



The Differences Between the Lecturers' and the Students' Definitions That They Formed in the Course and the Reasons of These Differences*

Fatih Baş¹, Zeynep Çakmak², Ahmet Işık³, Mehmet Bekdemir⁴

ABSTRACT. In this study, it was aimed to test whether there were differences and failures between the definitions that lecturers desired to form in students' minds and the definitions that students described, and if so, to investigate the reasons of those differences and failures based on the fundamental topologic concepts topic from students' perspectives. A case study research design was adopted in the study and it was conducted with 99 students of elementary mathematics teaching department. The data were gathered via three ways, "Knowledge Test", "Unstructured Focus Group Interview" and "Structured Interview Form", and were analyzed with descriptive and content analysis methods. As a result, it was observed that there were considerably big differences between the formal definitions of that the lecturers used in teaching and the definitions defined by the students. According to the students, these differences and failures stemmed from following reasons: students' living difficulties in stating their ideas with the mathematical language, their prior learning habits, their negative ideas about the necessity of the concepts, their lecturers' use of the language, their lecturers' neglecting individual differences in teaching, their poor working habits and abstractness of the topics.

Keywords: topologic concepts, formal definition, loss of information, definitions formation

SUMMARY

Purpose and significance: In this study, it was aimed to test whether there were differences and failures between the definitions that lecturers desired to form in their students' minds during their courses and the definitions that students described, and if so, to investigate the reasons of those differences and failures from students' perspectives based on the fundamental topologic concepts topic in the Analysis Course II at the Department of Elementary Mathematics Teaching.

Methods: A case study research design was adopted in the study and the study was conducted with 99 university students in total in the elementary mathematics teaching department. Typical sampling strategy form purposive sampling methods were used in determining the study group. As for the data collection instruments, "Knowledge Test", "Unstructured Focus Group Interview" and "Structured Interview Form" were used and the data collection process carried out with three steps.

In the first phase, in order to determine how the students defined the fundamental topologic concepts, the Analysis II courses of the two lecturers were observed throughout eight lecturing hours (each lecture's course was observed for 4 hours) to determine the lecturers' formal definitions and prepare the knowledge test. After knowledge test was applied to the participants to determine the knowledge related to the fundamental topologic concepts that they formed in their minds. It took about 20 minutes for the participants to answer the knowledge test questions. In the second phase, 15 students who could not define the concepts as the lecturers explained were interviewed about the reasons and determination of the data loss. Two focus group interviews were conducted and 7 students for the first session and 8 students for the second one attended. After being defined the differences between their answers to the knowledge test and the true answer, the reasons of these differences were asked to the students. Each session took about 60 minutes. In the third phase, the validation of the findings within the whole sampling group was aimed after the interviews. For this purpose, a structured interview form was prepared based on the findings of focus group interviews and the form was applied to 99 students. It took about 10 minutes for the participants to fill the form. The data were analyzed with descriptive and content analysis methods.

* The results obtained in this research was presented as oral presentation at the 11th Symposium of Mathematics.

¹ Assist. Prof. Dr., Erzincan University, Education Faculty, fbas@erzincan.edu.tr

² Res. Assist., Erzincan University, Education Faculty, zcakmak@erzincan.edu.tr

³ Prof. Dr., Atatürk University, Kazım Karabekir Faculty of Education, isik@atauni.edu.tr

⁴ Assoc. Prof. Dr., Erzincan University, Education Faculty, mbekdemir@erzincan.edu.tr

Results: As a result, there found considerably big differences between the formal definitions of that the lecturers used in teaching fundamental topologic concepts in the Analysis Course like interior of a set, closed set, open set and cluster point and the definitions defined by the students (82.5% difference on the basis of four concepts). Additionally, when students' answers were analyzed, it was found that the failures about these differences were categorized under following headings: difficulties in expressing the ideas with the mathematical language, students' defining the definitions in \mathbb{R} instead of \mathbb{R}^n , defining the concepts with just daily life examples and confusing the concepts with one another.

From students' perspectives, the reasons of these differences were as follow:

- Students' experiencing difficulties in stating ideas with the mathematical language. In detail, the students' using daily life meanings in defining the concepts and writing those meaning instead of using mathematical language.
- Students' not using a common mathematical language, paying attention to the operational knowledge and meeting the topics for the first time.
- Students' negative ideas like they will not use these concepts in the future and their acceptance of the formal education as process that they have to finish.
- Lecturers' not appealing to all members in language use in the class as they teach the course according the successful students' levels and use of the pretentions language in lecturing.
- Lecturers' neglecting individual differences, learning habits and types of intelligence in the class in determination process of teaching methods.
- Students' poor working habits like memorizing the definitions instead of concretizing, not understanding the topics because of revising the course.
- Students' living difficulties in three-dimensional thinking, difficulties in relating the concepts with the daily life, the abstractness of topologic concepts

Discussion and Conclusions: Considering these issues, the lecturers' caring individual differences, using a more compressible language, increasing interest in learners and in a broader sense letting students be aware of these shortcomings in the mathematical communication contexts were suggested in this study.

Öğretim Elemanları İle Öğrencilerin Derste Oluşturduğu Tanımlar Arasındaki Farklar ve Sebepleri**

Fatih BAŞ⁵, Zeynep ÇAKMAK⁶, Ahmet IŞIK⁷, Mehmet BEKDEMİR⁸

ÖZ. Bu çalışmada; temel topolojik kavramlar konusu esas alınarak ders sürecinde öğretim elemanının öğrencilerinin zihninde oluşturmak istediği kavram tanımı ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında farklılık-eksiklik olup olmadığı, eğer varsa öğrencilerin algılarına göre bu farklılıkların-eksikliklerin nedenlerini belirlemek amaçlanmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı araştırma, 99 ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. *bilgi testi, yapılandırılmamış odak görüşme ve Matematiksel Tanımların Oluşumundaki Engeller Formu* kullanılarak toplanan veriler, betimsel analiz ve içerik analizi yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak; kavramların öğretiminde öğretim elemanlarının kavrama ilişkin oluşturmak istediği formal tanım ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında büyük oranda farklılık olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin perspektifinden bu farklılığın nedenleri ise; matematiksel dili kullanarak düşüncelerin ifade edilmesinde yaşanan zorluklar, önceki öğrenmelerinden getirilen alışkanlar, kavramların gerekliliğine ilişkin olumsuz düşünceler, öğretim elemanın kullandığı dil, bireysel farklılıkların göz ardı edilmesi öğrencilerin verimsiz çalışma alışkanlıkları ve çalışılan konunun soyutluğu şeklinde özetlenebilir.

