Öneri, Adnan Tezel Anısına Özel Sayısı 1997.
ss.83-91.

VEKTÖR TRANSFORMASYONUNUN FARKLI KOORDİNAT SİSTEMLERİNDE MATRİSLERLE GÖSTERİLİŞİ

Dr. Mustafa TEKİN

İ.Ü. Bilgisayar Bilimleri Uygulama ve Araştırma Merkezi

I-GİRİŞ

Transformasyon matrisi genellikle çok değişkeli istatistik analizlerde kullanılan matrislerdir. Bu matrislerde nokta tranformasyonu yada baz vektör değişimi ile transformasyon söz konusudur. Çalışmamızda bu iki durum ele alınıp transformasyonların ne şekilde yapıldığının geometrik gösterimi(vektörel gösterimi) ele alınacaktır.

1.KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİNDE NOKTA TRANSFORMASYONU

Bu transformasyon işleminde ele alınan herhangi bir nokta(Preimage) $x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ve bu noktanın transformasyon işleminden sonra taşınacağı nokta olarakta (İmage) $x^*=\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix}$ olarak gösterilirse **x**' in **x*** üzerine lineer örtüşmesi daima bir lineer eşitlik olarak aşağıdaki şeklinde yazılabilir.

$$x_1^* = a_{11}x_1 + a_{12}x_2$$

$$x_2^* = a_{21}x_1 + a_{22}x_2$$

(1) no lu lineer eşitlikte $\mathbf{x_1, x_2}$ noktasını $\mathbf{x_1^*}$, $\mathbf{x_2^*}$ noktasına taşıyan ilişkiyi standart taban vektör olan $\mathbf{e}_i$ cinsinden ifade edebilmek için bu eşitlik matris formunda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{olur.}$$

Buradaki $\begin{bmatrix} a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ matrisi **x** ile gösterilen noktanın (preimage), **x*** ile gösterilen noktaya (image) transformasyonunu sağlayan matristir. Transformasyon işleminde ele alınan herhangi bir nokta,bu koordinat sisteminde standardize birim vektörler olarak kabul edilen $e_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ve $e_2=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ cinsinden ifade edilebilir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ noktaları(Preimage) standardize birim vektörler cinsinden

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde ifade edilir.

Ayrıca çalışmamızda örnek olarak ele alacağımız $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ şeklindeki transformasyon matrisi de standardize birim vektörler cinsinden

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 1e_1 + 2e_2 \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2e_1 + 1e_2 \qquad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterilir.

Burada ele alınan $T=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ Transformasyon matrisi Kartezyen koordinat sisteminde standart birim vektör cinsinden ele alınmıştır. Bu (1) matris yardımıyla

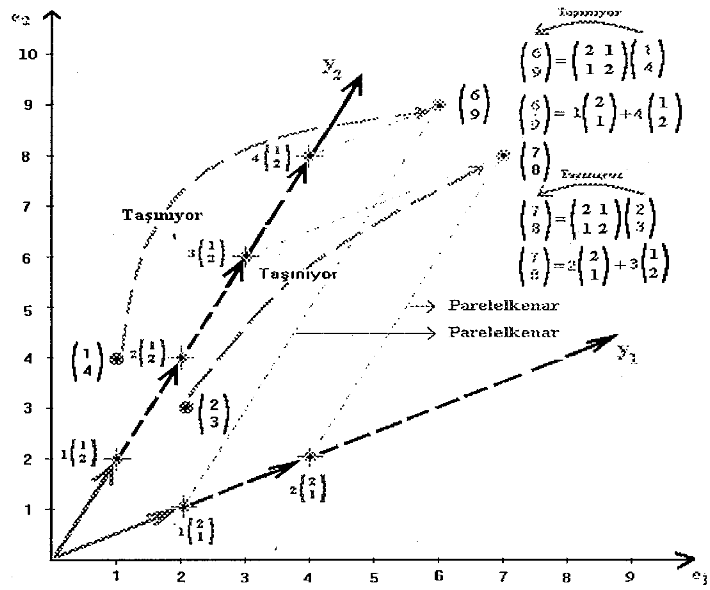
$$\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ noktası} \rightarrow \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ noktasına}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ noktası} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ noktasına}$$

taşınmıştır. Bu durum vektörel olarak şekil 1. de gösterilmiştir.



Şekil 1.

