Öneri.C.6.S.21.
Ocak 2004.ss.219-225.

İKİ AMAÇLI PORTFÖY SEÇİMİ PROBLEMİ

Erhan ÖZDEMİR[1], Gökhan TURAN[2]

[1]İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Doçent Dr.
[2]İstanbul Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Araştırma Görevlisi

PORTFOLIO SELECTION PROBLEM WITH BICTERIA

Abstract: In this paper, daily closing prices of stocks in IMKB-30 index is examined between periods of August3, 1998 and August 31, 2000. Afterwards a model with two objective functions is established. The primary purpose of this model is portfolio risk minimization and the secondary purpose is portfolio expected return maximization. Suppose the distribution of the portfolio returns are known to be normal with mean μ and variance σ^2. In this case, we can design the linear expected return function $E(X)$ and the quadratic risk function $V(X)$. Therefore the investor has two conflicting functions. We can reformulated as a single compromise objective function by taking convex combination of these functions with a $\lambda(0 \le \lambda \le 1)$ parameter called a risk-aversion coefficient. Thus, we have a parametric quadratic programming problem. We can solve this problem for each calculating λ with two person-zero sums game matrix and we find some efficient portfolios on the efficiency frontier.

Keywords: Bicriteria Portfolio Selection, Convex Combination, Game Theory, Decision Matrix, Quadratic Programming

İKİ AMAÇLI PORTFÖY SEÇİMİ PROBLEMİ

Özet: Bu çalışmada, İMKB-30 endeksinde yer alan hisse senetlerinin 03.08.1998 ve 31.08.2000 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları dikkate alınarak iki amaçlı bir portföy seçimi problemi modeli oluşturulmuştur. Bu modeldeki birinci amaç portföy riskinin minimizasyonu, ikinci amaç portföy getirisinin maksimizasyonudur.
Hisse senetlerinin oluşturduğu portföylerin getirilerinin μ ortalamalı σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip oldukları varsayılarak doğrusal $E(X)$ portföy getirisi amaç fonksiyonu ile kuadratik $V(X)$ portföy riski amaç fonksiyonu düzenlenmiştir. Bir yatırımcı için çatışan bu iki amaç fonksiyonunun, riskten kaçınma katsayısı adı verilen bir $\lambda(0 \le \lambda \le 1)$ parametresi ile konveks kombinezonu alınarak uzlaşık tek bir amaç fonksiyonu oluşturulmuştur. Böylece parametrik kuadratik programlama problemi modeli elde edilmiştir. İki kişili sıfır toplamlı oyun matrisi ile seçilen her λ ağırlığı için model çözülerek etkin sınır üzerinde yeni bir portföy bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: İki Amaçlı Portföy Seçimi, Konveks Kombinezon, Oyun Teorisi, Karar Matrisi, Kuadratik Programlama

I. GİRİŞ

Markowitz'in 1952 yılında yazmış olduğu makalede, portföy seçimi problemi için önerdiği "Ortalama-Varyans" yöntemi bu alandaki araştırmalara hız katmış ve aynı zamanda da modern finans teorisinin gelişmesinede temel olmuştur [1]. Bu tarihten sonra çeşitli yazarlar tarafından ortalama-varyans modelinin geliştirilmesi ve çözümü ile ilgili birçok makale ve kitap yazılmıştır. Yine Markowitz'in 1959 yılında yayımlanan kitabı ile portföy seçimi problemi hem ayrıntılı olarak incelenmiş hem de yatırımların etkin çeşitlendirilmesi kavramı ile yeni bir araştırma ufkunun açılması sağlanmıştır [2].