Anahtar Kelimeler: topolojik kavramlar, formal tanım, bilgi kayıpları, tanımların oluşumu

GİRİŞ

Matematik, günlük kelimelerden daha kompleks ve daha soyut kavramlardan oluşan özel bir kelime dağarcığına sahiptir (Topping, Campbell, Douglas ve Smith, 2003). Bu kelime dağarcığını oluşturan matematiksel kavramlar, matematik öğretiminde merkezi bir konumda olup (Austin ve Howson, 1979); bu durum matematik öğrenme sürecinde kavramsal gelişimi gerekli hale getirmektedir (Schütte, 2009). Matematiksel kavram gelişimi, yorum yapabilme, muhakeme edebilme, matematiksel kavramlar yoluyla iletişim kurabilme, eleştirel düşünebilme gibi ülkemizdeki matematik öğretim programında yer alan ve matematik öğretiminin vazgeçilmezi olan becerilerin gelişiminde anahtar rol oynamaktadır (Köroğlu ve Yeşildere, 2004). Öğrencilerin matematiksel kavramları uygun terminoloji kullanarak doğru bir şekilde tanımlamaları, etkili matematik öğretiminin gerçekleştirilmesinde (Yeşildere, 2007) ve matematiksel düşünmenin gelişiminde (Raiker, 2002) büyük bir öneme sahiptir. Bu nedenle öğrencilerin matematiksel kavramları doğru tanımlamaları ve anlamlandırarak kullanmaları oldukça önemlidir (Austin ve Howson, 1979).

Önemi vurgulanan matematiksel kavram gelişiminin sağlanması için öncelikle öğretmen ile öğrenci arasında ortak bir payda oluşturulması ve eğitim-öğretim sürecinde kullanılan kavramların öğrenciler için anlamlı olması (Yeşildere, 2007) gerekmektedir. Fakat matematiğin soyut yapısı bu durumu oldukça zorlaştırmaktadır (Monroe ve Orme, 2002). Bu yapı, öğretmenler ve öğrencilerin matematiksel kavramlara farklı anlamlar yüklemesine (Raiker, 2002; Schorr ve Lesh, 2003) ve bu nedenle öğretmen ile öğrenci arasında bilgi farklılıkları oluşmasına neden olmaktadır. Steinbring (1991), oluşan bilgi farklılığını iki şekilde açıklamaktadır: Birincisi, öğretmenin kavramları açıklarken öğrenciden daha yüksek düzeyde ve daha formal bir dil kullanmasının, öğrenci ile öğretmen arasındaki düşük ve yüksek düzeyde bir bilgi farklılığı oluşturmasıdır. İkincisi ise, öğretmen ve öğrencinin kavramlara tamamen farklı anlamlar yüklemesinden kaynaklı oluşan bilgi farklılıklarıdır. Başka bir deyişle, matematik öğrenirken ve öğretirken öğreten kişi ile öğrenen kişinin zihninde oluşan kavramların veya bilgilerin ortak olduğu varsayılır, fakat her zaman böyle olmayabilir. Farklı bireylerin aynı matematiksel kavrama farklı anlamlar yüklemeleri çok sık görülen bir durumdur (Orton ve Frobisher, 1996, s. 53). Günlük hayatta da sıkça karşılaşılan bu durum matematik eğitimi alanında

** Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar 11. Matematik Sempozyumu'nda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

⁵ Yrd. Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, fbas@erzincan.edu.tr

⁶ Arş. Gör., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, zcakmak@erzincan.edu.tr

⁷ Prof. Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, isik@atauni.edu.tr

⁸ Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, mbekdemir@erzincan.edu.tr

yapılan çalışmalarda da görülmektedir. Örneğin, Moschkovich (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışmada paralelkenar ve yamuk konusunda öğretmenler ile öğrencilerin yaptıkları tanımlamalar karşılaştırılmıştır. Araştırmada öğretmenler derslerinde daha çok formal tanımları kullanırken; öğrencilerden alınan cevaplarda, onların günlük dili kullanarak informal tanımlamalar yaptıkları belirlenmiştir. Yine Huang, Normandia ve Greer, (2005) tarafından ortaokul öğrencileri ve öğretmenleri ile yapılan çalışmada öğrenciler ile öğretmenlerinin bilgiyi nasıl yapılandırdıkları ve arasındaki farklılıklar araştırılmıştır. Sonuç olarak öğretmen bilgiyi daha üst düzeyde yapılandırırken; öğrenci bu bilgiyi daha alt düzeyde yapılandığı ve bilginin öğretmenden öğrenciye direk transfer edilmediği, öğretmenin ifade ettiği bilgi ile öğrencinin ifade ettiği bilgi arasında büyük farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Raiker (2002) ise, yaptığı çalışmada öğretmenin bir kavramı açıklarken kullandığı kavram sayısı ile öğrencinin bir kavramı açıklarken kullandığı kavram sayısını ve öğretmen ve öğrencilerin matematiksel kavramlara farklı anlamlar yükleyip yüklemediklerini araştırmıştır. Araştırmada sonuç olarak, öğretmenlerin derslerinde kullandıkları matematiksel kavram sayısı ile öğrencilerin kullandıkları kavram sayısı arasında önemli bir farklılık olduğu; öğrenciler ve öğretmenler buldukları pozisyondan dolayı matematiksel kavramları farklı şekillerde tanımladıkları ortaya konulmuştur.

Görüldüğü üzere, öğrenciler ile öğretmenler arasında oluşan bu bilgi farklılıkları, öğrenciler tarafından matematiksel kavramların doğru tanımlanmasında yaşanan sıkıntılar nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin kavramları doğru bir şekilde tanımlayamama nedenlerine bakıldığında; Baki ve Çekmez (2012), öğrencilerin tanımları anlamak yerine ezberleme yoluna gittikleri ve bunun sonucu olarak tanımda yer alan bileşenlerin, terimlerin ne anlama geldiğini bilmedikleri şeklinde açıklamıştır. Woods (2009), Capraro ve Joffrion (2006) ve Dur (2010) Korhonen, Linnanmäki ve Aunio (2011) ve Yeşildere (2007) tarafından yapılan çalışmalarda öğrencilerin kavramları tanımlamada matematiğin terminolojisinin ve matematiksel dilin doğru kullanılmadığı ifade edilmiştir. Monreo ve Orme (2002) yaptıkları derleme çalışmasında bu durumu, öğretmenlerin matematiksel kavramları öğretmeyi ihmal etmelerinden ve öğrencilerin matematiksel kavramları günlük hayatta nadiren kullanmalarından dolayı olduğunu belirtmiştir. Morali, Koroğlu ve Çelik (2004) yaptıkları çalışmada yine bu durumun nedeninin matematiğin soyut bir yapıya sahip olması ve öğrencilerin soyut düşünce yapısını kazanamamaları olduğunu ortaya koymuştur. Swinyard ve Lockwood (2007) ise formal tanımın edinilebilmesi için, öğrenciler tarafından bir kavramın formal tanımının gerekliliği ile amacının ve bir kavramın tanımında yer alan terimlerin ne anlama geldiğinin bilinmesi gerektiğini belirtmiştir.

