularda ise, bireysel de olsa, öğrencilerin birtakım kavram yanlışları olduğu sezilmektedir.

- Özellikle eşitliğin her iki tarafında değişken bulunan sorularda çok yanlış yapılmasının akla getirdiği ilk soru, öğrencilerin eşitliğin anlamı hakkında kavram yanılgıları olabileceğidir.
- Öğrencilerin yine sözel ifadeleri matematiksel olarak ifade etmekteki güçlükleri, öğrencilerin değişken kavramı hakkında da bazı kavram yanılgıları olabileceğini akla getirmektedir.
- Cebire giriş konularında KaPAT’de bir grup Türk öğrencisinin başarı puan ortalaması, proje kapsamındaki diğer ülkelerin bir kısmından göreceli olarak daha düşük; bazılarından ise daha yüksektir. Belirtilen bu sonucun ne derece sağlıklı olduğu tartışılabilir; ancak bu durum küçük bir örneklem üzerinde yapılan pilot bir çalışma sonucu olduğu unutulmamalıdır.

Daha sağlıklı verilerin derlenebilmesi ve sonuçların karşılaştırılabilmesi alınması için Türkiye’nin bu ve benzer uluslararası karşılaştırmalı çalışmalara katılması; ortak projelerde yer alması, üretilecek özgün bilgilerden yararlanması gerekmektedir.

