

Analyzing Problems Posed by Seventh Grade Middle School Students for Subtraction Operation with Fractions

Tuğrul KAR¹ Cemalettin IŞIK²

ABSTRACT: The purpose of the study was to determine potential errors, which might be experienced by seventh grade middle school students related to the problems posed by them about the subtraction operation with fractions. The study was conducted with 143 students studying at six middle schools existing in Erzurum. Problem posing test composed of four items about the subtraction operation with fractions was used as a data collection tool. The answers given by the students were classified in accordance with the categories of problem, not a problem and empty. Then, the errors in the answers within the category of problem were analyzed. Twelve errors were determined in the problems posed by the students. Moreover, students made more errors in posing problems about the subtraction operations with fractions which the minuend and subtrahend fractions are mixed fractions.

Key words: Problem posing, fractions, subtraction operation with fractions.

SUMMARY

Purpose and significance: In recent years, problem posing has received a gradually increasing interest in mathematics education research. Problem posing gives an idea about students' skills, attitudes and conceptual learning on a given situation. In this context, the purpose of the study was to determine the potential errors, which might be experienced by seventh grade middle school students relating to problems posed by them about the subtraction operation with fractions.

Methods: The research was conducted with a total of 143 seventh grade students from six middle schools in Erzurum city center in the 2013-2014 Fall semester. The Problem Posing Test (PPT) composed of four items about the subtraction operation with fractions was used as a data collection tool in the research. Two items on subtracting a proper fraction from a mixed fraction were featured in the PPT that was prepared on subtraction operation with fractions. The result of the operation was a proper fraction in one of those items whereas it was a mixed fraction in the other one. The seventh and the fourth items of the PPT featured the operations in which a proper fraction was subtracted from another proper fraction and a mixed fraction was subtracted from another mixed fraction. The answers given by the students were classified in accordance with the categories of *problem*, *not a problem* and *empty*. Then, the errors in the answers within the category of *problem* were analyzed.

Results: A total of 75,7% of the answers given by the students were categorized as *problem*. The highest number of answers was given to the first item of the PPT in which a proper fraction was subtracted from another proper fraction. The lowest number of answers was given to the fourth item of the PPT in which a mixed fraction was subtracted from another mixed fraction and the difference was a mixed fraction. Twelve error types were determined in the problems posed by seventh grade students. The error types are as follows; expressing the subtrahend fraction over the remainder of whole (E_1), not being able to establish part-whole relationship (E_2), attributing natural number meaning to the result of the operation (E_3), confusion about units (E_4), attributing natural number meaning to the fractions (E_5), failure in expressing the operation in the question root (E_6), not being able to express whole parts of mixed fractions (E_7), Representing the mixed fraction as numerator and denominator (E_8), attributing a value to the whole (E_9), expressing the subtrahend fraction as a certain amount of minuend fraction (E_{10}), logical error (E_{11}), and expressing the fractions over the different wholes (E_{12}).

Discussion and Conclusions: Problem posing gives teachers an idea about students' skills, attitudes and conceptual learning on a given situation. Considering that problem posing is an assessment tool, the results of this study showed that students had conceptual deficiencies in the process of problem posing regarding subtraction operation with fractions.

¹ Res. Assist., Atatürk University, Department of Elementary Education, Mathematics Education, tugrulkar@atauni.edu.tr

² Assoc. Prof., Erciyes University, Department of Elementary Education, Mathematics Education, cisik@erciyes.edu.tr

Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Çıkarma İşlemine Kurdukları Problemlerin Analizi

Tuğrul KAR¹ Cemalettin IŞIK²

ÖZ. Araştırmada, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde karşılaşılabilecekleri olası hataların belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun yanında araştırmada kesirlerle toplama işleminden farklı olarak sadece kesirlerle çıkarma işleminde görülen hata türlerinin de belirlenmesi hedeflenmiştir. Araştırma, Erzurum merkezdeki altı ortaokulun yedinci sınıflarında öğrenim gören 143 öğrenci ile yapılmıştır. Kesirlerle çıkarma işlemine yönelik dört maddeden oluşan Problem Kurma Testi, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrenciler tarafından verilen yanıtlar *problem*, *problem değil* ve *boş* kategorilerine göre sınıflandırılmıştır. Bu tür bir sınıflandırmadan sonra *problem* kategorisinde yer alan yanıtlarda karşılaşılan hataların analizi yapılmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemlerde 12 hata türü tespit edilmiştir. Bunun yanında eksilen ve çıkan kesir sayılarının tamsayı kesir olduğu işlemlerde öğrencilerin daha fazla hata yaptıkları da tespit edilmiştir.

Key words: Problem kurma, kesirler, kesirlerle çıkarma işlemi.

GİRİŞ

Problem kurma, matematik programlarının önemli bir bileşeni olarak tanımlanmakta ve matematiksel aktivitelerin merkezinde yer aldığı vurgulanmaktadır (Crespo, 2003; English, 1998). Problem kurma/oluşturma, verilen bir durum hakkında incelenecek veya keşfedilecek soruları ve yeni problemler üretmeyi içerir (Akay, 2006). Silver (1994) problem kurmayı, verilen bir durumun keşfedilmesi için yeni soruların/problemlerin üretilmesi ve problemin çözümünden hareketle yeni problemlerin oluşturulması şeklinde tanımlamıştır. Leung'a (1993) göre problem kurma, verilen bir problemin yeniden düzenlenmesi, NCTM'ye (2000) göre ise, verilen bir durum ya da deneyimden yeni bir problem oluşturmaktır. Genel olarak problem kurma; verilen durumlara yönelik yapılan çıkarımlardan hareketle problemler üretilmesi veya mevcut bir problemin yeniden düzenlenmesi yoluyla farklı problemler kurulması şeklinde tanımlanabilir.

Matematik eğitimi araştırmalarında problem kurma, son yıllarda giderek artan bir ilgiyle karşı karşıya kalmıştır. Bu ilginin odağında, problem kurmanın öğrencilere ve öğretmenlere sağladığı katkılar yer almaktadır. Problem kurma; öğrencilerin muhakeme, problem çözme, iletişim ve yaratıcılık becerilerini geliştirmekte, temel kavramları güçlendirmekte ve zenginleştirmektedir (Cankoy & Darbaz, 2010; English, 1998; Işık & Kar, 2012a; Knott, 2010; Silver, 1994; Toluk-Uçar, 2009). Bunun yanında problem kurma; öğrencilerin ilgilerini konuya odaklamaya yardımcı olmakta (Barlow & Cates, 2006), matematiksel kavram ve işlemlerle günlük yaşam arasındaki ilişkinin kurulmasına katkı sağlamakta (Dickerson, 1999; English, 1998; Işık & Kar, 2012b) ve öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri hakkında fikir vermektedir (Lavy & Shriki, 2007; Kar & Işık, 2013). Kinach (2002), öğrenci başarısının formülleri veya matematiksel terimleri hatırlamadan daha fazlasını gerektirdiğini ve problem kurmanın öğrenci başarısının değerlendirilmesinde önemli bir araç olduğunu belirtmiştir. Stoyanova (1998) ise, öğrencilerin nitelikli problemler kurabilmesinin matematiksel yetenekleri hakkında önemli ipuçları sunduğuna yönelik araştırmacılar arasında güçlü bir kabul olduğunu vurgulamıştır. Böylece problem kurmanın, hem problemi kuran kişinin kendisi için hem de problemi kuranın matematiksel bilgi ve becerisini yorumlayan için güçlü bir değerlendirme aracı olduğu söylenebilir.

Problem kurma matematik öğretim programlarında yer verilen önemli aktiviteler arasında yer almaktadır. Kılıç (2012), problem kurma çalışmalarına İlköğretim Matematik Dersi (1-5

¹ Arş. Gör., Atatürk Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, tugrulkar@atauni.edu.tr

² Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, cisik@erciyes.edu.tr

sınıflar) Öğretim Programı'nda nasıl yer verildiğini araştırdığı çalışmasında, problem kurma kazanımlarının sayısının birinci sınıftan beşinci sınıfa doğru artış gösterdiğini tespit etmiştir. Bunun yanında problem kurmanın Polya'nın problem çözme basamaklarının beşinci adımı olduğuna (Gonzales, 1998) yönelik bakış açısı, Ortaokul Matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013) da görülmektedir. Programda *öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalarda; (1) problemi anlama, (2) çözümü planlama, (3) planı uygulama, (4) çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme ve (5) çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçleri gözetilmelidir* şeklindeki açıklamalara yer verilmektedir.