2.TABAN VEKTÖR DEĞİŞİMİ YARDIMIYLA TRANSFORMASYON (OBLİQUE TRANSFORMASYON)

a). Birinci Kısım da ele alınan **T** Transformasyon matrisinde standart birim vektörler alınarak transformasyon işlemi yapılmıştır.

Bu kısımda ise, ele alınan $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ noktasını sabit tutup, taban vektörlerin değiştirilmesi durumunda transformasyonun nasıl olacağı tartışılacaktır **(Oblique Transformasyon)**. Yani yeni taban vektörlerimizi $\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}$ olacak sekil de seçersek $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ noktasının bu yeni vektör uzayında koordinatlarının ne olduğunun bulunması işlemi anlatılacaktır. Bu yeni durumu lineer denklem sistemi şeklinde ve matris formunda yazarsak;

$$\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$2=3x_1+2x_2$$

$$3=1x_1-2x_2$$

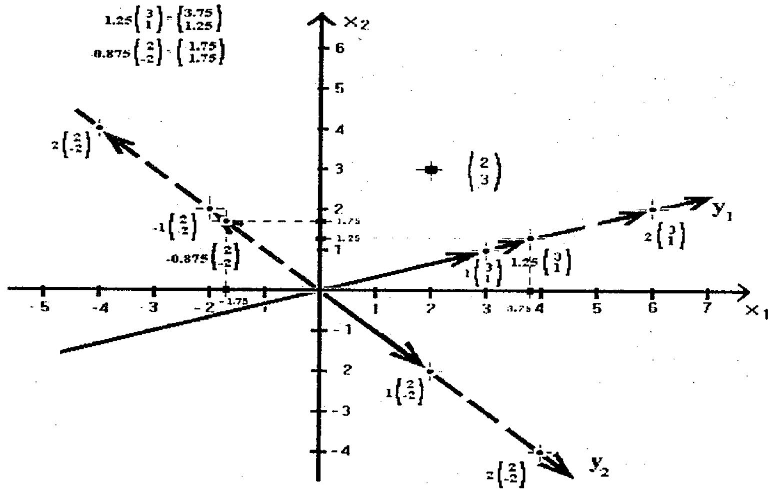
elde edilir.

Bu lineer denklem sistemi çözümünden $x_1=1.25$ $x_2=-0.875$ olarak bulunur. Bu durum taban vektörler cinsinden yazılırsa;

$$\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}-0.875\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\rightarrow\underbrace{\begin{bmatrix}3.75 & -1.75\\1.25 & 1.75\end{bmatrix}}_{\text{Yeni Baz Alınan koordinat sistemindeki karşılıkları}}$$

olur.

Bu noktanın matrisyel ifadesi vektörel olarak şekil 2.de gösterilmiştir.



Şekil 2.

b) Bu kısımda kartezyen koordinat sisteminde $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ noktasının taşındığı $\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix}$ noktasının yeni vektör uzayında koordinatlarını bulmak için (a) da ki işlem sürecini uygularsak Bu nokta

$$\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$7 = 3x_1 + 2x_2$$
$$8 = 1x_1 - 2x_2$$

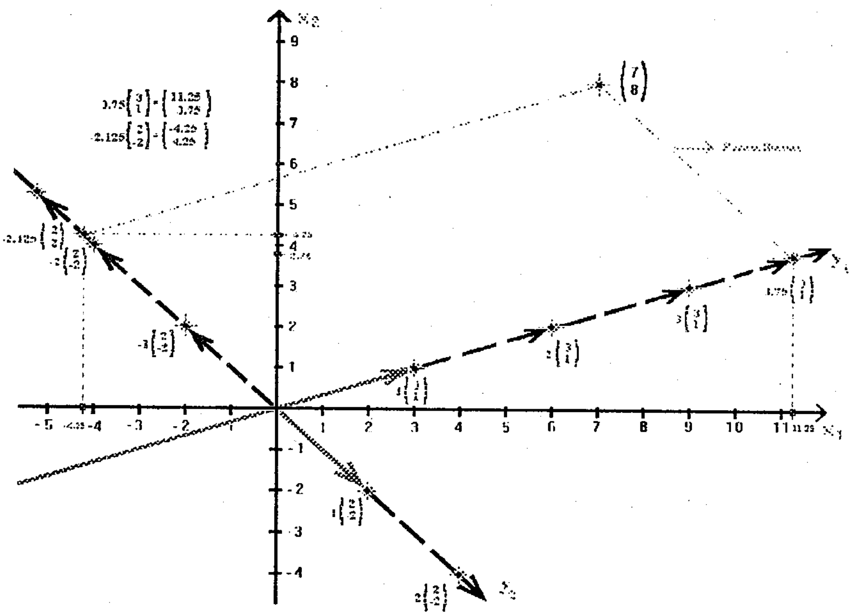
şeklinde yazabilir.

