

BİR İŞLETME PROBLEMİNİN PARAMETRİK PROGRAMLAMA TEKNİĞİ İLE ÇÖZÜMÜ

Habib KOÇAK

M.Ü. İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, Araştırma Görevlisi

Abstract

Operations Research techniques as a decision unit seek mathematical solutions for business problems. Firm has an aim function described with mathematical symbols. Parametric Programming examines the aim function over time. In this study optimum production planning model has examined with Parametric Programming technique.

I. GİRİŞ

İnsanoğlu, yıllarca doğanın kaynaklarından en iyi nasıl yararlanabilirim sorusuna cevap arayıp durmuştur. Bu sorunun cevabını bazen klasik deneme - yanlış yöntemleriyle, bazen de atalardan kalma yöntemlerle bulmaya çalışmıştır. Ancak İktisat biliminde Matematik'in aktif şekilde kullanılmasıyla, problemlere daha gerçekçi ve analitik yaklaşımaya başlanmıştır.

Cıktı noktası, II.Dünya Savaşında savunma ve kaynakların en iyi şekilde kullanılmasını sağlamak olan Yöneylem Araştırması, daha sonraları işletme problemlerine uygulanarak en uygun çözümlere ulaşmada karar vericilere yardımcı olmuştur.[1] Yöneylem Araştırmasının çeşitli tanımlamaları mevcut olup, aşağıdaki tanım sınırlarını belirleme açısından oldukça uygun bir tanımdır:[2]

“Yöneylem Araştırması, insan, makine, para ve malzemeden oluşan, endüstriyel, ticari, resmi ve askeri sistemlerin yönetiminde karşılaşılan problemlere, modern bilimin saldırısıdır. Belirgin yaklaşımı, sistemin, şans ve risk ölçüsünü de içeren ve alternatif karar, strateji ve kontrollerin sonuçlarını tahmin ve karşılaşmaya yarayan, bilimsel bir modelini geliştirmektir. Amacı, yönetimin politika ve eylemlerinin, bilimsel olarak saptanmasına yardımcı olmaktadır.”

Yöneylem Araştırması Teknikleri olarak da adlandırılan matematiksel bir çok yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları şunlardır:

1. Doğrusal Programlama
2. Doğrusal Olmayan Programlama
3. Dinamik Programlama

4. Tamsayılı Programlama
5. Oyun Teorisi
6. Markov Süreçler
7. Proje Planlama Teknikleri
8. Envanter Modeller

Bu çalışmada, Doğrusal Programmanın kullanımında ortaya çıkan Parametrik Programlama denilen bir teknik açıklanmış ve Parametrikleştirilmiş Amaç Fonksiyonlu Modellerin işletmeye bir uygulaması yapılmıştır.

II. PARAMETRİK PROGRAMLAMA

Doğrusal programlama problemlerinde, işletmenin modeli geliştirilirken, modele katılacak olan değişkenler doğrusal ve deterministik olarak alınıp incelenir. Ancak ekonomik sistemlerin yapısı devingen olup sürekli bir değişim gösterir. Ülkenin ekonomik yapısındaki değişime, paranın değerindeki artma veya azalma, teknolojik gelişmeler gibi çeşitli faktörler modeldeki değişkenlerin katsayılarının değişimine neden olur. Modelin daha gerçekçi olabilmesi, ileriye dönük gerçekçi kestirimlerde bulunulması ve işletmelerin piyasada varlıklarını sürdürmeleri için bu değişimleri gözönüne alarak üretim planlamasına gitmeleri gerekmektedir. Değişimleri modelde açıklayabilmek için, model değişkenlerinin katsayılarına bir veya birden fazla parametre eklenenir ve buna göre çözüm yöntemleri geliştirilir. Bu şekilde oluşturulan problemlere Parametrik Programlama Problemleri adı verilir.[3]

Modellerde 3 türlü değişim parametrikleştirilerek çözüm yöntemleri geliştirilmiştir:[4]

1. Amaç Fonksiyonundaki değişkenleri katsayılarının değişimi
2. Kısıt denklemlerinin sağ taraf sabitlerindeki değişimler
3. Yapay değişkenlerdeki değişimler

Yapılan uygulamalarda, değişimler genellikle tek parametreye -zaman parametresine- bağlı olarak gösterilir. Ancak çoklu parametreleştirme ile ilgili çalışmalar mevcuttur. [5]

Parametrik programlama, günümüzde pekçok uygulama alanı bulmuştur. Uygulama alanının başında askeri uygulamalar, petrol rafineri yönetimi[6], şehir planlaması[7] ve üretim planlaması gelir.