Markowitz'in "Ortalama-Varyans" modelinin esası, yatırım getirisi olarak portföyün beklenen getirisinin, yatırım riski olarak da portföyün beklenen getirisi varyansının alınmasına dayanır. Bu nedenle Markowitz'e göre, istenilen bir getiri oranı karşılığında portföyün varyansının minimize edilmesi ile minimum yatırım riskine veya katlanılabilecek bir risk seviyesine göre portföyün beklenen getirisinin maksimize edilmesi halinde maksimum yatırım getirisine ulaşılır. Bunu yapabilmek için de yatırım getirisi ve yatırım riski fonksiyonlarını içeren bir model menkul kıymet getirileri kullanılarak oluşturulur ve bu model kuadratik programlama ile çözülerek etkin sınır üzerindeki portföy bileşimleri elde edilir.

Genel olarak, $U(f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}))$ şeklinde iki amaçlı bir fayda fonksiyonu içeren modeller çeşitli yazarlar tarafından fonksiyonlara ağırlıklar verilerek tek amaçlı hale dönüştürülerek çözülmüşlerdir [3,4]. Fayda fonksiyonu, birisi doğrusal getiri fonksiyonu diğeri de kuadratik portföy riski fonksiyonu gibi birbiri ile çatışan iki fonksiyondan oluştuğu zaman bu fonksiyonlar çeşitli yazarlar tarafından değişik şekillerde ağırlıklandırılarak tek bir uzlaşık amaç fonksiyonu elde edilmiştir [5,6 gibi]. Yine bazı yazarlar bu iki fonksiyonu riskten kaçınma katsayısı adını verdikleri ağırlıkla konveks kombinezon olarak birleştirmişlerdir. Riskten kaçınma katsayısının seçimi de literatürde çok farklı şekillerde yapılmaktadır.

Bazı araştırmacılar yatırımcıya bağlı olduğunu belirterek $[0,1]$ aralığında [7], bazıları da $(0,\infty)$ aralığında keyfi bir reel sayı alarak seçmişlerdir [1]. Portföy seçimi probleminin amaç fonksiyonunu **Getiri/Risk** şeklinde kesirli programlama problemi olarak tanımlayan araştırmacılar (Ziemba) ın modelleri Dinkelbach anlamında çözülürken kullanılan parametre riskten kaçınma katsayısı olarak tanımlanmıştır [8]. Bu modelin çözümü sonucunda optimal parametre yani optimal riskten kaçınma katsayısı bulunarak yatırımcıya önerilmiştir [9].

Bizim bu çalışmamızda ise, riskten kaçınma katsayısı, risk ve getiri fonksiyonları kullanılarak oluşturulan iki kişili-sıfır toplamlı oyun matrisinden elde edilmiştir [10]. Daha sonra bu katsayı ile getiri ve risk fonksiyonlarının konveks kombinezonu alınarak uzlaşık tek amaçlı model tertiplenmiştir.

II. MODEL

Hisse senedi getirilerinin Ortalama-Varyansın'a dayalı olarak bir portföy seçimi problemi modeli aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Z_{\min} = \lambda \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} - (1-\lambda) \sum_{i=1}^{n} \mu_i x_i$$

Sınırlayıcı Koşullar; (1)

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,n$$

Burada λ $(0 \leq \lambda \leq 1)$, olmak üzere yatırımcının riskten kaçınma katsayısıdır. λ ne kadar büyükse o kadar fazla riskten kaçınılır. Yani $\lambda = 1$ olduğunda yatırımcı riskten çok korkuyor ve getiriyi fazla önemsemiyor demektir. Tersine $\lambda = 0$ olması risk ne kadar büyük olursa olsun ben katlanırım, yeter ki getiri fazla olsun şeklinde düşünen ve yatırımın riskini tamamen ihmal eden yatırımcıyı gösterir. $x_i \geq 0$ ile de borsada açığa satışın yapılmadığı varsayılmaktadır.

Portföyün beklenen getirisi,

$$E(X) = E_p = \sum_{i=1}^{n} \mu_i x_i \tag{2}$$

ile hesaplanır. Burada;

n : Hisse senedi sayısı

x_i : Portföye giren i. hisse senedinin oranı

μ_i : i. Hisse senedinin ortalama getirisi

$E(X) = E_p$: Portföyün beklenen değeridir.