Bu lineer denklem sistemi çözümünden $x_1=3.75$ $x_2=-2.125$ olarak bulunur. Bu durumu yeni baz alınan taban vektörler cinsinden yazarsak.

$$\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix}=3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}-2.125\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix}11.25 & -4.25\\3.75 & 4.25\end{bmatrix}}_{\text{Yeni Baz Alınan koordinat sistemindeki karşılıkları}}$$

olur.

Bu noktanın matrisyel ifadesi vektörel olarak şekil 3. te gösterilmiştir.



Şekil 3.

Bu iki noktanın yeni baz vektörlerinde koordinatlarını bir arada matrisyel formda aşağıdaki gibi göstermek mümkündür.

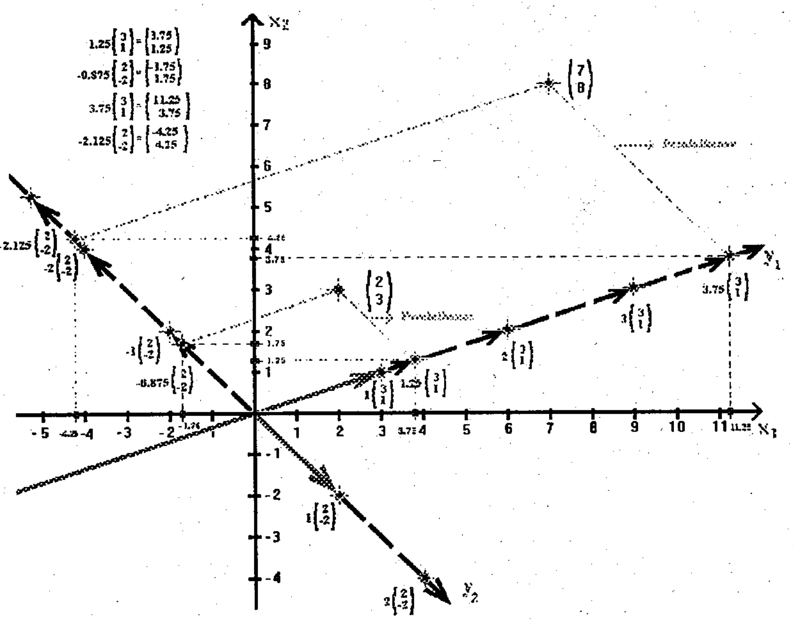
$$\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} \textit{(yeni baz vektörlerinde koordinatları)} \rightarrow 1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.75\\1.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -0.875\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1.75\\1.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} \textit{(yeni baz vektörlerinde koordinatları)} \rightarrow 3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11.25\\3.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -2.125\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4.25\\4.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

bu noktaların matrisyel ifadesi vektörel olarak şekil 4.teki gibidir.



Şekil 4

c) Bu kısımda da kartezyen koordinat sisteminde örnek olarak ele alınan $\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ noktasını sabit tutup taban vektörleri yine $\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}$ olarak değiştirdiğimizde $\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ noktasının bu yeni vektör uzayında koordinatlarını bulma süreci ele alınacaktır. Bu nokta lineer denklem sistemi şeklinde ve matris formunda