İlk defa 1947' de Dantzig, Doğrusal Programlama probleminin çözüm tekniklerinden olan Simpleks Metodu geliştirdiğinde, Parametrik Programlama ile ilgili ilk teknik notu yazmıştır.[8] 1954' de Saaty ve Gass[9] ve 1955'de Gass ve Saaty[10], amaç fonksiyonunun parametriklestirilmesiyle ilgili bir seri çalışma sunmuşlardır. Gall, Parametrik Programlananın tarihsel gelişimini makalesinde detaylı bir şekilde açıklamıştır[11]

III. PARAMETRİKLEŞTİRİLMİŞ AMAÇ FONKSİYONUNA SAHİP MODELLER

δ ' nin keyfi, cebircel olarak çok küçük ama sonlu bir sayı, ϕ ' nin keyfi cebircel olarak büyük fakat sonlu bir sayı olduğu yerde $\delta \leq \lambda \leq \phi$ olsun. Her λ için bu aralıktaki, d_j, d_j' , b_i sabitler olmak üzere Parametriklestirilmiş Amaç Fonksiyonlu Modeller denir[12] ve matematiksel olarak söyle ifade edilir;

$$Z_{\text{max}}(x) = \sum_{j=1}^n (d_{j,j} + d_{j,j}' \lambda) x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Bu şekilde verilmiş olan parametrik programlama probleminin çözüm algoritmaları aşağıdaki gibidir:

1. $\lambda = \delta$ alınıp denklemlerde yerine yazılırsa, problem doğrusal programlama problemine dönüşür ve simpleks süreci işletilir. Bu durumda bu problemin ya bir çözümüne ya da amaç fonksiyonun tanımladığı konveks kümeye sonlu bir çözümün olmadığına ulaşılır. Eğer çözüm varsa adım 2' ye geçilir. Aksi takdirde adım 3' e geçilir.

2. Problemin karar değişkenlerinin katsayıları $c_j = d_j + \lambda d_j'$ olduğundan, $Z_j - C_j$ 'yi λ 'nın doğrusal bir fonksiyon olarak söyle yazabiliz;

$$Z_j - C_j = \alpha_j + \delta \beta_j \quad \text{olur ki buradan } \alpha_j + \delta \beta_j \leq 0, j=1, 2, \dots, n \quad \text{esitsizliğine ulaşırız.}$$

$$\text{Tüm } \beta_j < 0 \text{ iç in} \quad \lambda \geq -\frac{\alpha_j}{\beta_j}$$

$$\text{Tüm } \beta_j > 0 \text{ iç in} \quad \lambda \leq -\frac{\alpha_j}{\beta_j} \quad \text{olu p}$$

$$\lambda = \begin{cases} \frac{m \cdot a_k}{\beta_j > 0} - \frac{\alpha_j}{\beta_j} & \text{veya} \\ -\infty & \text{tüm } \beta_j \leq 0 \end{cases}$$

$$\tilde{\lambda} = \begin{cases} \frac{m \cdot in}{\beta_j < 0} - \frac{\alpha_j}{\beta_j} & \text{veya} \\ -\infty & \text{tüm } \beta_j \geq 0 \end{cases}$$

tanımlanarak $\lambda \text{ ve } \tilde{\lambda}$ bulunur. Bu durumda tüm λ ' ler için optimal olacaktır. Yani $\lambda \leq \lambda \leq \tilde{\lambda}$ şeklinde olan λ ' ler optimal olup adım 4' e geçilir.

3. $Z_j - C_j$ satırında öyle bir $C_k = \alpha_k + \lambda \beta_k < 0$ vardır ki : $a_k \leq 0$ ($i=1, 2, \dots, m$) burada

a. Eğer $\beta_k = 0$ ise problemin bütün λ değerleri için çözüm yoktur.

b. Eğer $\beta_k < 0$ ise, problemin bütün $\lambda < \lambda' = -(\alpha_k/\beta_k)$ değerleri için sonlu çözüm yoktur.

c. Eğer $\beta_k > 0$ ise, problemin bütün $\lambda > \lambda' = -(\alpha_k/\beta_k)$ değerleri için sonlu çözüm yoktur.