Portföyün riski, portföyün getirisinin değişkenliği olarak tanımlanır. Riskin hesabında kullanılan temel ölçüler, ortalama sapma, varyans ve standart sapmadır. Genellikle portföy riski hesaplarken varyanstan faydalanılır. Ancak getiri ve risk arasındaki ilişkiyi geometrik olarak gösterirken varyansın karekökü olan standart sapmadan yararlanılır. Yani etkin sınır eğrisi çizilirken eksenlerden biri getiri E_p, diğeri ise risk σ_p dir.

Portföyün riski,

$$V(X) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \tag{3}$$

ile ölçülür. Burada;

$\sigma_p{}^2$: Portföyün varyansı (riski)

x_i : Portföye giren i. hisse senedinin oranı

x_j : Portföye giren j. hisse senedinin oranı

σ_{ij} : i. ve j. hisse senetlerinin getirileri arasındaki kovaryans

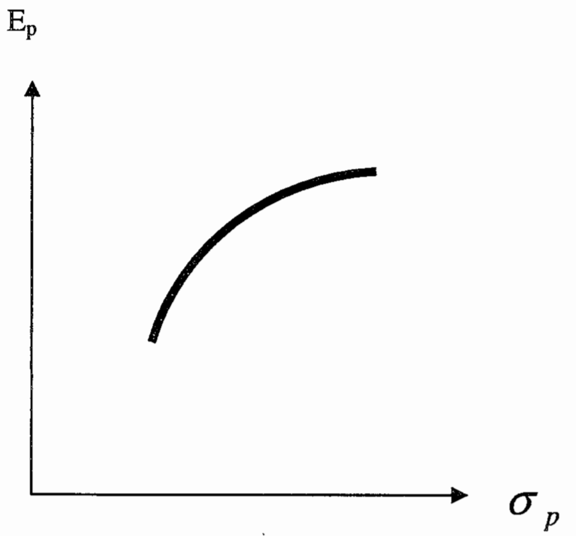
Bu açıklamalar ışığında kovaryans kavramını açıklamak yararlı olacaktır. Kovaryans birlikte hareket eden herhangi bir tesadüfi değişkenler grubunun eğilimini ölçer. İki tesadüfi değişken arasındaki kovaryans *"bu iki değişkenin ortalamalarından sapmalarının çarpımının beklenen değerinin bulunması ile elde edilen bir katsayıdır."*

Genel olarak R_i ve R_j getirileri arasındaki kovaryans;

$$\sigma_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)]\,[R_j - E(R_j)]\}$$

şeklinde hesaplanır.

Markowitz' in, *"bir yatırımcı gerçekleştireceği yatırımdan yüksek oranda getiri bekler ve riski ise istemez"* varsayımı üzerine kurduğu portföy seçimi modelinde, yatırımcı belli bir getiri için riski minimum kılan yada belirli bir risk seviyesinde maksimum getiriyi sağlayan portföyü seçmeyi ister. Çeşitli getiri düzeyleri için minimum riski, belirli risk düzeyleri için maksimum getiriyi sağlayan portföylerin oluşturduğu kümeye "etkin küme" denir. Etkin kümenin içinde yer alan bir portföy belli bir getiri düzeyi için aynı getirili diğer portföyler veya onların kombinasyonlarından daha az risklidir. Bu etkin kümenin geometrik yeri, mümkün portföyler kümesinin sınırında olduğu için "etkin sınır" adını almaktadır.



Şekil.1: Etkin Sınır Eğrisi

III. UYGULAMA

Uygulamada, İMKB-30 endeksinde 31.08.2000 tarihi itibari ile yer alan ve Tablo.1'de gösterilen firmalara ait hisse senetlerinin 03.08.1998 ve 31.08.2000 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları kullanılmıştır.