Araştırmacılar formal tanımların soyut düşünceye geçişte ve daha üst düzey matematiksel kavramları tanımlamada önemli olduğunu vurgulamışlardır (Baki ve Çekmez, 2012; Swinyard ve Lockwood, 2007). Soyut düşünceye geçişte ve daha üst düzey matematiksel kavramları tanımlamada analiz dersinin önemi yadsınamaz. Analiz dersine ilişkin yapılan çalışmalar incelendiğinde, büyük çoğunluğunun limit ve süreklilik kavramlarına yoğunlaştığı (Akbulut ve Işık, 2005; Baki ve Çekmez, 2012; Baştürk ve Dönmez, 2011; Bezuidenhout, 2001; Cornu, 1991; Jordaan, 2005; Karataş, Güven ve Çekmez, 2011; Swinyard ve Lockwood, 2007); analizin temellerini oluşturan yığılma noktası, komşuluk gibi kavramların ihmal edildiği (Çetin, Dane ve Bekdemir, 2012) yapılan araştırmalarda göze çarpmaktadır. Nitekim limit kavramının soyut düşünceye geçişte başlangıç noktası olduğu görüşü benimsense de (Baki ve Çekmez, 2012); bu kavramın oluşumunda meydana gelen yanılgıların (Baştürk ve Dönmez, 2011) yığılma noktası gibi daha temel kavramlara ilişkin bilgi eksikliklerinden kaynaklı olabileceği düşünülmektedir (Çetin, Dane ve Bekdemir, 2012; Swinyard ve Lockwood, 2007). Yukarıda ifade edildiği üzere bu alandaki araştırmaların limit, süreklilik gibi kavramlara yoğunlaştığı görülmektedir. Bu araştırmanın farklılığı ve özgünlüğü ise öğrencilerin temel topolojik kavramlara (komşuluk, bir kümenin içi, açık küme ve yığılma noktası) ilişkin kavramsal öğrenme süreçlerinin sınıf içi boyutunu ve bu boyut kapsamında yaşanan problemleri ortaya koymasındadır. Zira temel topolojik kavramların oluşumunda öğretim elemanı ile öğrenci arasında bilgi farklılıkları-eksiklikleri olması limit ve süreklilik gibi ileriki analiz konularında yaşanması muhtemel problemlerin de nedenleri arasındadır. Ayrıca daha genel anlamda sınıf içinde öğretim elemanı ve öğrenci arasındaki iletişim sürecinde yaşanan problemler ve bu problemlerin öğretim elemanı, öğrenci ve ilgili kavramdan kaynaklı nedenlerinin ortaya konması kavramların öğretim ve öğreniminde yaşanan-yaşanacak olan olumsuzlukların giderilmesi açısından önemlidir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada; İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Analiz II dersinin içeriğinde yer alan temel topolojik kavramlar konusu esas alınarak ders sürecinde öğretim elemanının öğrencilerinin zihninde oluşturmak istediği kavram tanımı ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında farklılık-eksiklik olup olmadığı eğer varsa öğrencilerin algılarına göre bu farklılıkların-eksikliklerin nedenlerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda şu alt problemlere cevap aranmaktadır;

1. Öğretim elemanının öğrencilerin zihninde oluşturmak istediği kavram ifadesi ile öğrencinin ifade ettiği kavramlar arasında bilgi farklılıkları-eksiklikleri var mıdır?
2. Kavramların öğretim-öğrenim sürecinde ortaya çıkan bilgi farklılıkların-eksikliklerin nedenleri öğrencilere göre nelerdir?

YÖNTEM

Bu araştırma nitel yaklaşımın etkileşimli desenlerinden biri olan durum çalışması yöntemi temel alınarak tasarlanmıştır. Nitel yaklaşımın temel alınmasının nedeni araştırma konusunu doğal ortamında, doğrudan süreçle ilgilenerken, tümevarımsal bir bakış açısıyla anlamlı bir şekilde ortaya koymaktır (Bogdan ve Biklen, 2007, s. 4-8). Ayrıca araştırma konusunun etraflıca ortaya konulabilmesi amacıyla kapsamında konuya dair derinlemesine incelemelerin yapıldığı durum çalışması yöntemi (McMillan, 2000, s. 316; Patton, 2002, s. 447) tercih edilmiştir. Durum çalışması yönteminde araştırmaya bir durumun belirlenmesi ile başlanması ve belirlenen durumun daha derinlemesine ve karmaşık alanlara taşınması söz konusudur (Bogdan ve Biklen, 2007, s. 59). Buradan hareketle araştırmada, ders sürecinde öğretim elemanının öğrencilerinin zihninde oluşturmak istediği kavram tanımı ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında farklılık-eksiklik olup olmadığı belirleyerek başlamak ve öğrencilerin algılarına göre bu bilgi eksikliklerinin nedenlerini daha derinlemesine ve detaylıca ele almak amaçlandığı için bu yöntem seçilmiştir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu; 2011–2012 öğretim yılı bahar yarıyılında Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan Eğitim Fakültesinin İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalında öğrenim gören toplam 99 ikinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde örnekleme birimi üniversiteler olmak üzere tipik durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem Patton (2002, s.236) tarafından bir kültürü, programı veya ortamı sıra dışı olmayan tipik durumlar üzerinden ele alınması şeklinde tanımlanmaktadır. Bu örnekleme yönteminin seçilmesinde, araştırmada özel bir durumdan ziyade genel bir durum hakkında bilgi toplamak amaçlanmış olması ve evrenin tamamına ulaşamayacağı göz önüne alınarak sıra dışı olmayan bir örneklem belirlenmiş olması etkili olmuştur. Araştırmanın gerçekleştirildiği üniversite eğitim fakültesine giriş puanları, öğrenim gören öğrenci sayısı, öğrenci profili değişkenleri göz önüne alındığında Türkiye ölçeğinde uç değerler barındırmayan normal bir yapıya sahiptir. Ayrıca araştırmanın temelinde yer alan temel topolojik kavramlar konusu Analiz II dersi kapsamında verilmektedir. Çalışma grubunu oluşturan öğrenciler bu kavramla müfredat göz önüne alındığında ilk kez karşılaşmakla birlikte kavramların öğretiminde temel teşkil eden ön bilgileri de Analiz I dersinden bilmektedirler.

Araştırmacının Rolü

Araştırmacı araştırma sürecinde, çalışmanın amacı doğrultusunda, katılımcılarla doğrudan görüşmeler yaparak ve katılımcıları gözlemleyerek benzer deneyimler yaşayan ve bu deneyimler sayesinde kazandığı bakış açısını verilerin analizinde kullanan kişi konumundadır.

Veri Toplama Araçları

Verilerin toplanma sürecinde üç farklı veri toplama aracı kullanılmıştır.

1. Bilgi Testi (BT): BT, derste yer verilen temel topolojik kavramlara ilişkin öğrencilerin zihinlerinde oluşan bilgileri tespit etmek amacıyla kullanılmıştır. Hazırlanma sürecinin ilk aşamasında iki farklı öğretim elemanının Analiz II dersi kapsamında temel topolojik kavramları nasıl ifade ettiklerini belirlemek amacıyla her biri dört saat olmak üzere iki şubenin toplam sekiz saatlik