4. $\tilde{\lambda} = +\infty$ ise problem biter. Aksi halde $\delta \leq \lambda \leq \phi$ aralığına ait başka bir değer verilerek adım 1'e dönülür. Optimal çözüm bulununcaya kadar algoritma devam ettirilir.

IV. UYGULAMA:[13]

Parametrik doğrusal programlama, elektrik malzemeleri üreten ve sektörün önde gelen isimlerinden, yabancı ortaklı bir işletmeye uygulanmıştır.

Uygulama yapılırken işletmeden ekonomik modeli kurmak için 6 aylık (01.01.1996 - 31.06.1996) ve 12 aylık (01.01.1996 - 31.12.1996) veriler alınmıştır.

IV.1. İŞLETMEDEN ALINAN VERİLER

IV.1.1. Üretilen Mamüller Ve Kullanılan Hammadde Miktarları

İşletmeden 4 ana gruba ait 24 önemli mamülün verileri alınmıştır. Bu mamüllerin ve ait oldukları ana gruplar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 1: Mamüller ve ait oldukları Ana gruplar

MAMÜLLERİN AİT OLDUKLARI GRUPLAR			
A grubu mamüller	B grubu mamüller	C grubu mamüller	D grubu mamüller
M1	M15	M20	M25
...	
M14	M19	M24	

Bu ürünlerin üretimi için Tablo 2' de gösterilen on farklı hammadde kullanılmıştır.

Tablo 2: Hammaddeler ve Stok Miktarları

HAMMADDE ADI	6 AYLIK STOK MİKTARI (BİRİM)	12 AYLIK STOK MİKTARI (BİRİM)
H1	7.232.678	10.385.590
H2	2.419.392	6.864.553
H3	1.525.549	1.978.692
H4	3.472.510	7.945.500
H5	55.096	139.096
H6	538.100	1.582.051
H7	681.528	1.94.984
H8	6.187.080	18.939.600
H9	720.000	2.160.000
H10	1.723.200	3.142.844

IV.1.2. Üretim Kapasiteleri

İşletmede mevcut kapasite ve olanaklarla 6 aylık ve 12 aylık maksimum üretim kapasiteleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3 : İşletmenin Üretim Kapasitesi

MAMÜLÜN GRUP ADI	TON / GÜN	6 AYLIK (BİRİM)	12 AYLIK (BİRİM)
A	600	41.580.000	124.740.000
B	105	7.796.250	23.388.750
C	50	3.118.500	9.355.500
D	45	2.079.000	6.237.000

IV.1.3. Ürün Satışından Elde Edilen Kar

Ürün satış fiyatlarından, maliyet ve satış masrafları düşülverek her 1 birim mamül için elde edilen kar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4: Her mamülün 1 biriminden elde edilen net kar

MAMÜLÜN ADI	01.01.1996 31.06.1996 6 AYLIK KAR	01.01.1996 31.12.1996 12 AYLIK KAR
M1	14.398,8	13.841,7
M2	8.708,9	343,9
M3	6.902,9	961,2
M4	5.588,6	-3.093,8
M5	7.792,8	2.352,8
M6	8.121,2	4.314,6
M7	5.210,3	-1.227,6
M8	6.711,8	9.960,5
M9	5.082,2	1.949,9
M10	11.101	4.386,9
M11	5.480,5	1.273
M12	6.525,6	3.771,8
M13	13.915,9	7.980,5
M14	15.229,5	6.761,6
M15	4.263,9	-3.167,8
M16	12.154,3	7.127,6
M17	10.823,1	5.294,8
M18	9.654	-2.685,5
M19	4.342,5	-4.067,8
M20	12.830,4	4.861,5
M21	12.740,3	3.836,9
M22	14.299	12.280,1
M23	10.748,8	2.483,7
M24	9.012	718,4
M25	4.927,3	-6.498,3