Işık ve Kar (2012c) ilköğretim matematik öğretmenlerinin Sayılar, Olasılık-İstatistik, Cebir ve Ölçme öğrenme alanlarında problem kurma etkinliklerine yer verdiklerini tespit etmişlerdir. Araştırmacılar, öğretmenlerin en fazla sayılar öğrenme alanında ve bu alan içerisinde ise en fazla kesirler alt öğrenme alanında problem kurma etkinliklerine yer verdiklerini tespit etmişlerdir. Bunun yanında araştırmacılar, kesirler alt öğrenme alanında problem kurma etkinliklerine yer veren öğretmenlerin, problem kurmanın öğrencilerin kavramsal anlamalarına ve sembolik ifadelerle günlük yaşam arasındaki ilişkinin kurulmasına katkı sağladığı yönünde görüşler belirttiklerini de vurgulamışlardır. İlköğretim 6-8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009a), *kesirlerle işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar* kazanımı altında öğrencilerden, problemlerin çözümünde kullanılan işlemleri gerektiren benzer problemler yazmaları istenmektedir. Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik problem kurma, Ortaokul Matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013) ise, *problem kurmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. Gerçek yaşam durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verilir* şeklinde ifade edilmektedir.

Kesirler konusu, matematiğin oran, işlemler, rasyonel sayılar, ondalık sayılar ve cebir gibi konularıyla yakın ilişkilidir. Ni (1999), kesir kavramına yönelik güçlü bir kavramsal bilginin, sayı kavramının geliştirilmesinde önemli yere sahip olduğunu belirtmektedir. Kesirler ve kesirlerle işlemlere yönelik kavramsal anlamının oluşturulması, özellikle cebir gibi ileri düzeydeki konuların öğrenilmesi ve problem çözme becerisinin geliştirilmesinde önemli yere sahiptir. Buna karşın kesirler ve kesirlerle işlemler, anlaşılması zor matematiksel konuların başında gelir (Işık, 2011; Işıksal, 2006; Küçük & Demir, 2009; Misquitta, 2011; Tirosh, 2000).

Literatürde yapılan çalışmalar; öğretmenler, öğretmen adayları veya öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik problem kurmada da önemli güçlükler yaşadıklarını ve kavramsal yönden birçok hata sergilediklerini göstermektedir. Toluk-Uçar (2009), sınıf öğretmeni adaylarının kurdukları problemlerin çözümlerinin kesirlerle toplama yerine doğal sayılarla toplama işlemi gerektirdiğini ve kesirleri miktar yerine parça sayısı şeklinde düşündüklerini tespit etmiştir. (Örn., Bir adayın $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = ?$ işlemine yönelik kurduğu, *Annem bana 3 elmasından birini ve kardeşim de 2 elmasından birini verdi. Toplam kaç elmas oldu?* gibi). Işık, Öcal ve Kar (2013), sınıf öğretmeni adaylarının beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerini araştırmışlardır. Araştırmacılar öğretmen adaylarının, kesir sayılarının uygun birimlerle ifade edilememesi, kesir sayılarının belirttiği miktarın referans alınan bütün ile ilişkilendirilememesi ve parça-bütün ilişkisini kuramama hatalarını belirlemede daha fazla güçlük yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Kılıç (2013), sınıf öğretmeni adaylarına kesirlerle işlemlere yönelik serbest problem kurma etkinliği yaptırmış ve adayların kurdukları problemlerde kesirlerin ne tür anlamlarını ön plana çıkardıklarını araştırmıştır. Araştırmada kesirlerle bölme ve çıkarma işlemlerine yönelik kurulan problemlerin sayısının daha az olduğu ve kesirlerin işlemci anlamının ön plana çıkarıldığı tespit edilmiştir.

McAllister ve Beaver (2012), sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerle işlemlere yönelik kurdukları problemlerdeki hataları analiz etmişlerdir. Araştırmacılar, günlük yaşam

durumlarıyla ilişkili problemler yazamama, kesir sayılarını uygun birimlerle ifade edememe, mantıksal olarak problemin geçerli olmayışı ve kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklemeye hatalarının daha fazla ön plana çıkarıldığını ve bütün işlemlerde görüldüğünü tespit etmişlerdir. Bunun yanında araştırmacıların sadece kesirlerle çıkarma işlemine yönelik tespit ettikleri hata türleri ise şunlardır; a) $a - b$ işlemi yerine $a - (axb)$ şeklinde problemler yazılması, b) $a - b$ işlemi yerine $1 - (a + b)$ şeklinde problemler yazılması, c) $a - b$ işlemi yerine $a+b$ şeklinde problemler yazılması ve d) $a - b$ işlemi yerine axb şeklinde problemler yazılması, e) öğrencilerin kurdukları problemlerin birim ve $a - (axb)$ şeklinde hatayı birlikte barındırması ve f) $a - b$ işlemi yerine $b - a$ şeklinde problemler kurulması.

Işık ve Kar (2012d), ilköğretim yedinci sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmalarında, kesirlerle toplama işlemlerine yönelik kurulan problemlerdeki hataları analiz etmişlerdir. Araştırmacılar, öğrencilerin kurdukları problemlerde yedi farklı hata türü tespit etmişlerdir. Bu hata türleri şunlardır; *Toplanan ikinci kesri bütünüün kalanı üzerinden ifade etme [Hata 1(H₁)], parça-bütün ilişkisini kuramama (H₂), işlem sonucuna doğal sayı anlamı yüklemeye (H₃), Birim kargaşası (H₄), toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklemeye (H₅), işlemi soru köküne yansıtamama (H₆) ve tamsayı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe (H₇).*

Literatürde, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik problem kurma üzerine yapılan sınırlı sayıdaki çalışmaların ağırlıklı olarak öğretmen veya öğretmen adayları ile kesirlerle toplama işlemi üzerinden yapıldığı görülmüştür. Buna karşın literatürde ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurmada ne tür hatalar yaptıklarını araştıran bir çalışma ile karşılaşılmalıdır. İlköğretim 1-5 ve 6-8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programlarında (MEB, 2009a, 2009b) ve Ortaokul Matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013), kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurma kazanımlarının varlığı da dikkate alındığında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerin analizi, öğrencilerin kavramsal düzeydeki olası eksikliklerine yönelik derin anlayışların oluşturulmasına imkan tanıyabilecektir. Ayrıca araştırmadan elde edilecek sonuçların, öğretmenlerin öğrenci güçlüklerinin farkında olma ve öğretim sürecini planlama boyutlarındaki pedagojik alan bilgilerinin gelişimine de katkı sağlayacağı ön görülmektedir. Bu bağlamda araştırmada, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun yanında kesirlerle toplama işleminden farklı olarak sadece kesirlerle çıkarma işleminde görülen hata türlerinin de belirlenmesi hedeflenmiştir.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Bu araştırmada, nicel ve nitel yaklaşımlar bir arada kullanılmıştır. Mcmillan ve Schumacher'e (2010) göre bazı araştırmalarda nitel veya nicel yaklaşımlar tek başına yeterli olmayabilir. Bu durumlarda nitel ve nicel yaklaşımlar bir arada kullanılabilir. Araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hatalar, açık-uçlu dört maddeye verilen yanıtların nitel analizleri sonucu belirlenmiştir. Problem Kurma Testi'nde (PKT) yer alan dört maddenin her biri için hata kategorilerine ait dağılımlar ise nicel analizler sonucunda oluşturulmuştur.

Katılımcılar

Araştırma, Erzurum merkezdeki altı ortaokulun yedinci sınıflarında öğrenim gören toplam 143 öğrenci ile 2013-2014 güz yarıyılında yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin 78'i kız 65'i erkektir. Okulların belirlenmesinde basit seçkisiz örnekleme modeli kullanılmıştır. Araştırma için Erzurum il merkezinde yer alan ortaokullar tespit edilmiş ve kura çekilerek altı okul belirlenmiştir. Bu altı ortaokulda eğer her bir sınıf düzeyinde birden fazla şube varsa, rastgele birer şube seçilmiştir.