dersi gözlemlenmiştir. Bu süreçte, öğretim elemanlarının ifade ettiği her bir tanım, özellik, ...vb. bilgiler doğrudan gözlemci tarafından yazılı olarak kaydedilmiştir. Ayrıca olası veri kayıplarını önleyebilmek adına, öğretim elemanından izin alınarak derslere ilişkin ses kayıtları almıştır. Bu aşamada amaç sadece öğretim elemanının öğrencilerin zihninde oluşturmak istediği kavramlara ilişkin tanımları ve süreçte kullandığı örnekleri belirlemek olduğundan bir gözlem formunun hazırlanmasına gerek duyulmamıştır. Yapılan gözlemlerde alınan kayıtlar incelenmiş ve öğretim elemanının dersinde yer verdiği kavramlar, bu kavramlara ilişkin öğrencilerin zihninde oluşturmak istediği tanımlar, bilgiler ve örnekler belirlenmiştir. Bu tanımlar, bilgiler ve örnekler öğretim elemanları ile beraber incelenerek ders sürecinde ifade etmek istedikleri olduğuna dair katılımcı teyidi sağlanmıştır. İkinci aşamada temel topolojik kavramlar ve nitel araştırma konusunda bilgi sahibi iki uzmanın görüşleri alınarak gözlemlenen derslerde öğretim elemanları tarafından ifade edilen ve araştırmada temel alınacak komşuluk, açık küme, bir kümenin içi, iç nokta, kapalı küme, sınır noktalarının kümesi ve yığılma noktalarının kümesi şeklindeki yedi kavram belirlenmiştir. Üçüncü aşamada kavramların birbirini ihtiva etme durumu olduğu ve veri analizinin daha detaylı yapılabilmesi amacıyla görüş birliği sağlanarak; komşuluk, bir kümenin içi, açık küme ve yığılma noktası olmak üzere dört kavram belirlenmiş ve “*Komşuluk, bir kümenin içi, açık küme ve yığılma noktası kavramlarını tanımlayınız*” şeklinde tek bir sorudan oluşan BT’ye son şekli verilmiştir.

2. Yapılandırılmamış Odak Grup Görüşme Formu: Bu form gerçekleştirilen odak grup görüşmelerinde katılımcılara aynı bilgilerin verilmesi ve görüşmelerin aynı konu kapsamında yapılması amacıyla hazırlanmıştır. Formda araştırmanın tanıtıldığı, cevapların gizlilik esaslarının ifade edildiği, kayıt için katılımcı izni sorulduğu ve kavramlar bazında BT’den elde edilen sonuçların belirtildiği bölümlere ve “*öğretim elemanının öğrencilerin zihninde oluşturmak istediği kavram ifadesi ile öğrencinin ifade ettiği kavramlar arasında tespit edilen bilgi farklılıkların nedenleri sizce nelerdir*” sorusuna yer verilmiştir.

3. Matematiksel Tanımların Oluşumundaki Engeller Formu (MTOEF): Veri toplama sürecinin üçüncü aşamasında katılımcılarla yapılan yapılandırılmamış görüşmeler sonucunda elde edilen verilerin örneklemin tamamı için ne kadar geçerli olduğunu ortaya koymak amacıyla hazırlanmış bir tam yapılandırılmış görüşme formudur. Odak grup görüşmesinden elde edilen veriler temel alınarak belirlenmiş olan ve ilgili maddelere ilişkin katılıyorum-katılmıyorum şeklinde iki seçenek içeren 22 sorudan oluşan formun son bölümünde *eklemek istediğiniz görüşleriniz varsa lütfen yazınız* şeklinde ayrıca bir bölüm daha ayrılmıştır.

Verilerin Toplanması

Veri toplama süreci üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Sürecin birinci aşamasında; öğrencilerin, derste yer verilen temel topolojik kavramlara ilişkin zihinlerinde oluşturdukları bilgilerin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla hazırlanmış olan BT uygulanma aşamasında dersin normal ve ikinci öğretim kapsamında olmasının ve dersi yürüten öğretim elemanının ders içerisinde oluşturduğu iletişim ortamlarındaki farklılıkların sonuçlar üzerinde etkili olabileceği düşüncesiyle ikinci sınıflara ait dört şubeden iki farklı öğretim elemanının dersi yönettiği iki normal öğretim şubesi belirlenmiştir. BT’nin katılımcılar tarafından cevaplanması yaklaşık 20 dakika sürmüştür.

İkinci aşamada; BT’ye verilen cevaplar incelenerek, testte yer alan soruları doğru bir şekilde açıklayamayan 15 öğrenci ile var olan bilgi farklılıklarının-eksikliklerinin nedenlerini belirleyebilmek için bu nedenler üzerine yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Odak grup yöntemi temel alınarak iki oturumda gerçekleştirilen bu görüşmelerin ilkinde 7, ikincisinde 8 öğrenci yer almıştır. Görüşme sürecinde öğrencilerin BT’ye verdikleri cevaplarla doğru cevap arasındaki fark ifade edildikten sonra bu durumun nedenleri sorulmuştur. Görüşmeler ortalama 60 dakika sürmüştür. Katılımcıların izni alınarak bu görüşmeler ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt edilmiştir. Katılımcı teyidini sağlayabilmek amacıyla görüşmeler esnasında ifade edilen durumlar, araştırmacılar tarafından özetlenerek görüşme sonunda katılımcılara “*ifade etmek istediğiniz bu muydu*” şeklinde sorulmuştur.

Üçüncü aşamada; bu görüşmeler sonunda tüm örnekleme bazında elde edilen sonuçların geçerliğini inceleyebilmek amaçlanmıştır. Bunun için hazırlanmış olan MTOEF 99 öğrenciye uygulanmış ve yaklaşık 10 dakikada cevaplanmıştır. Ölçeğin uygulanması esnasında gönüllülük esas alınmış ve katılımcıların birbirleri ile etkileşimi engellenmiştir.

Verilerin Analizi

Veri toplama sürecine paralel olarak üç aşamada gerçekleştirilen veri analizi sürecinde, kavramsal yapısının önceden belirli olduğu (Yıldırım ve Şimşek, 2008) betimsel analiz ve toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşabilmek (Yıldırım ve Şimşek, 2008) amacıyla tercih edilen içerik analizi yöntemleri birlikte kullanılmıştır.

İlk aşamada BT'nin uygulanmasıyla elde edilen veriler analiz edilmiştir. Bu süreçte nitel araştırma konusunda bilgi sahibi iki uzmanın görüşleri doğrultusunda öğrenciler tarafından yapılan tanımlar doğru yapılamama (gözlem kayıtları doğrultusunda; kavramlara, öğretim elemanının yüklediği anlamlardan farklı anlamlar yüklenmesi) durumu temel alınarak betimsel analize tabi tutulmuştur. Elde edilen bulgular dört kavram bazında yüzde ve frekanslar verilerek sunulmuştur. Ayrıca bu süreçte araştırmacılar tarafından öğrencilerin belli başlı bazı hatalar yaptıkları görülmüş ve bu hataların sunumunda örnek teşkil edebilecek öğrenci cevaplarından alınacak olan alıntılar belirlenmiştir.

İkinci aşamada; kavramları öğretim-öğrenim sürecinde ortaya çıkan bilgi kayıplarının öğrenciler perspektifinde olası nedenlerini ortaya koymak için yapılan odak grup görüşmelerinden elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulmuştur. Bunun için öncelikle kayıtlar transkript edilerek yazılı metinler haline dönüştürülmüştür. Yazılı metinler iki araştırmacı tarafından araştırmanın amacı çerçevesinde incelenmiş, bu aşamada doğrudan çalışmayla ilgili olmadığı düşünülen kısımlar çıkarılmıştır. Öğrencilerin ifadeleri incelenerek öğrencilerin ifadelerindeki benzer noktalardan hareketle kullanılacak kodlar belirlenmiştir. Belirlenen kodlar kullanılarak birbirine benzer katılımcı ifadeleri aynı kod altına alınmış ve böylece toplam 20 kod oluşturulmuştur. Ortak görüş doğrultusunda gerçekleşen bu süreç sonunda yazılı metinlerden çıkarılan kısımlar, belirlenen kodlar nitel araştırma konusunda bilgi sahibi iki uzmanın incelemesine sunulmuş ve alınan öneriler doğrultusunda ilgili kodlar yedi kategori altında toplanmıştır.