$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$1 = 3x_1 + 2x_2$$

$$4 = 1x_1 - 2x_2$$

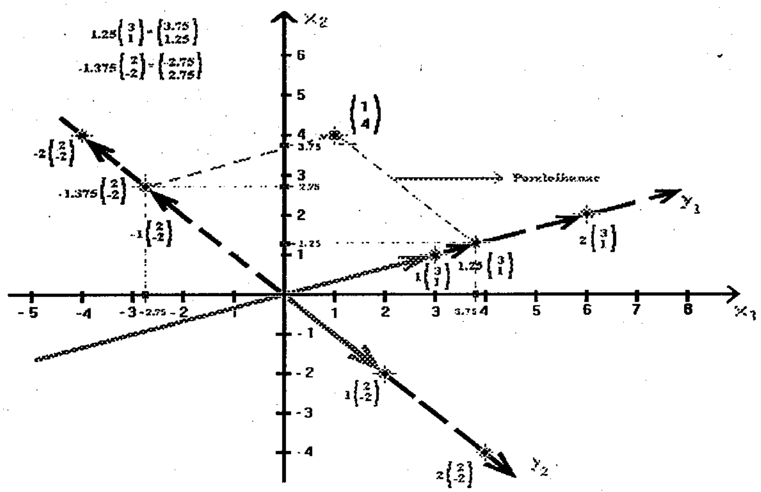
şeklinde yazılabilir.

Lineer denklem sisteminin çözümünden $x_1=1.25$ $x_2=-1.375$ olarak bulunur. Bu durumu yeni baz alınan taban vektörler cinsinden yazarsak;

$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}-1.375\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix}3..75 & -2.75\\1.25 & 2.75\end{bmatrix}}_{\textit{Yeni Baz Alınan koordinat siste min deki karşılıkları}}$$

olur.

Bu matrisyel ifade vektörel olarak şekil 5.te gösterilmiştir.



Şekil 5.

d) Bu kısımda kartezyen koordinat sisteminde $\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ noktasının taşındığı $\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix}$ noktasının yeni vektör uzayında koordinatlarını bulmak için aynı işlem sürecini uygularsak Bu nokta matris formunda

$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$6 = 3x_1 + 2x_2$$

$$9 = 1x_1 - 2x_2$$

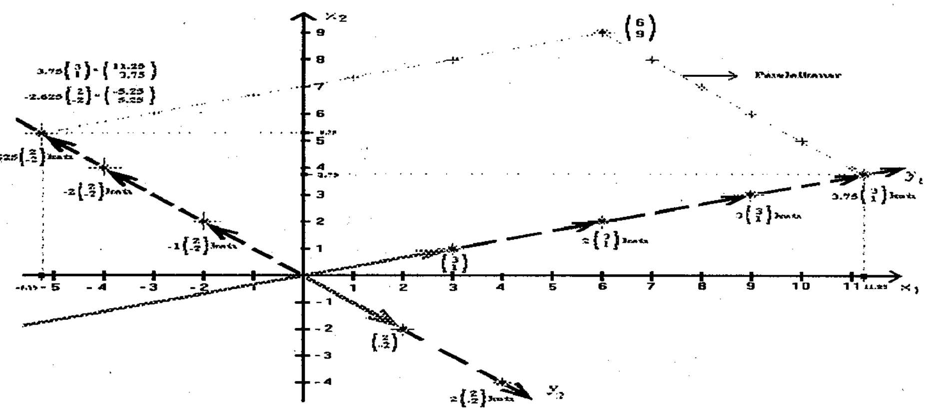
şeklinde yazabilir

Lineer denklem sistemi çözümünden $X_1=3.75$ $X_2=-2.625$ olarak bulunur. Bunu da yeni baz alınan taban vektörler cinsinden yazarsak.

$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix}=3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}-2.125\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\rightarrow\underbrace{\begin{bmatrix}11..25 & -5.25\\3.75 & 5.25\end{bmatrix}}_{\text{Yeni Baz Alınan koordinat siste min deki Karşılıkları}}$$

olur.

Bu matrisyel ifade vektörel olarak şekil 6. da gösterilmiştir.



Şekil 6.

Bu iki noktanın yeni baz vektörlerinde koordinatlarını bir arada matrisyel formda aşağıdaki gibi göstermek mümkündür.