Ortaokul 5-8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı, 2013-2014 öğretim yılından itibaren 5. Sınıftan itibaren kademeli olarak uygulanmaya başlanmıştır. Araştırma grubundaki yedinci sınıf öğrencilerine kesirler ve kesirlerle işlemlere yönelik öğretim, İlköğretim 6-8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki (MEB, 2009a) *kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar ve kesirlerle işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar* kazanımları doğrultusunda yapılmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırmada, kesirlerle çıkarma işlemine yönelik dört maddeden oluşan PKT, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Kesirlerle çıkarma işlemine yönelik hazırlanan PKT'de tamsayılı kesirden basit kesrin çıkarılmasına yönelik iki maddeye yer verilmiştir. Bu maddelerden birinde fark basit kesir iken, diğerinde tamsayılı kesirdir. Bunun yanında PKT'de bir basit kesirden başka bir basit kesrin çıkarılmasına ve bir tamsayılı kesirden diğer bir tamsayılı kesrin çıkarılmasına yönelik birer maddeye de yer verilmiştir. PKT'de yer alan her bir madde ve özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. PKT'de çıkarma işlemine yönelik yer alan maddeler ve özellikleri

| Maddeler | Özellikleri |
|-----------------------------------|---|
| $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ | Bir basit kesirden diğer bir basit kesrin çıkarılması |
| $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ | Farkın basit kesir olduğu tamsayılı kesirden basit kesrin çıkarılması |
| $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ | Farkın tamsayılı kesir olduğu tamsayılı kesirden basit kesrin çıkarılması |
| $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ | Bir tamsayılı kesirden diğer bir tamsayılı kesrin çıkarılması |

Literatürde farklı araştırmacıların kesirlerle işlemlere yönelik benzer sorulardan yararlandıkları tespit edilmiştir (McAllister & Beaver, 2012; Toluk-Uçar, 2009). Araştırmacılar, PKT'de yer alan maddelere yönelik üç öğretmenin görüşlerine de başvurmuşlardır. Öğretmenler, *derslerde bu tür işlemleri içeren problem çözümleri yaptıklarını ve çözümde kullanılan kesir sayılarını değiştirerek öğrencilerden benzer problemler kurmalarını istediklerini* belirtmişlerdir. Bunun yanında İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'ndaki (MEB, 2009a) kazanımlar, ders kitabı ve öğrenci çalışma kitaplarında bu tür işlemlere yönelik problem kurma ve çözüme etkinliklerine de yer verilmektedir. Programda yer alan açıklamalar, ders kitabı ve öğrenci çalışma kitaplarındaki problemlerin yapısı ve öğretmen görüşleri de dikkate alınarak dört maddenin PKT'de yer almasına karar verilmiştir. Öğrencilerden bir ders saatinde PKT'de yer alan her bir maddeye yönelik, çözümüne sadece verilen işlemle ulaşılabilecek, günlük yaşam durumları ile ilişkili birer problem kurmaları istenmiştir.

Öğrenciler tarafından verilen yanıtlar *problem*, *problem değil* ve *boş* kategorilerine göre sınıflandırılmıştır. Bu tür bir sınıflama, farklı araştırmacılar (Işık & Kar, 2012b; Leung, 2013; Silver & Cai, 2005) tarafından da kullanılmıştır. Böylece günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilemeyen veya soru kökü içermeyen yanıtların ayrımının yapılması hedeflenmiştir. *Problem değil* kategorisinde sadece betimlemenin yapıldığı, bir veya birkaç cümlenin yazıldığı, soru kökü içermeyen veya günlük yaşam durumları ile ilişkilendirilmeyen yanıtlar yer almaktadır. *Problem değil* kategorisine yönelik örnek yanıtlar üzerinden yapılan açıklamalar, bulgular kısmında sunulmuştur.

Bu tür bir sınıflandırmadan sonra *problem* kategorisinde yer alan yanıtlarda karşılaşılan hataların analizi yapılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurmada yaptıkları hataların sınıflandırılmasında, Işık ve Kar'ın (2012d) ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemlerine yönelik kurdukları problemlerde tespit ettikleri yedi hata türü temel alınmıştır. Işık ve Kar'ın (2012d) belirledikleri hata türleri şunlardır: *Toplanan ikinci kesri bütünü kalanı üzerinden ifade etme [Hata 1(H₁)], parça-bütün ilişkisini kuramama (H₂), işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme (H₃), Birim kargaşası (H₄), toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H₅), işlemi soru köküne yansıtamama (H₆) ve tamsayı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe (H₇)*. Kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurulan problemlerin analizinde, *toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme* şeklindeki H₅ hata türü, *verilen işlemdeki kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme* şeklinde yeniden kodlanmıştır. Bunun yanında yapılan analizlerde *Toplanan ikinci kesri bütünü kalanı üzerinden ifade etme* şeklindeki H₁ hatası da çıkarma işleminin yapısına uygun olarak, *çıkan kesir sayısını bütünü kalanı üzerinden ifade etme* şeklinde yeniden kodlanmıştır.

Kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurulan problemlerde bu yedi hata türünden farklı olarak beş hata türü daha tespit edilmiştir. Bu hata türleri şunlardır: *İşlem sonucunda oluşan tamsayı kesrin kaçta kaç ifadesi ile açıklanması (H₈), bütüne değer atama (H₉), Çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma (H₁₀), Mantık hatası (H₁₁) ve Kesir sayılarını farklı bütünler üzerinden ifade etme (H₁₂)*. Böylece ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerde toplam 12 hata türü tespit edilmiştir. Bu hata türlerine ait açıklamalar bulgular kısmında sunulmuştur.

Öğrencilerin PKT'deki her bir maddeye verdikleri yanıtlar iki farklı araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Daha sonra analizler karşılaştırılarak hata kategorileri üzerinde uzlaşmaya çalışılmıştır. Bu süreçte iki araştırmacı verilen yanıtlardaki hataları 10 ve 12 kategori altında sınıflandırdıkları tespit edilmiştir. Araştırmacılar tespit ettikleri hata kategorilerini karşılaştırmışlar ve bir araştırmacının, iki hata kategorisini diğer bazı hata kategorileriyle birleştirdiği görülmüştür. Buna karşın diğer araştırmacı, bu 12 hatanın yapılarının birbirinden farklı olduğunu belirterek, farklı kategoriler altında sunulması gerektiğini vurgulamıştır. Hataların karşılaştırılması sürecinde bir araştırmacı, *mantık hatası* ve *parça-bütün ilişkisini kuramama* hatalarını başlangıçta aynı kategori altında değerlendirmiştir. Araştırmacı, mantık hatası kategorisinde yer alan yanıtlarda kesir sayılarının büyüklüklerinin göz ardı edilmesini, bu iki kategorinin birleştirilme nedeni olarak göstermiştir. Buna karşın diğer araştırmacı, mantık hatası kategorisinde kesir sayılarının büyüklüklerinin karşılaştırılmamasının, parça-bütün ilişkisini kuramama hata kategorisinde ise parçaların bütün ile olan ilişkisinin göz ardı edilmesinin söz konusu olduğunu belirtmiştir.

Bunun yanında bir araştırmacı, *işlemi soru köküne yansıtamama* ve *çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma* hatalarını, başlangıçta aynı kategori altında değerlendirmiştir. Buna karşın ikinci araştırmacı, *işlemi soru köküne yansıtamama* hata kategorisinde çıkarma işlemi karşılayacak sözel ifadelerle problemde yer verilmediğini belirtmiştir. Araştırmacı, *çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma* hata türünde ise, çıkarma işlemi karşılayan sözel ifadelerle problemde yer verildiğini, fakat çıkan kesir sayısının bütün yerine, eksilen kesir sayısının belli bir miktarı olarak ifade edildiğini vurgulamıştır. Böylece hata türlerinin yapısal olarak birbirinden farklı olduğu üzerinde uzlaşarak, problemlerdeki hataların 12 kategori altında sunulmasına karar verilmiştir.

