

GOTİK ESERLERDE MATEMATİK: ÜÇLÜ YONCA ÖRNEĞİ

Mathematics Gothic Arts: The Case Of Trefoil

Hülya BOZYOKUŞ*

Hatice Kübra GÜLER**

MenekşeTAPAN***

Rıdvan EZENTAŞ****

ÖZ

Gotik mimari ilk olarak 1140 yıllarında Fransa'da doğmuştur. Paris'te uzun, aydınlık ve daha hacimli kiliselerin inşasında kullanılmıştır. Gotik mimari Ortaçağ'da sıklıkla karşılaşılan karanlık, ilkel ve soğuk mimariden sonra aydınlık, hoş ve ferah yapılar inşa edilmesini sağlamıştır. Gotik mimarinin karakteristik özelliklerinden biri ağırlıkları yaymayı sağlayan dayanma kemerleridir. Bu kemerler ağırlığın yayılmasının yanı sıra söz konusu eserlere dekoratif ve estetik görünüm kazandırmıştır. Bu görünümdeki süslemeler ile gökyüzüne ulaşan yapılar inşa edilmiştir. Bu nedenle gotik mimari eserleri oldukça uzundur. Buna en iyi örnekler katedraller ve kiliseler verilebilir.

Gotik Mimari ile birlikte yapılar klasik olmaktan çıkmış, aynı zamanda estetik ve güzel olmaları da sağlanmıştır. Gotik mimari eserlere örnek olarak şunlar verilebilir: Fransa'da Notre Dame Katedrali, Amiens Katedrali, Arras Town Hall, Strasbourg Katedrali, İngiltere'de Salisbury Katedrali, Westminster Abbey, Canterbury Katedrali, İtalya'da Milano Katedrali, Siena Katedrali, Castel Del Monte, Polonya'da Malbork Kalesi, Frombork Katedrali, İspanya'da Burgos Katedrali, Seville Katedrali, Çek Cumhuriyeti'nde Prague Kalesi, Prag'daki Charles Bridge, Belçika'da Bruges City Hall, Brussels Town Hall, Danimarka'da Roskilde Katedrali, Almanya'da Aachen Katedrali, St.Martin's Kilisesi.

Gotik eserlerin iç ve dış süslemeleri ince işçilik ürünüdür. Gotik eserler yüksektir ve dikey düzlemedir. Gotik eserlerin pencereleri genellikle zengin vitraylarla süslenmiştir. Pencerelerin süslemelerinde geometrik desenler kullanılarak matematikten faydalanılmıştır. Dolayısıyla matematik ve sanat iç içedir.

Matematik, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkiyi inceleyen, analiz, cebir, istatistik, geometri gibi dallara ayrılan bir bilimdir. Sanat ise, duyu, düşünce, tasarım, güzellik ve estetiğin anlatımında kullanılan yöntemlerin tamamıdır. Araştırmacıların çoğu matematik ve sanatın birbirinden etkilendiği konusunda hemfikirdir. George Polya'nın "Matematik problem çözme sanatıdır." tanımı sanatla matematiğin yakından ilişkisini gözler önüne serer. Polya burada matematiğin bir sanat olduğunu düşünür. Aslında problem çözme de sanatını icra eden bir sanatçının eserini ortaya koymasına gibi bir matematikçinin düşüncelerini ortaya

koymasındır. Eski gotik eserlerde matematik ve sanatın ilişkisi oldukça net olarak görülmektedir.

Bu çalışmanın amacı Gotik eserlerde bulunan üçlü yonca motifinin analitik düzlemde incelenmesidir. Önceki çalışmalarda Gotik eserlerdeki üçlü, dörtlü, beşli, yonca biçimindeki pencereler incelenmiş ancak analitik düzlemde incelenerek denklemleri oluşturulmamıştır. Üç yapraklı yoncanın analitik düzlemde incelenmesi bir ilktir. Dolayısıyla bu çalışmada, gotik mimaride yonca motifleri incelenerek üçlü yonca motifinin denklemleri analitik düzlemde oluşturulmaya çalışılmıştır. Sonraki çalışmalarda dörtlü ve beşli yonca motiflerinin incelenmesi hedeflenmektedir.