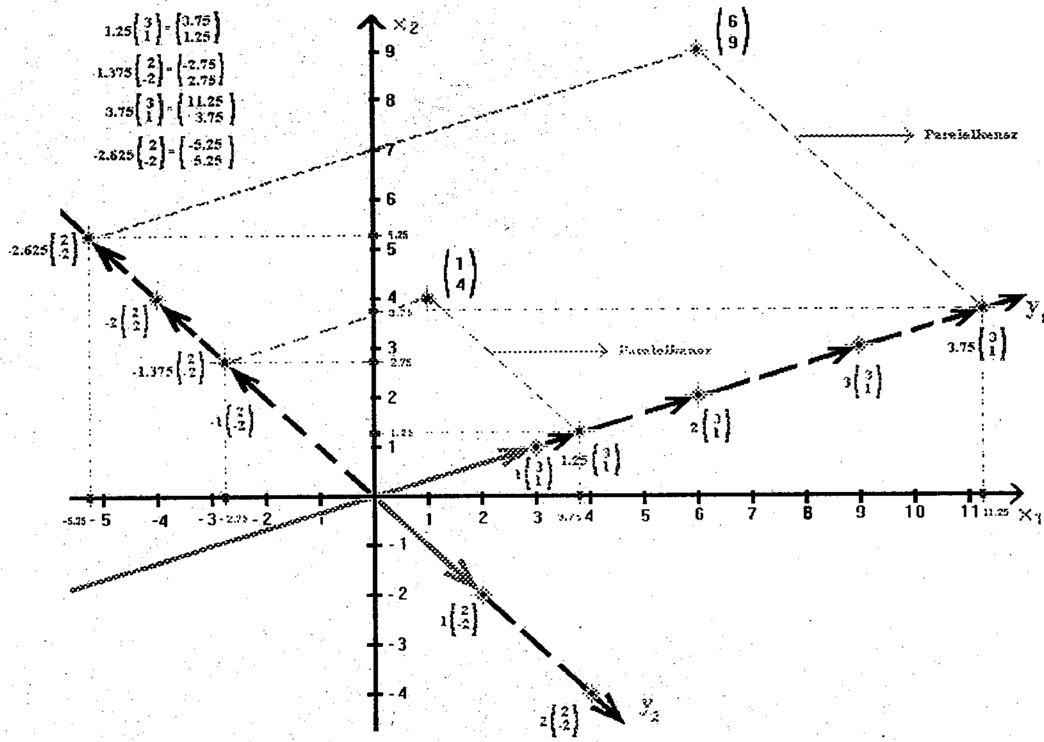
$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.75\\1.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -1.375\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2.75\\2.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11.25\\3.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -2.625\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5.25\\5.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

bu matrisyel gösterimin vektörel ifadesi iki nokta için şekil 7. de gösterilmiştir.



Şekil 7.

a), b), c), d), kısımlarında anlatılan bu ifadelerin hepsini birden matrisyel formda:

$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.75\\1.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -1.375\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2.75\\2.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11.25\\3.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -2.625\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5.25\\5.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

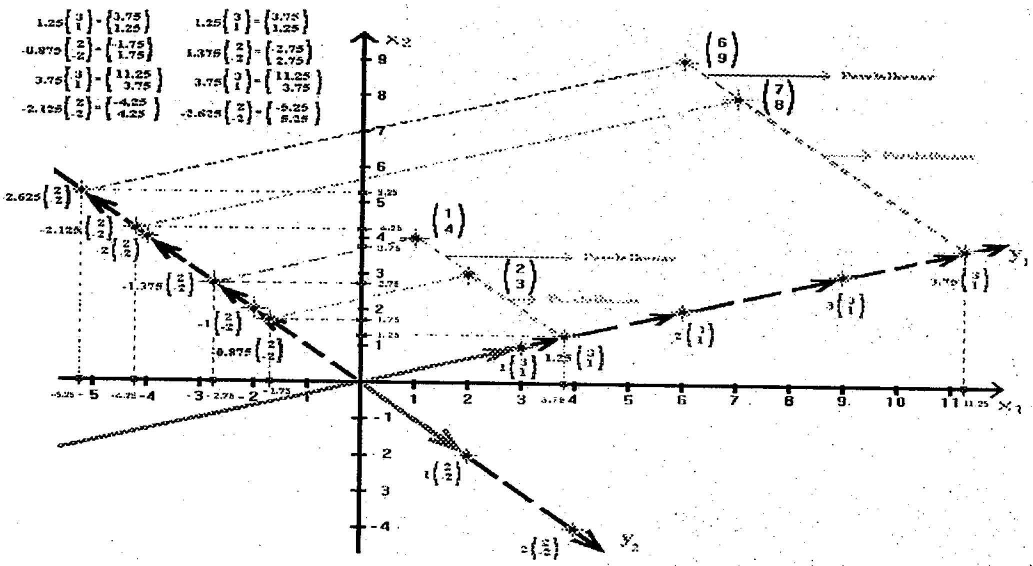
$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 1.25\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.75\\1.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -1.375\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2.75\\2.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} \textit{ noktasının} \begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix} (\textit{yeni baz vektörlerinde koordinatları}) \rightarrow 3.75\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11.25\\3.75\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

$$\rightarrow -2.625\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5.25\\5.25\end{bmatrix} \textit{noktasına}$$

şeklinde ifade edilir. Bu dört noktanın vektörel gösterimi ise şekil 8.' de gösterilmiştir.:



Şekil 8.