Öğrencilerin kurdukları problemlerde, birden fazla hata türü aynı anda bulunabilmektedir. PKT'de yer alan dört maddenin her biri için hata kategorilerine ait dağılımlar, nicel analizlerle oluşturulmuştur. Bu süreçte her bir problem kurma maddesinde yer alan hataların sayıları dikkate alınarak yüzde ve frekans tabloları oluşturulmuştur.

BULGULAR

Öğrenci Yanıtlarının, Problem, Problem Değil ve Boş Kategorilerine Göre Dağılımına Ait Bulgular

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin PKT'ye verdikleri yanıtların problem, problem değil ve boş kategorilerine göre sınıflandırılmasına ait bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Yanıtların problem, problem değil ve boş kategorilerine göre dağılımı

| Maddeler | Problem | Problem Değil | Boş |
|----------|-----------|---------------|----------|
| Madde 1 | 116(81,1) | 24(16,8) | 3(2,1) |
| Madde 2 | 110(76,9) | 23(16,1) | 10(7) |
| Madde 3 | 106(74,1) | 18(12,6) | 19(13,3) |
| Madde 4 | 101(70,6) | 19(13,3) | 23(16,1) |
| Toplam | 433(75,7) | 84(14,7) | 55(9,6) |

*Veriler frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 2'ye göre, öğrencilerin verdikleri toplam yanıtların %75,7'si problem kategorisinde yer almaktadır. Maddeler bazında problem kategorisinde verilen yanıtların dağılımının %70 ile %81 arasında değişim gösterdiği görülmektedir. Bunun yanında problem kategorisinde değerlendirilen en fazla yanıt, bir basit kesirden bir basit kesrin çıkarıldığı PKT'nin birinci maddesinde, en az yanıt ise bir tamsayı kesirden bir tamsayı kesrin çıkarıldığı ve sonucun tamsayı kesir olduğu PKT'nin dördüncü maddesinde verilmiştir. Bu bulgulardan, öğrencilerin *problem* kategorisinde yanıt verebilme başarılarının, eksilen ve çıkan kesir sayılarının basit kesir olduğu PKT'nin birinci maddesinden, her iki kesir sayısının tamsayı kesir olduğu PKT'nin dördüncü maddesine doğru azalış gösterdiği söylenebilir.

Bazı öğrencilerin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ ve $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işlemlerine yönelik kurdukları ve *problem değil* kategorisinde değerlendirilen yanıtlar şu şekildedir;

Ayşe pastadan $\frac{1}{2}$ yemiştir. Ertesi gün $\frac{3}{8}$ yemiştir.

$2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işleminin sonucu kaçtır?

Yazılan birinci problem cümlesinde, verilen işlemdeki kesir sayıları sözel ifadelere aktarılmaya çalışılmış, ancak çıkarma işlemini yansıtacak soru kökü oluşturulamamıştır. İkinci problemde ise, günlük yaşam durumlarıyla ilişkili problem kurulması yerine işlemin sonucunun hesaplanması istenmiştir. Bu yönüyle verilen yanıtlar, *problem değil* şeklinde değerlendirilmiştir.

Problem Kategorisinde Değerlendirilen Yanıtlardaki Hata Türlerine Ait Bulgular

i. Çıkan kesir sayısını bütünü kalanı üzerinden ifade etme (H₁): Bu hata türünde, eksilen kesir sayısı belirlenen bir bütün üzerinden, çıkan kesir sayısı ise eksilen kesir sayısı ifade edildikten sonra bütünü kalanı üzerinden ifade edilmektedir. Bir öğrencinin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu ve bu hata türünü içeren yanıtı şu şekildedir;

Kavunların $\frac{1}{2}$ 'sini dün yedik. Kalanın $\frac{3}{8}$ 'ini bugün yedik. Kavunların ne kadarı kalmıştır?

Yazılan problemde, $\frac{1}{2}$ kesir sayısına dün yenilen kavun miktarı anlamı yüklenmiştir. Problemin devamında geriye kalan miktarın $\frac{3}{8}$ 'ünün ise bugün yenildiği belirtilmektedir.

Problemde öğrenci, çıkan kesir sayısını başlangıçtaki kavun miktarı yerine, kalan miktar üzerinden ifade etmiştir. Bunun yanında soru kökünde dün ve bugün yenilen kavun miktarlarının farkının sorulması yerine iki gün sonunda kalan kavun miktarı sorulmuştur. Bu yönüyle soru kökünde çıkarma işlemini karşılayacak sözel ifadeler oluşturulamayarak H_6 hatası da yapılmıştır.

ii. *Parça-bütün ilişkisini kuramama (H_2):* Bu hata türü, verilen işlemdeki kesir sayılarının veya işlem sonucundaki kesir sayısının bütünden büyük olduğu dikkate alınmadan kurulan problemleri içermektedir. İki öğrencinin, $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ ve $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ işlemlerine yönelik kurdukları problemler şu şekildedir;

Pelin pizzanın $1\frac{1}{2}$ 'sini yemiş arkadaşı ise $\frac{3}{4}$ 'ünü yemiştir. Pelin arkadaşından ne kadar fazla pizza yemiştir?

Emirhan ayranın $2\frac{7}{8}$ 'ini içiyor. Sonra $\frac{2}{5}$ 'ini içiyor. Buna göre Emirhan ne kadar ayran içmiştir?

Yazılan birinci problemde, Pelin'in pizzanın $1\frac{1}{2}$ 'ini yediği ifade edilmiştir. $1\frac{1}{2}$ tamsayılı kesrinin bütünden daha büyük bir miktarı temsil ettiği dikkate alındığında, Pelin'in mevcut pizza miktarından daha büyük bir miktarı yemesi durumu söz konusudur. Benzer şekilde ikinci problemdeki *Emirhan ayranın $2\frac{7}{8}$ 'ini içiyor* ifadesi, mevcut ayran miktarından daha fazla miktarı gerektirmektedir. Bu ifadeler ise parça-bütün ilişkisi açısından anlamlı değildir. Bunun yanı sıra ikinci problemde çıkarma işlemi yerine toplama işlemini gerektiren sözel ifadelere yer verilmiştir. Bu yönüyle problemde H_6 hatası da yer almaktadır.

Bu hata kategorisinde bazı öğrencilerin, belirledikleri bir bütün üzerinden eksilen kesir sayısını ifade ettikleri, buna karşın çıkan kesir sayısını ise bütünün kalan kısmı şeklinde düşünerek problemler kurdukları da görülmüştür. Bir öğrencinin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu ve bu hatayı örnekleyen yanıtı şu şekildedir;

Bir pastanın yarısını Ayşe yedi. Geriye kalan $\frac{3}{8}$ 'ini ise biz yedik. Buna göre Ayşe bizden ne kadar fazla pasta yemiştir?

Yazılan problemde, Ayşe'nin bir pastanın yarısını yediği ifade edilmektedir. Bu durumda geriye pastanın yarısı kalacaktır. Buna karşın öğrenci, geriye pastanın $\frac{3}{8}$ 'ünün kaldığını düşünerek problemi yazmaya devam etmiştir. Dolayısıyla kurulan problem parça-bütün ilişkisi açısından tutarlı olmamaktadır.

iii. *İşlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme (H_3):* PKT'de yer alan maddelerin tamamının sonuçları kesir sayıdır. Buna karşın bazı öğrencilerin, işlemin sonucunu doğal sayı gibi düşünerek soru köklerini oluşturdukları görülmüştür. İki öğrencinin $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ ve $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işlemlerine yönelik bu hata türünü örnekleyen yanıtları şu şekildedir;

Melda elmaların $1\frac{1}{2}$ 'sini yemiştir. Emin ise $\frac{3}{4}$ 'ünü yemiştir. Melda Emin'den kaç tane fazla elma yemiştir?

Şeyma tabakların $2\frac{3}{4}$ 'ünü Buse'ye verdi. $1\frac{5}{8}$ 'ini kırdı. Geriye kaç tabak kalır?