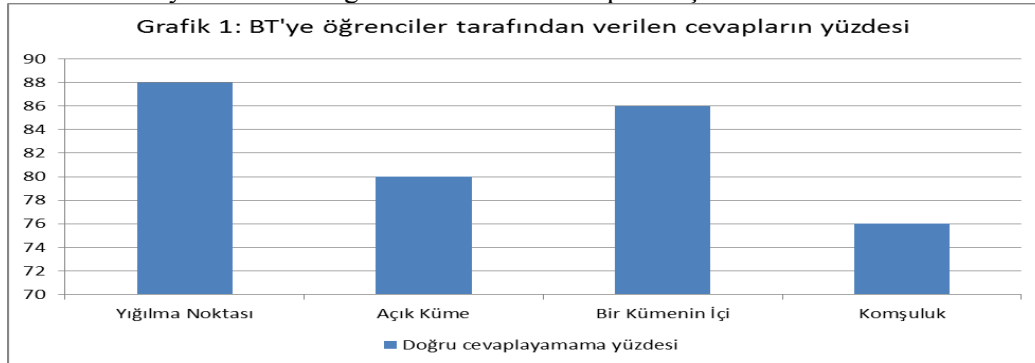
Üçüncü aşamada; MTOEF'in çalışma grubunun tamamına uygulanması sonucunda elde edilen veriler katılımcıların formda yer alan maddelere *katılma* veya *katılmama* durumu temel alınarak betimsel analize tabi tutulmuştur. Elde edilen bulgular yüzde ve frekans kullanılarak betimlenmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine ilişkin elde edilen bulgular sırasıyla sunulmuştur.

1. “Öğretim elemanının öğrencilerin zihninde oluşturmak istediği kavram tanımı ile öğrencinin ifade ettiği kavramlar arasında farklılıklar var mıdır?” şeklindeki birinci alt probleme ilişkin bulgular:

Birinci alt probleme cevap bulabilmek amacıyla; ÖE1 ve ÖE2 şeklinde kodlanmış olan iki öğretim elemanının gözlemlenen derslerinde işlenen temel topolojik kavramlardan (komşuluk, bir kümenin içi, açık küme ve yığılma noktası) oluşan BT'ye katılımcı öğrenciler tarafından verilen cevaplara ait sonuçlar Grafik I'de sunulmuştur. Grafik I oluşturulurken, veri analiz sürecinde ÖE1 ve ÖE2 kodlu öğretim elemanlarının öğrencilerinin durumları kendi öğretim elemanlarının ders süreci göz önüne alınarak kendi grupları içerisinde değerlendirilmiş; ilgili kavramları yanlış tanımlama ve boş bırakma yüzdelerinin birbirine yakın olması nedeniyle verilerin sunumunu kolaylaştırabilmek adına kavramlara ait yüzdeler tüm öğrenciler bazında hesaplanmıştır.



Grafik I incelendiğinde, bu ders kapsamında yer verilen yığılma noktası kavramı %88 açık küme kavramı % 80, bir kümenin içi kavramı %86 ve komşuluk kavramı %76 oranında öğrenciler tarafından doğru bir şekilde tanımlanamamış veya boş bırakılmıştır. Bu durum, öğretim elemanının oluşturmak istediği ile öğrencilerde oluşan kavramların ortalama %82,5 oranında örtüşmediğini göstermektedir. Gözlem kayıtları ile bilgi testine verilen cevaplar karşılaştırıldığında; öğrencilerin düşüncelerini matematiksel olarak ifade edemedikleri, öğretim elemanının R^n 'de tanımladığı kavramları sadece R de tanımladıkları, günlük hayat örnekleriyle kavramları tanımlama yoluna gittikleri ve kavramları birbirleriyle karıştırdıkları görülmüştür. Bu durumlar öğrencilerin vermiş oldukları şu cevaplarla örneklendirilebilir.

Öğrencilerin düşüncelerini matematiksel olarak ifade edememe durumlarını gösteren örnekler;
Ö32:

Açık küme:  şeklindeki boş küme açık küme dir.

Ö37:

Bir kümenin içi ise açık veya kapalı kümenin belli olan veya olmayan sınırlarının içerisinde bulunan elemana veya alana bir kümenin içi dir. Bilgi soru cümle çok düşük ama örnek verecek olursam a elemanı bir kümenin içindedir.

Ö47:

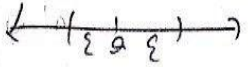
Komşuluk: Bir sayıya en yakın değerleri oluşturduğu kümedir

Öğretim elemanının R^n 'de yaptığı tanımları sadece R de tanımlama durumlarını gösteren örnekler;

Ö15:

Ç1) Açık küme: $A = \{x \in R \mid x < a < y\}$ şeklinde ifade edilebilir kümelere dir. Bir metrik uzay olsun.

Ö41:

yığılma noktası:  $\rightarrow a$ elemanının tüm komşuluklarına "yığılma noktası" denir.

Ö44:

Komşuluk: 

Şekilde A 'nın Δ komşuluğu ifade edilmiştir. Yani A elemanına Δ kadar uzaklıkta olan elemanlar A 'nın Δ komşuluklarıdır.

Günlük hayat örnekleriyle kavramları tanımlama yoluna gitme durumlarını gösteren örnekler;

Ö9:

Bir portakalın kabuğu yuvar yüzeyidir. Portakalın kabuksuz hâli açık yuvar portakalın kabuklu hâli kapalı yuvar.

Ö21:

Acık yuvarlak disk, -r konşuluk) eger bunları \mathbb{R}^3 te inceleysek kabuğu sayılmıyıp portakala bense.

Ö42:

Acık küme: Herhangi bir kümenin tanım iyi belirtilmişse küme olur.
Örneğin, Ertan'ın Üniversitesindeki 2-B'nin öğrencileri dersen
bunu belirtmiş oluruz.

Kavramları birbirleriyle karıştırmaları gösteren örnekler;

Ö26:

Yapılma Noktası: Sağdan ve soldan değerlerin birleşimi noktasıdır.

Ö28:

Yapılma noktası: Bir sayının limiti alınırken sağdan ve soldan limitine bakıldığında aynı noktaya ulaşırsa o sayı yapılma noktası yani limittir.

Ö35:

Bir kümenin içi: A kümesi sınırları içinde olan noktadır.

2. "Kavramları öğretim-öğrenim sürecinde ortaya çıkan bilgi farklılıklarının-eksikliklerin nedenleri öğrencilere göre nelerdir?" şeklindeki ikinci alt probleme ilişkin bulgular:

Birinci alt problemin bulgularında da görüldüğü üzere, araştırma kapsamında temel topolojik kavramların öğretim ve öğrenim sürecinde, öğretim elemanının oluşturmak istediği kavrama ilişkin formal tanım ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Bu doğrultuda oluşan bu farklılığın öğrencilerin gözünden nedenlerini belirleyebilmek amacıyla, öğrencilerle gerçekleştirilen odak grup görüşmelerinden elde edilen veriler genel bir kavramsal yapı oluşturabilmek amacıyla yedi kategori altında toplanmıştır.

