Kalaycı, Ö. & Akkaya, R. (2019). Ortaokul öğrencilerinin doğru ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi: Bir öğretim deneyi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(4), 1775-1790.

Makalenin Türü / Article Type : Araştırma Makalesi / Researh Article
Geliş Tarihi / Date Received : 29.07.2019
Kabul Tarihi / Date Accepted : 15.10.2019
Yayın Tarihi / Date Published : 31.12.2019

https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2019..-598172

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİN DOĞRU ORANTI VE TERS ORANTI BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜRECİNİN RBC+C MODELİNE GÖRE İNCELENMESİ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ*

Özlem KALAYCI[1], Recai AKKAYA[2]

ÖZ

Son zamanlarda yapılan araştırmalarda öğrenmenin ne düzeyde gerçekleştiğinden çok, nasıl gerçekleştiği üzerinde durulmakta ve *öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama, soyutlama süreci* gibi kavramlar önemli bir araştırma konusu olarak ortaya çıkmaktadır (Sezgin Sezgin-Memnun & Altun, 2012). Özellikle de Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya sürülen RBC+C soyutlama modeli, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin dikey olarak düzenlemesiyle yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2013) oran-orantı, doğrusal ilişki, doğru ve ters orantı gibi kavramların sarmal yapıda her sınıf düzeyinde yer aldığı görülmüştür. Ayrıca orantısal akıl yürütme becerisinin ön koşulu olan oran-orantı, matematiğin diğer disiplinlerle ilişkilendirilmesine yardımcı olmaktadır (Flores, 1995). Dolayısıyla bu çalışmada, altıncı sınıf öğrencilerinin doğru ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçleri RBC+C soyutlama modeline göre incelenmiştir. Çalışmada ortaya konan bilgi oluşturma süreci, nitel araştırmada yer alan yorumlayıcı yaklaşıma dayalı *öğretim deneyi* yöntemi ile incelenmiştir. Araştırma bir devlet okulunda öğrenim gören biri kız diğeri erkek, iki altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılarla yaklaşık 50-55 dakika süren yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler, RBC+C modelinin *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri çerçevesinde özetlenip yorumlanarak betimsel olarak analiz edilmiştir. Bulgular öğrencilerin *orantı sabiti* bilgisini *oluşturup kullandıklarını,* ilgili problem çözümlerinde bu bilgiye yer vermeleriyle oluşturulan bilginin *pekiştirildiğini* ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: RBC+C modeli, soyutlama, ortaokul öğrencileri, oran ve orantı.

AN INVESTIGATION OF THE PROCESS THAT 6TH GRADE MIDDLE SCHOOL STUDENTS CONSTRUCT KNOWLEDGE OF DIRECT PROPORTION AND INVERSE PROPORTION ACCORDING TO RBC+C MODEL: AN EXPERİMENT OF TEACHİNG*

ABSTRACT

In the recent researches, rather than examining the level of learning, how it occurs is emphasized and concepts such as learning, teaching, knowledge formation, abstraction and abstraction process emerge as an important research subject (Sezgin Sezgin-Memnun & Altun, 2012). Particularly, the RBC + C model introduced by Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus in 2001 is defined as the activity of creating a new mathematical structure by vertically rearranging the previously formed mathematical knowledge. In the Elementary Mathematics Curriculum (2013), it was seen that the concepts such as ratio-ratio, linear relationship, direct proportion and inverse proportion took place in the spiral structure at every grade level. In addition, the ratio-proportion, which is a prerequisite for proportional reasoning, helps to relate mathematics to other disciplines (Flores, 1995). Therefore, in this study, the processes of forming the correct proportion and inverse proportion knowledge of 6th grade students were examined according to the RBC + C abstraction model. In this study, the process of knowledge formation was examined with the instructional experiment method based on the interpretive approach within the qualitative research techniques. The study was conducted with two 6th grade students, one female and one male, studying at a public school. Semi-structured interviews were conducted with the participants lasting approximately 50-55 minutes. The data obtained were summarized and interpreted within the framework of cognitive actions of RBC + C model. The indings revealed that the students create and use the proportionality constant information and include this information in the related problem solutions.

Keywords: RBC + C model, abstraction, middle school students, ratio and proportion.

---

* *Bu çalışma, 2018 yılında Ordu ilinde düzenlenen ICMME sempozyumunda sunulan sözlü bildirinin genişletilmiş halidir.*

[1] *Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, ozlem.ogretmen22@gmail.com* https://orcid.org/0000-0001-6563-9145

[2] *Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, recaiakkaya@gmail.com* https://orcid.org/000-0001-5369-7612

*

1.GİRİŞ

Ülkemizde yenilenen İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2013) matematik eğitiminin genel amaçları arasında; matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, matematiksel problemleri çözme sürecinde kendi matematiksel düşünme ve akıl yürütme sürecini ifade edebilecek, üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyler yetiştirmek amaçlanmaktadır. Bu amaçlar doğrultusunda, son zamanlarda yapılan araştırmalarda öğrenmenin ne düzeyde gerçekleştiğinin incelenmesinden ziyade, nasıl gerçekleştiği üzerinde durulmakta ve bireylerin bilgiyi nasıl yapılandırdığını ortaya koymak amacıyla *öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama süreci ve soyutlama* gibi kavramlar önemli bir araştırma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır (Sezgin Sezgin-Memnun & Altun, 2012).

Geçmişten günümüze birçok araştırmacı soyutlamayı değişik teorik temellere dayandırmıştır. Bu teoriler genel olarak (Van Oers, 2001); soyutlamaların nesnelerin kategorize edilmesinden oluştuğunu, bağlamdan bağımsız temsiller olduğu ve soyut düşünmenin, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliği olduğu varsayımlarından oluşmaktadır. Bu varsayımlarda öne çıkan noktalardan biri; soyutlamanın üst düzey bir düşünme yapısının olduğu ve öğrenmenin gerçekleştiği zamandan, mekândan ve ortamdan bağımsız olduğudur (Yeşildere & Türnüklü, 2008). Sierpinska (1994, s.61) ise, soyutlamayı kısaca "bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi" olarak tanımlar. Bu bakış açısına göre kavramlar; soyutlamayla elde edilirler, ama nesnel gerçeklerle denenir ve doğrulanır (Felsefe Terimleri Sözlüğü, 2008).

Bilim insanları soyutlamayı değişik bakış açıları altında incelemişlerdir. Bunlardan ilki bilişsel bakış açısıdır. Bilişsel psikologlar için soyutlama, bir dizi matematiksel süreçten meydana gelmektedir, zihindeki nesnelerle bu süreç sonucunda oluşan nesneler arasında ilişki kurmayı ve kurulan bu ilişkiyi anlamlandırmayı içermektedir. Bu ilişkilerde benzerlikler ve farklılıklar üzerine odaklanılarak sınıflamalara gidilir ve nihayetinde kavram zihne yerleşmiş olur. Daha sonra karşılaşılacak benzer bir durumda öğrenilen bu kavram kullanılır hale gelir ve **böylece** soyutlanmış olur (Hershkowitz vd., 2001, Yeşildere & Türnüklü, 2008). Bu bakış açısında soyutlama, problemi çözenin ya da öğretim uygulaması yapılan kişinin kişisel geçmişine, hazırbulunuşluk düzeyine, öğrenim biyografilerine göre değişim göstermektedir. Bu nedenle öğrenenin öğrenme çevresi, bireyin soyutlama sürecinde önemli rol oynamaktadır.

Soyutlamayı farklı bir bakış açısıyla ele alan sosyo-kültürel yaklaşımdır. Bilişsel yaklaşımı sosyo-kültürel yaklaşımdan ayıran iki temel farklılık vardır; içeriğin nasıl kavranması gerektiğinin temellendirilmesi (çevre) ve soyutlama sürecinin diyalektik doğası (Hershkowitz vd., 2001). Bu bakış açısına göre soyutlamanın oluşumu için uygun çevresel koşulların sağlanması gerektiği temel varsayımıdır. Eğer çevre uygun şartlarda düzenlenirse öğrenci için anlamlı olacak ve edindiği yeni bilgilerin soyutlanması kolaylaşacaktır. Soyutlamanın, bilişsel ve sosyo-kültürel görüşleri arasındaki diğer farklılık ise *soyutlamanın diyalektik doğası*dır. Bu farklılığı açıklamak için; Davydov (1972 / 1990), somut ve soyut arasındaki diyalektik bağlantıyı açığa çıkaran epistemolojik bir teori geliştirmiştir (Hershkowitz vd, 2001). Davydov'a göre, kavrama iki seviyede işlevlik kazanır: Deneysel ve teorik düşünce seviyesi. Deneysel düşüncedeki birinin amacı gerçek özelliklerle (örneğin, maddeler arası fark ve benzerlikleri gözlem) çatışmaktadır (Hershkowitz vd., 2001). Burada amaç, deneysel olarak gözlem yaparak gerçeğin nasıl olabileceği konusunda varsayımda bulunmaktır. Davydov (1990), iki düşünce seviyesinin de birbirine üstün olmadığını ancak amacımız doğrultusunda tercih etmemiz gerektiğini söyler. Örneğin; eğer amacımız bireye günlük kavramları kazandırmak ise, deneysel düşünceyi, amacımız bilimsel kavramları kazandırmak ise teorik düşünce tercih edilmektedir. Hershkowitz vd. (2001) göre, bilimsel kavramlar soyutturlar ve soyut bilginin oluşması için diyalektik bir mantığa ihtiyaç vardır. Özellikle, okulda öğrenilen bilgiler genelde deneysel düşünme ile ulaşılamayan bilimsel kavramlardan oluşmaktadır. Bu nedenle, sınıflarda uygulanan yöntemler ile bu teoriyi geliştirip bilimsel kavramların kazanılması ve soyutlanması sürecinde kullanabilirler.