KAYNAKÇA

- Ardahan, H ve Ersoy, Y. (1997). “Deficiencies in solving problems with directed numbers in secondary schools”. *Proceedings of ERME’97*. Aug 31-Sep 4, 1997, Podebrady.
- Ardahan, H ve Ersoy, Y. (1998). “Yönlü sayılarla ilgili sözel problemlerde olası yanılgılar ve öğretmenlerin tanıları”. *3. Ulusal Fen Eğitimi Sempozyumu Bildirileri Kitabı*, 50-55. Ankara: MEB Yay.
- Baki, A. (1999).”Cebirle ilgili işlem yanılgılarının değerlendirilmesi”. *3. Ulusal Fen Eğitimi Sempozyumu Bildirileri Kitabı*, 46-49. Ankara: MEB Yay.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2002). “Lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında değerlendirilmesi”. UFBMEK (16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara) Bildiri Özetleri Kitabı s:211.
- CIMT (1997). Kassel Project Interim Report. Centre for Innovation in Mathematics Teaching (CIMT), Exeter: University of Exeter Pub.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. “İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları”. UFBMEK (16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara) Bildiri Özetleri Kitabı s:221.
- Barnard J. J. (1989). "Poor concept formation in mathematics: A diagnostic perspective". *ERIC Document Reproduction Service*. No. ED 310 926
- Bell, A. (1993). “Some experiments in diagnostic teaching”. *Educational Studies in Mathematics*. 24 (1), 115-137.
- Birenbaum M., Kelly A. and Tatsuoka K. (1993). "Diagnosing knowledge states in algebra using the rule-space model". *Journal for Research in Mathematics Education*. 24(5), 442-459.
- Blum, W., Burghes, D. Green, N. and Kaiser-Messmer, G.(1993)."British/German comparative project". *Teaching Mathematics and Its Application* 12 (1), 13-18.
- Burstein,L.(Ed)(1989). *Second International Study of Achievement in Mathematics: Student Growth and Classroom Processes in Lower Secondary School*. New York: Pergamon Press.
- Driscoll M. (1988). "Transforming the 'Under-achieving' math curriculum. ASCD curriculum update". *ERIC Document Reproduction Service*. No. ED 309 955.
- EARGED (1995). İlköğretim (5+3) Matematik Programını Değerlendirme Raporu. Ankara: MEB-EARGED Yay. (Hizmete Özel).
- Ekenstam, A. & Nilsson, M. (1979). A new approach to the assessment of children’s mathematical competence. *Educational Studies in Mathematics* 10, 41-66
- Erbaş, A. K. (1999). *An investigation into students' performances, difficulties and misconceptions in elementary algebra*. Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002a) "High school students' performances and difficulties in elementary algebra: The case of Turkey" *In Proceedings of the First International Conference on Education: Changing Time and Changing Needs*, (9-12 May 2002, Doğu Akdeniz Üni., Gazimagosa, Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti) (basımda)
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002b). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. UFBMEK-5 Bildiri Kitabı* (16-18 Eylül, 2002 ODTÜ, Ankara) MEB Yay. (basımda)
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002c) "On students' formulation of simple algebraic word problems: Syntactic translation and reversal errors among Turkish students" *In Proceedings of Psychology of Mathematics Education-27 North America*. October 27-28, 2002; University of Georgia, USA
- Ersoy, Y. (1997a). "Okullarda matematik eğitimi: Matematikte okur-yazarlık". *HÜ Eğitim Fakültesi Dergisi* **13**, 107-112.
- Ersoy, Y. (1997b). "Matematik eğitiminde yönelişler". *Çağdaş Eğitim* **22** (230/Mart), 11-13
- Ersoy, Y. (1998). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Başarısı ve Karşılaştıkları Öğrenme Güçlükleri. ODTÜ AFP-97.05.01.02 Proje Raporu. Eğitim Fak., Fen Bilimleri Bölümü, Ankara.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). "İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları". *Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim Sempozyumu Bildirileri Kitabı*, 171-179 (27-28 Kasım 1998, Başkent Öğretmenevi, Ankara).
- Ersoy, Y. (2000). "A Group of Turkish Students' Achievement in the Mathematics Potential Test", *Hacettepe Üni. Eğitim Fakültesi Dergisi* **19**, 35-41. (This paper was presented in the ERCEME'97 which was hold in Podébrady/ Prague, The Czeck Republic, Aug 31-Sep 4, 1997)
- Ersoy, Y. & Erbaş, A. K. (2000). "Cebir öğretiminde öğrencilerin güçlükleri-II: Yanlılarla ilgili öğretmen görüşleri". *IV. Ulusal Fen Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı*, 625-629. Ankara: MEB Yay.
- Ersoy, Y. (2002a) "Matematik okur yazarlığı-I: Genel amaçlar ve yeterlikler". (Düzenleme: O. Çelebi, Y. Ersoy, G. Öner) *Matematik Etkinlikleri Sempozyum-20002 Bildiriler Kirtabı*, Ankara: Matematikçiler Derneği Yay. (basımda)
- Ersoy, Y. (2002b) "Matematik okur yazarlığı-II:Hedefler, geliştirilecek yetiler ve beceriler". (Düzenleme: O. Çelebi, Y. Ersoy, G. Öner) *Matematik Etkinlikleri Sempozyum-20002 Bildiriler Kirtabı*, Ankara: Matematikçiler Derneği Yay. (basımda)
- Herscovics N. & Kieran C. (1980). "Constructing meaning for the concept of equation". *Mathematics Teacher* **80**, 572-580.
- Howson, G. (1991). *National Curricula in Mathematics*. UK:The Mathematical Associate Pub.
- Husén, T. (1967). *International Study of Achievement in Mathematics: A Comparison of Twelve Countries*. Vols I, II. New York: John Wiley & Sons.
- MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (1990). *İlköğretim (5 + 3 = 8) Matematik Dersi Programı*. Ankara: MEB Yay.
- MacGregor M.&Stacey K. (1993). "Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations". *Journal for Research in Mathematics Education* **24** (3), 217-232
- MacGregor M.&Stacey K. (1997). "Students' understanding of algebraic notation". *Educational Studies in Mathematics* **33**, 1-19.
- Mullis, et al (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report: Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade*. Exhibit 3.1. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Payne S. J.&Squibb H. R.(1990). "Algebra mal-rules and cognitive acct of error". *Cognitive Science* **14**, 445-481
- Robitaille, D. F. et al (1993). *Curriculum Frameworks for Mathematics and Science. TIMSS Monograph No 1*. Vancouver-Canada: Pacific Educational Press.
- Rosnick P. (1981). "Some Misconceptions Concerning the Concept of Variable". *Mathematics Teacher* **74** (6), 418-420.
- Sharma M. C. (1987). "Math notebook (From theory to practice). Information for teachers and parents of children with learning problems in mathematics". Vol. 5&6 (Parts 2&3) ERIC Document Reproduction Service. No. ED 342 600
- Steiner, H. G. (Ed) (1980). *Comparative Studies of Mathematics Curricula- Change and Stability 1960-1980*. Bielefeld: IDM, Uni of Bielefeld Pub.
- TIMSS (1989). "TIMSS Highlights. February 1998 News Letter". Boston: Boston College, USA.
- Travers, K. and Wesbury, I. (1989). *Second International Study of Achievement in Mathematics: Analysis of the International Mathematics Curriculum*. NewYork: Pergamon Press.