Ele alınan periyot içinde hisse senetlerinin günlük getirileri, günlük getirilerin aritmetik ortalaması alınarak günlük ortalama getiri ve getirilerin (30×30) luk varyans-kovaryans matrisi sırasıyla (4), (5) ve (6) formülleri kullanılarak bulunmuştur. Varyans-kovaryans matrisinin pozitif definitliği test edilerek $V(X)$ kuadratik fornunun minimuma sahip olduğu garantilenmiştir. Daha sonra portföy getirisi ve portföy riski fonksiyonları sırasıyla,

$$E(X)=\sum_{i=1}^{30}\mu_i x_i\ ,\quad V(X)=\sum_{i=1}^{30}\sum_{j=1}^{30}x_i x_j\sigma_{ij}$$

formülleri kullanılarak bulunmuştur. (7) de verilen çok amaçlı doğrusal programlama problemi modeli yukarıdaki fonksiyonlara uygulanarak iki amaç fonksiyonlu ve eşitlik kısıtlı (8) modeli tertiplenmiştir. Bu modelin çözümü için ağırlıklı toplamlar yöntemi kullanılarak (1) modeli elde edilmiştir. Bu modeli oluşturan risk ve getiri fonksiyonlarının ağırlığı olan riskten kaçınma katsayısı λ, fonksiyon değerleri oyun matrisi kullanılarak bulunmuş ve Tablo.3'de gösterilmiştir. (1) modeli her bulunan λ için yeniden tertiplenmiş ve kuadratik programlama ile çözülerek etkin sınır üzerinde yeni bir portföy bulunmuştur (Tablo.4).

Tablo.1: Uygulama Kapsamındaki Hisse Senetleri

1.	AKBANK
2.	AKÇANSA
3.	AKSİGORTA
4.	ALARKO HOLDİNG
5.	ALCATEL TELETAŞ
6.	ARÇELİK
7.	DOĞAN HOLDİNG
8.	DOĞAN YAYIN HOLDİNG
9.	EFES HOLDİNG
10.	ENKA HOLDİNG
11.	EREĞLİ DEMİR ÇELİK
12.	FORD OTOSAN
13.	GARANTİ BANKASI
14.	HÜRRİYET GAZETECİLİK
15.	İHLAS HOLDİNG
16.	İŞ BANKASI C
17.	KOÇ HOLDİNG
18.	MEDYA HOLDİNG
19.	MİGROS
20.	NETAŞ TELEKOM
21.	PETKİM
22.	PETROL OFİSİ
23.	SABANCI HOLDİNG
24.	ŞİŞE CAM
25.	TANSAŞ
26.	TOFAŞ OTO FABRİKA
27.	TRAKYA CAM
28.	TÜPRAŞ
29.	VESTEL
30.	YAPI KREDİ BANKASI

Hisse senetlerine ait getiriler,

$$R_{i,t}=\frac{\overline{p}_i^{t+1}-\overline{p}_i^{t}}{\overline{p}_i^{t}} \tag{4}$$

formülü ile hesaplanmıştır.Burada;

$R_{i,t}$: $i.$ hisse senedinin $t.$ gündeki getirisi

$\overline{p}_i^{t+1}$: $i.$ hisse senedinin $t+1.$ gündeki ortalama fiyatı

$\overline{p}_i^{t}$: $i.$ hisse senedinin $t.$ gündeki ortalama fiyatı dır.

Her bir hisse senedi için **ortalama getiri**;

$$\mu_i=\frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m}R_{i,t} \tag{5}$$

olmak üzere, $i.$ ve $j.$ hisse senetleri getirileri arasındaki kovaryans

$$\sigma_{i,j} = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^{m} (R_{i,t} - \mu_i)\ (R_{j,t} - \mu_j) \qquad (6)$$

olup, (30×30) boyutlu **pozitif definit** varyans-kovaryans matrisidir. Burada,

m : Yatırım periyodu (gün sayısı)

$t = 1,2,\ldots,m$ dir.