Soyutlamanın tanımı ne olursa olsun, zihinsel bir etkinlik olduğu ve doğrudan gözlenemeyeceği bilinmektedir (Schwarz, Dreyfus & Hershkowitz, 2008). Bu nedenle; soyutlamada bilişsel yaklaşımın belirleyicilerinden olan teorik düşünceye ihtiyaç duyar. Ancak soyutlama oluşumunun gözlemlenebilir olması için deneysel olarak uygulamalara ve modellere de ihtiyaç duyulmaktadır. İşte bu ihtiyacı giderebilmek için Hershkowitz ve diğerleri tarafından 2001 yılında bir model geliştirmişlerdir. Epistemik eylemler modeli olarak tanımlanan bu model ve dört epistemik eylem üzerine kurulan RBC+C (Recognizing-Building with-Constructing-Consolidation) soyutlama modelidir. Bu model en genel anlamda soyutlama sürecini, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır (Dreyfus & Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Özmantar & Monaghan, 2007; Yeşildere, 2006; Yeşildere & Türnüklü, 2008a, 2008b & 2008c). RBC+C Soyutlama Modelinde, süreci incelemede yer alan bilişsel eylemlerden *tanıma,* bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle bir yapıyı fark etmesi ya da bu yapıya anlam yüklemesi olarak ifade edilmektedir. *Tanıma*, daha önceden aşina olunan matematiksel bir yapının gerektiği zamanda kullanılmasını gerektirmektedir (Hershkowitz vd., 2001). *Kullanma,* amaca ulaşmak için önceden oluşturulmuş matematiksel yapıların işe koşulmasıdır. *Kullanma* eylemi, öğrencilerin bir durumu anlama, anlamlandırma, anlatma veya bir problemle karşı karşıya geldiklerinde gözlemlenmektedir (Dreyfus, 2007). *Oluşturma* eylemi ise, var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin kısmi değişikliğe uğratılarak yeniden yapılandırılarak yeni bir anlam oluşturma süreci olarak ifade edilmektedir (Ahsbahs, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas & Herskhowitz, 2004). *Pekiştirme* eylemi ise, daha önceden oluşturulan matematiksel bilgiyi öğrencinin tanıma sürecidir. Araştırmacılar pekiştirme eylemini, soyutlamayı içeren ve soyutlamanın yapıldığı alana ilişkin bireyin esnek olarak düşünebildiği uzun bir süreç olduğunu ifade etmektedirler.

RBC+C modeli ile ilgili literatür taraması yapıldığında ülkemizde sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Bu araştırmalardan, Yeşildere ve Türnüklü'nün (2008a) çalışmasında, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlama süreçleri ele alınmış ve farklı matematiksel gücün soyutlama sürecine etkisi incelenmiştir. Araştırma sonucunda, matematiksel güç bileşeninin bilgi yapısının oluşumundaki rolü belirlenmiş ve matematiksel güç oluşumunda bilgi yapılarının organizasyonu hakkındaki modeller oluşturulmuştur. Akkaya (2010) çalışmasında, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık yaklaşımlarına dayalı öğrenme ortamlarında incelemiş ve RBC modeli kapsamında öğrencilerin soyutlama süreçlerinin nasıl şekillendiğini araştırmıştır. Araştırma sonucunda, hazırlanan etkinlikler aracılığıyla matematiksel bilginin daha nitelikli bir şekilde oluşturulduğu belirtilmiştir. Bilgi oluşturma süreci ile ilgili yapılmış bir diğer çalışmada, Altun ve Kayapınar (2011) lise birinci sınıf öğrencilerinin işaret fonksiyonunu oluşturma süreçleri incelenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bir bilgiyi sonraki problemlerde kullandıkları ve parçalı fonksiyon ve işaret fonksiyonu bilgisini belirli bir düzeyde oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. Sezgin Sezgin-Memnun ve Altun (2012) çalışmasında, altıncı sınıf öğrencilerinin doğru denklemini soyutlama sürecini tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri üzerinden incelemiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin doğru denklemini oluşturmak için gerekli ön bilgileri tanıyıp kullandıkları ve doğru denklemini oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. Katrancı ve Altun (2013) çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelenmiştir. Araştırma TKO+P (Tanıma, Kullanma, Oluşturma+Pekiştirme) modeli esas alınarak gerçekleştirilmiş; araştırma sonucunda, öğrencilerin daha önce oluşturdukları bilgiyi kullandıkları, olasılıkla ilgili hedeflenen belirli bilgileri hedeflenen düzeyde oluşturdukları ve pekiştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Türnüklü ve Özcan'ın (2014) çalışmasında, farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde bir takım farklılıklar ortaya koyduğu, düşük geometrik düzeydeki öğrencinin daha yavaş ve tahmin içerikli bir yöntemle bilgi oluşturma sürecini gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Kaplan ve Açıl (2015) nitel çalışmasında, başarı durumları düşük, orta ve yüksek olan dördüncü sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusunda bilgi oluşturma sürecini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, öğencinin başarı düzeyi ne olursa olsun, önceki bilgileri içselleştirebildiği taktirde yeni bilgileri oluşturabileceği belirtilmiş ve matematiksel bilgi oluşturma sürecinin temel yapı taşının *tanıma* eylemi olduğu ortaya konulmuştur.

Yapılan bu ve benzeri çalışmalar (Açan, 2015; Akkaya, 2010; Altaylı-Özgül & Kaplan, 2016; Çelebioğlu, 2014; Çubukluöz, Adıgüzel, Gökkurt Özdemir & Akkaya, 2018; Güler & Aslan, 2018; Kaplan & Açıl, 2015; Kobak-Demir & Gür, 2016; Özmantar, 2004; Özmantar & Roper, 2004; Özmantar & Monaghan, 2007; Schwarz, Hershkowitz & Azmon, 2006; Sezgin Sezgin-Memnun & Altun, 2012; Ulaş & Yenilmez, 2017; Yeşildere & Türnüklü, 2008b, 2008c) incelendiğinde, birçok araştırmada RBC+C modeli kullanıldığı görülmüştür. Ancak ülkemizde orantı, doğru orantı ve ters orantı bilgisini RBC+C soyutlama sürecinde inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, altıncı sınıf öğrencilerinin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinin RBC+C soyutlama modelinin *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri çerçevesi bağlamında incelenmesidir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Ülkemizde ilgili literatür incelendiğinde orantı, doğru orantı ve ters orantı bilgisini RBC+C soyutlama sürecinde inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bununla birlikte oran-orantı, doğrusal ilişki, doğru orantı ve ters orantı gibi kavramların İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2013), sarmal yapıda her sınıf düzeyinde genişleyerek yer aldığı görülmektedir. Ayrıca orantısal akıl yürütme becerisinin ön koşulu olan oran-orantı, matematik konuları arasında (yüzdeler, benzerlik, doğrusal denklemler, eğim, olasılık vb.) bağ kurulmasını sağlamasının yanında; matematiğin fizik, kimya ve biyoloji gibi disiplinlerle ilişkilendirilmesine yardımcı olmaktadır (Flores, 1995). Bu bağlamda öğrencilerin oran-orantı, doğru orantı ve ters orantı bilgisini yapılandırma sürecinin incelenmesi önem arz etmektedir. Bu bağlamda 6. sınıf öğrencilerinin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinin RBC+C soyutlama modeline göre incelenmesinin yapılan bu araştırma ve sonuçlarının öğrencilerin oran-orantı, doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

2. YÖNTEM

Araştırmada, doğru orantı ve ters orantı bilgisinin uygun öğrenme ortamında öğrenimi süresince bilgi oluşumu süreci RBC+C soyutlama modelinin *tanıma, uygulama, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemlerine göre incelenmiştir.