IV.1.4. Minimum Üretim Miktarları

İşletme, bazı ürünlerden en az düzeyde de olsa üretmek zorundadır. Bunun nedenleri ürünlerin marka adının devamı ve yapılmış olan anlaşmalardır. Minimum üretim miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5: Minimum Üretim Miktarları

MAMÜLÜN ADI	6 AYLIK	12 AYLIK
M1	16.485	37.538
M3	40.488	85.554
M4	87.098	205.065
M5	11.655	34.545
M8	13.808	38.220
M12	7.875	22.260
M13	15.278	45.045
M14	27.983	78.383
M15	15.278	39.848
M16	33.023	90.878
M17	64.785	163.590
M18	9.660	24.465
M20	40.005	107.153
M22	22.470	59.378
M24	7.350	20.685

IV.1.5. Pazar Sınırları

İşletmenin yaptırmış olduğu pazar araştırmalarının sonucunda, aşağıdaki tabloda gösterilen ilgili dönemde art Pazar sınırları elde edilmiştir.

Tablo 6: Pazar Sınırları

MAMÜL ADI	6 AYLIK	12 AYLIK
M2	1.137.500	3.412.500
M7	13.000.000	39.000.000
M9	3.250.000	9.750.000
M10	11.375.000	29.250.000
M11	2.925.000	8.775.000
M12	8.125.000	24.375.000
M19	650.000	1.950.000
M21	812.500	2.437.500
M23	975.000	2.925.000
M24	1.625.000	4.875.000

IV.1.6. Her Ürünün 1 Birim Üretimi İçin Kullanılan Hammadde Miktarları

Her ürünün 1 biriminin üretimi için kullanılan hammaddeler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 7 : Her mamülün 1 biriminin üretimi için kullanılan hammaddeler

MAMÜL ADI	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10
M1	0.79	0.11								
M2	0.83	0.048	0.01	0.01						
M3	0.8	0.044		0.023						
M4	0.812	0.039	0.009	0.016	0.0005	0.006				
M5				0.829						
M6	0.69	0.009		0.02	0.004					
M7	0.029	0.928	0.001	0.009	0.01		0.0005			
M8	0.649	0.036		0.036	0.0005					
M9							1.000			
M10	0.015	0.18	0.026	0.039	0.65					
M11		0.22								
M12		0.003	0.026	0.110						
M13				0.002						
M14	0.007			0.034		0.866				
M15								0.909		
M16								0.909		
M17								0.909		
M18								0.909		
M19								0.909		
M20									0.309	
M21									0.258	
M22									0.249	
M23									0.269	
M24									0.128	
M25										0.869

IV.2.İşletmeye Ait Ekonomik Modellerin Kurulması

İşletmelerin her zaman karı hedefleyen politikaları yüzünden ve rekabet ortamında kalan yöneticiler, üretim planlamasında bilimsel verileri kullanmak zorundadırlar. Piyasa koşulları ve üretimde etkili olan parametreler zaman içerisinde değişiklikler göstermektedir. İşletmelerde hammadde, üretim kapasitesi, Pazar sınırları gibi faktörler genel olarak zaman parametresine bağlı olarak değişmektedir. Bu tip durumlarda işletmelerin değişimleride gözönüne alarak en yüksek karı sağlayacak olan üretim planını hazırlamaları gerekmektedir. Bunun için Parametrik doğrusal programlama geliştirilmiştir.

Parametrik programlama tekniğinin uygulanması için aşağıdaki aşamaların gerçekleşmesi gereklidir.

a. Modele girecek karar değişkenleri belirlenir ve her bir mamül için bir değişken atanır. Uygulamada 24

mamül bulunduğu için 24 karar değişkeni olup aşağıdaki gibi atanırlar:

1.mamül : x_1

2.mamül : x_2

24.mamül : x_{24}

b. Amaç belirlenir ve bir değişken ile gösterilir. Bu çalışmada amaç karı maksimum yapacak üretim miktarlarını belirtmektedir. Dolayısıyla işletmenin sağlayacağı maksimum karı Z_{maks} ile gösterilir.

c. Amaç fonksiyonu, karar değişkenlerine bağımlı olarak formüle edilir.

d. Üretimde etkili olan faktörler belirlenir ve bu faktörler modelde birer sınırlayıcı olarak doğrusal denklem şeklinde ifade edilir.