3.) VEKTÖR DÖNÜŞÜMÜNÜN MATRİSLERLE GÖSTERİLİŞİ

Bu kısımda Koordinat dönüşümlerinde kullanılan Transformasyon işlemlerini matrislerle açıklayacağız. Bunun için kartezyen koordinat sisteminde kullanılan matrisyel sembollerde alt indis olarak **eski**[1] ifadesini ($\mathbf{Y}_{eski}$, $\mathbf{A}_{eski}$, $\mathbf{X}_{eski}$ ..vb), kartezyen koordinat sisteminde ele alınan noktaları sabit tutup taban vektörleri değiştirdiğimizde kullanılan matrisyel ifadelerde alt indis olarak **yeni**[2] ($\mathbf{Y}_{yeni}$, $\mathbf{A}_{yeni}$, $\mathbf{X}_{yeni}$ ..vb) ifadesi kullanılırsa, Transformasyon işlemleri matrisyel olarak eski sistemde şöyle yazılabilir.

$$\mathbf{Y}_{eski} = \mathbf{A}_{eski}\,\mathbf{X}_{eski} \qquad (2)$$

$$\mathbf{Y}_{eski} = \mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{Y}_{yeni} \qquad (3)$$

[1] Eski sistem, kartezyen koordinat sistemini ifade etmektedir.

[2] Yeni sistem, kartezyen koordinat sisteminde ele alınan noktaların sabit tutulup baz vektörlerin değiştirilmesiyle elde edilen sistemi ifade etmektedir.

$$\mathbf{X}_{eski} = \mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{X}_{yeni} \qquad (4)$$

(4) ve (3) teki eşitliği (2) de yerine koyarsak:

$$\mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{Y}_{yeni} = \mathbf{A}_{eski}\,\mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{X}_{yeni} \qquad \mathbf{(5)}$$

(5) teki eşitliği her iki taraftan $\mathbf{B}^{-1}_{yeni}$ ile çarparsak:

$$\mathbf{B}^{-1}_{yeni}\,\mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{Y}_{yeni} = \mathbf{B}^{-1}_{yeni}\,\mathbf{A}_{eski}\,\mathbf{B}_{yeni}\,\mathbf{X}_{yeni} \qquad (6)$$

$$\mathbf{Y}_{yeni} = \underbrace{\mathbf{B}^{-1}_{yeni}\,\mathbf{A}_{eski}\,\mathbf{B}_{yeni}}_{\text{Eski sistemden yeni sisteme geçişi sağlayan transformasyon matrisi(T)}}\,\mathbf{X}_{yeni} \qquad (7)$$

olarak bulunur.Bu matris bilhassa Çok değikenli istatistik analizlerinde transformasyon işlemleri için kullanıldığından önem arz eden bir matristir. Bu matrisi matris işlemleri ile ele alınan örnek üzerinde uygularsak:

$$\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}}_{A_{eski}}\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$$

şeklinde gösterebiliriz. Yeni sistemde ise aynı noktalar

$$\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}1.25\\-1.375\end{bmatrix}} \rightarrow \begin{bmatrix}3.75\\-2.625\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.25\\-1.375\end{bmatrix} \quad (8)$$
$$\downarrow$$
$$\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}}_{B_{yeni}}\begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3.75\\-2.625\end{bmatrix}$$

olur. Diğer iki nokta için ise;

$$\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}1.25\\-0.875\end{bmatrix}} \rightarrow \begin{bmatrix}3.75\\-2.125\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.25\\-0.875\end{bmatrix} \quad (9)$$
$$\downarrow$$
$$\begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}}_{B_{yeni}}\begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}x_{b1}\\x_{b2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3.75\\-2.125\end{bmatrix}$$

yazılabilir. (8) ve (9) denklem sistemini lineer denklem şeklinde yazarsak;