Aşağıdaki tabloda getirilerin varyans-kovaryans matrisinin, ana minörlerinin determinantlarının değerleri görülmektedir. Bütün ana minör determinantları $(\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_{30} > 0)$ olduğu için, varyans-kovaryans matrisi **pozitif definit**tir. Bu nedenle amaç fonksiyonu konveks ve tek minimumludur.

Tablo.2: Varyans-Kovaryans Matrisinin Ana Minör Değerleri

Δ_1 =0,001913638	Δ_{16} = 1,49806E-49
Δ_2 = 1,82895E-06	Δ_{17} = 1,53141E-52
Δ_3 = 1,63781E-09	Δ_{18} = 1,7962E-55
Δ_4 = 1,02558E-12	Δ_{19} = 1,44665E-58
Δ_5 =7,26302E-16	Δ_{20} = 1,29186E-61
Δ_6 = 6,13793E-19	Δ_{21} = 1,31142E-64
Δ_7 = 8,15286E-22	Δ_{22} =2,17435E-67
Δ_8 = 1,2918E-24	Δ_{23} =7,88437E-71
Δ_9 =7,86366E-28	Δ_{24} = 8,39329E-74
Δ_{10} = 5,36986E-31	Δ_{25} = 8,79471E-77
Δ_{11} =7,48152E-34	Δ_{26} = 1,03465E-79
Δ_{12} = 6,579E-37	Δ_{27} =7,66196E-83
Δ_{13} =3,95243E-40	Δ_{28} =4,87361E-86
Δ_{14} =2,52733E-43	Δ_{29} =3,73112E-89
Δ_{15} = 1,85582E-46	Δ_{30} =3,00652E-92

Aşağıda genel formunu verdiğimiz çok amaçlı doğrusal programlama probleminin

$$\begin{gathered} \max\{f_1(x) = C^1\vec{x}\} \\ \max\{f_2(x) = C^2\vec{x}\} \\ \vdots \\ \max\{f_k(x) = C^k\vec{x}\} \\ x \in S \\ S = \{\vec{x} \mid \vec{x} \in R^n, A\vec{x} = b, x \geq 0, b \in R^m\} \end{gathered} \qquad (7)$$

çözümü için; Belenson-Kapur'un önerdiği ağırlıklı toplamlar yöntemi [10] ve bu yönteme Giresunlu-Özdemir tarafından karar matrisi ilave edilerek oluşturulan yeni algoritmanın [9] bu çalışmadaki problemin ilk iterasyonuna uygulanması aşağıda gösterilmiştir.

f_1 **risk** ve f_2 **getiri** fonksiyonlarını ifade etmek üzere f_1 fonksiyonu lineer bir fonksiyon iken, f_2 fonksiyonu non-lineer bir fonksiyon olup kuadratik bir form teşkil etmektedir.

Çalışmamızda,

$$\begin{gathered} Min\{f_1 = V(\vec{x})\} \\ Min\{f_2 = -E(\vec{x})\} \\ S = \left\{ \vec{x} \,\middle|\, \sum_{i=1}^{30} x_i = 1, x_i \geq 0 \right\} \end{gathered} \qquad (8)$$

modeli her iki fonksiyon için ayrı çözülerek ;

$\vec{x}_1^*$:Risk Fonksiyonun Çözüm Noktası

$\vec{x}_2^*$:Getiri Fonksiyonun Çözüm Noktası

olmak üzere

$$\vec{x}_1^* : \begin{pmatrix} 0;0.066;0.022;0;0;0.085;0;0.11;0;0;0.16;0;0;0; \\ 0.003;0.012;0;0.02;0.11;0;0;0.0457;0.037;0; \\ 0.15;0.12;0.054;0;0;0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_2^* : \begin{pmatrix} 0;0;0;0;0;0.183;0.170;0;0;0;0.162;0;0;0;0;0;0;0;0; \\ 0;0;0;0;0.484;0;0;0;0 \end{pmatrix}$$

çözüm noktalarını sırası ile bu fonksiyonlarda yerine koyularak (2×2) lik fonksiyon değerleri oyun matrisini oluşturalım.