EK A: BİRLEŞİK KRALLIK (UK)- İNGİLTERE MATEMATİK-CEBİR ÖĞRETİM PROGRAMI

Uluslararası karşılaştırmalı eğitim çalışmalarının sağlıklı yapılabilmesi için her ülkenin genelde eğitim dizgesinin (sisteminin) tam anlaşılması özelde ise belirlenen amaçlar doğrultusunda sorunların, hangi alanda inceleme yapılacaksa öğretim programlarının (müfredatın) bilinmesi gerekir. Özellikle öğrenci başarılarına yönelik çalışmalarda ölçme aracı olan testler geliştirilirken öğretim programları önemli ve belirleyici bir etmendir. Çalışmanın eki olarak hazırlanan bu bölümde Birleşik Krallık UK-İngiltere’de 1990 sonrası uygulanan Matematik-Cebir öğretim programı hakkında özet bilgiler sunulmaktadır.

Öğretim programları belirli zaman aralıklarında gözden geçirilmekte; bazı kısımları değiştirilerek sürekli geliştirilmektedir. Böylece öğretim programlarında bazı kararlıklar olsa bile değişim genel kuraldır. KaPAT dayanağı olan İngiltere-Cebir öğretim programı Türk araştırmacılara ve program geliştirmecilere yol gösterici olabilir.

A1. MATEMATİK ÖĞRETİM PROGRAMININ GENEL YAPISI

Birleşik Krallık (UK)- İngiltere öğretim ve eğitim programının yapısı, biraz karmaşıktır. Aşağıdaki kısa açıklamalar ve izleyen Cebir öğretim programı, UK eğitim dizgesi yapısının nasıl olduğu hakkında bir fikir verebileceği düşünülmektedir.

- Matematik 14 ulaşılacak hedefe ayrılmıştır (Kuzey İrlanda da 13). Örneğin, “*öğrenciler sayılar ve sayıların yazılımını anlamalıdır*” (ulaşılacak hedef 2) ve “*öğrenciler cebirsel fonksiyonların grafik formlarını kullanmalıdır*” (ulaşılacak hedef 7), öğretmenin her seviyede ulaşılacak hedefi bilmesi ve öğrencilerinde her seviyedeki hedefe ulaşması beklenir. 1991 yılının Ocak ayında matematikte ulaşılacak hedeflerin azaltılacağı bildirilmiş, bununla birlikte matematik zorunlu ders olarak kalmış ve matematik öğretim programlarında hiçbir değişiklik yapılmamıştır.
- Teoride öğrenciler her seviyede kendi hızlarıyla çalışabilirler ve kendi çalışma hızlarıyla her seviyeye çıkabilirler.

Zorunlu ilköğretim ve ortaöğretim okullarında öğretim programları yönünden dört temel seviye kurulmuş olup her temel seviye için ayrı bir değerlendirme programı vardır. Temel seviye ve öğrenci yaş grupları ve düzey Çizelge A1 ve Çizelge A2’de görülmektedir.

Çizelge A1 Temel Seviye ve Öğrenci Yaşı

Temel Seviye	Yaş		Temel Seviye	Yaş
1	5 - 7*		3	11 - 14
2	7 - 11**		4	14 - 16

* Kuzey İrlanda: 4-8 ; **Kuzey İrlanda: 5 - 11

- 14 yaşında öğrenciler 4. ve 7. seviyeleri başarıyla geçerler. Bu yalnızca bir örnektir ve farklı öğrenciler için her bir temel seviyede farklı düzeylerin düşünülmesi gereklidir.

Çizelge A2 Temel Seviye ve Düzey

Temel Seviye	Düzey*		Temel Seviye	Düzey
1	1 - 3		3	3 - 8
2	2 - 6		4	4 - 10

* Beklenen düzeyler Kuzey İrlanda içinde aynıdır.