Kurulan birinci problemde, Melda'nın *elmaların $1\frac{1}{2}$ 'sini*, Emin'in ise $\frac{3}{4}$ 'ünü yediği belirtilmektedir. Böyle bir problem kurgusuna göre Melda, Emin'den elmaların $\frac{3}{4}$ 'ü kadar fazla yemiş olacaktır. Bu durumda *Melda Emin'den kaç tane fazla elma yemiştir?* soru köküne verilecek cevap $\frac{3}{4}$ olamayacaktır. Çünkü elma sayısı süreksiz çokluk olup kesirler ile ifade

edilemez. Ayrıca yazılan problemde, *Melda elmaların $1\frac{1}{2}$ 'sini yemiştir* şeklindeki ifade ile parça-bütün ilişkisi de göz ardı edilerek H_2 hatası yapılmıştır. Benzer şekilde yazılan diğer problemde de, işlemden elde edilen $\frac{9}{8}$ tamsayılı kesri, soru kökünde *Geriye kaç tabak kalır?* ifadesi ile karşılanmaya çalışılmıştır. Bunun yanında ikinci problemde çıkarma işlemi soru köküne yansıtılmayarak H_6 hatası da yapılmıştır.

iv. *Birim kargaşası (H_4)*: Bu hata türü; kesir sayılarının uygun birimlerle ifade edilemediği veya kesir sayıları için yazılan birimlerin birbiri ile tutarlı olmadığı problemleri içermektedir. Bir öğrencinin $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Fırat bir kutu meyve suyunun $2\frac{7}{8}$ 'ini içmiştir. Susuzluğu geçmediği için $\frac{2}{5}$ litre daha içmiştir. Geriye ne kadar meyve suyu kalmıştır?

Problemde $2\frac{7}{8}$ kesir sayısı, içilen meyve suyu miktarının bütünle olan ilişkisini gösterirken, $\frac{2}{5}$ kesir sayısı litre cinsinden içilen meyve suyu miktarını göstermektedir. Kesir sayıları aynı birimler üzerinden ifade edilmediğinden problemde birim kargaşası hata türü bulunmaktadır. Bunun yanında *geriye ne kadar meyve suyu kalmıştır?* ifadesiyle çıkarma işlemi soru köküne yansıtılmadığından H_6 hatası da yapılmıştır.

Bu hata türünde bazı öğrencilerin kesir sayıları yanında *kadar* ifadesini kullanarak (Örn., $1\frac{1}{2}$ *kadar süt*, $\frac{3}{4}$ *kadar su* gibi) problemler kurdukları da görülmüştür. Örneğin $\frac{3}{4}$ *kadar* ifadesinde bir miktar suyun $\frac{3}{4}$ 'ü mü yoksa $\frac{3}{4}$ litre suyun mu kastedildiği açık değildir. Bu yönüyle yazılan bu tür problemlerde birim kargaşası hatası bulunmaktadır.

v. *Verilen işlemdeki kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H_5)*: Bu hata türü, işlemdeki eksilen ve çıkan kesir sayılarının, doğal sayılarla ifade edilebilecek çokluklar üzerinden oluşturulduğu problemleri içermektedir. Bir öğrencinin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Ali'nin $\frac{1}{2}$ tane bilyesi vardır. Bunların $\frac{3}{8}$ 'i kaybolmuştur. Ali'nin kaç bilyesi kalmıştır?

Problemde $\frac{1}{2}$ kesir sayısı, *tane* kelimesi kullanılarak bilye sayısı ile eşleştirilmiştir. *Tane* kelimesi doğal sayılarla kullanılabilirken, kesir sayıları için uygun bir ifade olmamaktadır. Bunun yanında problemde, *Ali'nin kaç bilyesi kalmıştır?* şeklindeki soru köküyle işlem sonucuna doğal sayı anlamı yüklenmeye çalışılarak H_3 hatası da yapılmıştır. Bunun yanında problemde *çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma* şeklindeki H_{10} hata türü de bulunmaktadır.

vi. *İşlemi soru köküne yansıtamama (H_6)*: Bu hata türü, çıkarma işleminin soru kökünde ifade edilemediği problemleri kapsamaktadır. Öğrenciler kesir sayılarına yönelik sözel ifadeler oluşturmalarına karşın, soru kökünde çıkarma işlemini karşılayacak sözel cümleler oluşturamamışlardır. Bir öğrencinin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Furkan pastasının sabah $\frac{1}{2}$ 'sini öğleden sonra ise $\frac{3}{8}$ 'ini yemiştir. Buna göre pastanın ne kadarı yenmiştir?

Yazılan problemde, pastanın sabah $\frac{1}{2}$ 'inin, öğleden sonra ise $\frac{3}{8}$ 'ünün yenildiği belirtilmektedir. Verilen işlemin yapısı dikkate alındığında, sabah yenilen pasta miktarının öğleden sonra yenilen pasta miktarından ne kadar fazla olduğu sorulmalıydı. Buna karşın öğrenci problemde, toplam yenilen pasta miktarını sormuştur. Dolayısıyla kurulan problemde çıkarma işlemi soru köküne yansıtılmamıştır.

vii. *Tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe (H₇)*: Bu hata kategorisi, tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına yer verilmeden sadece basit kesir sayıları üzerinden kurulan problemleri ve tamsayılı kesrin tam kısmı ile kesir kısmını çarpmayı gerektiren problemleri içermektedir. İki öğrencinin $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ ve $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ işlemlerine kurdukları problemler şu şekildedir;

Şeyma tabaklarının $2\frac{3}{4}$ 'ünü Buse'ye verdi. $\frac{5}{8}$ 'ini kırdı. Geriye ne kadar kaldı?

Ayşe 2 litre sütün $\frac{7}{8}$ 'ini içmiştir. $\frac{2}{5}$ 'ini komşuya verdik. Buna göre ne kadar süt kaldı?

Birinci problemde, çıkan $1\frac{5}{8}$ tamsayılı kesrinin tam kısmına yer verilmemiştir. Yazılan ikinci problemde ise 2 litre süt bütün olarak düşünülmüş, $\frac{7}{8}$ kesir sayısı ise 2 litre sütün belli bir miktarı olarak temsil edilmiştir. Dolayısıyla *Ayşe 2 litre sütün $\frac{7}{8}$ 'ini içmiştir* ifadesi $2 \times \frac{7}{8}$ işlemini gerektirmektedir. Bunun yanı sıra yazılan birinci problemde H₂ ve H₆ hata türleri, ikinci problemde ise H₆ hata türü de bulunmaktadır.

viii. *İşlem sonucunda oluşan tamsayılı kesrin kaçta kaç ifadesi ile açıklanması (H₈)*: Bu hata türü, işlem sonucunda oluşan tam sayılı kesrin *kaçta kaç* şeklinde sözel ifadelere aktarıldığı yanıtları içermektedir. Bir öğrencinin $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Ali doğum günü için hazırlanan pastanın $2\frac{3}{4}$ 'ünü yedi. Kardeşi de pastanın $1\frac{5}{8}$ 'ini yedi.

Ali, kardeşinden pastanın kaçta kaç kadar fazla yemiştir?

Yazılan problemde, problem kurulması istenen işlemin sonucu $1\frac{1}{8}$ 'dir. Buna karşın soru kökünde tam sayılı kesir *pastanın kaçta kaç kadar fazla yemiştir?* ifadesiyle karşılanmaya çalışılmıştır. *Kaçta kaç* ifadesi parça-bütün ilişkisi açısından basit kesirlerin ifade edilmesinde uygun bir yaklaşım iken, payın paydadan büyük olması nedeniyle tam sayılı kesirler için uygun bir ifade değildir. Bunun yanında yazılan problemde, *pastanın $2\frac{3}{4}$ 'ünü yedi* ve *kardeşi de pastanın $1\frac{5}{8}$ 'ini yedi* ifadeleriyle parça-bütün ilişkisinin göz ardı edildiği H₂ hatası da bulunmaktadır.

ix. *Bütüne değer atama (H₉)*: PKT'de öğrencilerden sadece verilen işlem ile çözülebilecek problemler kurmaları istenmiştir. Buna karşın bazı öğrenciler, bütüne değer atamış ve işlemde yer alan kesir sayılarını bu değerın belli bir miktarı anlamıyla ele almışlardır. Bu yönüyle kurulan problemler, sadece problem kurulması istenen işlem ile çözülememektedir. Bir öğrencinin $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Benim 24 tane elmam vardır. $\frac{1}{2}$ 'sini ben, $\frac{3}{8}$ 'ini arkadaşım yedi. Ben arkadaşşımdan kaç tane elma fazla yedim?

x. *Çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma (H₁₀)*: Bu hata türü, çıkan kesir sayısının bütün yerine eksilen kesir sayısının belli bir miktarı anlamıyla ele alındığı problemleri içermektedir. Bir öğrencinin $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ işlemine kurduğu problem şu şekildedir;

Mehmet'in $2\frac{7}{8}$ tane topu vardır. Bu topların $\frac{2}{5}$ 'ini patlattı. Geriye kaç top kaldı?