$$3.75 = 1.25a - 1.375b \qquad 3.75 = 1.25a - 0.875b \quad (10)$$

$$-2.625 = 1.25c - 1.375d \qquad -2.125 = 1.25c - 0.875d$$

elde edilir. Buradan ilk sıradaki ve ikinci sıradaki denklem sistemini birlikte yazıp çözersek;

$$3.75 = 1.25a - 1.375b \qquad 2.625 = 1.25c - 1.375d$$

$$3.75 = 1.25a - 0.875b \qquad 2.125 = 1.25c - 0.875d \quad (11)$$

$$a=3 \qquad b=0$$
$$c=-1 \qquad d=1$$

olarak bulunur. O halde eski ile yeni sistem arasında transformasyonu sağlayan matris;

$$T = \begin{bmatrix}3&0\\-1&1\end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Bu matrisi (7) deki eşitlik biçiminde yazıp elde edersek

$$\mathbf{T} = \mathbf{B}^{-1}_{\text{yeni}}\,\mathbf{A}_{\text{eski}}\,\mathbf{B}_{\text{yeni}} \quad (13)$$

$$T=\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}0.25&0.75\\-0.125&0.625\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix}0.75&0.75\\-0.125&0.625\end{bmatrix}}\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}3&0\\-1&1\end{bmatrix}}_{T}$$

olarak (11) dekinin aynısı matrisyel olarak bulunur.

Elde edilen Transformasyon matrisi ile yeni sistemde Transformasyonun matrisyel ifadesi ele alınan örnek için kısa yoldan;

$$\underbrace{\begin{bmatrix}3.75\\-0.875\end{bmatrix}}_{Y_{yeni}} = \underbrace{\begin{bmatrix}3&0\\-1&1\end{bmatrix}}_{T}\underbrace{\begin{bmatrix}1.25\\-0.875\end{bmatrix}}_{X_{yeni}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}3.75\\-2.625\end{bmatrix}}_{Y_{yeni}} = \underbrace{\begin{bmatrix}3&0\\-1&1\end{bmatrix}}_{T}\underbrace{\begin{bmatrix}1.25\\-1.375\end{bmatrix}}_{X_{yeni}}$$

Şeklinde bulunur.

Hemen hemen tüm istatistik kitaplarında bu dönüşümün vektörel gösterimi pas geçilerek (13) teki dönüşüm kısa biçimde verilmektedir. Halbuki matrisyel olarak çok basitçe bulunabilen transformasyon matrisinin vektörel ifadesi hiçte o kadar kolay değildir.

SONUÇ

Bu çalışmamızdaki amaç transformasyon matrisinin hangi düşünce sistemi içinde elde edildiğini vektörel olarak gösterip çok değişkenli istatistikte kullanılan transformasyon işleminin daha anlaşılır olmasını sağlamaktır.

Öneri, Adnan Tezel Anısına Özel Sayısı 1997.

KAYNAKLAR

[1]-Benjamin Fruchter, "Introduction to Factor Analysis", D.Van Nostrand Company,Inc.Princetion, New Jersey ,1968

[2]-Bolch B.Ben and Huang J. Cliff, "Multivariate Statistical Methods for Business and Economics", New Jersey, 1974

[3]-Green E. Paul, "Analyzing Multivariate Data", The Dryden Press Series in Marketing",1972

[4]-Green E. Paul, "Mathematical Tools for Applied Multivariate Analysis", Academic Press, 1979

[5]-Işıkara Baki, "Regresyon Yöntemleri ve Sorunları ",Fen Fakültesi Basım evi , İstanbul, 1975.

[6]-Maurice M. Tatsuoka,"Multivariate Analysis Techniques for Educations and Psychological Research", John Wiley & Sons,Inc.New York, 1971

[7]-Maxwell, A.E., "Multivariate Analysis in Bahavioral Research" , New York ,1977.

[8]-Mardia,K.V. ,Kent.J.T. ,and Bibby.J.M.,"Multivariate Analysis ",Academic Press, Seventh Edition , london 1989.

[9]-Morrisson,D., "Multivariate Statistical Methods", McGraw-Hill Book Campany, 1967

[10]-Richard A.Johnson,Dean W.Wichern, "Applied Multivariate Statistical Analysis",Prentice Hall, Englewood Cliffs,New Jersey, 1988