- İngiltere ve Gallerde çalışma programları temel olarak ulaşılabilecek hedefin aktarılmasıdır. Bu nedenle bunlar öğretmene yeni bilgi ya da yardım sağlamaz.
- Öğretmenler, ders kitabı yazarları ve diğer eğitimciler “değerlendirmelerin düzenlenmesi” hakkında bilgi beklemektedirler.

Çalışma programları ve ulaşılabilecek hedefler birbirlerinin aktarılmış hali olduğundan bunlardan birinin verilmesinin yeterli olacağı düşünülmüştür. Farklı seviyeler için çalışma programları yeniden basıldı. Ulaşılması beklenen 14 tane hedef “sayıları” üç parçaya, “cebiri” üç parçaya, “şekil ve uzay” iki parçaya, “bilgi kullanımını” üç parçaya ve “uygulamalı matematiği” tekrar ederek elde edildi. İngilterede Temel Seviye 1’de bulunan bir öğrenci, yalnızca İngilizce, Matematik ve Fen Bilimleri derslerinden gelişimi ulusal düzeyde izlenmekte ve değerlendirilmektedir.

A2. UK CEBİR ÖĞRETİMİ PROGRAMI: 5 – 14/16 YAŞLARI İÇİN ÇALIŞMA PROGRAMLARI

Düzyey	Cebir Konuları	Matematiği Kullanma ve Uygulama
1	<ul style="list-style-type: none"> • Süreklilik ve tekrar eden kalıpları (desenleri) kopya etme ve bunları nesnelere/araçlarla ya da bir basamaklı sayılarla temsil etme 	<ul style="list-style-type: none"> • Pratik işler için malzeme kullanma • Kendi işi hakkında konuşma ve soru sorma • Tecrübelerle dayalı tahmin yapma
2	<ul style="list-style-type: none"> • 10 a kadar olan sayılarla ilgili çıkarma ve toplama gerçeklerindeki kalıpları keşfetme ve kullanma • Tek ve çift satırları ayırma • Bilinmeyen sayılar yerine kullanılan sembollerini anlama 	<ul style="list-style-type: none"> • Pratik işlerde kullanmak için malzeme ve matematiği seçme, • İş tanımlama ve sonuçlarını kontrol etme • “Eğer... olursa ne olur?” şeklindeki soruları sorma ve cevaplama.
3	<ul style="list-style-type: none"> • İki basamaklı sayılara eşit formlar ve sayı kalıpları bulma ve bunları zihinden hesap yapmak için kullanma • Sayı kalıplarını açıklama ve sonra gelen sayıları tahmin etme • 2 ye, 5 e ve 10 a bölünebilen sayıları tanımlama • Basit fonksiyon makinalarına girenler ve çıkanlar ile uğraşma 	<ul style="list-style-type: none"> • Verilen bir iş de kullanılacak malzeme ve matematiği seçme • Sonuçları kontrol etme • Yapılacak olan işleri açıklama ve bunları sistematik olarak kayıt etme, • Tahmin yapma ve test etme
4	<ul style="list-style-type: none"> • Kesirlerin eşitliğini içeren sayıların özelliklerini çıkarma • İkili sayıların kalıplarını genelleme • Kelimelerle ifade edilen eşitlikleri veya basit formülleri anlama ve kullanma • Sağlama tekniğini kullanarak çarpmanın ve bölmenin tersi işlemler olduğunu tanımlama • Noktanın koordinatlarının gösterimini bilme • 1. Bölgede koordinatlar ile çalışma 	<ul style="list-style-type: none"> • Yapılacak iş için kullanılacak malzemeyi ve matematiği seçme • Yapılacak olan işi planlamak, bunları kayıt etmek ve sözlü-yazılı ve görsel olarak sunmak • Tanımları ve cümleleri örnekler kullanarak test etmek/ denemek