Anahtar kelimeler: Gotik eserler, matematikte sanat, üçlü yonca, kilise pencere süslemeleri.

ABSTRACT:

Gothic architecture has been worked in France in 1140. It has been used in the construction of long, bright and more voluminous churches in Paris. Gothic architecture provided constructing bright, pretty and spacious buildings after cold and primitive architecture which encountered at Middle Age. One of the characteristics of Gothic architecture is flying buttress that allows the spreading weights. These flying buttresses were gained decorative and aesthetic appearance to the mentioned arts as well as spreading the weight. With these decorations, extraordinary buildings were built which reached to the sky. Therefore, works of Gothic architecture are quite long. Cathedrals and churches can be the best examples of these structures.

The buildings weren't classic anymore with Gothic architecture, and also it was provided to be aesthetic and nice. Some examples of Gothic architecture are: Notre Dame Cathedral, Amiens Cathedral, Arras Town Hall, Strasbourg Cathedral in France, Salisbury Cathedral, Westminster Abbey, Canterbury Cathedral in England, Cathedral of Milan, Siena Cathedral, Castel Del Monte in Italy, Malbork Castle, Frombork Cathedral in Poland, Burgos Cathedral, Seville Cathedral in Spain, Prague Castle, the Charles Bridge in Prague in the Czech Republic, Bruges City Hall, Brussels Town Hall in Belgium, Roskilde Cathedral in Denmark, Aachen Cathedral, St.Martin's Church in Germany.

*Öğr. Gör., Uludağ Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Bursa. hbozyokus@uludag.edu.tr

**Öğr. Görv., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Bursa. hkguler@uludag.edu.tr

***Yrd. Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik bölümü Öğretim Üyesi, bursa. tapan@uludag.edu.tr

****Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Bölümü Öğr. Üyesi, Bursa. rezentas@uludag.edu.tr

Interior and exterior decoration of the Gothic artifacts is a fine craftsmanship products. The mentioned artifacts are usually decorated with rich stained glass windows. It has been benefited from the mathematical and geometric patterns on the decorations of the windows. Therefore, mathematics and art are intertwined.

Mathematics is a science which examines such as the relationship among the structures and the properties of numbers and multiplicity calculus, algebra, statistics and geometry. On the other hand, art is a method which is used for defining feelings, thoughts, design, beauty and aesthetic. Most of the researchers agree that mathematics and art influenced by each other. George Polya's definition, "Mathematics is an art of problem solving.", reveals the closed relationship between mathematics and art. At this point, Polya thinks that mathematics is an art. In fact, problem solving is a manifesting of the ideas for a mathematician as putting of the art for an artist who pursues his/her art. For the old gothic arts, the relationship between mathematics and art is seen clearly.

The aim of this study is to examine the trefoil design on Gothic arts in the analytical plane. On the previous studies, the windows of which shapes are trio, quartet and quintet on Gothic arts examined, but they weren't examined in the analytical plane and their equations weren't generated. It is the first time for the trefoil to examine in the analytical plane. Therefore, in this study, the clover designs on Gothic architecture were tried to be examined and to be generated the equation of the mentioned design. In the post studies, it is aimed for the design of quartet and quintet to examine.

Key words: Gothic artworks, Art in Mathematics, triple clover, church window decorations.

GİRİŞ:

Ünlü İngiliz matematikçi Hardy "Bir matematikçinin savunması" kitabında şöyle der: "Bir matematikçinin yaptığı şey bir ressamın ya da şairinki kadar güzel olmalıdır. Düşünceler, renkler ve sözcükler gibi uyumlu bir biçimde birbirine uymalıdır." (Hardy, H.G. A, 2005).