2.1. Araştırma Modeli

Araştırmada öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı kavramlarına dair bilgi oluşturma süreçlerinin detaylı ve derinlemesine incelenmesi, bu süreçte bireylerin düşünsel yapısının sistematik bir şekilde açıklanmasına yer verilmiştir. Bu bağlamda çalışmada ortaya konan bilgi oluşturma süreci, nitel araştırma tekniklerinden yorumlayıcı yaklaşıma dayalı *öğretim deneyi* yöntemi ile incelenmiştir. *Öğretim deneyi* yöntemi Piaget'nin klinik mülakat tekniğinden yola çıkarak üretilmiş olup, matematiksel bilgilerin açığa çıkarılmasının yanında, bu bilgileri etkileyen yolların ve durumların deneyimlenmesini de kapsadığından klinik mülakattan daha kapsamlı olduğu düşünülmektedir (Steffe & Thompson, 2000). Steff ve Thompson'a (2000) göre, öğrencilerin zihninde var olan matematik ve matematiksel bilgiler ancak, matematiksel bir etkinlik karşısında ne söyledikleri ve nasıl davrandıkları ile belirlenebilmektedir. Öğretim deneyi yöntemi ile öğrencilerin nasıl düşündükleri, matematiksel bilgiyi ve stratejileri nasıl kullandıkları, sahip oldukları model ve düzenekleri ortaya çıkarmak mümkün olmaktadır.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırma, bir devlet okulunda öğrenim gören biri kız diğeri erkek olmak üzere iki altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar; doğru orantı ve ters orantı kavramlarını henüz öğrenmemiş bu konuda çalışma yapmamış, matematik başarısı yüksek (yılsonu matematik başarı puanları 90 üzeri) olduğu düşünülen ve gönüllülük esas alınarak istekli öğrenciler arasından seçilmiştir. Araştırmada katılımcılar için Pelin (P) ve Mert (M) isimleri kullanılmıştır. Uygulama süreci, öğrencilerin akran etkileşimi ile çok yönlü düşünmelerini sağlama ve düşüncelerini sesli olarak dile getirebilmelerini sağlamak amacıyla yaklaşık 55 dakikalık grup çalışması şeklinde yürütülmüştür. Bu sayede öğrencilerin RBC+C soyutlama süreci adımlarından geçerek bilginin oluşturulma sürecinin daha net ve anlaşılır şekilde görebilmek amaçlanmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması ve Verilerin Analizi

Araştırma 2015-2016 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde araştırma için gerekli izinler alındıktan sonra gerçekleştirilmiştir. Çalışma öncesinde öğrencilere çalışmanın yapılış amacından bahsedilmiş ve öğrenciler uygulama problemleri hakkında bilgilendirilmiştir. Araştırma, başarı düzeyleri birbirine yakın iki öğrenci ile grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak Matematik Dersi Öğretim Programı (2013) kazanımları incelenerek ve gerekli literatür taraması yapılarak bir uzman ve araştırmacı tarafından hazırlanan iki adet etkinlik kullanılmıştır. Etkinlik uygulamaları okul idaresi tarafından tahsis edilen kütüphanede yaklaşık 55 dakikalık video kaydı yapılarak yürütülmüştür. Bu süreçte öğrencilerin birbirleriyle olan etkileşimleri araştırmacı tarafından gözlemlenmiş ve alan notları oluşturulmuştur. Böylece çalışma sürecinin verimli şekilde kullanılması ve toplanan verilerin sağlıklı bir şekilde analiz edilmesi amaçlanmıştır.

Araştırmada, öğretim deneyi yöntemi ile öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecine ilişkin veriler, yarı yapılandırılmış görüşme ve katılımcı gözlem yöntemi ile toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede araştırmacı katılımcılarla belirli konuları keşfetmeye çalışmakta ve çalışılan problem ile ilgili belirli özel durumlar keşfettiğinde daha ayrıntılı sorular yönelterek, durumları daha derinlemesine irdelemektedir (Yıldırım & Şimşek, 2013, s.149). Bu veri toplama yönteminde, katılımcı sorulara özgürce cevap vermek için yönlendirilmekte ve bu sayede derinlemesine bir inceleme yapılmış olmaktadır (Sezgin-Memnun & Altun, 2012). Bu çalışmada, yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde araştırmacı, öğrencilerin önceden edindiği bilgi ve deneyimleri tanıma ve kullanmalarına ilişkin yönlendirmeler yaparak bilgi oluşum sürecini ayrıntılı olarak ele almıştır. Ayrıca çalışmada, soyutlama sürecinin ayrıntılı olarak ele almak ve katılımcıların soyutlama sürecinde gerçekleştirdikleri eylemlerin ayrıntılı bir resmini oluşturmak; matematiksel düşünme süreçlerini kapsamlı bir şekilde ortaya koymak amaçlandığından, katılımcı gözlem kullanılmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2013, s.199). Verilerin analizinde, öncelikle uygulama sürecinde kaydedilen konuşma ve görüntüler yazılı metne dönüştürülmüştür.

Katılımcıların uygulama sürecinde bilişsel eylemlerini ortaya koydukları çalışma kağıtları ile kaydedilen video kayıtlarının analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen veriler, RBC+C modelinin *(tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme)* bilişsel eylemleri doğrultusunda özetlenip yorumlanarak analiz edilmiştir.

Bu bölümde, matematik başarıları birbirine yakın iki altıncı sınıf öğrencisinin doğru orantı ve ters orantı bilgisinin oluşturabilmeleri için gerekli olan ön bilgileri *tanıma* ve *kullanma*ları; iki nicelik arasındaki doğru ve ters orantı ilişkisini *oluşturup oluşturamadıkları* incelenmiş ve oluşturdukları bilgileri *pekiştirme* durumları araştırılmıştır.

Bu amaçla, matematik başarı düzeyleri birbirine yakın Pelin ve Mert ile görüşmeler yapılmış, toplam altı uygulama problemi üzerinde yaklaşık 55 dakika çalışılmıştır. Doğru orantı ve ters orantı oluşturma süreci *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri dikkate alınarak her bir araştırma problemi için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Bu öğrenci grubunun bilgi oluşturma süreci, öğrenciler için isimlerinin baş harfleri kod olarak (P: Pelin, M: Mert), araştırmacı için A kodu kullanılarak, aşağıda dört bilişsel eylem dikkate alınarak sunulmuştur.

3.BULGULAR

Bu bölümde, matematik başarıları birbirine yakın iki altıncı sınıf öğrencisinin doğru orantı ve ters orantı bilgisinin oluşturabilmeleri için gerekli olan ön bilgileri *tanıma* ve *kullanma*ları; iki nicelik arasındaki doğru ve ters orantı ilişkisini *oluşturup oluşturamadıkları* incelenmiş ve oluşturdukları bilgileri *pekiştirme* durumları araştırılmıştır.

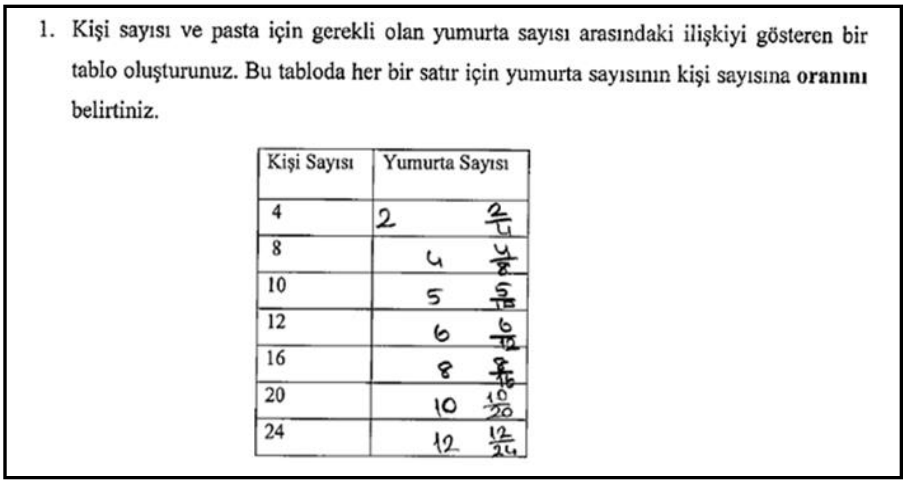
Bu amaçla, matematik başarı düzeyleri birbirine yakın Pelin ve Mert ile görüşmeler yapılmış, toplam altı uygulama problemi üzerinde yaklaşık 55 dakika çalışılmıştır. Doğru orantı ve ters orantı oluşturma süreci *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri dikkate alınarak her bir araştırma problemi için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Bu öğrenci grubunun bilgi oluşturma süreci, öğrenciler için isimlerinin baş harfleri kod olarak (P: Pelin, M: Mert), araştırmacı için A kodu kullanılarak, aşağıda dört bilişsel eylem dikkate alınarak sunulmuştur

3.1. Pasta Problemi Yardımıyla Doğru Orantı Bilgisinin Soyutlanma Süreci

Araştırma problemi "Ayşe eve gelen misafirleri için pasta hazırlayacaktır. Elindeki pasta tarifinde 4 kişilik bir pasta için 2 adet yumurta kullanılması gerektiği belirtilmektedir. Ayşe 24 kişilik bir pasta yapacağına göre kullanması gereken yumurta sayısını aşağıda verilen tablo ve grafik yardımıyla bulabilir misiniz?" şeklinde olup, etkinliğin ilk kısmında katılımcılardan, kişi sayısı ve pasta için gerekli olan yumurta sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren bir tabloyu doldurmaları ve bu tabloda her bir satır için yumurta sayısının kişi sayısına oranını belirtmeleri istenmiştir. Aşağıda bu süreçte geçen diyaloglara yer verilmiştir:

A: *Mert sen ne düşünüyorsun problem hakkında? (Mert sessiz kalır ve Pelin konuşmaya başlar).*
P: *Dördü ikiye bölünce, iki yumurta çıkıyor. Hepsinin yarısı çıkıyor, kişi sayısının yarısı çıkıyor (Ardından tabloyu doldurmaya başlar).*
A : *Peki, kişi sayısının, yumurta sayısına oranını yazabilir miyiz?*
P : *Kişi sayısının yarısı galiba yumurta sayısı.*

Pelin, tabloyu inceleyerek bu oranları önce 4/2, 8/4, … şeklinde yazar ve araştırmacının *"kişi sayısının, yumurta sayısına oranı"* şeklindeki vurgusu ve Mert'in uyarısı üzerine dikkatini toparlar ve oranları tekrar yazmaya başlar. Bu diyalogda görüldüğü gibi öğrencilerin ön öğrenmelerine dayanan *"oran"* kavramını *tanıdıkları* ve kişi sayısının, yumurta sayısına oranını yazarken, oranı *kullanabildikleri* görülmektedir. Aşağıda Şekil 1'de verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.