IV. OYUN MATRİSİ

$$G = \begin{array}{c|cc} & \vec{x}_1^* & \vec{x}_2^* \\ \hline f_1 & 0{,}014 & 0{,}044 \\ f_2 & -0{,}003 & -0{,}004 \end{array}$$

$K=1$ olmak üzere

$$G = \begin{array}{c|cc} & \vec{x}_1^* & \vec{x}_2^* \\ \hline f_1 & 1{,}014 & 1{,}044 \\ f_2 & 0{,}997 & 0{,}996 \end{array}$$

$z_{ij} = \dfrac{f_{ij}}{f_{ii}}$ $j=1,2,\ldots,k$ şartına göre,

V. NORMALİZE EDİLMİŞ OYUN MATRİSİ

$$G_N = \begin{array}{c|cc} & \vec{x}_1^* & \vec{x}_2^* \\ \hline f_1 & 1 & 1{,}028 \\ f_2 & 1{,}001 & 1 \end{array}$$

halini alır. Normalize edilmiş matris lineer programlama problemi olarak çözülürse;

$$z = 0.998$$
$$x_1 = 0{,}044719$$
$$x_2 = 0{,}95399$$

değerleri bulunur.

$\lambda' = \left(\dfrac{x_1}{z}, \dfrac{x_2}{z}\right) = (\lambda_1', \lambda_2')$ olmak üzere

$\lambda' = (0{,}0447;0{,}9553)$ dir.

$m_i = \dfrac{\lambda_i'}{f_{ii}}$, $M = \sum_{i=1}^{k} m_i$ ve $\lambda_i^* = \dfrac{m_i}{M}$ $i=1,2,\ldots,k$ eşitliğinden

$$m_1 = \frac{0{,}0447}{0{,}998} = 0{,}0448$$

$$m_2 = \frac{0{,}9553}{0{,}998} = 0{,}9564$$

$$M = 0{,}0448 + 0{,}9564 = 1{,}0012$$

$\lambda_i^* = \dfrac{m_i}{M}$ olmak üzere;

$$\lambda^* = \left(\frac{0{,}0448}{1{,}0012};\frac{0{,}9564}{1{,}0012}\right) = (0{,}0447;0{,}9553)$$

Bu değerler birinci iterasyondaki λ^* değerleridir. (Bkz. Tablo.3.)

VI. KARAR MATRİSİ

$d_{ij} = \begin{cases} 1 - z_{ij}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$ yardımı ile normalize edilmiş G_N matrisi, karar matrisine aktarılır.

$$D = \begin{array}{c|cc} & \vec{x}_1^* & \vec{x}_2^* \\ \hline f_1 & 0 & -0{,}028 \\ f_2 & -0{,}001 & 0 \end{array}$$

Buna göre;

$d_{ij}^* = \max\limits_{i} \left\{ \max\limits_{j} \left|1 - z_{ij}\right| \right\}$ eşitliğinden

faydalanarak bir sonraki aşamada x_2^* noktası çıkıp, yeni x_3^* noktası karar matrisinde yer alacaktır.

Bu iterasyonlar birbirinin aynı iki çözüm noktası bulunana kadar devam eder. Birbirinin aynı olan bu noktalar optimum çözüm değerini veren noktalardır. Bizim çalışmamızda ise, sekizinci iterasyonda Tablo 4. de yer alan altıncı portföy **(P6)** ün getirisi ile aynı getiriye sahip ancak riski daha fazla olan bir portföy elde edilmiştir. Bu portföyün etkin sınır üzerinde yer almadığı tesbiti yapılarak iterasyonlara son verilmiş ve algoritma bu aşamadan sonra çalıştırılmamıştır.