5	<ul style="list-style-type: none"> • Asal, kare, küp kök, kare kök, çarpan, bölen gibi terimleri anlama ve kullanma • Diziler oluşturma • Sembol şeklindeki eşitlikleri, basit formülleri anlama ve kullanma • Basit fonksiyonları sembollerle ifade etme • 4. Bölgede koordinatları alma ve kullanma 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Yapılacak iş için kullanılacak malzemeyi ve matematiği seçme</i> • <i>Yeterli bilgi olup olmadığını kontrol etme, yöntemli çalışma, gelişmeleri inceleme</i> • <i>Sözlü, yazılı yada görsel şekilde oluşturulmuş matematiksel bilgileri yorumlama,</i> • <i>Basit cümleler kurma/ yapma ve onları deneme/ test etme.</i>
6	<ul style="list-style-type: none"> • Dizilerin genel kuralını bulma • Bilgisayar programlarını sayı kalıpları keşfetmek için kullanma • Birinci dereceden eşitlikleri çözme • Polinom şeklindeki basit eşitlikleri “deneme ve geliştirme” yöntemini kullanarak çözme • Kartezyen koordinat sistemini çizme ve kullanma • Basit fonksiyonların grafiklerini çizme 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Yapılacak işi planlama ve onun için gerekli olan matematik kaynaklarını seçme</i> • <i>Bilgileri kontrol etme, eksik olan/ unutulmuş olan bilgileri tanımlama</i> • <i>Deneme ve geliştirme yöntemini kullanma</i> • <i>Bulguları sözlü, yazılı yada görsel olarak suma</i> • <i>Basit hipotezler kurma ve test etme</i>
7	<ul style="list-style-type: none"> • Serilerin kurallarını açıklayabilmek için sembolik notasyonlar kullanma • Karşıt sayıların anlamını ve kullanımını kavrama • Bilgisayar yardımıyla karmaşık sayıları araştıma ve kavrama • Pozitif tamsayılar için işaret kurallarını kullanma • Sayı doğrusu üzerinde basit eşitsizlikleri çözme • Polinom denklemlerini yargılama ve geliştirme yöntemiyle çözme • İki bilinmeyenli doğrusal denklemleri çözebilmek için cebirsel metodları kullanma • Doğrusal fonksiyonların grafiğini çizebilme ve bu grafikleri doğrusal denklem sorularında kullanma • Hesap makinesi veya bilgisayar yardımıyla çeşitli grafikler çizme 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Matematiksel bir problem kurma, kabul edilen bir yapı doğrultusunda metodlu çalışma</i> • <i>Karar verme, değerlendirme, “yargılama ve geliştirme” metodları ve tekrarlama yöntemlerini kullanma</i> • <i>Matematiksel sebep sonuç çizgisini izleme, tutarsızlıkları aydınlatma</i> • <i>Zorlukların üstesinden gelebilmek için yeni araştıma yolları ve alternatif metodlar izleme</i>
8	<ul style="list-style-type: none"> • Sayısal örneklerin serilerin kurallarının içeriğinde ve hipotezleri çürütmedeki önemini anlama • Köklerin ve katların arasındaki ilişkiyi anlama Çeşitli doğrusal ve diğer eşitsizlikleri çözme • Bilinen formülleri ve fonksiyonları ve basit cebirsel deyimlerle kullanma, 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Matematiksel bir problem oluşturma ve detaylı bir plan çıkarma</i> • <i>Metodlu çalışma, bilgileri kontrol etme, sonuçların sırasının doğru olup olmadığını anlama,</i> • <i>“Eğer..... öyleyse....” Kalıbını</i>