1. Kişi sayısı ve pasta için gerekli olan yumurta sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo oluşturunuz. Bu tabloda her bir satır için yumurta sayısının kişi sayısına **oranını** belirtiniz.

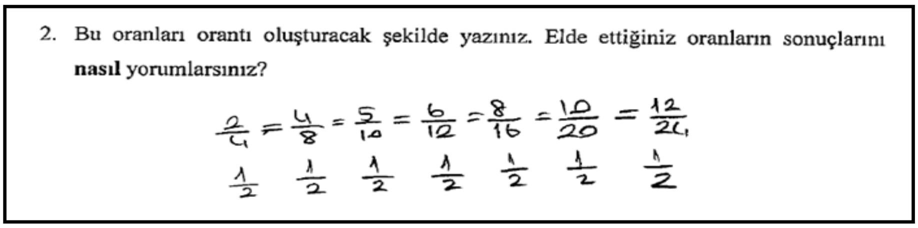
Kişi Sayısı	Yumurta Sayısı	
4	2	2/4
8	4	4/8
10	5	5/10
12	6	6/12
16	8	8/16
20	10	10/20
24	12	12/24

Şekil 1. Pasta problemine ilişkin oluşturulan tablo

Etkinliğin devamında *"Bu oranları orantı oluşturacak şekilde yazınız. Elde ettiğiniz oranların sonuçlarını nasıl yorumlarsınız?"* şeklindeki soruya ilişkin öğrenciler "orantı" kavramını tam olarak anlamlandıramamış ve katılımcılardan Mert bu durumu *"Öğretmenim biz orantı görmedik ki, oran gördük."* şeklinde ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı *"Acaba bu oranlar birbirine eşit mi? Bu oranları birbirine eşit şekilde yazabilir miyiz?"* şeklinde bir soru yönelterek öğrencilerin "orantı" kavramını *oluşturmalarını* sağlamaya çalışmıştır.

P: *Evet, yazabiliriz. Mesela hepsi birbirine eşit çıkıyor. (Direkt zihinden işlem yapar.)*
A : *Burada ne fark ettin Mert?*
P : *Burada bir örüntü var sanki.*
M : *Hep 4 artıyor. (Kesrin paydasını gösterir.) Ama arada 2 artmış.*
A : *Peki her bir oranı sadeleştirebilir miyiz?*
P : *Hepsini ikiye bölebiliriz.*
A : *Peki en sade halde yazabilir miyiz? (Pelin sadeleştirme işlemini yapmaya başlar.)*
P : *Bunların hepsi eşit, sadeleştirdiğimizde hepsi aynı çıkıyor.*

Bu diyalogda öğrencilerin iki oranın eşitliğinden yola çıkarak doğru orantılı niceliklerdeki miktarların bölümlerinin sabit bir sayı olduğunu fark ettikleri ve *orantı* kavramını ve *orantı sabitini oluşturduklarını* açıkça göstermektedir. Aşağıda Şekil 2'de verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.


2. **Bu oranları orantı oluşturacak şekilde yazınız. Elde ettiğiniz oranların sonuçlarını nasıl** yorumlarsınız?

$\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} = \frac{10}{20} = \frac{12}{24}$

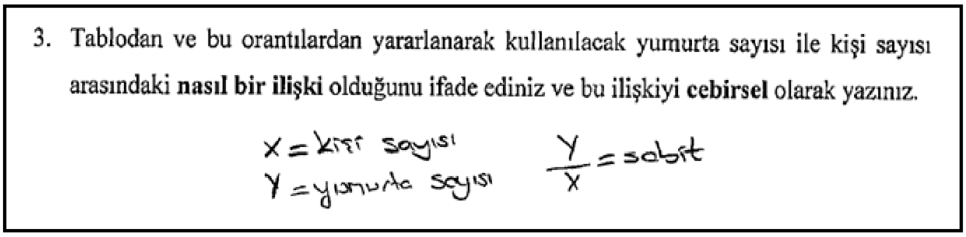
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

Şekil 2. Öğrencilerin orantı sabitini oluşturma süreci

Oranın cebirsel olarak ifade edilmesi amacıyla "Tablodan ve bu orantılardan yararlanarak kullanılacak yumurta sayısı ile kişi sayısı arasındaki nasıl bir ilişki olduğunu ifade ediniz ve bu ilişkiyi cebirsel olarak yazınız." yönergesi verilmiştir. Aşağıda bu süreçte katılımcılar arasında geçen diyaloğa yer verilmiştir:

A: *Peki yazdığınız bu oranları biz cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz? Burada değişken nicelikler hangileri?*
M: *Kişi sayısı ve yumurta sayısı.*
A: *Bu değişken nicelikleri cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz?*
P: *İkişer ikişer artıyor. 2n diyebiliriz belki. Yok hayır dörder dörder artıyor.*
A: *Burada 2,4,6,8,10,… ve 4,8,10,12,16,20,24 şeklinde değişen şeyler nelerdir?*
P: *Kişi sayısına göre yumurta sayısı değişmiş.*
A: *Bunu cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz?*
P: *Kişi sayısına x diyelim.*
A: *Diğer değişken ne peki burada?*
P: *Yumurta sayısına y diyelim.*
A: *Biz neyi neye oranlamıştık? Bu oranı cebirsel olarak yazabilir miyiz?*
M: *Yumurtayı kişi sayısına oranlamıştık. y bölü x kaç yapmış?*
A: *Peki biz bu oranın sonucunu ne bulduk? Bu oran değişti mi?*
P: *Hep ½ bulduk. Hayır değişmedi.*
A: *Oran değişmiyorsa eğer, cebirsel ifadede biz bunu nasıl ifade ediyorduk?*
M: *Sabit terim diyorduk.*
A: *Peki biz burada sabit terim olarak ne bulduk?*
P : *½ bulduk.*
A: *Peki bu sabit terim başka sorularda değişebilir mi?*
P: *Evet değişebilir.*
A: *Bu sabiti nasıl ifade edebiliriz peki?*
P: *Biz orantısal olarak yazdığımızda hepsinin sonucu yine aynı çıktı.*
M: *y/x = ½ diyebiliriz.*
A: *Peki bütün sorularda ½ mi çıkar?*
M: *Hayır. (O sırada Pelin direkt yanıtlar.)*
P: *Hayır sabit terim.*
A: *O halde y/x ifadesini neye eşit olarak yazalım?*
P: *Sabit terim.*

Diyalog incelendiğinde, katılımcılar her bir oranı sadeleştirerek ½ gibi sabit değer bulmuşlardır. Ardından bir önceki adımda oluşturdukları *orantı sabitini kullanarak* oranı *cebirsel* olarak ifade ederek, orantı sabitini *oluşturdukları* görülmüştür. Aşağıda Şekil 3'te verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.

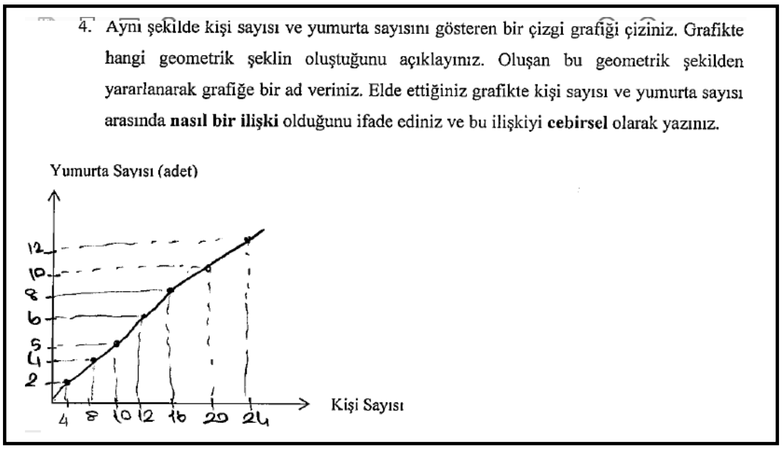


Şekil 3. Pasta problemine ilişkin oluşturulan cebirsel ifade

Etkinliğin son aşamasında ise, öğrencilerin doğru orantılı iki çokluktan biri artarken diğerinin de artacağı, çokluklardan birinin azalırken diğerinin de azalacağını fark ettirme amaçlı, kişi sayısı ve yumurta sayısını gösteren bir çizgi grafiği oluşturmaları istenmiştir. Bu süreçte geçen konuşmalara aşağıdaki diyalogta yer verilmiştir:

A: *Kişi sayısı ve yumurta sayısını gösteren bir çizgi grafiği oluşturabilir miyiz? (Pembe grafik çizimini Mert'in yapmasını ister. Mert ve Pembe birlikte grafiği oluştururlar).*
A: *Şimdi bu çizgi grafiğinde nasıl bir geometrik şekil oluştu?*
P: *Hepsini birleştirince kare oldu. Biz kareyi ortadan böldük (Pembe, çizgi grafiğindeki noktaları bütünsel olarak algılayıp kareye benzetmektedir).*
M: *Biraz eğrilmiş, düz olmuş sonra.*
A: *Peki, şu an çizdiğimiz noktalı kağıt olsaydı, nasıl bir çizgi ortaya çıkardı?*
P: ***Düzdüz.***
A: *Peki bu grafikte kişi sayısı ile yumurta sayısı arasında nasıl bir ilişki var?*
P: *Hep düz bir şekilde artıyor. Mesela hepsinde, 4'e 8, 2'ye 4,…Hepsi böyle artarak devam ediyor.*
M: *Kişi sayısı arttıkça, yumurta sayısı da artmış.*
A: *Peki sizce burada kişi sayısı azalsaydı, yumurta sayısında nasıl bir değişim olurdu?*
P ve M: *Azalırdı.*

Yukarıdaki diyalogda öğrencilerin doğru *oranti kavramını oluşturdukları* görülmektedir. Verilen iki nicelikten biri artarken diğeri de artıyorsa ve biri azalırken diğeri de azalıyorsa; bu iki nicelik arasında *düz bir ilişki* olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durum öğrencilerin *doğru orantı kavramını oluşturduklarını* göstermektedir. Aşağıda Şekil 4'te öğrencilerin oluşturduğu çizgi grafiği bu durumu destekler niteliktedir.



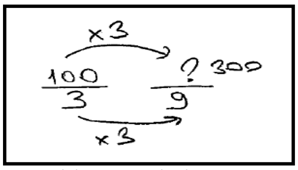
Şekil 4. Doğru orantı problemine ilişkin oluşturulan çizgi grafiği

Öğrencilerin doğru orantı kavramını pekiştirmeleri amacı ile öğrencilerden"Okuldaki tiyatro etkinlikleri kapsamında tiyatro gösterisi sergilenecektir. Bu gösteri için 3 günde 100 tiyatro bileti satıldığına göre, 9 günde kaç bilet satılır?" problemini, pasta problemi etkinliğinde olduğu gibi öğrencilerin adım adım ilerleyerek verilen yönergeler dahilinde çözmeleri istenmiştir. Pekiştirme sürecinde geçen konuşmalara aşağıdaki diyalogda yer verilmiştir:

A: *Az önce oluşturduğumuz genel kuraldan yola çıkarak, bu problemi çözebilir miyiz?*
P: *Evet çözebiliriz. Ben okuduğumda şunu fark ettim. Burada 9, 3'ün katı; eğer 100'ü de… eeee (bir süre düşünür, sessiz kalır.)*

A: *Peki burada gün sayısı ile bilet sayısı arasında nasıl bir ilişki var?*
P: *3 günde 100 bilet satılmış, 6 günde 200 bilet satılır. Günler 3,6,9,… diye gittiyse eğer, 9 günde satılacak tüm biletleri bulacaksak eğer, 300 olur (Bu sırada Mert bir yandan bilet sayısının gün sayısına oranını yazar).*

Öğrencilerin pasta probleminde oluşturdukları *doğru orantı kavramını* ve *niceliklerin oransal ilişkisini,* bilet probleminde *kullandıkları* ve orantılı nicelikler arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak çözüme ulaştıkları görülmektedir. Aşağıda Şekil 5'te verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.



Şekil 5. Bilet problemine ilişkin M'nin oluşturduğu orantı ifadesi

3.2. Boyama Problemi Yardımıyla Ters Orantı Bilgisinin Soyutlanma Süreci

Araştırma problemi "Okul etkinlikleri kapsamında 6/B sınıfının duvarları boyanacaktır. Aynı çalışma hızına sahip 2 kişi beraber çalışarak 6/B sınıfını 150 dakikada boyamıştır. Bu iş için aynı çalışma hızına sahip 6 kişi birlikte çalıştığında, boyama işi kaç dakika sürer?" şeklinde olup, problemin ilk kısmında öğrencilerden kişi sayısı ve duvarın boyanma süresi arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu doldurmaları istenmiştir.

Buna ek olarak tablodan yararlanarak, kişi sayısı ve duvarın boyanma süresi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade etmeleri istenmiştir. Aşağıdaki diyalogda bu süreçte geçen konuşmalara yer verilmiştir:

A : *Bize tablo vermiş. Bu tabloyu önceki etkinlikteki gibi doldurmaya çalışalım. 2 kişi 150 dakikada boyamış, 4 kişi 75 dakikada boyamış.*
M : *Burada da kişi sayısı arttıkça, dakika azalıyor.*
A : *Sizce neden böyle olmuş?*
P : *Çünkü çalışma hızları eşitmiş, kişi sayısı arttıkça hepsi bir elden çalışacak ve boyama süresi daha azalacak.*
A : *Aradaki ilişki için ne söylemiştin Mehmet?*
M : *Kişi sayısı arttıkça, dakika azalıyor.*

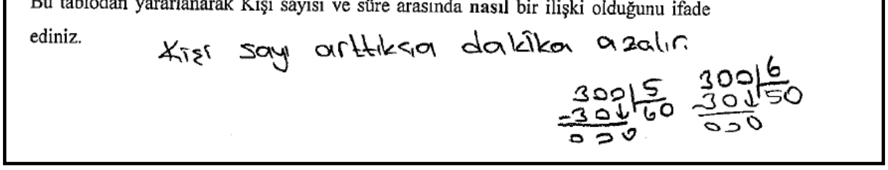
Yukarıdaki diyalog incelendiğinde, öğrencilerin hız ile işi bitirme süreleri arasındaki ilişkiyi anlamlandırdıkları; kişi sayısı arttıkça dakikanın azalacaağını ifade ettikleri görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin ters orantı bilgisini kullandıkları ve yapılan bu etkinlikle pekiştirdikleri görülmüştür. Aşağıda Şekil 6'da probleme ilişkin oluşturulan tabloya yer verilmiştir.

1. Kişi sayısı ve süre arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo oluşturunuz.

Kişi sayısı	1	2	3	4	5	6
Süre (dk)	300	150	100	75	60	50

Şekil 6. Boyama problemine ilişkin oluşturulan tablo

Burada öğrencilerin tablodan yararlanarak, kişi sayısı *arttıkça* duvarı boyama süresinin *azalacağı* bilgisini *oluşturdukları* görülmektedir. Aşağıda Şekil 7'de verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.


Bu tablodan yararlanarak Kişi sayısı ve süre arasında **nasıl** bir ilişki olduğunu ifade ediniz.

Kişi sayı arttıkça dakika azalır

300 | 5 = 60, −30, 00
300 | 6 = 50, −30, 00

Şekil 7. Öğrencilerin ters orantılı nicelikler arasındaki ilişkiyi oluşturma süreci

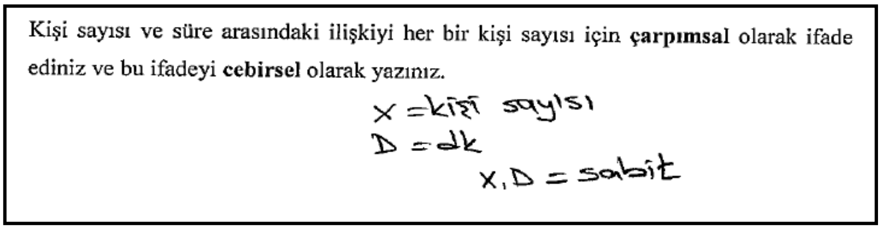
Öğrencilerin ters orantılı niceliklerdeki miktarların çarpımlarının *sabit bir sayı* olduğu bilgisini *oluşturma* sürecinde geçen konuşmalara aşağıdaki diyalogda yer verilmiştir.

A : *Etkinliğin 3. sorusunu okuyalım (Pelin sesli bir şekilde okur). Önceki soruda bizden iki ifade arasındaki ilişkiyi oran olarak yazmamızı istemişti. Oran demek ne demekti?*
P : *eeee böldük. Bölmek.*
A : *Şu an burada çarpımsal olarak yazmamızı istiyor. O zaman ne yaparız?*
P : *Çarparız (Bu sırada Mert 2 ile 150'yi çarpar).*
A :*Sonuç kaç çıkıyor?*
M : *Üç yüz.*
P : *4 ile 75, üç yüz çıkıyor.*
A : *Peki kişi sayısı arttıkça, süne ne oldu?*
M ve P : *Azaldı.*
A : *Peki 1 kişinin bu işi ne kadar sürede bitirdiğini bulabilir miyiz?*
P : *Aslında evet bulabiliriz (İkisi birlikte 2x150 ve 4x75 ifadesini gösterirler. Pelin eliyle tabloyu gösterir ve "bu da 300 olacak" şeklinde ifade eder).*
P : *İlk başta da demek ki 300 olacak. 1'i ne ile çarparsak 300 olur? (Bir süre düşünürler).*
A : *Peki 3. kişi için bitirme süresini nasıl hesaplarız?*
P : *1 kişi 300 dakikada yapmış, 2 kişi 150 dakikada yapmışsa, 3 kişi… eeee 300'ü 3'e bölerek (Bu sırada Pelin tabloyu doldurma görevini, Mert'e vermiştir).*

Öğrencilerin ters orantılı nicelikler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etme sürecinde aralarında geçen konuşmalar aşağıdaki diyalogda yer verilmiştir.