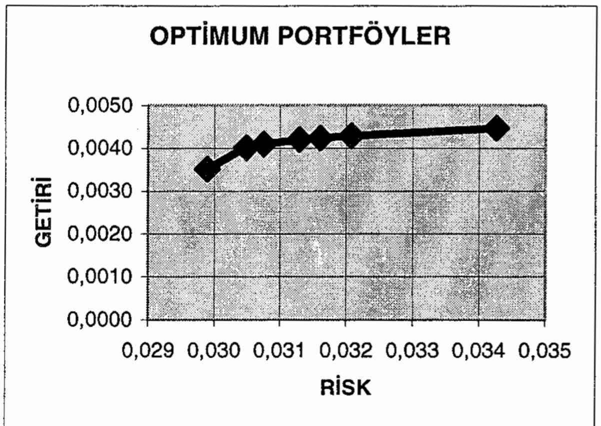
Tablo.3: λ^* Değerleri

İterasyon Sayısı	λ^*	$1-\lambda^*$
1	0,9553121509	0,0446878491
2	0,8048263535	0,195173645
3	0,6200755693	0,3799244307
4	0,7006426373	0,2993573627
5	0,6579272884	0,3420727116
6	0,8607590633	0,1392409367
7	0,4326975231	0,5673024769

Aşağıdaki tabloda etkin sınırı oluşturan portföyler ve bu portföylerin oluşturduğu etkin sınır eğrisi Şekil.2' de gösterilmiştir..

Tablo.4: Etkin Sınır Üzerindeki Portföyler

HİSSE SENEDİ	PORTFÖYLER(%)						
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
AKBNK	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
AKCNS	%1,59	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
AKGRT	%3,72	%4,26	%0,00	%0,32	%0,00	%4,62	%0,00
ALARK	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
ALCTL	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
ARCLK	%9,85	%10,52	%4,62	%8,61	%7,00	%10,35	%0,00
DO HOL	%0,00	%0,00	%8,80	%4,59	%6,52	%0,00	%18,30
DY HOL	%12,76	%15,93	%17,11	%16,92	%16,49	%15,01	%17,01
EFES	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
ENKA	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
EREGL	%16,70	%15,44	%9,98	%12,85	%11,55	%15,98	%0,00
FROTO	%0,00	%6,39	%13,18	%9,63	%11,47	%3,87	%16,25
GARAN	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
HURGZ	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
IHLAS	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
IS C	%4,29	%9,92	%5,29	%7,56	%6,57	%9,17	%0,00
KCHOL	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
MEDYA	%2,93	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%1,61	%0,00
MIGRS	%7,60	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
NETAS	%0,00	%3,71	%1,55	%2,81	%2,29	%4,63	%0,00
PETKM	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
PTOFS	%5,34	%5,38	%1,30	%3,53	%2,58	%5,90	%0,00
SAHOL	%2,65	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
SISE	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
TNSAS	%18,40	%28,45	%38,17	%33,18	%35,53	%25,26	%48,43
TOFAS	%8,20	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
TRKCM	%5,97	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%3,60	%0,00
TUPRS	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
VESTL	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
YKBNK	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
GETİRİ	**%0,35**	**%0,41**	**%0,43**	**%0,42**	**%0,42**	**%0,40**	**%0,45**
RİSK	**%2,97**	**%3,07**	**%3,21**	**%3,13**	**%3,16**	**%3,05**	**%3,43**



Şekil.2: Etkin Sınır Eğrisi

VII. SONUÇ

Tablo.3'de bulunan λ değerlerinin (1) modelinde yerine konulup çözülmesi sonucu elde edilen Tablo 4. deki portföylerin getiri ve riskleri de hesaplanarak son iki satırda verilmiştir. Bu değerlerin risk-getiri düzleminde noktalanması sonucunda Şekil 2. de görünen etkin sınır eğrisi bulunmuştur. Etkin sınır yatırımcıya optimal portföyler hakkında bilgi verir, ancak hangi etkin portföyün seçileceği yatırımcının riske karşı tutumuna göre belirlenir.