	<ul style="list-style-type: none"> • İkinci dereceden fonksiyonların ve basit karşıt fonksiyonların grafiklerinin formunu bilme • Doğrusal eşitsizliklere verilen bölgeleri bulmak ve yerleştirebilmek için düz doğru grafiklerinin kullanılması. 	<p><i>kullanabilme</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Tanımlama, sebep bulma, ispat etme ve önermeyi çürütme.</i>
9	<ul style="list-style-type: none"> • Büyüme ve azalma oranlarını ölçüp grafiklerle gösterme • Genel kuralları sembollerle ifade etme, • Negatif ve kesirli değerler için işaret kurallarını kullanma • $y = mx + c$ eşitliğinde m ve c' yi bulup kullanma • Grafikselleştirme yöntemleri kullanarak denklemleri çözme 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Bir matematik problemini oluşturma, planlama ve başarılı bir şekilde sonuca götürme</i> • <i>Bir tahminin doğru, yanlış veya ispatlanmamış olduğunu belirtme</i> • <i>Bir olayı tanımlama, açıklama, ispatlama veya çürütme,</i> • <i>Sayısal örnekler verme, semboller kullanma, gerekli ve yeterli koşulları farkedip kullanma.</i>
10	<ul style="list-style-type: none"> • Verilen tekrarlayan bir dizinin yakınsak veya ıraksak olduğunu hesap makinesi veya bilgisayar kullanarak araştırma • Bilinen cebirsel açıklama ve tanımları çeşitli konularda kullanma • Eğim hesaplamak için grafiklere tanjant çizme • Yatay eksen, bir eğri ve iki limit arasında kalan yaklaşık alanı bulma ve sonucu grafikte gösterme 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Matematiksel bir problemi oluşturma, planlama ve başarılı bir sonuca götürme,</i> • <i>Alternatif çözümler önerme ve seçilen yolu ispat etmek,</i> • <i>Yeterli ve gerekli tanımları verme, sembolleme yapma,</i> • <i>çelişki yoluyla ispat dahil olmak üzere gerekli ispatları yapabilme</i>

Howson, G. (1991). *National Curricula in Mathematics*. UK: The Mathematical Associate Pub. *Mathematics in the National Curriculum*. London: Her Majesty's Stationary Office, 1998.

EK-B: ULUSLARARASI KASSEL PROJESİ VE KaPAT ÖĞRENCİ BAŞARILARI

Türkiye'nin ülke olarak uluslararası karşılaştırmalı eğitim araştırmalarına gereken önemi vermediği, ayrıca bu durumu gözardı ettiği ve sonuçları izlemediği bilinmektedir. Bu nedenle, Kassel Projesi'ne de katılımı gerçekleştirilememiş, uğraşlar kurumsal düzeyde değil araştırmacıların kişisel ilgi ve olanaklarıyla sınırlı kalmıştır (Ersoy, 1998).

Ek bilgi olarak hazırlanan bu bölümde uluslararası Kassel Projesinin genel amaçları hakkında özet bilgiler verildikten sonra KaPAT soru örnekleri tanıtılarak daha önceki yıllarda değişik ülkelerden araştırmaya katılan öğrenci gruplarının KaPAT başarıları ve yaş grubuna göre başarı puanlarının nasıl değiştiği açıklanmaktadır.

B1. Öğrenci Başarısını Değerlendirme ve Soru Örnekleri

(a) **Cebir Testleri Soru Türleri ve Örnekler:** Cebirde başarılı olmak için bilişsel gelişim ve matematik eğitilime (pedagojisi) alanındaki araştırmalara dayalı olarak dört farklı bilişsel işlem dizinine gerek olduğu belirlenmiştir. Bunlar:

- İşlem Bilgisi (İB)-(*Procedural Knowledge*): Özel işlemleri ne zaman ve nasıl uygulayacağını bilme
- Kavramsal Anlama (KA)- (*Conceptual Understanding*): Matematiksel düşünceleri bilme
- Problem Çözme (PÇ)- (*Problem Solving*): İşlem dizisi bilgisini ve kavramsal anlamayı uygulama
- Soyut Akılyürütme (SA)-(*Abstract Reasoning*): Gerekli kavramsal anlama ve soyut kavramlara kavramsal anlamayı uygulama yetisi.

Yukarıda belirtilen ilk üç özellikteki değerlendirme tesleri, ilk kez 1996'da ABD NAEP (The National Assessment of Educational Progress) uygulanmış olup daha sonra geliştirilen bazı teslerde sorular belirlenirken kullanılmıştır. Dördüncü grup, yani Soyut Akılyürütme fazla alışlagelen bir özellik olmamasına karşın Piage'nin formel işlem akılyürütme basamağını yansıtmaktadır. Her ne kadar matematik eğitimi alanyazınında bunları betimlemek kolay olsada uygulamada her bir soruyu bu özelliklere göre ayırt edip öbekleştirmek daha zordur. Daha anlaşılır olmak amacıyla aşağıda her özellik ile ilgili örnek bir matematik sorusu açıklanmaktadır.