A : *Tabloyu incelediğinizde nasıl bir ilişki görüyorsunuz?*
M: *Kişi sayısı arttıkça, dakika azalıyor.*
A: *Bizden şimdi bu ilişkiyi cebirsel olarak yazmamızı istiyor. Kişi sayısı ve süreyi cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz?*
M: *x kişi sayısı olsa…*
P: *d de süre olsun.*
A: *Peki 2 ile 150'yi çarpınca ne çıkmıştı?*
P: *Hep sabit yani.*
A: *O halde bu cebirsel işlemin sonucunu nasıl yazabiliriz?*
P: *Hep sabit yazabiliriz. Sonuç hep sabit. Çünkü 150 ile 2'yi çarpınca 300, 100 ile 3'ü çarpınca 300, 60 ile 5'i çarpınca 300 hep.*

Ters orantılı nicelikler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etme sürecinde öğrencilerin, bir önceki pasta probleminde oluşturdukları *orantı sabiti* bilgisini, boyama probleminde de *kullandıkları* görülmektedir. Öğrenciler niceliklerin cebirsel çarpımının bir sabite eşit olduğu bilgisini oluşturmuşlar, pasta problemindeki deneyimlerinden de yararlanarak, çarpımsal sonucu direkt sabit olarak ifade etmişlerdir. Burada öğrencilerin önceden oluşturdukları *orantı sabiti* bilgilerini *kullandıkları* görülmektedir. Aşağıda Şekil 8'de verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.


Kişi sayısı ve süre arasındaki ilişkiyi her bir kişi sayısı için **çarpımsal** olarak ifade ediniz ve bu ifadeyi **cebirsel** olarak yazınız.

X = kişi sayısı
D = dk
X.D = sabit

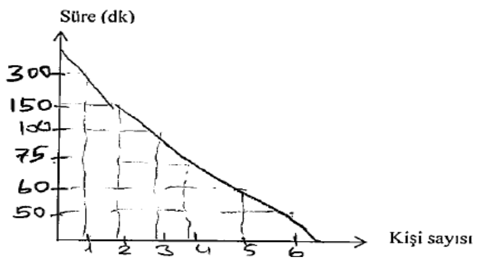
Şekil 8. Boyama problemine ilişkin oluşturulan çarpımsal ifadenin cebirsel gösterimi

Etkinliğin devamında "Kişi sayısı ve süreyi gösteren bir çizgi grafiği çiziniz. Oluşan grafikte süre ve kişi sayısı arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir ad veriniz." şeklindeki 4. soruyu okumaları ve istenen grafiği oluşturup garfiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Bu süreçte öğrenciler arasında geçen konuşmalar aşağıdaki diyalogta yer verilmiştir:

A: *Şimdi grafiği oluşturalım.*
P: *Bunda aşağıya doğru gidecek. (Mert bir yandan çizgi grafiğini oluşturmaktadır.)*
A: *Bunu nasıl fark ettin Pelin?*
P: *Noktaları birleştirince, (bir yandan da Mert'in çizdiği noktaları gösterir) öncekinde kişi sayısı arttıkça, yumurta sayısı artıyordu. Burada kişi sayısı arttıkça, süre azalıyor. Hepsinin boyama hızları eşitmiş, kişi sayısı arttıkça bitirme süreleri azalıyor (Bu sırada Mert grafiği tamamlar).*
A: *Peki ilk grafik ile karşılaştırdığınızda bu grafiği nasıl yorumlarsınız?*
M: *Birincisinde kişi sayısı arttıkça, yumurta sayısı artıyor. Bir yükseliş oluyor. İkincisinde ise kişi sayısı arttıkça, süre azalıyor.*
A: *Peki burada kişi sayısı ve süre arasında nasıl bir ilişki var? Mesela kişi sayısı arttıkça, süre azalıyor dediniz. Bu durumu bir isim vererek ifade etmeye çalışalım.*
P: *Zıt bunlar. Ters. Negatif.*

Burada öğrencilerin pasta probleminde oluşturdukları grafiği *"yükseliş"*, yumurta probleminde oluşturdukları grafiği ise *"azalış"* olarak ifade etmeleri, çizilen doğrunun eksenlere yaklaşması ve uzaklaşmasını anlamlandırdıklarını ve *yatay eksen* ve *dikey ekseni* anlamlı bir şekilde *tanıdıklarını* ortaya koymaktadır. Ayrıca çizgi grafiğini oluştururken yatay eksenin, dikey eksende karşılık geldiği değeri noktasal olarak ifade etmeleri de, öğrencilerin *eksenleri tanıdıklarını* göstermektedir. Ayrıca yukarıda diyalogda öğrencilerin kişi sayısı ve süre arasındaki ilişkiyi *"ters", "zıt"* ya da *"negatif"* olarak ifade etmeleri, ters orantılı nicelikler arasındaki ilişkinin *oluşturulduğunu* göstermektedir. Aşağıda Şekil 9'da verilen alıntı bu durumu destekler niteliktedir.

4. Aynı şekilde **kişi** sayısı ve süreyi gösteren bir çizgi grafiği çiziniz. Oluşan grafikte süre ve kişi sayısı arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir ad veriniz. Elde ettiğiniz grafikte kişi sayısı ve yumurta sayısı arasında **nasıl bir ilişki** olduğunu ifade ediniz ve bu ilişkiyi **cebirsel** olarak yazınız.



Şekil 9. Boyama problemine ilişkin oluşturulan grafik

Etkinliğin devamında öğrencilerin ter orantı kavramını pekiştirmeleri amacıyla "Ayşe bahçelerindeki, balık beslemek için inşa ettikleri havuzu su ile dolduracaktır. Ayşe havuzu doldurmak için 1 musluk açtığında, havuzun 6 saatte tamamen dolduğunu görmüştür. Eğer Ayşe, 3 musluk açmış olsaydı havuz kaç saatte dolardı?(Tüm musluklar özdeştir)" şeklindeki problemi sesli bir şekilde okuyup çözmeleri istenmiştir. Aşağıdaki diyalogda bu süreçte geçen konuşmalara yer verilmiştir:

A: *Öncelikle süre ve musluk sayısı arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirleyebilir misiniz?*
M: *Buradaki gibi aynı şekilde oluyor. Hep bir sabit oluyor* (Bu sırada boyama probleminin olduğu etkinliği gösterir).
A: *Peki aradaki ilişkiyi biz cebirsel olarak nasıl ifade etmiştik*?
M: *Burada da çarpımsal yaparız. (Ardından Pelin söz almak ister, istekli bir şekilde.)*
P: *1 musluk 6 saatte doldurmuş. 6'yı 2'ye bölersek…(Pelin cümlelerini toparlayamaz. Pelin ve Mert bir süre sessiz kalırlar ve araştırmacı soru yöneltir.)*
A: *Şimdi burada musluk sayısı arttıkça, süre ne oluyor?*
M ve P: *Azalıyor.*
P: *Musluk sayısı arttıkça, azalmış. Azalıyor. Bölme…(Bu sırada Pelin Tabloyu doldurmaya başlar.)*
A: *Peki bu ilişkiyi cebirsel olarak nasıl ifade edebilirsiniz?*
M: *Çarpımsal olarak yazacağız yine. x.d yazdık. (Bu sırada boyama probleminin olduğu etkinliği eline alır ve gösterir.)*
P: *Ben bunu böyle yaptım ama, 1 muslukla 6 saatte dolduysa, 2 muslukla 3 saatte olur. 3 muslukla 2 saatte olur. Çünkü 3 ile 2'yi çarptığımızda 6 oluyor.*
A: *Peki buradaki sabitimiz nedir? Bunu da ifade edelim.*
P: *eeeee….Hepsini mesela 3.2=6 oluyor. 1.6=6 oluyor. 2.3=6 oluyor. Bunların sonucu hep 6 oluyor (Bu sırada istekli bir şekilde Mert söz alır)*.
M: *Musluk sayısı arttıkça dakika burada azalıyor.*
P: *Bunların arasındaki ilişki…(Bu sırada Mert boyama probleminin olduğu etkinliği uzatır ve ikisi birlikte "buradaki gibi" şeklinde ifade ederler).*

Aşağıda Şekil 10'da havuz problemine ilişkin tamamlanan tablo ve oluşturulan orantı sabitine ilişkin alıntıya yer verilmiştir.

Musluk sayısı ve süre arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo oluşturunuz.