Matematikle sanat birbirinden farklı görünse de aslında iç içedir. Matematikğin kendi iç disiplini ve uyumunda sanatsal bir değer, estetik ve güzellik vardır. Matematik mimarlık, müzik, resim gibi sanat dallarındaki uygulamaları ile sanatla matematik iç içedir. Nasıl resimde bir renk uyumu, şiirde sözcükler arasında bir düzen, anlam bütünlüğü var ise matematikte de işlemler arasında bir düzen, problemleri çözümedeki ve teoremleri ispatlamadaki düşüncede bir güzellik ve uyum vardır. Bir matematikçi ile bir sanatçının yaptığı şeyler hemen hemen aynı şeylerdir. Örneğin helis, fasulye bitkisinin bir çubuğa tırnanırken çizdiği eğridir. Matematikçi bu eğrini yüksekliği problemini çözer. Doğadaki arının bal peteği düzgün altıgendir. Eğrelti otu bir geometri dalı olan fraktaldır. Sanatın içinde matematikğin bu güzellikteki yansımaları vardır. Bu yansımaların birçok örneğini sanatın birçok dalında görmek mümkündür (Duru A ve İşleyen T., 2005).

Matematik, özellikle geometri, her zaman mimaride

önemli bir rol oynamıştır. Örneğin gotik kiliselerde pencereler normalde iki bölüm halindedir: Birincisi dikdörtgen biçiminde tek bir alan, ikincisi iki tane kemerli alandır. Gotik mimarisinde esas temel sivri kemer esasına dayanır. Çevreler iki dikey çizgi parçası olarak verilen bir



kemer veya pencerelerin kenarlarında sürekli olarak bulunmaktadır (Hickman R. ve Huckstep P. 2003)

Resim 1. George Edmund caddesindeki TODDINGTON, St. Andrew Kilisesi (1824-81).

Mimarlar Roman ve Gotik döneminin katedrallerinin geniş alanlarını ressamın ise kompozisyonlarını daire ve pentagonların kombinasyonlarından üretilmiş üçgenler içinde tasarlar ve düzenlerdi (Çağlarca, 1997).

Bir eşkenar üçgen ile birlikte bir yonca Avrupa'nın bazı bölgelerinde Ortaçağ'da Hıristiyanlar için bir ortak sembol olmuştur. Üç yapraklı yonca geçmişi, bugünü ve geleceği temsil eder. Bazen de doğurganlığın ve bereketin simgesidir. (Maths in Art and Architecture, Comenius, "Why Maths?", 2012-2014).

Gotik tarzı pencere oyma herhangi bir binada bulunan pencerenin dekorasyonunda özel bir tür olarak bilinir. Gotik mimari yapılarda özellikle pencere oyma, geometrik şekillerde yapılır. Karmaşık gibi görüne de kesişim ve setler kullanılarak geometrik desenler, pencere çevreleri ve düz çizgiler birleştirilerek yapı inşa edilir. Eskiden pergel ve cetvel yardımıyla bu işlemler yapılıyordu. Belirli bir pencerenin, örneğin inşaat için geleneksel yolu, bir dizi çizim yapılıyordu. Mimarlar ve taş ustaları da bunu uyguluyordu. Bu durum yüzyıllar boyunca devam etti (Sven Havemann & Dieter W. Fellner, 2003).

Bu konuda şimdiye kadar yapılan çalışmaların hiçbirinde geometrik şekiller analitik olarak incelenmemiştir. Böylece, bu çalışmaya konu olan üç yapraklı yoncanın analitik düzlemde denkleminin incelenmesi bir ilktir.



Resim 2. Sven Havemann & Dieter W. Fellner, 2003

Çalışmanın amacı Gotik eserlerde bulunan üçlü yonca motifinin analitik düzlemde incelenmesidir. Yonca motifi basit bir eşkenar üçgenin çizimi ile başlar.

Çalışmada, çemberin analitik denkleminde faydalanarak üçlü yonca motifindeki matematiksel yapı incelenmiş ve denklemler ortaya konulmuştur. Bu motifteki yapı Cabri-Geometri, bilgisayar yazılımı kullanılarak ayrıntılı olarak incelenebilmiştir.

ÜÇLÜ YONCA MOTİFİNİN ANALİTİK İNCELENMESİ:

Üçlü yonca motifinin oluşmasını sağlayan denklemler çemberin analitik denkleminde faydalanarak ortaya konulabilir.