Örnek Soru Türleri:

- [İB]: $3x + 4 = 30$ eşitliğini çöz ve kontrol et:
- [KA]: Bir sayıyı üç katına 4 eklendiğinde 30 dur. Bu sayı nedir?
- [PÇ]: Alpay, yeni yıl kutlaması için kendisine ve ailesine tebrik kartı alacaktır. Her kutuda bulunan kartın tutarı 30 milyon TL, bu kartları yollamak için de 40 milyon TL ödemesi gerekmektedir. Eğer Alpay'ın yeni yıl kutlaması için hacayabileceği para 300 milyon TL ise en çok kaç kutu tebrik kartı alabilir?
- [SA]: Sorunun içeriği PÇ'deki aynısı olup, soruda 300 milyon TL harcayarak en çok kart satın almak için Alpay'ın kart sayısı ile ilgili bir eşitlik yazması istenmektedir.

Not: PÇ ilgili soru, işlem dizisi bilgisi ve kavramsal anlama gerektirmektedir.

B2. Kassel Projesi ve KaPAT Öğrenci Başarıları

Başlangıçta ilk uygulamalar İngiltere, İskoçya ve Almanya MÖvE programı gözönünde bulundurularak 13-16 yaş grubundaki öğrenci kitlesi hedeflenmiştir. Bu kitle İngiltere'de "GCSE: General Certificate of Secondary Education", İskoçya'da da "SEB Standard Grade" denktir. İlk uygulama, 1993'de 13+ yaş grubuna dönük olarak İngiltere, İskoçya ve Almanya yapılmıştır.

Görüntüyü tamamlayabilmek amacıyla araştırmanın yapılmış olduğu ülkelerde okul ve sınıflar ziyaret edilerek bazı gözlemler yapılmıştır. Sınıf ortamlarında yapılan incelemelerde:

- Matematik öğretimini gözlemlemek, dersin önemli ve dikkat çeken noktalarını videoya kayıt etmek;
- Öğretmen ve öğrencilerle (özellikle her yıl daha kötü durumda olan ve daha iyi gelişme sağlayan öğrencilerle) kişisel bazda görüşme yapmaktır.

Ayrıca, okul, öğretmen, sınıf ve öğrenci bilgi formları-anketler geliştirilmekte olup araştırmaya katılan ülkelerde uygulanması planlanmıştır.

Kassel Projesinin yürütüldüğü ülkelerde birinci yıl (13+ yaş) ve ikinci yıl (14+ yaş) grubundaki öğrencilerin KaPAT genel başarı puanları Çizelge B1’de görülmektedir (CIMT, 1997). İngiltere ve İskoçya örnekleme, 1996 da GCSE temsil etmektedir. Finlandiya, İngiltere, İskoçya, Almanya, Polonya ve Singapur’da öğrenciler aynı kesitten olup aradaki puan farkı bu öğrencilerin bir yıl içinde ne ölçüde gelişme sağladıkları hakkında bilgi vermektedir.

Çizelge B1. Kassel Projesi Cebir Testi (KaPAT) Öğrenci Yaş Gruplarının Ortalama Başarı Puanları

Ülkeler	Puan /13+ yaş	Ülkeler	Puan/ 14+ yaş	Puan Farkı
Finlandiya	8.0	Finlandiya	12.0	4.0
İskoçya	8.8	İskoçya	12.7	3.9
İngiltere	11.3	İngiltere	14.4	3.1
Almanya	12.5	Almanya	17.6	5.1
Polonya	16.6	Polonya	24.9	8.3
Singapur	23.9	Singapur	30.7	6.8
Yunanistan	11.8			
Hollanda	13.3			
		Norveç	12.4	
		Macaristan	25.7	

*Test başarı puanları, 50 üzerinden hesaplanmıştır.

Kaynaklar

CIMT (1997). *Kassel Project Interim Report*. Centre for Innovation in Mathematics Teaching (CIMT), Exeter: University of Exeter Pub.

Ersoy, Y. (1998). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Başarısı ve Karşılaştıkları Öğrenme Güçlükleri. ODTÜ AFP-97.05.01.02 Proje Raporu. Eğitim Fak., Fen Bilimleri Bölümü, Ankara.