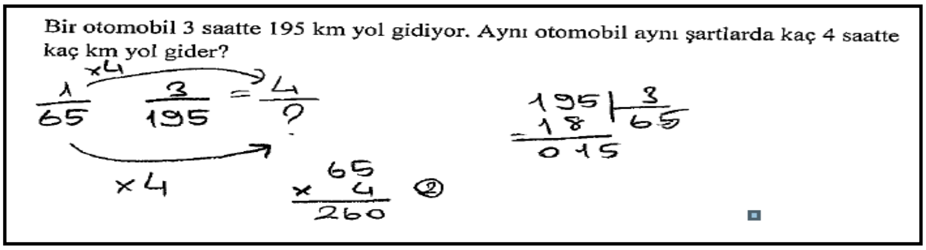
Musluk sayısı	1	2	3
Süre (dk)	6	3	2

1.6=6 3.2=6 3.2=6

Şekil 10. Havuz problemine ilişkin oluşturulan tablo ve orantı sabiti ifadesi

Araştırmaya katılan öğrencilerin buradaki ifadelerinde, bir önceki ters orantı etkinliğinde oluşturdukları orantı sabitinin cebirsel ifadesini bu problemde *kullanarak* çözüme ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca ters orantıda orantı sabitini ulaşmak amacıyla, iki niceliği *çarpımsal olarak* net bir şekilde ifade etmeleri, ters orantıda *orantı sabitini bulma* işleminin *pekiştiğini* göstermektedir.

Etkinliğin devamında hem doğru orantı hem de ters orantıda nicelikler arasındaki ilişkinin anlamlandırılması ve orantı sabitini bulma işleminin net bir şekilde kazanılıp kazanılmadığını anlamak ve kavramı pekiştirmek amacıyla, öğrencilerin *"Bir otomobil 3 saatte 195 km yol gidiyor. Aynı otomobil aynı şartlarda 4 saatte kaç km yol gider?"* ve *"Bir işi 6 işçi 3 günde yapıyor. Aynı işi, 9 işçi kaç günde yapar?"* problemlerini çözmeleri istenmiştir. Aşağıda Şekil 11'de öğrencilerin gerçekleştirdikleri çözümlere yer verilmiştir.

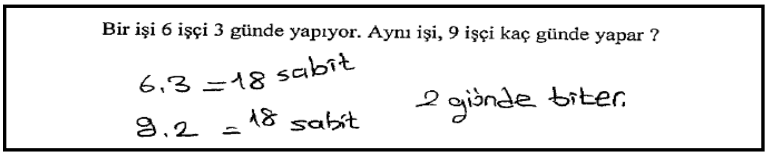


Şekil 11. Doğru orantı bilgisini içeren otomobil problemine ilişkin çözüm

Otomobil probleminin çözümüne dair diyaloglara aşağıda yer verilmiştir.

A: *Önceki etkinliklerden elde ettiğimiz sonuçlara göre, bu iki problemi çözmenizi istiyorum. (Pelin soruyu okumaya başlar.)*
P: *195'i 3'e bölersek…*
A: *Peki arada nasıl bir ilişki var?*
M: *Oran olarak. (Mert yumurta problemi etkinliğini eline alır ve gösterir. Ardından Pelin hemen söz alır ve kendinden emin bir şekilde problemi ifade etmeye başlar.)*
P: *Saat arttıkça, şey artıyor. Gittiği yol artıyor. Süre artıyor. Kilometre şeyi artıyor. Mesela 3 saatte 195 km giderse, 4 saatte daha fazla gitmiş olur (Çözümü gerçekleştirmesi için kalemi ve kağıdı Mert'e verir).*

Benzer şekilde işçi problemi için de M, çözümü gerçekleştirmiştir. Burada P'nin işlem yapma konusunda biraz cesaretsiz olduğu, problemlerin çözümünü genellikle M'ye yönlendirdiği görülmektedir. Aşağıda Şekil 12'de işçi problemine ilişkin gerçekleştirilen çözüme ait alıntıya yer verilmiştir.



Şekil 12. Ters orantı bilgisini içeren işçi problemine ilişkin çözüm

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmanın amacı, doğru orantı ve ters orantı bilgisinin RBC+C soyutlama modelinin *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden analiz edilerek, çalışmada yer alan katılımcıların doğru ve ters orantı bilgisini oluşturup oluşturamadıklarının incelenmesidir.

Araştırma kapsamında yapılan incelemeler sonucunda, etkinlik çalışmalarında öğrencilerin genel olarak kendilerinden emin bir şekilde davrandıkları ve problemleri çözüm sürecinde istekli oldukları görülmüştür. Nitekim elde edilen bu sonuç Katrancı ve Altun'un (2013) çalışmasında, yapılandırılmış yaklaşıma göre hazırlanmış bir etkinliğin öğrenilecek konuyu zevkli hale getirdiği sonucu ile benzerlik göstermektedir. Araştırmada elde edilen bulgular, öğrencilerin problemlere ilişkin verilen tablolarda boş bırakılan bölgelere doğru değerler atamalarının orantılı nicelikler arasındaki *kat ilişkisi tanıyıp kullandıklarını* göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin doğru orantılı ve ters orantılı nicelikler arasındaki ilişkiyi oransal ya da çarpımsal olarak ifade ederken, *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* görülmüştür.

Öğrenciler doğru orantılı iki nicelik arasındaki ilişkiyi *düz, dümdüz, ikisi de artar, ikisi de azalır* şeklinde ifade etmeleri; iki nicelikten birinin değerinin artarken diğerinin de artacağı, ya da birinin değeri azalırken diğerinin de azalacağı bilgisini *oluşturduklarını* göstermiştir. Benzer şekilde ters orantılı olan iki nicelik arasındaki ilişkiyi *"zıt, negatif"* olarak ifade etmeleri ve iki nicelikten biri artarken diğerinin azalacağı, ya da birinin azalırken diğerinin artacağını belirtmeleri ters orantı *bilgisinin oluştuğunu* göstermiştir. Nitekim doğru orantılı iki niceliğin birbirine oranın *sabit bir sayı,* ters orantılı iki niceliğin ise çarpımlarının sabit bir sayıyı ifade ettiğini fark etmeleri ve ilgili problemlerde bu bilgiyi uygulayarak çözüme ulaşmaları, *orantı sabiti bilgisini oluşturup kullandıklarını* ve ilgili problem çözümlerinde kullanmaları da bu bilgisinin *pekiştirildiğini* ortaya koymaktadır. Elde edilen bu bulgu bazı çalışmalarda (Altun & Yılmaz, 2008; Çubukluöz vd., 2018; Kaplan & Açıl, 2015; Tsamir & Dreyfus, 2002; Yeşildere & Türnüklü, 2008) soyutlama sürecindeki *tanıma, kullanma* ve *oluşturma* bilişsel eylemlerinin birbirleri için şart niteliğinde olduğu sonucu ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca araştırmada elde edilen bulgular, problem çözüm sürecinde RBC+C modelinin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin sıralı bir yapıda gerçekleşmediğini göstermiştir. Nitekim yapılan (Altaylı Özgül & Kaplan, 2016; Hershkowitz ve diğ., 2001; Yeşildere, 2006) bir çok araştırmada, soyutlama sürecinin bilişsel eylemlerinin iç içe olduğu belirtilmektedir.

Araştırmada elde edilen en önemli bulgulardan biri de, öğrencilerin özellikle *cebirsel ifadelerle* ilgili ön bilgileri *tanıma* konusunda oldukça başarılı olmalarıdır. Bu durumun sebebi olarak Yeşildere ve Türnüklü'nün (2008a) belirttiği gibi öğrencilerin tanınan bilgileri önceden doğru olarak oluşturmuş olmaları düşünülmektedir.

Uygulama sürecinde özellikle M'nin cebirsel ifadeleri tanıma ve kullanma sürecinde, P'ye göre daha istekli ve kendini daha iyi ifade edildiği görülmüştür. Bu bağlamda P ile M'nin birlikte çalışmasının bilgi oluşturma sürecinde P'nin başarısını olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir. Nitekim Sezgin-Memnun ve Altun'un (2012) çalışmasında RBC+C soyutlama sürecinde başarı düzeyleri farklı olan öğrencilerin birlikte çalışmasının avantaj sağlayacağını belirtmektedir.

Araştırmada elde edilen bir diğer sonuç, uygulanan pekiştirme etkinlikleri ile öğrencilerin doğru ve ters orantı bilgisini doğru olarak yapılandırıldıklarının fark edilmesidir. Elde edilen bu sonuç Monoghan ve Özmantar'ın (2006) çalışmasında, matematiksel bilgilerin ancak pekiştirildikten sonra soyutlama olarak değerlendirilebileceği sonucu ile benzerlik göstermektedir.

Yapılan araştırmadan yola çıkarak, öğrencilerin doğru ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin, öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde hangi noktada zorlandıkları veya hangi noktada kendilerini rahatça ifade edebildiklerini ortaya koyması açısından öğrenim sürecinde avantaj sağladığı düşünülmektedir. Bu nedenle yapılacak diğer çalışmalarda farklı başarı düzeylerinde bulunan öğrenci gruplarının, farklı matematik konularında soyutlama süreçlerinin incelenmesi uygun olabilir. RBC+C soyutlama modelinin, öğrencilerin matematiksel kavram ve genellemeleri anlamlı bir şekilde oluşturmalarına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Açan, H. (2015). 8. *sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Altaylı-Özgül, D. & Kaplan, A. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*(2), 344-364.