Problemde, $2\frac{7}{8}$ tam sayılı kesrine Mehmet'in toplarının sayısı anlamı yüklenmiştir. Buna karşın top sayısı, doğal sayılarla ifade edilebilecek bir çokluktur. Bu yönüyle problemde H₅ hata türü bulunmaktadır. Problemin devamında, çıkan $\frac{2}{5}$ kesir sayısı eksilen kesir sayısı olan

Mehmet'in top sayısının belli bir miktarı anlamıyla ele alınarak hata yapılmıştır. Bunun yanında işlem sonucunda oluşan kesir sayısına *geriye kaç top kaldı?* ifadesiyle doğal sayı anlamı yüklenerek H₃ hatası da yapılmıştır.

xi. *Mantık hatası (H₁₁)*: Problem kurulması istenen çıkarma işlemlerinde eksilen kesir sayısı, çıkan kesir sayısından büyüktür. Buna karşın bu hata türü; çıkan kesir sayısından eksilen kesir sayısının çıkarılmasına yönelik sözel ifadelerin oluşturulduğu problemleri kapsamaktadır. Bir öğrencinin $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ işlemine kurduğu problem şu şekildedir;

Enes'in çizdiği çizginin uzunluğu $1\frac{1}{2}$ m, Ali'nin çizdiği çizgi ise $\frac{3}{4}$ m'dir. Enes'in çizgisi Ali'nin çizgisinden ne kadar azdır?

Problemde, Enes'in çizdiği çizginin uzunluğu, Ali'nin çizdiği çizginin uzunluğundan daha uzundur. Bu yönüyle problemde kesir sayılarının büyüklükleri göz ardı edilerek hata yapılmıştır.

xii. *Kesir sayılarını farklı bütünler üzerinden ifade etme (H₁₂)*: Bu hata türü, çıkarma işleminde yer alan kesir sayılarının birbirine eşit olmayan farklı bütünler üzerinden oluşturulduğu problemleri içermektedir. Bir öğrencinin $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işlemine yönelik kurduğu problem şu şekildedir;

Ecrin, parasının $2\frac{3}{4}$ 'ünü, Ela ise parasının $1\frac{5}{8}$ 'ini harcamıştır. Ecrin, Ela'dan ne kadar fazla para harcamıştır?

Problemde $2\frac{3}{4}$ ve $1\frac{5}{8}$ kesir sayılarının temsil edildiği para miktarları birbirinden farklı olabilecektir. Problemde para miktarlarının eşit olduğuna yönelik ifadelere yer verilmemiştir. Bu yönüyle kesir sayılarının temsil edildiği bütünler birbirinden farklı olduğundan çıkarma işlemi yapılamayacaktır. Bunun yanında problemde, *parasının $2\frac{3}{4}$ 'ünü ve parasının $1\frac{5}{8}$ 'ini* ifadeleriyle parça-bütün ilişkisinin göz ardı edildiği H₂ hatası da yapılmıştır.

Kurulan Problemlerdeki Hata Türlerinin Dağılımına Ait Bulgular

Öğrencilerin PKT'de yer alan dört maddeye yönelik problem kategorisinde verilen yanıtlarda tespit edilen hata türlerinin dağılımına ait bulgular Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. *Problem kategorisindeki yanıtlarda tespit edilen hata türlerine ait dağılım*

| Hatalar | $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ | $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ | $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ | $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ | Toplam |
|-----------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|-----------|
| H ₁ | 1(0,5) | 2(0,8) | 1(0,4) | 0(0) | 4(0,4) |
| H ₂ | 1(0,5) | 42(17) | 48(18,1) | 65(25,8) | 156(16) |
| H ₃ | 38(17,8) | 28(11,4) | 36(13,6) | 34(13,5) | 136(13,9) |
| H ₄ | 46(21,5) | 48(19,4) | 43(16,2) | 35(13,8) | 172(17,6) |
| H ₅ | 14(6,5) | 9(3,6) | 16(6) | 15(6) | 54(5,5) |
| H ₆ | 49(22,9) | 34(13,8) | 32(12,1) | 29(11,5) | 144(14,7) |
| H ₇ | 0(0) | 5(2) | 5(1,9) | 3(1,2) | 13(1,3) |
| H ₈ | 0(0) | 0(0) | 17(6,4) | 15(6) | 32(3,3) |
| H ₉ | 17(7,9) | 22(8,9) | 25(9,4) | 18(7,1) | 82(8,4) |
| H ₁₀ | 32(14,9) | 37(15) | 33(12,5) | 30(11,9) | 132(13,5) |
| H ₁₁ | 6(2,8) | 3(1,2) | 0(0) | 1(0,4) | 10(1,0) |
| H ₁₂ | 10(4,7) | 17(6,9) | 9(3,4) | 7(2,8) | 43(4,4) |
| Toplam | 214(100) | 247(100) | 265(100) | 252(100) | 978(100) |

* Tablodaki veriler frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Bir basit kesirden bir basit kesrin çıkarıldığı $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ işlemine yönelik problem kategorisinde değerlendirilen 116 yanıtta toplam 214 hata tespit edilmiştir. Problem başına düşen hata ortalaması 1,9'dur. Bu hata türleri içerisinde en fazla görülenler sırasıyla H₆, H₄, H₃ ve H₁₀'dur. H₇ ve H₈, tamsayılı kesirlere yönelik tespit edilen hata türleri olduğundan bu madde de görülmemiştir. Bu problem kurma maddesinde en az görülen hata türleri ise H₁ ve H₂'dir. Bir tamsayılı kesirden bir basit kesrin çıkarıldığı ve sonucun basit kesir olduğu $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = ?$ işlemine yönelik problem kategorisinde değerlendirilen 110 yanıtta toplam 247 hata tespit edilmiştir. Problem başına düşen hata ortalaması 2,3'tür. Bu hata türleri içerisinde en fazla görülenler sırasıyla H₄, H₂ ve H₁₀'dur. H₈, işlem sonucunun tamsayılı kesir olduğu durumlara yönelik tespit edilen hata türü olduğundan bu madde görülmemiştir. Bu problem kurma maddesinde en az görülen hata türleri ise sırasıyla H₁, H₁₁, H₇ ve H₅'tir.

Bir tamsayılı kesirden bir basit kesrin çıkarıldığı ve sonucun tamsayılı kesir olduğu $2\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = ?$ işlemine yönelik problem kategorisinde değerlendirilen 106 yanıtta toplam 265 hata tespit edilmiştir. Problem başına düşen hata ortalaması 2,5'tir. Bu hata türleri içerisinde en fazla görülenler sırasıyla H₄ ve H₂'dir. Buna karşın en az görülen hata türleri ise sırasıyla H₁, H₇ ve H₁₂ iken, H₁₁ hatası verilen yanıtlarda görülmemiştir. Bir tamsayılı kesirden bir tamsayılı kesrin çıkarıldığı ve sonucun tamsayılı kesir olduğu $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{8} = ?$ işlemine yönelik problem kategorisinde değerlendirilen 101 yanıtta toplam 252 hata tespit edilmiştir. Problem başına düşen hata ortalaması 2,5'tir. Bu hata türleri içerisinde en fazla görülenler sırasıyla H₂, H₃ ve H₄'tür. Bu problem kurma maddesinde en az görülen hata türleri ise sırasıyla H₁₁, H₁₂ ve H₇ iken H₁ hatası verilen yanıtlarda görülmemiştir.