Ağırlık merkezi $(0,0)$ noktası ve bir kenarortayı y ekseninde bulunan, bir kenar uzunluğu $2r$ birimolan eşkenar üçgen alalım. Bu durumda bir kenarortay doğrusunun denklemi $x=0$ olur. Diğer kenarortay doğrularının eğimleri $\pm\sqrt{3}$ dür. Diğer kenarortay doğrularının denklemi de $y = \pm\sqrt{3}x$ ve elde edilir.

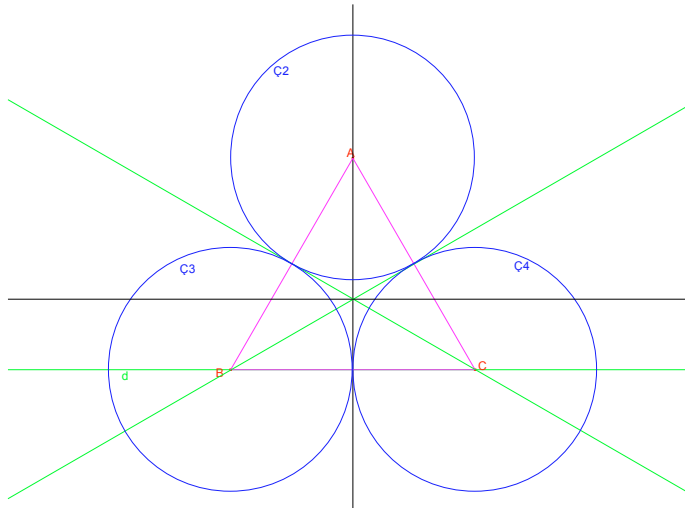
Üçgenin köşelerinin koordinatları $A(a, b)$, $B(c, d)$ ve $C(e, f)$ olmak üzere; üçgenin her bir köşesini merkez kabul eden 3 çemberin denklemleri sırasıyla

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$,
 $(x-c)^2 + (y-d)^2 = r^2$,
 $(x-e)^2 + (y-f)^2 = r^2$
 dir. Köşelerin koordinatlarını r cinsinden ifade edecek olursak,

A, B, C 'tür.

Oluşan çemberlerin denklemleri ise;
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
 $(x-c)^2 + (y-d)^2 = r^2$
 $(x-e)^2 + (y-f)^2 = r^2$
 olur.

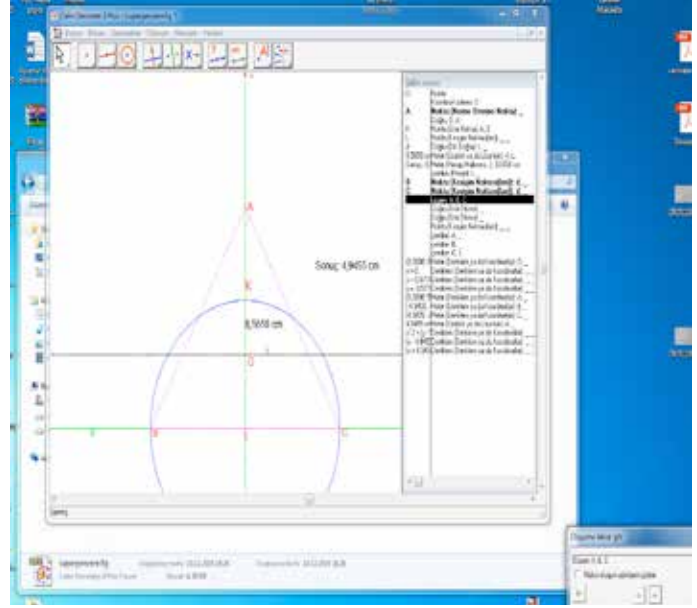
Şekil 1 de verilen motifin oluşumu Cabri-Geometri bilgisayar yazılımı kullanılarak daha ayrıntılı bir şekilde görüntülenebilir. Bu yazılım ile ilgili detaylar, elde edilen geometrik şekiller ve denklemleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 1. Üç yapraklı motifin genel hali

1-) y ekseninde bir A noktası alalım. Orijin O olmak üzere, OA doğrusunu oluşturalım. OA nın orta noktasını K olarak isimlendirelim. Bu orta noktanın O ya göre simetrisini