Bu çalışmada sınırlayıcı faktörler olarak üretimde etkili olan fabrika kapasitesi, pazar sınırları, minimum üretim miktarları ve ham madde stoku dikkate alınmıştır.

e. Model bu aşamadan sonra parametrik programlama teknigi kullanılarak çözülür ve elde edilen sonuçlar yorumlanarak üretim planlaması gerçekleştirilir.

IV.3. Parametrikleştirilmiş Amaç Fonksiyonlu Model Denemesi

Bu modelde, amaç fonksiyonundaki katsayılar olan Satış karlarının değişmesi durumu incelenecaktır.

IV.3.1. Modelin Amaç Fonksiyonu

Bu modelde amaç 12 aylık dönemde sağlanan karın maksimum yapılmasıdır. Amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$Z_{\text{maks}}(x) = \sum_{j=1}^n (c_j + c'_j t) x_j$$

Burada j ($j = 1, 2, \dots, 24$) üretilen mamülleri ifade eder. X_j ise, j .inci mamülün üretim miktarıdır.

İşletmeden alınan ortalama kar (tablo 4) oranlarından yararlanarak, her bir mamülün satışından sağlanan kar t zaman parametresine doğrusal bağlılığı olarak yazılır. İlk 6 aylık kar $t = 2$, 12 aylık kar $t = 4$ değerlerinde sağlanır. Dolayısıyla x_1 mamülü için karın zamanla değişimini gösteren 2 nokta vardır. Bu noktalar yardımıyla karın zamanla doğrusal değişimini aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$t=2 \text{ için } c_1 + 2c'_1 t = 14.398,8$$

$$t=4 \text{ için } c_1 + 4c'_1 t = 13.841,7$$

Buradan $c_1 = 14960$, $c'_1 = -278,5$ bulunur. x_1 'in amaç fonksiyonundaki katsayısı $(14.960 - 278,5 t)$ olur. Benzer şekilde diğer mamüller için aynı hesaplamalar yapılarak amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\begin{aligned} Z_{\text{maks}}(x) = & (1.4960-278,5t)x_1+(1.7070-4.183t)x_2+(12.840-2.971t)x_3 \\ & +(14.270-4.341t)x_4+(13.230-2.720t)x_5+(11.930-1.903t)x_6+(11.650-3.291t)x_7 \\ & +(3.463-1.624t)x_8+(8.251-1.566t)x_9+(17.820-3.375t)x_{10}+(9.688- \\ & 2.140t)x_{11}+(9.279-1.377t)x_{12}+(19.850-2.968t)x_{13}+(23.700-4.234t)x_{14} \\ & +(11.700-3.716t)x_{15}+(17.180-2.513t)x_{16}+(16.350-2.764t)x_{17}+(21.990- \\ & 6.170t)x_{18}-(12.750-4.250t)x_{19}+(20.800-3.984t)x_{20}+(21.640-4.452t)x_{21} \\ & +16.320-0.09t)x_{22}+(19.100-4.133t)x_{23}+(17.310-4.147t)x_{24}+(16.350-5.173t)x_{25} \end{aligned}$$

IV.3.2. Sınırlayıcı Denklemler

Bu modelde üretimi sınırlayan faktörlerin zamanla değişmediği kabul edilerek aşağıdaki şekilde ifade edilirler

IV.3.2.1. Fabrika Kapasitesi

İşletmeden alınan verilerden oluşturulan ve Tablo 3'de gösterilen verilerden yararlanılarak işletmenin 12 aylık üretim kapasitesi modelde sınırlayıcı olarak aşağıdaki gibi yer almıştır.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 124.740.000$$

$$x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 23.388.750$$

$$x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 9.355.500$$

$$x_{25} \leq 6.237.000$$

IV.3.2.2. Pazar Sınırları

İşletmenin belirli dönemlerdeki satacagi mamül miktarları belirlidir. Dolayısıyla üretim planlaması yapılırken bu sınırlar dikkate alınması gerekiği için işletmeden alınan ve Tablo 6'da gösterilen veriler yardımıyla Pazar sınırlayıcıları modelde aşağıdaki gibi yer almışlardır.