- Zihinde oluşan tanımların ifade edilememesi, düşüncelerin yazıya dökülememesi ve matematiksel dil yerine günlük dilin kullanımı şeklindeki kodlar *matematiksel dili kullanarak düşüncelerin ifade edilmesinde yaşanan zorluklar* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan matematiksel dil yerine günlük dilin kullanımı koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
"...Zihnimde bu kavramlara ait bir şeyler oluşuyor fakat öğretim elemanının veya kitaplardaki gibi matematiksel dili kullanarak anlatamıyorum. Kendi cümlelerimle anlatmaya çalışırken anlamı değişiyor. Bu seferde öğretim elemanının anlattığı ile benim anlattığım arasında fark oluyor."
- Daha önce matematiksel dilin kullanılmamış olması, işlemsel bilgiye ağırlık verilmesi ve araştırmada temel alınan kavramlarla ilk defa karşılaşılması kodları *önceki öğrenme süreçlerinden eğitim sistemi kaynaklı getirilen alışkanlıklar* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan araştırmada temel alınan kavramlarla ilk defa karşılaşılması koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
"... Biz bir şeye çalışırken diyelim ki bu çalıştığımız şeyi önceden öğrendiklerimizle etkileşim içine alarak hatırlamamız daha kolay oluyor. Şimdi ilk kısım topolojik kavramlardı ben onu önceki bilgilerimle etkileştiremediğim için o yüzden şuan aklımda ama sonradan unutulur."
- Öğrenim sürecine sadece okulu bitirme gözüyle bakılması ve bu kavramların ileride kullanılmayacağı düşüncesi şeklindeki kodlar *konuların gerekliliğine ilişkin olumsuz düşünceler* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan bu kavramların ileride kullanılmayacağı düşüncesi koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:

“Biz materyal dersinde slayt hazırlıyorduk üçgen çiziyorduk kare çiziyorduk bu bizim ilerdeki yaşantılarımızda yardımcı olacak bir şey. Analiz dersinde biz neyi nerde kullanacağımızı bilmiyoruz. Bir amacı yok.”

- Tanımın başarılı öğrenciye göre yapılması ve kullanılan dilin ağır olması kodları *öğretim elemanın kullandığı dilin öğrencilere uzaklığı* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan tanımın başarılı öğrenciye göre yapılması koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
“*Öğretim elemanı kitaplardaki gibi anlatıyor. Yani ideal olana göre anlattığı için bireysel farklılıkları göz ardı ediyor.*”
- Formal tanımdansa görsel, işlemsel ve örneklerle daha iyi anlaşılması ve derste farklı zekâ türlerine hitap eden yöntemlerin kullanılmaması kodları *sınıf içerisinde mevcut bireysel farklılıklara yeterince hitap edilmemesi* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan formal tanımdansa görsel, işlemsel ve örneklerle daha iyi anlaşılması koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
“*Bireysel farklılıklar olabilir hocam. Mesela bende şekille böyle anlatıldığı zaman aklımda kalıyor. Mesela hoca tanımları yazdırdıktan sonra hiçbir şey aklımda yoktu ama şekil üzerinde dedi ki mesela bir disk var onun çevresi olmadığı zaman bu açık disk oluyor. Şekille anlattığı zaman o şekli kafamda tuttum ve ondan sonra tanımı oradan çıkarabildim.*”
- Matematikte tanımların gerekli olmadığı düşüncesi, tekrar yapılmadığı için konunun anlaşılmasını ve tanımları ezberlenmesi kodları *öğrencilerin verimsiz çalışma alışkanlıkları* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan matematikte tanımların gerekli olmadığı düşüncesi koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
“*...Şöyle bir kavram var kafamızda biz matematikçiyiz ya öyle söze çok fazla yapmayız. Aslında yanlış bir izlenim bizim için ama hani öyle genellemişiz kendimizi. Tanımlara çoğu dikkat dahi etmez. Mesela ben hiç tanımları dinlemiyorum.*”
- Üç boyutlu düşünmede problem yaşanması, kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilememesi ve kavramların soyut olması şeklindeki kodlar *konunun soyutluğu* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu kategori altında yer alan kavramların soyut olması koduna ilişkin alıntılar şu şekilde örneklendirilebilir:
“*...kavramlar soyut geldi bana...*”

Belirtilen bu nedenlerin örneklemin tamamı için geçerli olup olmadığını belirleyebilmek amacıyla bu kategoriler esas alınarak geliştirilen görüşme formundan elde edilen veriler Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1’de görüldüğü üzere, öğrencilerin belirlenen maddelere katılma oranlarının %38,4 ile %93,9 arasında değiştiği ve katılma oranının ortalamalarının %50’den fazla olduğu görülmüştür. Veriler incelendiğinde, öğrencilerin %72,7’sinin tanımların gerekliliği konusunda fikir beyan etmelerine rağmen tanımları tam olarak ifade edememelerinin nedeni olarak; kavramları öğrenirken tanımdan ziyade örneklerle anlamalarını (%93,9), görsel (%92,9) ve işlemsel kısmını daha iyi anlamalarını (%89,9), işlemsel bilginin ağırlıklı yer aldığı önceki öğrenme alışkanlıklarına sahip olmalarını (%85,9) ifade ettikleri gösterilebilir.

Araştırma kapsamında belirlenen 7 kategoriye öğrencilerin katılma yüzdelerine bakıldığında, ortaya çıkan iletişim engellerinin nedeni olarak; öğrencilerin %64,0’ı matematiksel dili kullanarak düşüncelerini ifade etmede zorluk yaşamalarını; %78,1’i önceki öğrenme süreçlerinden eğitim sistemi kaynaklı getirdikleri alışkanlıklarını; %52,6’i kavramların günlük yaşamda gerekliliğine ilişkin düşüncelerini; %63,1 öğretim elemanın kullandığı dilin kendilerine uzaklığını; %88,6’ı sınıf içerisinde mevcut bireysel farklılıklara yeterince hitap edilememesini; %51,5 kendilerinin yararlı olmayan çalışma alışkanlıklarını ve %74,7’si kavramların soyut olmasını görmektedir. Ayrıca, katılımcıların ek bir görüş belirtmemiş olmaları, bu raporda ortaya konan farklılıkların-eksikliklerin büyük oranda var olan durumu yansıttığını göstermektedir.