Tablo 3'te maddeler bazındaki hata ortalamaları karşılaştırıldığında, öğrencilerin en az hatayı PKT'nin birinci maddesinde, en fazla hatayı ise PKT'nin üç ve dördüncü maddelerinde yaptıkları görülmektedir. PKT'nin bütün maddelerindeki hata türlerinin dağılımı dikkate alındığında, en fazla hata H₄, H₂, H₆, H₃ ve H₁₀ kategorilerinde, en az hata ise H₁, H₁₁ ve H₇ kategorilerinde yapılmıştır.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde, çıkan kesir sayısını bütünü kalani üzerinden ifade etme (H₁), parça-bütün ilişkisini kuramama (H₂), işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme (H₃), birim kargaşası (H₄), verilen işlemdeki kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H₅), işlemi soru köküne yansıtamama (H₆), tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe (H₇), işlem sonucunda oluşan tamsayılı kesrin kaçta kaç ifadesi ile açıklanması (H₈), bütüne değer atama (H₉), çıkan kesri, eksilen kesrin belli bir miktarı anlamıyla ele alma (H₁₀), mantık hatası (H₁₁) ve kesir sayılarını farklı bütünler üzerinden ifade etme (H₁₂) şeklinde 12 hata türü tespit edilmiştir. Işık ve Kar (2012d) tarafından kesirlerle toplama işlemine yönelik tespit edilen H₁, H₂, H₃, H₄, H₅, H₆ ve H₇, kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurulan problemlerde de görülmüştür. Dolayısıyla belirlenen yedi hata türünün kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde görülen ortak hatalar olduğu söylenebilir. Buna karşın H₈, H₉, H₁₀, H₁₁ ve H₁₂ şeklindeki hata türleri, sadece kesirlerle çıkarma işleminde tespit edilmiştir. Bu beş hata türünden H₁₀ ve H₁₁, McAllister ve Beaver'ın (2012) sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri içerisinde çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde tespit ettikleri hata türleriyle benzerlik göstermektedir.

Tespit edilen hata türlerinin odağında, kesir kavramına yönelik kavramsal düzeydeki eksiklikler ve sözel dil boyutunda yaşanan güçlüklerin yer aldığı söylenebilir. *Parça-bütün ilişkisini kurulamaması, kesir sayılarına doğal sayı anlamının yüklenmesi, kesir sayılarına uygun birimlerin atanamaması, tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yüklenememesi* ve

kesir sayılarının farklı bütünler üzerinden ifade edilmesi şeklindeki hataların, öğrencilerin kesir kavramına yönelik kavramsal düzeyde yaşadıkları güçlüklerle işaret ettiği söylenebilir. Kavramsal düzeyde görülen bu tür hatalar, Charalambous, Delaney, Mhuire, Hsu ve Mesa (2010) tarafından belirtilen kesir işlemlerine yönelik güçlüklerin, kesir öğrenimindeki güçlüklerden ayrı değerlendirilemeyeceği ve köklerinin kesir kavramlarına dayandığı sonucunu desteklemektedir. Buna karşın *çıkan kesir sayısının bütünü kalanı üzerinden veya eksilen kesir sayısının belli bir miktarı olarak ifade edilmesi, çıkarma işleminin soru köküne yansıtılmaması, bütüne değer atanması, mantık hatası ve tamsayılı kesirlerin kaçta kaç ifadesiyle karşılanmaya çalışılması* şeklindeki hata türlerinin ise, kavramsal boyutta yaşanan güçlükler yanında sözel dil becerisindeki eksikliklerden de kaynaklanabileceği düşünülebilir. Örneğin, problemlerde çıkan kesir sayılarının *geriye kalanın* şeklinde ifade edilmesi, hatanın sözel dil becerisindeki eksikliklerden de kaynaklanabileceğini akla getirmektedir. İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2009a) matematiğin sembol ve terimlerinin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve öğrencinin yaşantısında uygun ve doğru bir biçimde kullanılmasına, matematikle uğraşma sürecinde ve sonrasında sözlü anlatımlardan yararlanılmasına önem verilmektedir. Buna karşın öğrencilerin kurdukları problemlerde kesirleri ifade ederken uygun birimler yerine "kadar" şeklindeki ifadeleri kullanmaları, matematiğin sembol ve terimlerini uygun ve doğru biçimde kullanabilme becerilerinin eksikliğine işaret etmektedir.

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin verdikleri yanıtların yaklaşık olarak %10'unun boş bırakıldığı tespit edilmiştir. Boş kategorisindeki yanıtların oranlarının PKT'nin birinci maddesinden dördüncü maddesine doğru artış gösterdiği tespit edilmiştir. Eksilen ve çıkan kesir sayılarının basit kesir olduğu PKT'nin birinci maddesinde bu oran %2 civarında iken, bir tamsayılı kesirden bir tamsayılı kesrin çıkarıldığı PKT'nin dördüncü maddesinde ise bu oran %16 civarındadır. Bu sonuçlardan eksilen veya çıkan kesir sayılarının tamsayılı kesir olmasının, öğrencilerin problem kurma teşebbüslerini olumsuz yönde etkilediği söylenebilir. Bunun yanında verilen yanıtların %14,7'sinin günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendiremediği veya soru kökü içerecek şekilde tamamlanamadığı tespit edilmiştir. Ayrıca eksilen ve çıkan kesir sayılarının basit kesir olduğu PKT'nin birinci maddesinden, bir tamsayılı kesirden bir tamsayılı kesrin çıkarıldığı PKT'nin dördüncü maddesine doğru *problem* kategorisinde verilen yanıtların oranlarının düşüş gösterdiği de görülmüştür. Bu bağlamda problem kurulması istenen işlemdeki tamsayılı kesir sayısının artışının, öğrencilerin *problem* kategorisinde yanıtlar verebilme başarılarını olumsuz yönde etkilediği söylenebilir.

PKT'deki her bir maddeye kurulan problemlerdeki hata ortalamalarının birden büyük olması, öğrencilerin problem kurma becerilerinin düşük olduğuna işaret etmektedir. Her bir problem kurma maddesindeki hata ortalamaları dikkate alındığında, en az hata ortalaması 1,9 ile eksilen ve çıkan kesir sayılarının basit kesir olduğu PKT'nin birinci maddesinde görülmüştür. Buna karşın eksilen veya çıkan kesir sayılarından en az birinin tamsayılı kesir olduğu PKT'nin iki, üç ve dördüncü maddelerinde hata ortalamaları 2,3'ten fazladır. Özellikle sonucun tam sayılı kesir olduğu üç ve dördüncü maddelerde bu oranlar 2,5'tir. Başka bir ifadeyle kurulan her bir problemde ortalama olarak ikiden fazla hata yapılmıştır. Herman ve arkadaşları (2004) ilköğretim öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemini sembolik temsiller üzerinden açıklayabildiklerini, buna karşın çok az bir kısmının işlemlere yönelik tasvir veya hikayeler oluşturabildiğini belirtmişlerdir. Bu araştırmanın sonuçları ise, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik günlük yaşam durumlarıyla ilişkili problemler kurabilme başarılarının da düşük olduğunu ortaya koymuştur.

Öğrencilerin kurdukları problemlerde en fazla görülen hata türleri sırasıyla H₄, H₂, H₆, H₃ ve H₁₀'dur. Bu hata türleri içerisinde sadece H₁₀ hata türü kesirlerle çıkarma işlemine özgüdür. Benzer şekilde araştırmacılar (Işık & Kar, 2012d; McAllister & Beaver, 2012), *birim kargaşası, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlemi soru köküne yansıtamama ve işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme* hata türlerinin kesir işlemlerine yönelik kurulan problemlerde oransal

olarak daha fazla görüldüğünü belirtmişlerdir. Bu sonuçlar, öğrencilerin bu hata türlerinde daha fazla güçlük yaşadıklarını göstermesi yanında, kavramsal olarak görülen eksikliklerin işlemlerin yapısından bağımsız olduğunu ve köklerinin kesir kavramına yönelik eksikliklere dayandığını ortaya koymaktadır.

Kerslake (1986), öğrencilerin kesirlere yönelik yaşadıkları güçlüklerin temelinde kesirlerin bir sayı olarak algılanamaması, bunun yerine daha çok bir şeklin/bütünün belli bir kısmı veya bir miktarı şeklinde görülmesinin yer aldığını belirtmiştir. Eksilen, çıkan veya sonucun tamsayı kesir olduğu işlemlere yönelik kurulan problemlerde, tamsayı kesirlerin bütünün bir parçası şeklinde ifade edilmesi (Örn., bir pastanın $2\frac{3}{4}$ 'ü), parça-bütün ilişkisini kuramama hatasına neden olmaktadır. Literatürde de kesirlerin sıklıkla basit kesirler üzerinden parça-bütün ilişkisine dayalı olarak öğretilmesinin, tamsayı kesirlerin kavranılmasını güçleştirdiği belirtilmektedir (Misquitta, 2011; Ni & Zhou, 2005). Araştırmacılar, ders ortamlarında kesirlerin farklı anlamlarını içeren etkinliklere yer verilmesinin, öğrencilerin kesirlere yönelik kavramsal anlamalarını geliştirmede katkı sağlayacağını belirtmektedirler (Olkun & Toluk, 2003; Van de Walle, 2004). Bu yönüyle kesirlerin diğer anlamlarının göz ardı edilerek sadece bütünün belli bir kısmı veya miktarı anlamı ile düşünülmesi, kavramsal anlamalarının gelişimi önünde engel teşkil edebilecektir.

Literatürde öğrencilerin toplanan kesirlerin pay ve paydalarını ayrı doğal sayıarmış gibi düşünerek topladıklarına yer verilmektedir (Hasemann, 1981; Siegler, 2003; Soylu & Soylu, 2005). Araştırmacılar bu durumun nedeni olarak, doğal sayılardaki alışkanlıkların kesir sayılarına aktarılma çabasını göstermişlerdir (Amato, 2005; Hasemann, 1981). Bu araştırmada ise kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme hataları olan H_3 ve H_5 'in oranları birlikte düşünüldüğünde, toplam hataların %19,4'ünü (toplam 190 hata) oluşturduğu ve öğrencilerde en fazla görülen hata türü olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar, kesirlerle çıkarma işlemlerine yönelik problem kurma sürecinde de öğrencilerin doğal sayı alışkanlıklarını kesir işlemlerine aktarma çabası içerisinde olduklarını ortaya koymaktadır.

Problem kurma, öğrencilerin verilen bir duruma yönelik beceri, tutum ve kavramsal öğrenmeleri hakkında öğretmenlere fikir vermektedir (Kar & Işık, 2013; Lavy & Shriki, 2007; McAllister & Beaver, 2012). Bu bağlamda problem kurmanın değerlendirme aracı olduğu (Barlow & Cates, 2006; English, 1998) dikkate alındığında, bu araştırmanın sonuçları öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurma sürecinde de birçok eksikliklerinin olduğunu ortaya koymuştur. Araştırma sonuçları, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik hazırlanan dört problem kurma maddesine verdikleri yanıtlardan elde edilmiştir. Bunun yanında daha geniş örneklem ve farklı özellikleri içeren kesirlerle çıkarma işlemleri üzerinden yapılabilecek analizlerin, olası diğer hataların ortaya konulmasına imkan sağlayabilecektir. Belirlenen hatalı problemler, ders ortamlarında tartışmaya açılarak öğrencilerdeki olası güçlükler veya kavram yanlışları tespit edilerek giderilebilir. Şüphesiz bu tür tartışma ortamlarına öğretmenlerin rehberlik edeceği dikkate alındığında, öğretmenlerin belirlenen güçlüklerle yönelik farkındalıklarının araştırılması da önemli diğer bir boyuttur. Araştırmada tespit edilen hata türleri kavramsal anlama ve sözel dil becerisindeki eksikliklere işaret etmektedir. Buna karşın bu araştırmanın sonuçlarıyla, ne tür hataların kavramsal anlamadaki eksikliğe ne tür hataların ise sözel dil becerisindeki eksikliğe işaret ettiğinin belirtilmesi mümkün değildir. Bu yönüyle yapılabilecek diğer çalışmalarda görüşmeler yoluyla bu tür durumlar aydınlatılabilir. Bu tür çalışmalardan elde edilecek sonuçların hataları gidermeye yönelik öğretim süreçlerinin tasarlanmasına da katkı sağlayabilecektir.

KAYNAKÇA

- Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi (Yayınlanmamış Doktora Tezi)*. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Amato, A. S. (2005). Developing students' understanding of the concept of fractions as numbers. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Australia*.
- Barlow, A. T. & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics, 106*(2), 64–73.
- Cankoy, O. & Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38*, 11-24.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*, 117–151.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52*, 243–270.
- Dickerson, V. M. (1999). *The impact of problem-posing instruction on the mathematical problem-solving achievement of seventh graders (Unpublished doctoral dissertation)*. University of Emory, Atlanta.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106.
- Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics, 94*(2), 78- 85.
- Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics 12*, 71-87.
- Herman, J., Ilucova, L., Kremsova, V., Pribyl, J., Ruppeldtova, J., Simpson, A., Stehlikova, N., Sulista, M. & Ulrychova, M. (2004). "Images of fractions as process and images of fractions in processes". *Proceedings of the 28th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education, Bergen*.
- Işık, C. (2011). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölmeye Yönelik Kurdukları Problemlerin Kavramsal Analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*, 231-243.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012a). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri(KUYEB), 12*(3), 2289-2309.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012b). Sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma becerileri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*, 190-214.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012c). Matematik dersinde problem kurmaya yönelik öğretmen görüşleri üzerine nitel bir çalışma. *Milli Eğitim Dergisi, 194*, 199-215.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012d). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035. [Online] <http://ilkogretim-online.org.tr/>, retrieved on 30/05/2012.
- Işık, C., Öcal, T. & Kar, T. (2013). "Analysis of pre-service elementary teachers' pedagogical content knowledge in the context of problem posing". *Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey*.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions (unpublished doctoral dissertation)*. Middle East Technical University, Turkey.

- Kar, T. ve Işık, C. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerde toplama işleminde problem kurmayı kullanmaya ilişkin görüşleri. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 2(1), 27-46.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project*. Windsor, England: NFER-Nelson.
- Kılıç, Ç. (2012). İlköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programında yer alan problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 54-65.
- Kılıç, Ç. (2013). Pre-service primary teachers' free problem-posing performances in the context of fractions: An example from Turkey. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 1-10.
- Kinach, B. M. (2002). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18, 51-71.
- Knott, L. (2010). Problem posing from the foundations of mathematics. *TMME*, 7, 413-432.
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lavy, I. & Shriki, A. (2007). "Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers". *Paper presented at the meeting of 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Seoul*.
- Leung, S. S. (1993). *The relation of mathematical knowledge and creative things to the mathematical problems posing of prospective elementary school teachers on tasks differing in numerical information content (Unpublished doctoral dissertation)*. University of Pittsburg.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 1-14. doi: 10.1007/s10649-012-9436-4
- McAllister, C. J. & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics* 112(2), 88;98.
- Mcmillan, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2009a). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2009b). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 109-119.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ni, Y. J. (1999). The understanding of the meaning and nature of fraction of Grade fifth and sixth. *Psychological Development and Education*, 11, 26-30.
- Ni, Y. & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara, Anı yayıncılık.
- Siegler, R. S. (2003). Implications of cognitive science research for mathematics education. In Kilpatrick, J., Martin, W. B., & Schifter, D. E. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 219-233). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Silver, E. A. & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- Silver, E.A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(2), 101-117.
- Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. In A. McIntosh, & N. Ellerton (Eds.), *Research in mathematics education: A contemporary perspective* (pp.164-185). Perth: MASTEC Publication.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing pre-service teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing, *Teaching and Teacher Education*, 25, 166-175.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (5th ed.). Boston, MA: Pearson.