$$x_2 \leq 3.412.500$$

$$x_5 + x_6 \leq 39.000.000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 9.750.000$$

$$x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} \leq 29.250.000$$

$$x_{16} + x_{17} \leq 8.775.000$$

$$x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 24.375.000$$

$$x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} \leq 1.950.000$$

$$x_{23} + x_{24} \leq 2.437.500$$

$$x_{24} \leq 2.925.000$$

$$x_{25} \leq 4.875.000$$

IV.3.2.3. Minimum Üretim Sınırlayıcıları

İşletme, bazı mamüllerden en az düzeyde üretmek zorundadır. Bunlar Tablo5'de gösterilmiştir. Bu veriler modele aşağıdaki gibi yer almışlardır.

$$\begin{aligned}
 x_1 &\geq 37.538 \quad x_3 \geq 85.554 & x_4 &\geq 205.065 \\
 x_5 &\geq 34.545 \quad x_8 \geq 38.220 & x_{12} &\geq 22.260 \\
 x_{13} &\geq 45.045 \quad x_{14} \geq 78.383 & x_{15} &\geq 39.848 \\
 x_{16} &\geq 90.878 \quad x_{17} \geq 163.590 & x_{18} &\geq 24.465 \\
 x_{20} &\geq 107.153 & x_{22} &\geq 59.378 & x_{24} &\geq 20.685
 \end{aligned}$$

IV.3.2.4. Hammadde Sınırlayıcıları

İncelenen döneme ait kullanılan hammadde miktarları birer kısıtlayıcı olarak modele aşağıdaki gibi eklenir. Her hammadde için bir sınırlayıcı denklem yazılır. Bu denklemlerin sağ tarafında o hammaddenin 12 aylık stok miktarları, sol taraflarında ise, o hammaddenin kullanıldığı mamüller yer alır. Değişkenlerin katsayıları ise, o mamülün 1 biriminin üretimi için ilgili hammaddeden kullanılacak miktarı gösterir.

$$0.79x_1 + 0.83x_2 + 0.8x_3 + 0.812x_4 + 0.69x_6 + 0.029x_7 + 0.649x_8 + 0.015x_{10} + 0.007x_{14} \leq 10.385.590$$

$$0.11x_1 + 0.048x_2 + 0.044x_3 + 0.039x_4 + 0.009x_6 + 0.928x_7 + 0.036x_8 + 0.18x_{10} + 0.22x_{11} + 0.003x_{12} \leq 6.864.553$$

$$0.01x_2 + 0.009x_4 + 0.001x_7 + 0.026x_{10} + 0.026x_{12} \leq 1.978.692$$

$$0.01x_2 + 0.023x_3 + 0.016x_4 + 0.829x_5 + 0.02x_6 + 0.009x_7 + 0.036x_8 + 0.039x_{10} + 0.11x_{12} + 0.002x_{13} \leq 7.945.500$$

$$0.05x_4 - 0.004x_6 + 0.001x_7 + 0.0005x_8 + 0.65x_{10} \leq 139.096$$

$$0.006x_4 - 0.866x_{14} \leq 1.582.051$$

$$0.0005x_7 + x_9 \leq 1.494.984$$

$$0.909x_{15} + 0.909x_{16} + 0.909x_{17} + 0.909x_{18} + 0.909x_{19} \leq 8.939.600$$

$$0.309x_{20} + 0.258x_{21} + 0.249x_{22} + 0.269x_{23} + 0.128x_{24} \leq 2.160.000$$

$$0.869x_{25} \leq 3.142.844$$

Böylece, mamül satışından elde edilen karın zamanla değişimini gösteren parametrik programlama modeli kurulmuş olur.

V. MODELİN ÇÖZÜMÜ VE ÖNERİLER

Yukarıda oluşumu anlatılan Amaç Fonksiyonu Parametrikleştirilen modelin çözümü çeşitli paket programlar aracılığıyla yapılabilir. Bu çalışmada.

modellerin çözümünde BASIC programlama dilinde yazılmış özel bir programdan yararlanılmıştır.[14] Çözüm sonuçları ekte gösterilmiştir.