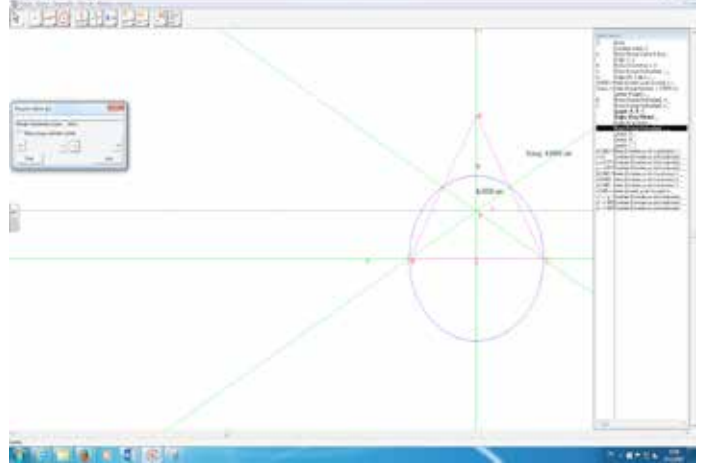
alalım. Buna L noktası diyelim. L noktasından geçen ve y eksenine dik olan d doğrusunu oluşturalım. A nın O ya uzaklığını hesaplayıp bu uzaklığı ikiye bölelim. Merkezi simetrisinin görüntü noktası (L noktası) olan ve yarıçapı olan çemberi çizelim. Bu çemberin dik doğruyu kestiği noktaları B ve C olarak isimlendirelim. Böylece ABC üçgeni oluşturmuş olur.



(Bkz. Şekil 2)

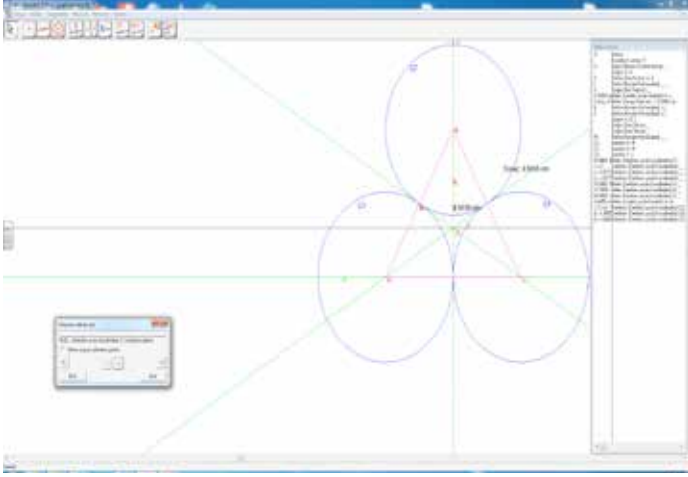
Şekil 2. Cabri-Geometri'de ABC üçgeninin çizimi

2-) AB kenarına ait kenar orta dikmeyi oluşturalım ve aynı şekilde AC kenarına ait kenar orta dikmeyi çizelim. Kenar orta dikmeler ile kenarların kesişim noktalarını belirleyelim. Bu kesişim noktaları kenarların orta noktaları olacaktır. AB kenarının orta noktasını M , BC kenarının orta noktasını L olarak isimlendirelim. Oluşturulan orta dikmeler yoncaları oluşturacak çemberlerin teğet doğruları olacaktır. (Bkz. Şekil 3)



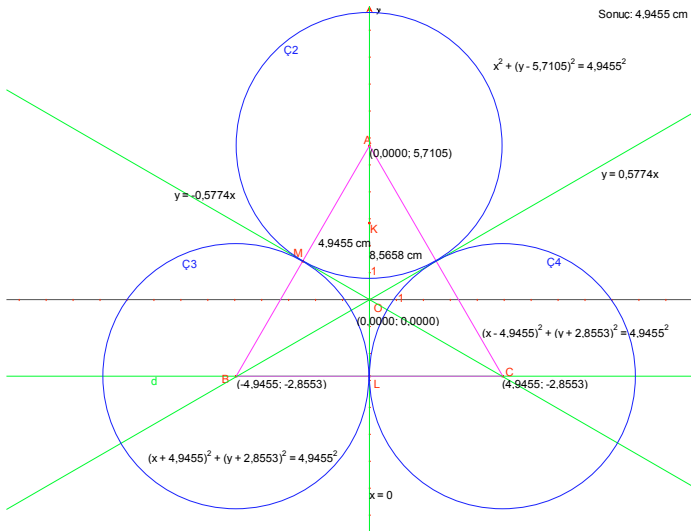
Şekil 3. Cabri-Geometri'de yoncaları oluşturacak çemberlerin teğet doğrularının belirlenmesi