Genellikle, yatırımcılar riskten kaçınan ve riski sevenler olarak ikiye ayrılır. Çalışmamızın sonucunda elde edilen Tablo.3' deki λ riskten kaçınma katsayılarına karşı gelen portföy riskleri incelendiğinde λ'nın değeri 1'e yaklaştıkça risklerin küçüldüğü yani riskin daha fazla dağıtıldığı ve portföylerin daha çok çeşitlendiği görülmektedir. Bu durumda riskten kaçınan bir yatırımcı daha büyük bir λ riski seven yatırımcı ise daha küçük bir λ seçerek daha büyük riskli bir portföy elde eder. Tabii ki risk arttıkça getiride artacaktır.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] MARKOWITZ, H., *"Portfolio Selection"*, **Journal of Finance**, 1952;7, ss.77-91.

[2] MARKOWITZ, H., **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, Wiley, New York,1959.

[3] GEOFFRION, A.M., *"Solving Bicriterion Mathematical Programs"*, **Operations Research,** V.15, 1967, s.39.

[4] ZELENY, M., **Linear Multiobjective Programming**, Springer, New York, 1974.

[5] BALLESTERO, E.; ROMERO, C., *"Portfolio Selection: A Compromise Programming Solution"*, **Journal of the Operational Research Society,** V.47, 1996, ss.1377-1386.

[6] DEMOKAN, N.; LAND, A.H., *"A Parametric Quadratic Program to Solve A Class of Bicriteria Decision Problems"*, **Journal of the Operational Research Society,** V.32, No: 6, 1981, ss.477-488.

[7] YUSEN, X.; BOADING, L.; SHOUYANG, W.; K.K.L., *"A Model For Portfolio Selection With Order Of Expected Returns"*, **Computers & Operations Research,** 27, 2000, ss.409-422.

[8] DINKELBACH, W., *"On Nonlinear Fractional Programming"*, **Management Science,** V.13, No: 7, 1967, ss.492-497.

[9] GİRESUNLU, İ.M.; ÖZDEMİR, E., *"A Proposal on Utilization of Game Theory to Find Weights for Multiple Objective Linear Programming Problems"*, **İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Dergisi,** Sayı: 54, 1995, ss.1-8.

[10] BELENSON, S.M.; KAPUR, K.C., *"An Algorithm for Solving Multicriterion Linear Programming Problems With Examples"*, **Operational Research Quarterly,** V.24, No: 1, 1973, ss.65-77.

Erhan ÖZDEMİR

İstanbul Üniversitesi,
İşletme Fakültesi
34850 Avcılar – İSTANBUL

Tel: +90 (212) 473 70 70 - 18298
erhan@istanbul.edu.tr

Erhan ÖZDEMİR completed his Ph.D. at Istanbul University Business Administartion Faculty. He is Associate Professor at Istanbul University Business Administartion Faculty. His research areas are applied mathematics and portfolio optimization methods.

Gökhan TURAN

Gelincik Sok.
Şöhret Apt. No:1/9
Dikilitaş/BEŞİKTAŞ

Tel: +90 (212) 327 18 85
gturan1975@yahoo.com

Gökhan TURAN graduated in Forest Industrial Engineering Department, Faculty of Forestry, Karadeniz Technical University,1996. He finished master program in Quantitative Methods Department of Business Administration Faculty in Istanbul University, 2002. He had worked as a research assistant in İstanbul University Vocational School of Technical Sciences between April 1999-November 2002. His research areas are multicriteria decision making, portfolio selection.