Bu sonuçlara bakarak şunlar söylenebilir: Örneğin $1.315286 \leq t \leq 1.545164$ aralığı için, X13, X18, X31, X32, X33 ürünlerinden maksimum düzeyde, X1, X5, X12, X15 v3 X24 ürünlerinden minimum düzeyde üretilmesi önerilebilir. Aynı aralık için Amaç fonksiyonunun maksimum değeri $(3.042965E + 12) + (-5.061198E + 11)t$ olarak belirlenir.

VI. SONUÇ

Günümüz koşullarında işletmeler arasındaki ezici rekabet ortamında, karar vericiler, matematiksel tahmin yöntemlerinden çok ciddi bir biçimde yararlanmalıdır. Üretimde etkili olan tüm değişimleri gözönüne alarak üretim planlamasını yapmalıdır. Parametrik Programlama yöntemiyle optimal üretim planı bulunurken, sadece satış karının zamanla değişiminin yanında üretimde etkili olan Pazar sınırları, hammadde stoku, üretim kapasitesi gibi tüm faktörlerin zamanla değişimininde incelenmesi gerekmektedir. Bu yöntemle elde edilen sonuçlardan her mamülün üretim seviyelerinin maksimum karı ne oranda değiştireceği de hesaplanabilir. Aynı şekilde üretimde etkili olan diğer faktörlerin de değişimini sonucunda optimal üretim planının nasıl değişeceğini incelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1]-DOĞRUSÖZ, H. "Türkiye'de Yöneylem Araştırması" Y.A.Bildirileri 1975 Tübitak, 1976, s.6
- [2]-KARA İ., Yöneylem Araştırmasının Yöntembilimi, Eskişehir İ.T.İ.A. yayımı , Eskişehir, 1979, s.20
- [3]-MANNE, G.B. Notes On Parametric Linear Programming , RAND Co., Report No: B-468, 1953
- [4]-TAHA Hamdy , Operations Research an Introduction , Prentice-Hall International Inc. New York, 1987
- [5]-OHSAKI, M., ARORA, J.S., Adirect Application of Higher-Order Parametric Programming Techniques to Structural Optimization, International Jor.For Numerical Methods in Engineering, vol.36, pp.2683-2702
- [6]-İLHAN , İsmail , "Parametrik Doğrusal Programlama ve Bir Uygulama Denemesi" , Basılmış Doktora Tezi, Bursa İ.T.İ.A. , Bursa, 1980,, ss.47-49
- [7]-LACAVA G.J, and WALLAR B.S., "A Note on Duality and Parametric Programming In Urban Plannig ", Journal of Regional Science, Vol 11, No.2, 1985
- [8]-DANTZIG, G.B., Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, New Jersey, 1963

[9]- SAATY,T.L. and GASS, S.I., **The Parametric Objective Function 1**, Jorsa2, 1954, pp- 316-319

[10]-GASS, S.I. and SAATY,T.L., **The Parametric Objective Function 2**, Jorsa3, 1955, pp- 395-401

[11]-GALL, T., **A Historiogramme of Parametric Programming**, Jour. Ope. Res., 1980, pp. 449-451

[12]-GASS S.I., **Linear Programming Methods and Applications**, Mc Graw-Hill Inc, London, 1988,pp.147

[13]-KOÇAK H., **Parametrik Doğrusal Programlama ve Bir İşletme Uygulaması**, M.U.Sosyal Bilimler Ens., Basılmamış Yüksek Lisans Tezi , 1997

[14]-KOKANGÜL A., **Parametrik Programlama Tekniğinin Üretim Planlama ve Kar Analizinde Kullanımı**, Ç.Ü.Fen Bilimleri Ens., Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, 1994

EKLER:

ITERASYON SAYISI : 22 -2.288066 ≤ t ≤ 1.315286 Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.224914E+08
X14	1825428
X15	39848
X16	90878
X17	163590
X18	2.054133E+07
X20	107153
X21	1783469
X22	59378
X23	2416815
X24	20685
X25	3616621
X27	2553106
X28	4968000
X29	2620379
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X34	8520532
X35	3579206
X38	2904315
X39	1258379
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
3.083948E+12 +(-5.372794E+11) t	

ITERASYON SAYISI : 26 1.545164 ≤ t ≤ 1.817844 Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.224914E+08
X14	1825482
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	1.20208E+07
X20	107153
X22	1842847
X23	2416815
X24	20685
X25	3616621
X27	2553106
X28	4968000
X29	2620379
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	3579206
X38	2904315
X39	1258379
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
3.033477E+12 +(-4.999793E+11) t	