3-) Daha sonra A merkezli M den geçen Ç_2 çemberini, B merkezli M den geçen Ç_3 çemberini ve son olarak C merkezli L den geçen Ç_4 çemberini oluşturalım (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4. Cabri-Geometri'de yoncaları oluşturacak çemberlerin çizimi

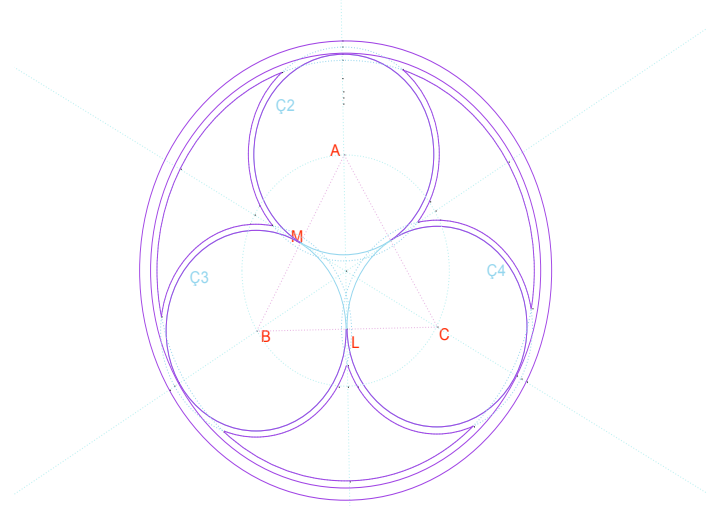
4-) İlk çalışmada üçgeni çizmemize yardımcı olan çemberi artık ihtiyaç kalmadığı için estetik görünmesi bakımından gizleyelim. Cabri-Geometri programının araçlarını kullanarak noktaların koordinatlarını, çember ve doğruların denklemlerini



görsütleyselim. (Bkz. Şekil 5)

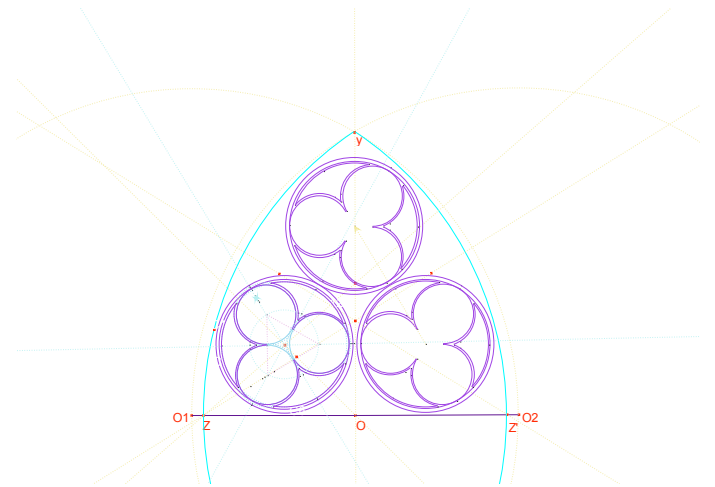
Şekil 5. Cabri-Geometri'de yoncaların analitik düzlemdeki koordinatlarının belirlenmesi

5-) Bu son aşamadan sonra estetik görünmesi için şeklimizi renklendirip, öne çıkarmak istediğimiz elemanları koyu renk ve kalın, arka planda görünmesini istediğimiz elemanları açık renk ve noktalı yapabiliriz. Ekranda görünmesini istemediğimiz elemanları gizleyebiliriz. (Bkz. Şekil 6)



Şekil 6. Cabri-Geometri'de üç yapraklı yoncanın son hali

6-) Yukarıdaki anlatımla elde edilen üç yapraklı yonca motifini tekrarlayarak veya bazı matematik dönüşümlerle (öteleme, dönme, simetri vb.) görüntüsünü elde ederek birleştirebilir ve üç yapraklı yonca motiflerinin birleşimi ile oluşturulmuş Gotik pencere modelini elde edebiliriz.