Altun, M. & Kayapınar, Y. A. (2011). High school students' abstraction process of the knowledge of signum functions based on piecewise functions. *Education and Science, 36*(162), 66-83.

Altun, M. & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41*(2), 237-271.

Altun. M. & Kayapınar A. (2011). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon üzerine işaret fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Eğitim ve Bilim Dergisi 36*(162).

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). *Towards the emergence of constructing mathematical meanings.* Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 119–126.

Cevizci, A. (2008). *Felsefe terimleri sözlüğü.* Bursa: Asa Kitabevi.

Çubukluöz, Ö., Adıgüzel, T., Gökkurt Özdemir, B. & Akkaya, R. (2018). Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin en büyük ortak bölen ve en küçük ortak katkonusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research, 6*(12), 285-319.

Davydov, V. V. (1990). Types of generalization in instruction: *logical and psychological problems in the structuring of school curricula.* Soviet Sudies in mathematics education, Vol 2. Reston, V. V.: National council of Teachers of Mathematics.

Dreyfus, T. & Tsamir, P. (2004). *'Ben's consolidation of knowledge sructures about infinite sets', Journal of Mathematical Behavior, 23,* 271-300.

Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf. adresinden 08.07.2017 tarihinde indirilmiştir.

Flores, A. (1995). Connections in Proportional Reasoning: T,cvers, Arihmetic Means, Mixtures, Batting Averages, and Speeds, *School Science & Mathematics, 8,* 423.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. ve Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: Epistemic Actions. *Tournal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222.

Hershkowitz, R., Schwarz, B.B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195- 222.

Kaplan, A. & Açıl E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(1), 130-153.

Katrancı, Y. & Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 3*(2), 11-58.

Kobak-Demir, M. & Gür, H. (2016). Öğretmen adaylarının parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü: durum çalışması. *Education Sciences, 11*(4), 195-216.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8 sınıflar öğretim programı ve kılavuzu.* Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). "Abstraction and consolidation". *Educational Studies in Mathematics, 62*(3), 233-258.

Özmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal, 19*(2), 89–112.

Özmantar, M. ve Roper, T. (2004). *Mathematical Abstraction through Scaffolding,* Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3: 481-488.

Schwarz, B., Hershkowitz, R., & Azmon, S. (2006). The role of the teacher in turning claims to arguments. *Proceedings of PME* (Vol. 5, pp. 65-72). Prague.

Schwarz, B.,Dreyfus, T.,Hadas, N. & Hershkowitz, R. (2004). "Teacher Guidance of Knowledge Construction", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* eds. M. J. Hoines - A.B. Fuglesad, Bergen University College, Norway, 4, 169- 176.

Sezgin Memnun, D. & Altun, M. (2012). RBC+C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Uluslararası Cumhuriyet Eğitim Dergisi, 1*(1), 17-37.

Sezgin-Memnun, D. & Altun, M. (2012). *İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 171-200.

Sezgin-Memnun, S. D. & Altun, M. (2012a). RBC+C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Uluslararası Cumhuriyet Eğitim Dergisi, 1*(1), 17-37.

Sierpinska, A. 1994. *Understanding in mathematics*, London: Falmer Press.

Steffe, L. P. & Thompson, P. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements.* In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Tanışlı, D. & Yavuzsoy Köse N. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: bir öğretim deneyi. *Elektronik sosyal Bilimler Dergisi, 12*(44), 255-283.

Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets a process of abstraction: The case of Ben. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(1), 1-23.

Türnüklü, E. & Özcan, B.N. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile Van Hiele geometrik düşğnme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 11*(27), 295-316.

Türnüklü, E. ve Özcan, B. N. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 11*(27), 295-316.

Ulaş, T. & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES), 1* (2), 103-117.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly, 1,* 279-305.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2008a). An investigation of the components affecting knowledge construction processes of students with differing mathematical power. *Eurasian Journal of Educational Research, 31*(2), 151-169.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 485-510.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008b). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 485–510.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008c, Ağustos). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel soyutlama süreçlerinin incelenmesi: üçgen eşitsizliği örneği.* VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan sözlü bildiri. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

EXTENDED ABSTRACT

1.Introduction

In the renewed Primary Mathematics Course Curriculum (2013) in Turkey, among the general objectives of mathematics education; to understand the mathematical concepts and systems, to establish relationships between them, to express their mathematical thinking and reasoning in the process of solving mathematical problems, to raise individuals with high-level thinking skills. In line with these objectives, in the recent researches, rather than examining the level of learning, it is emphasized how it occurs and concepts such as learning, teaching, knowledge formation, abstraction and abstraction process appear as an important research subject in order to reveal how individuals construct information (Sezgin Memnun and Altun, 2012).

Different views on abstraction are proposed by the researchers. Particularly in 2001 by Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, the RBC + C (Recognizing-Building with-Constructing-Consolidation) abstraction model appears to be a model adopted by many researchers and used to explain the abstraction process. In the most general sense, the abstraction process is defined as the activity of forming a new mathematical structure by vertically rearranging the previously formed mathematical knowledge (Dreyfus and Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Özmantar and Monaghan, 2007; Yesildere, 2006; Yesildere and Turnuklu, 2008a, 2008b and 2008c). In the RBC + C Abstraction Model, the recognition of the process from the cognitive actions in the study is expressed as an individual's recognition of a structure with formal or informal information that he has already gained, or an imposition of meaning on this structure. Recognition requires the use of a familiar mathematical structure when necessary (Hershkowitz et al., 2001). The use is to employ pre-formed mathematical structures to achieve the purpose. The act of using is observed when students face a problem, understand, make sense, explain a situation (Dreyfus, 2007). The act of creation is expressed as a process of forming a new meaning by restructuring the existing mathematical components by partial modification (Ahsbahs, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas & Herskhowitz, 2004). On the other hand, reinforcement is the process where the previously formed mathematical knowledge becomes more familiar to the student. It is stated by the researchers that the action of reinforcement is a long process involving abstraction and which the individual can think flexibly about the subject on which the abstraction is made.

When the relevant literature is examined in our country, no studies examining the proportion, direct proportion and inverse proportion information in the RBC + C abstraction process have been found. However, it is seen that the concepts such as ratio-ratio, linear relation, direct proportion and inverse proportion are enlarged in the Primary Mathematics Course Curriculum (2013) by expanding at each grade level. In addition to being a prerequisite for proportional reasoning, ratio-ratio provides a link between mathematics subjects (percentages, similarities, linear equations, slope, probability, etc.); it helps to relate mathematics to disciplines such as physics, chemistry and biology (Flores, 1995). In this context, it is important to examine the process of structuring the knowledge of proportion-ratio, direct proportion and inverse proportion. In this context, it is thought that the researches and the results of the 6th grade students' correct proportion and inverse proportion information formation process according to RBC + C abstraction model will contribute to the process of creating ratio-proportion, correct proportion and inverse proportion information.

2.Method

In this research, the students' detailed and in-depth examination of the knowledge formation processes about the concepts of direct proportion and inverse proportion, and the systematic explanation of the intellectual structure of individuals in this process are included. In this context, the process of knowledge formation, which was put forward in the study, was examined with the instructional experiment method based on the interpretive approach within the qualitative research techniques. According to Steff and Thompson (2000), mathematics and mathematical knowledge in the minds of students can only be determined by what they say and behave in the face of a mathematical activity. It is possible to reveal how students think, use mathematical knowledge and strategies, and the models and mechanisms they have by means of instructional experiment technique. The research was conducted with two 6th grade students, one female and one male, studying at a public school. The application process was carried out in a group study of approximately 55 minutes in order to enable students to think multi-faceted by peer interaction and to express their thoughts aloud. The data obtained were summarized and interpreted within the framework of the cognitive action of RBC + C *recognizing, building with, construction* and *consolidation.*

3.Findings, Discussion and Results

The findings of the study showed that the assignments of the correct values to the regions left blank in the tables given about the problems recognize and use the floor relationship between the proportional quantities. In addition, it is seen that the students *recognizing* and *building with* table knowledge while expressing the relationship between proportional and inverse proportional quantities in proportional or multiplicative terms.

Students express the relationship between two proportional quantities as flat, both increase, both decrease; two of the amount of value increases while the other will increase, or one of the value decreases while the other will decrease. Similarly, expressing the relationship between the two quantities that are inversely proportional as "opposite, negative ve and indicating that one of the two quantities increases while the other decreases, or one decreases and the other increases, shows that the inverse proportion information constructs.

In addition, the fact that two proportional quantities are a fixed number and two inversely proportional numbers represent a fixed number, and they apply this information in related problems, reach the solution, constructing and *building with* proportional constant information and this information in the related problem solutions. One of the most important findings obtained in the study is that students are very successful in *recognizing* the preliminary information about algebraic expressions.

Based on the research, it is thought that in-depth examination of the paths and information formation processes followed in the abstraction process provides an advantage in the learning process in terms of revealing at which point the students have difficulty in expressing themselves and at which point they can express themselves freely. For this reason, it may be appropriate to examine the abstraction processes of different groups of students in different mathematics subjects in other studies. It is thought that the RBC + C abstraction model will contribute to the meaningful formation of mathematical concepts and generalizations.