ITERASYON SAYISI : 24 1.315286 ≤ t ≤ 1.545164 Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.224914E+08
X14	1825428
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	1.20208E+07
X20	107153
X21	1783469
X22	59378
X23	2416815
X24	20685
X25	3616621
X27	2553106
X28	4968000
X29	2620379
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	3579206
X38	2904315
X39	1258379
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
3.042965E+12 +(-5.061198E+11) t	

İTERASYON SAYISI : 28	
$1.545164 \leq t \leq 3.01847$ Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	1.280133E+07
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.097276E+08
X14	1825428
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	1.20208E+07
X20	107153
X22	1842847
X23	2416815
X24	20685
X25	3616621
X27	2553106
X28	4968000
X29	2620379
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	3579206
X38	2904315
X39	1258379
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
2.971062E+12 +(-4.656447E+11) t	

İTERASYON SAYISI : 36	
$4.621341 \leq t \leq 5.192771$ Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	1.281681E+07
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.114592E+08
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X24	20685
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	1.557554E+07
X37	2416815
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
3.033477E+12 +(-4.999793E+11) t	

İTERASYON SAYISI : 30	
$3.08147 \leq t \leq 3.160642$ Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	1.281681E+07
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.114592E+08
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	1.20208E+07
X20	107153
X22	1842847
X23	2416815
X24	20685
X25	3616621
X27	2553106
X28	4968000
X29	2620379
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	3579206
X38	2904315
X39	1258379
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
2.96426E+12 +(-4.633913E+11) t	

İTERASYON SAYISI : 34	
$3.56402 \leq t \leq 4.621341$ Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	1.281681E+07
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	38220
X12	22260
X13	1.114592E+08
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X23	2416815
X24	20685
X27	1.454944E+07
X28	4968000
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	2.921178E+07
X35	1.557554E+07
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
2.641329E+11 +(-3.706652E+11) t	

İTERASYON SAYISI : 38 $5.192771 \leq t \leq 6.644249$ Aralığı için OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	1.559388E+07
X12	22260
X13	1.086828E+08
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X24	20685
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	1.365612E+07
X35	1.557554E+07
X37	2416815
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri : $2.402747E+12 + (-3.236211E+11)t$	

İTERASYON SAYISI : 44 $6.738562 \leq t \leq 6.836451$ Aralığı için OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	1.559388E+07
X12	22260
X13	45048
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X24	20685
X26	1.086377E+08
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	1.365612E+07
X35	1.557554E+07
X37	2416815
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri : $2.462885E+11 + (-1.184304E+09)t$	

İTERASYON SAYISI : 40 $6.64425 \leq t \leq 6.687575$ Aralığı için OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	1.559388E+07
X12	6.604466E+07
X13	4.266039E+07
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X24	20685
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	1.365612E+07
X35	1.557554E+07
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri : $1.704825E+12 + (-2.185795E+11)t$	

İTERASYON SAYISI : 42 $6.687576 \leq t \leq 6.738562$ Aralığı için OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	1.559388E+07
X12	6.681949E+07
X13	45048
X14	78383
X15	39848
X16	8611410
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X23	2416815
X24	20685
X26	4.184051E+07
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	1.365612E+07
X35	1.557554E+07
X38	2416815
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri : $8.661E+11 + (-9.316409E+10)t$	

ITERASYON SAYISI : 46	
$6.836451 \leq t \leq 16.17443$ Aralığı için	
OPTİMAL ÇÖZÜM	
X1	37538
X3	85554
X4	205065
X5	34545
X8	1.559388E+07
X12	22260
X13	45048
X14	78383
X15	39848
X16	90878
X17	163590
X18	24466
X20	107153
X22	1842847
X24	20685
X26	1.086377E+08
X27	1.454944E+07
X28	7384815
X29	6237000
X30	3412500
X31	3.896546E+07
X32	9.720938E+07
X33	1.365612E+07
X34	8520532
X35	2.409607E+07
X37	2416815
X38	2904315
X39	4875000
Amaç Fonksiyonunun Değeri :	
9.990574E+10 + (2.022779E+10) t	