(Bkz. Şekil 7)

Şekil 7. Cabri-Geometri'de üç yapraklı yonca motiflerinin birleşimi ile oluşturulmuş Gotik pencere modeli

Yukarıdaki açıklamalarda görüldüğü üzere, bu işlemlerin takip edilmesi sonucu gotik eserlerde çokça karşımıza çıkan üçlü yonca motifi elde edilmektedir.

SONUÇ:

Matematik her insanın içinde olmasına karşın bazı insanlar da "ben matematiği yapamıyorum", "kafam buna yetmiyor" demekten geri durmazlar hatta bunu çok rahatlıkla söylerler. Çünkü onlara göre matematik bilmemek bir eksiklik değildir. Albert Einstein matematik için şöyle demiştir: "Matematiğin bütün bilimlerin üzerinde saygınlığının olmasının nedeni, onu yasalarının kesin doğru ve tartışılmaz olmaları, öbür

bilimlerdeki yasaların ise bir ölçüde tartışmaya açık olmalarıdır” (King 2006). Her zaman ve her yerde rahatlıkla ifade edebiliriz ki matematik ve sanat iç içedir. Sanatçılar fakında olmasalar bile matematikten çok fazla yararlanırlar.

Bu çalışmada da göstermeye çalıştığımız gibi Gotik eserlerin mutlaka bir matematiksel ifadesi vardır. Bu çalışmadaki orijinallik ise Gotik eserlerde bulunan motifteki üçlü yonca motifi matematiksel olarak ifade edilmiş ve denklemlerle analitik düzlemde yazılmıştır. Bundan sonraki çalışmalarda ise dörtlü, beşli ve altılı yonca motifinin analitik düzlemde karşılıklarının yazılabileceğini göstermek olacaktır.

KAYNAKLAR:

- Hickman, R. ve Huckstep, P. (2003). Art and Mathematics in Education. *The Journal of Aesthetic Education*, 37 (1), 1-12.
- Çağlarca, S., ALTIN ORAN, sayfa 48, İnkilap Kitapevi, 1997, ISBN 975-10-1199-X-97-34-Y-0051-0468
- Duru, A. ve İşleyen, T. (2005). Matematik ve Sanat. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 479-491
- Hickman R.ve HuckstepP.(2003), Art and Mathematics in Education”, *The Journal of Aesthetic Education*, Volume 37,

Number 1, Spring, pp. 1-12 ,

- Işıkhan U., Gökçe T. ve Çağla T. (2013)“Is it Possible to Design a Math-Art Instructional Practice? Cases of Pre-service Teachers”,*Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 6(4), 455-476
- Hardy, H.G. A (2005) Mathematician’s Apology. University of Alberta Mathematical Sciences Society, Available on the World Wide Web at <http://www.math.ualberta.ca/mss/>
- King, J. P (2006). Matematik Sanatı. Ankara: Tübitak Popüler Bilim Kitapları, 17. Baskı s. II, 42, 72, 981.
- Sven Havemann&Dieter W.Fellner, (2003) Generative Parametric Design of Gothic Window Tracery Technical Report TUBS-CG-10
- Maths in Art and Architecture, Comenius, “Why Maths?”, 2012-2014, Begium-Ireland-Italy-Poland-Portugal-Spain.
- <http://muse.jhu.edu/journals/jae/summary/v037/37.1hickman.html> adresinden 6 Kasım 2015 tarihinde temin edilmiştir.
- Resim 1. George Edmund caddesindeki TODDINGTON, St. Andrew Kilisesi (1824-81).
- <http://www.english-church architecture.net/gloucestershire/toddington/toddington.htm> adresinden 6 Kasım 2015 tarihinde temin edilmiştir.