Tablo 1. Öğrencilere göre kavramların öğretim öğrenim sürecinde ortaya çıkan farklılıkların-eksikliklerin nedenleri

<i>Nedenler</i>	<i>Maddeler</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde (%)</i>	<i>Ortalama Yüzde</i>
<i>Matematiksel dili kullanarak düşüncelerin ifade edilmesinde yaşanan zorluklar</i>	Zihnimde oluşan tanımları ifade etmekte zorlanıyorum.	73	73,7	64,0
	Düşüncemi yazmakta zorlanıyorum.	52	52,5	
	Kavramları matematiksel dili kullanarak değil de günlük yaşamdaki anlamlarına göre açıklamaya çalışıyorum.	65	65,7	
<i>Önceki öğrenme süreçlerinden eğitim sistemi kaynaklı getirilen alışkanlıklar</i>	Bugüne kadar bu tarz bir matematiksel dili hiç kullanmamış olmam anlamamı zorlaştırıyor.	72	72,7	78,1
	İşlemsel bilginin ağırlıklı yer aldığı önceki öğrenme alışkanlıklarına sahip olmamdan kaynaklanıyor.	85	85,9	
	Bu kavramlarla ilk defa karşılaşmamdan dolayı anlayamıyorum.	75	75,8	
<i>Konuların gerekliliği ilişkin olumsuz düşünceler</i>	Öğretim sürecine sadece okulu bitirme gözüyle bakıyorum.	38	38,4	52,6
	İleride işime yaramayacağını düşündüğüm için ilgimi çekmiyor.	66	66,7	
<i>Öğretim elemanın kullandığı dilin öğrencilere uzaklığı</i>	Öğretim elemanı formal tanımları başarılı öğrenciye göre anlatıyor.	62	62,6	63,1
	Öğretim elemanının kullandığı matematiksel dil ağır geliyor.	63	63,6	
<i>Sınıf içerisinde mevcut bireysel farklılıklara yeterince hitap edilememesi</i>	Görsel olarak daha iyi anlıyorum.	92	92,9	88,6
	İşlemsel kısmını daha iyi anlıyorum.	89	89,9	
	Derste farklı zekâ türlerine hitap eden yöntemler kullanılmıyor.	77	77,8	
	Kavramları öğrenirken tanımdan ziyade örneklerle anlayabiliyorum.	93	93,9	
<i>Öğrencilerin verimsiz çalışma alışkanlıkları</i>	Matematikte tanımların gerekli olduğunu düşünmüyorum.	27	27,3	51,5
	Tekrar yapmadığım için konuyu anlamıyorum.	67	67,7	
	Tanımları anlamlandırma yerine ezberliyorum.	59	59,6	
<i>Konunun soyutluğu</i>	Üç boyutlu düşünmemi gerektiren noktalarda zorlanıyorum.	67	67,7	74,7
	Kavramları günlük yaşamla ilişkilendiremediğim için zorlanıyorum.	74	74,7	
	Topolojik kavramlar çok soyut olduğu için anlamakta zorlanıyorum.	81	81,8	

SONUÇ TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Matematik öğretim ve öğrenim sürecinde özellikle de lisans düzeyi göz önüne alındığında kavramların anlaşılması ve birbirleri ile ilişkilendirilebilmesinde soyut düşünebilme önemli bir yer tutmaktadır. Öğrencilerin bu düşünceye geçiş yapabilmeleri ve daha üst düzey matematiksel kavramları tanımlayabilmeleri için de formal tanımlar oldukça önemlidir (Baki ve Çekmez, 2012; Swinyard ve Lockwood, 2007). Buradan hareketle temel topolojik kavramlar konusu esas alınarak ders sürecinde öğretim elemanının öğrencilerinin zihninde oluşturmak istediği kavrama ilişkin formal tanım ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında farklılık-eksiklik olup olmadığı; eğer varsa öğrencilerin algılarına göre bu farklılıkların-eksikliklerin nedenlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu araştırmada şu sonuçlar elde edilmiştir:

Analiz derslerinin içeriğinde yer alan bir kümenin içi, açık küme, kapalı küme, yığılma noktası gibi temel topolojik kavramların öğretiminde öğretim elemanlarının oluşturmak istediği kavrama ilişkin formal tanım ile öğrencinin ifade ettiği tanım arasında büyük oranda farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Benzer sonuca farklı öğrenim düzeyindeki öğrencilerin ve farklı konuların temel alındığı çalışmalarda da ulaşılmıştır (Huang, Normandia ve Greer, 2005; Moschkovich, 2007; Raiker, 2002; Steinbring, 1991). Ayrıca öğrencilerin cevapları incelendiğinde belirlenen farklılıkların ortaya çıkmasına neden olan hatalar; düşüncelerin matematiksel semboller kullanılarak ifade edilememesi, öğretim elemanı tarafından R^n 'de yapılan tanımların öğrenciler tarafından sadece R 'de tanımlanması, kavramların sadece günlük hayat örnekleriyle tanımlanması ve kavramların birbirleriyle karıştırılması şeklinde başlıkları altında toplandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının düşüncelerini matematiksel olarak ifade etmede problem yaşadıklarına benzer sonuçlar Woods (2009), Capraro ve Joffrion (2006) ve Dur (2010) tarafından ilköğretim, Korhonen, Linnanmäki ve Aunio (2011) tarafından ortaöğretim ve Yeşildere (2007) tarafından üniversite öğrencileri ile yapılan çalışmalarda da belirlenmiştir. Buna ek olarak Çetin, Dane ve Bekdemir (2012) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin kavramları sadece R 'de tanımladıkları ve yığılma noktası ve komşuluk kavramlarını birbirleriyle karıştırdıkları sonucu bu çalışmada elde edilen sonuç ile benzerlik göstermektedir. Yine kavramların günlük hayat örnekleriyle tanımlanması Çakmak, vd. (2012) tarafından ve günlük dil kullanılarak informal tanımlamalar yapılması Moschkovich (2007) tarafından belirlenmiş olup mevcut çalışmadaki sonuçlarla örtüşmektedir.

Öğretim elemanın öğrencilerde kavramlara yönelik oluşturmak istediği formal tanım ile öğrencilerin ifade ettikleri tanımlar arasında oluşan farklılıkların öğrenciler perspektifinden nedenleri şu şekilde özetlenebilir;

- Matematiksel dilin kullanılarak düşüncelerin ifade edilmesinde problemler yaşanan problemler öğretim elemanı ile öğrenci arasında bilgi farklılıklarına neden olmaktadır. Daha temelde bakıldığında öğrenciler zihninde oluşan tanımları ifade etmekte, düşüncelerini yazıya dönüştürmekte ve kavramları matematiksel dili kullanarak açıklamaya çalışmakta sıkıntı yaşamaktadır. Benzer sonuçlar, Woods (2009), Capraro ve Joffrion (2006) ve Dur (2010) Korhonen, Linnanmäki ve Aunio (2011) ve Yeşildere (2007) tarafından yapılan çalışmalarda da belirlenmiştir.
- Daha önce benzer bir matematiksel dil kullanmamış olmaları, işlemsel bilgiye ağırlık vermeleri ve araştırmada temel alınan konularla ilk defa karşılaşmaları da önceki öğrenmelerinden getirdikleri alışkanlıklar olup; farklılık oluşmasında neden olan etkenlerdir.
- Öğrencilerin öğretim sürecine sadece okulu bitirme gözüyle bakmaları ve bu kavramların ileride işlerine yaramayacağını düşünmelerinden kaynaklı konuların gerekliliğine ilişkin olumsuz düşünceleri bu farklılığın oluşmasına neden olan diğer bir etkidir. Swinyard ve Lockwood (2007) bu durumu, öğrenciler tarafından bir kavramın formal tanımın gerekliliğinin ve amacının bilinmesi gerektiğinin önemini vurgulayarak açıklamıştır.
- Öğretim elemanın formal tanımı başarılı öğrenciye göre anlatması ve öğretim elemanının kullandığı dilin ağır olmasından kaynaklı olarak öğretim elemanın kullandığı dilin öğrencilere uzak olması bu öğretim elemanı ile öğrenci arasında farklılığın oluşmasına neden olmaktadır. Öğretim elemanının veya öğretmenin kavramları daha üst düzey yapılandığı ve ifade ettiği Moschkovich (2007) Huang, Normandia ve Greer, (2005) ve Raiker (2002) tarafından da belirlenmiştir.

- Yöntemlerin belirlenmesi sürecinde öğrencilerin öğrenme stillerinin ve zekâ türlerinin dikkate alınmaması sonucunda sınıf içerisinde mevcut bireysel farklılıklara yeterince hitap edilememesi bu bilgi farklılığını oluşturmaktadır.
- Matematikte tanımların gerekli olduğunu düşünmelerine rağmen tekrar yapılmadığı için konunun anlaşılmasında, tanımları anlamlandırma yerine ezberlenmesi gibi öğrencilerin yararlı olmayan çalışma alışkanlıkları bu farklılığın oluşmasına neden olan diğer bir etkidir. Öğrencilerin tanımları anlamak yerine ezberleme yoluna gittikleri Baki ve Çekmez (2012) tarafından da belirlenmiştir.
- Üç boyutlu düşünmede problem yaşanması, kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilememesi, topolojik kavramların soyut olması, yine bu farklılığın oluşmasına neden olan etkenlerden biridir. Matematik kavramlarının soyut olması ve bu nedenle günlük hayatla ilişkilendirilmemesi Monro ve Orme (2002) ve Morali, Köroğlu ve Çelik (2004) tarafından öğrencilerin soyut düşünme becerisini kazanmalarını engellediği şeklinde açıklanmıştır.

Belirlenen bu kategoriler öğrencilerin bilgi testine verdikleri cevaplar doğrultusunda da ortaya çıkan (düşüncelerin matematiksel semboller kullanılarak ifade edilememesi, öğretim elemanı tarafından R^n 'de yapılan tanımların öğrenciler tarafından sadece R 'de tanımlanması, kavramların sadece günlük hayat örnekleriyle tanımlanması) hatalarla örtüşmektedir. Böylece ortaya çıkan hataların, eksikliklerin nedenlerinin örneklemin genelini yansıtmadığını araştırmak amacıyla oluşturulan görüşme formundan alınan cevaplar doğrultusunda, öğrencilerin bu kategoriler altındaki maddelere katılma oranlarının neredeyse tamamında %50'nin üzerinde olması öğrencilerin benzer sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir.

Buradan hareketle öğretim elemanının, öğrencilerin mevcut farklılıklarını göz ardı etmemesi, öğretimde daha basit dil kullanması, öğrencide ilgi uyandırması gibi önlemler alması ve daha genel anlamda ifade edilecek olursa; matematiksel iletişim ortamında bulunan bireylerin bu bilgi farklılıklarından ve nedenlerinden haberdar olması ve sınıf içerisinde daha dikkatli bir iletişim ortamının kurulmasını sağlaması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Akbulut, K. ve Işık, A. (2005). Limit kavramının anlaşılmasında etkileşimli öğretim stratejisinin etkinliğinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaşılan kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 497-512.
- Austin, J. L. ve Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, 10(2), 161-197.
- Baki, M. ve Çekmez, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının limit kavramının formal tanımına yönelik anlamalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 3(2), 81-98.
- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 5(1), 225-249.
- Bezuidenhout, J. (2001). Limits and continuity: Some conceptions of first-year students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4), 487- 500.
- Bogdan, R. C. ve Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: an introduction to theory and methods* (5th ed.). USA: Pearson Education, Inc.
- Capraro, M. M. ve Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology*, 27(2), 147-164.
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (s. 153-166). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Çakmak, Z., Baş, F., Bekdemir, M. ve Sağırılı, M. Ö. (Haziran, 2012). *Prizma kavramı öğretiminde öğretmen ve öğrenci arasında kullanılan matematiksel dil*. X. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, s. 504 Niğde [Özet].
- Çetin, Ö. F., Dane, A. ve Bekdemir, M. (2012). A concept of “accumulation point” and its usage. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 6(2), 217-233.
- Dur, Z. (2010). *Öğrencilerin matematiksel dili hikâye yazma yoluyla iletişimde kullanabilme becerilerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

- Huang, J., Normandia, B., and Greer, S. (2005). Communicating mathematically: comparison of knowledge structures in teacher and student discourse in a secondary math classroom. *Communication Education* 54(1), 34-51.
- Jordaan, T. (2005). *Misconceptions of the limit concept in mathematics course for engineering students*. Unpublished Theses, University of South Africa.
- Karataş, İ., Güven, B. ve Çekmez, E. (2011). A cross-age study of students' understanding of limit and continuity concepts. *Boletim de Educação Matemática*, 24(38), 245-264.
- Korhonen, J., Linnanmäki, K., & Aunio, P. (2011). Language and mathematical performance: a comparison of lower secondary school students with different level of mathematical skills. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 56(3), 333-344.
- Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersi tamsayılar ünitesinde çoklu zeka teorisi tabanlı öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2): 25-41.
- McMillan, J. H. (2000). *Educational research fundamentals for the consumer*. USA: Longman.
- Monroe, E. E. ve Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 46(3): 139-142.
- Moralı, S., Köroğlu, A. ve Çelik, A. (2004). Trainee mathematics teachers' misconceptions and attitudes towards abstract mathematics course: a sample of buca faculty of education. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 161-175.
- Moschkovich, J. (2007). Examining mathematical discourse practices. *For the learning of mathematics*, 27(1), 24-30.
- Orton, A. ve Frobisher, L. (1996), *Insights into teaching mathematics*. London: Cassell.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3th ed.). USA: SAGE Publications, Inc.
- Raiker, A. (2002). Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 32(1), 45-60.
- Schorr, R. Y. ve Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. Lesh, R., and Doerr, H. (Ed.), *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematical problem solving, learning and teaching* içinde (s. 141-157). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Schütte, M. (2009). Linguistic accomplishment of the learning teaching process in primary mathematics instruction. *Proceedings of Sixth Congress of the European Society for Researching Mathematics Education*, France, 6, 1023-1032.
- Steinbring, H. (1991). Mathematics in Teaching processes. The disparity between teacher and student knowledge. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 11(1), 65-107.
- Swinyard, C. ve Lockwood, E. (2007). Research on students' reasoning about the formal definition of limit: an evolving conceptual analysis. 22.09.2014 tarihinde <http://sigmaa.maa.org/rume/crume2007/papers/lockwood-swinyard.pdf> adresinden alındı.
- Topping, K., Campbell, J., Douglas, W. ve Smith, A. (2003). Cross-age peer tutoring in mathematics with seven- and 11-year-olds: influence on mathematical vocabulary, strategic dialogue and self-concept. *Educational Research*, 45(3), 287-308.
- Woods, G. (2009). An investigation into the relationship between the understanding and use of mathematical language and achievement in mathematics at the Foundation Stage. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 2191-2196.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.
- Yıldırım A. ve Şimşek H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık