MATEMATİK ALAN BİLGİSİNİN KAVRAMSAL BOYUTTA İNCELENMESİ: TÜREV ÖRNEĞİ

Araştırma Makalesi / Research Article

Gedik Altun, S.D. (2019). Matematik Alan Bilgisinin Kavramsal Boyutta İncelenmesi: Türev Örneği. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 10(2), 498-513.

DOI: 10.30783/nevsosbilen.683057

Geliş Tarihi: 05.02.2020
Kabul Tarihi: 04.12.2020
E-ISSN: 2149-3871

Solmaz Damla GEDİK ALTUN
Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD.
sdgedik@nevsehir.edu.tr
ORCID No: 0000-0002-6205-6603

ÖZ

Bir öğretmenin sahip olması gereken alan bilgisinde işlem ve kavram bilgisinin yanında bu bilgiler arasındaki ilişkileri ve altında yatan nedenleri bilmeleri gerekmektedir (Shulman, 1986; Ball, 1990). Bu çalışmada fen bilgisi öğretmen adaylarının türev konusuna ilişkin alan bilgileri işlemsel ve kavramsal bilgi temelinde ele alınması amaçlanmıştır. Bunun için öğretmen adaylarına türev konusuna ilişkin sorular sorularak bu konuyla ilgili bilgileri hakkında derinlemesine bilgi edinmek istenmiştir. Çalışmanın katılımcıları 2019-2020 eğitim öğretim yılının bahar dönemi bitişinde İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin fen bilgisi öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 24 ikinci sınıf öğrencisidir. Bu araştırmada türevin geometrik anlamı ve türev-eğim-teğet ilişkisi, ekstremum noktalarının tanımlanması ve bu noktaların türevle ilişkisi, asimptotun tanımı ve çeşitleri ele alınmıştır. Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili olarak kavramsal bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: İşlemsel Bilgi, Kavramsal Bilgi, Türev.

CONCEPTUAL STUDY OF MATHEMATICS CONTENT KNOWLEDGE: DERIVATIVE EXAMPLE

ABSTRACT

In the field knowledge that a teacher should have, they should know the process and concept information, as well as the relationships between them and the underlying causes (Shulman, 1986; Ball, 1990). In this study, it is aimed to evaluate the science teachers' field knowledge about derivative subject on the basis of operational and conceptual information. For this, pre-service teachers were asked questions about derivatives and asked for in-depth information about their knowledge on this subject. The participants of the study are 24 second grade students studying at the science education department of a public university in the Central Anatolia Region at the end of the spring semester of the 2019-2020 academic year. In this study, the geometric meaning of the derivative and the derivative-slope-tangent relationship, the definition of the extremum points and their relation with the derivative, the definition and types of asymptote were discussed. It can be said that the conceptual knowledge of prospective teachers and teachers about the concept of derivative is not sufficient.

Keywords: Operational Information, Conceptual Information, Derivative.

1. GİRİŞ

Bir öğretmenin sahip olması gereken bilgi ile ilgili fazlasıyla çalışma yapılmasına rağmen günümüzde hala önemli bir yeri bulunmaktadır (Ball, Thames and Phelps, 2008; Shulman, 1986). Yapılan araştırmalarda öğretmenin niteliği ile matematik öğretiminin kalitesinin ilişkili olduğu görülmektedir. Bu ilişki öğrenci başarısını da orantılı olarak etkilemektedir (Fennema and Franke, 1992; Hill, Rowan and Ball, 2005; Ma, 1999).

Öğretmenlerin sahip olması gereken nitelikler gerekli öğretim programlarında yer almaktadır (MEB, 2017). Bu niteliklerin anlaşılması ve gerekli önemin verilmesi ise öğretmen yetiştiren eğitim fakültelerinde öğretmen adaylarına bilinçli ve anlamlı eğitim vermekten geçmektedir. Bundan dolayı öğretmen yetiştiren eğitim fakültelerinde verilen öğretmen bilgisinin nasıl olması gerektiği ile ilgili çalışmalar her zaman güncelliğini korumaktadır (Özgen, Narlı and Alkan, 2013).

Öğretmen bilgisi ile ilgili birçok araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalardan bazılarına bakıldığında öğretmen bilgisi farklı kategoriler altında toplanmıştır (örn; Grossman, 1990; Fennema and Franke, 1992 vb.). Öğretmen bilgisi adı altında toplanan bu kategorilerde bazı bilgi türleri ortaktır. Bunlardan biri de "Konu alan bilgisi" dir(Shulman, 1986; Grossman 1990; Fennema and Franke, 1992).

Konu alan bilgisi, belirli bir konu; bu konunun altında yatan kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri gösteren bilgi türüdür (Shulman, 1986). Verilen matematiksel konuları anlamak, bu konulardaki kavramları bilmek ve gerekli kavramlar arasında ilişki kurabilmek iyi bir konu alan bilgisi bilmekten geçmektedir (Ball, 2003). Konu alan bilgisinin iyi anlaşılması öğretimin kalitesini ve öğrenci başarısını arttırmaktadır (Ball vd., 2008; Ma, 1999).

Literatürde konu alan bilgisi genel olarak işlemsel ve kavramsal bilgi olarak ayrılmaktadır (Olkun and Toluk-Uçar*,* 2014). Bazı araştırmacılar matematikte yer alan bazı bilgilerin hem kavramsal hem de işlemsel olarak tanımlanabileceğini savunmaktadır. Bu yüzden bu şekilde ayrımın doğru olmadığını belirtmişlerdir (Hiebert and Lefevre, 1986). Fakat bunun yanı sıra bu ayrımın öğrenme sürecini yorumlamada ve öğrenci başarısını daha iyi anlamada yardımcı olacağını da savunmuşlardır.

Matematikte işlem bilgisi, gerekli konuda kullanılan kurallar, semboller, matematiksel dil kullanımı, problem çözmedeki gerekli bilgi olarak tanımlanırken kavramsal bilgi konu ile ilgili verilen kavramlar ve eski ile yeni kavramları ilişkilendirerek anlamlı hale getirebilme olarak tanımlanmaktadır (Baki and Kartal, 2004; Hiebert and Lefevre, 1986). Bir konunun öğretiminde işlemsel bilgi yeterli düzeyde verilirken kavramsal bilginin yeterli düzeyde verilmemesi o konuda hatalara ve kavram yanılgılarına sebep olmaktadır (Van de Walle vd., *2012).*

Bir öğretmenin sahip olması gereken alan bilgisinde işlem ve kavram bilgisinin yanında bu bilgiler arasındaki ilişkileri ve altında yatan nedenleri bilmeleri gerekmektedir (Shulman, 1986; Ball, 1990). İşlemsel bilgi ve kavramsal bilgi ile ilgili gerekli literatüre bakıldığında, iyi bir alan bilgisine sahip olabilmek için her iki tür bilgiye de sahip olunması gerektiği tespit edilmiştir (Birgin and Gürbüz, 2009; Toluk-Uçar, 2011). Kavramsal ve işlemsel bilgi arasında anlamlı bir ilişki kurmak veya bu bilgileri dengelemek matematikte gerekli konuyu anlayabilmek için oldukça önemlidir.

Matematikte verilen alan bilgisinde genellikle işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri bazı konularda öğrencilerde gerekli dengede olmamaktadır. Bunlardan biri de ortaöğretim ve yükseköğretim derslerinde yer alan türev konusudur. Türev, başta matematik olmak üzere fizik, kimya, biyoloji, ekonomi ve daha birçok dalda sıkça kullanılan bir konudur (Yılmaz, 2009'dan Akt: Özturan Sağırlı, 2010). Türev içerisinde fonksiyon, süreklilik, limit gibi farklı matematiksel kavramlar barındıran; birden çok tanımı ve yorumu olan; bunun yanı sıra belirli bir andaki değişim hızının ne olduğunu anlamaya yardımcı olan zengin bir kavramdır (Bingölbali, 2013; Zandieh, 2000).

Üniversite düzeyinde türev kavramının öğretiminin yapıldığı analiz ve genel matematik dersleri öğrenim görülen bölümlere göre içerik ve odak bakımından farklılık gösterebilmektedir (Bingölbali and Monaghan, 2008). Bu çalışmanın katılımcılarını oluşturan fen bilgisi öğretmenliği bölümü öğrencilerine ise türev kavramının öğretimi birinci sınıf güz yarıyılında Genel Matematik-I dersi kapsamında yapılmaktadır.

Türev konusunda bazı kavramların basit ve kolay anlaşılabilir olduğu düşünülse de öğrenciler bu kavramları farklı algılayabilmektedir (Orton, 1983). Bu bağlamda öğrencilerin türevi kavramsal ve sezgisel olarak anlayamadıkları (Hashemi, Abu, Kashefi and Rahimi, 2014; Orton, 1983) daha çok yüzeysel anladıkları belirtilmektedir (Açıkyıldız, 2013). Yapılan araştırmalarda öğrencilerin çoğu zaman işlemsel bilgilerini kullandıkları fakat kavramsal bilgilerini kullanmada sıkıntı yaşadıkları görülmektedir (Açıkyıldız, 2013; Kertil, 2014; Habre and Abboud, 2006; Zandieh, 2000).

İlgili alanda yapılan araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin türev konusunda yaşadıkları güçlüklerin bazı sebeplerinin olduğu belirtilmektedir (Açıkyıldız, 2013; Duru, 2006; Ergene, 2011; Hauger, 2000; Park, 2011; Ubuz, 2007). Yaşanılan güçlüklerin sebeplerinden biri de türev konusunda kavramsal bilgilerin eksik olmasına neden olan grafik ve sembolik gösterim arasındaki ilişkinin kurulamamasıdır (Duru, 2006).

2. YÖNTEM

Bu çalışmada fen bilgisi öğretmen adaylarının türev konusuna ilişkin alan bilgileri işlemsel ve kavramsal bilgi temelinde ele alınması amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin nasıl olduğu ve bu bilgiler arasındaki ilişkiler ortaya koyulmak istenmiştir. Bunun için öğretmen adaylarına türev konusuna ilişkin sorular sorularak bu konuyla ilgili bilgileri hakkında derinlemesine bilgi edinmek istenmiştir. Dolayısıyla araştırmacının konuyla ilgili derinlemesine bilgi edinmesi amacıyla, kontrol edemediği bir durumu ayrıntılı ele almasını sağlayan nitel durum çalışması, bu araştırmanın yöntemi olarak kabul edilmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Durum çalışması, sınırlı bir sistemin nasıl işlediği ve çalıştığı hakkında sistematik bilgi toplama; o sistemin derinlemesine incelenmesini içeren bir yaklaşımdır (Chmiliar, 2010).

2.1. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcıları 2019-2020 eğitim öğretim yılının bahar dönemi bitişinde İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin fen bilgisi öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 24 ikinci sınıf öğrencisidir. Çalışmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt ve kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemindeki temel anlayış zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasıdır. Burada sözü edilen durumlar için belirlenecek ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da hazır olan ölçütler kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu araştırmada kullanılan ölçüt; öğretmen adaylarının türev konusu ile ilgili yöneltilen sorulara gerekli yanıtları verebilmeleri için Genel Matematik-I ve Genel Matematik-II derslerini almış olmalarıdır. Araştırmaya katılan öğretmen adayları Ö1, Ö2,…, Ö24; olarak kodlanmış ve bu kodlar kullanılarak veriler sunulmuştur.

2.2. Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Türev, ülkemizde lise ve lisans seviyesindeki öğrencilerin gördüğü geniş kapsamlı bir matematik konusudur. Bu araştırmada türevin geometrik anlamı ve türev-eğim-teğet ilişkisi, ekstremum noktalarının tanımlanması ve bu noktaların türevle ilişkisi, asimptotun tanımı ve çeşitleri ele alınmıştır. Öğretmen adaylarının bu konulara ilişkin kavramsal-işlemsel bilgilerini ortaya çıkarmak için 4 soru sorulmuştur. Sorular çeşitli kaynaklardan yararlanılarak (Çinar, Yalçınkaya, Kurbanlı and Şimşek, 2013; Cengiz, Tarakçı, Aktaş, Kadakal, Şengül, Kaplan and Kır, 2006) oluşturulmuş, bazı sorular aynen alınmış, bazılarında ise uyarlamalar yapılmıştır. Oluşturulan soru formu hakkında 1 analiz ve 2 matematik eğitimcisinden uzman görüşü alınarak, soru formunun araştırmanın amacına uygunluğu sağlanmıştır.

Çalışmanın verileri, fen bilgisi öğretmenliği bölümü öğrencilerine türevle ilgili işlemsel ve kavramsal bilgilerini gösteren soruların sunulması ve yazılı olarak cevapların alınması ile toplanmıştır. Veri toplama aracı 2019- 2020 bahar döneminin son haftasında Genel Matematik-II dersinin son saatinde uygulanmıştır. Katılımcılara araştırmacı tarafından gerekli açıklamalar yapılmış ve araştırmacı gözetiminde veri toplama aracı doldurulmuştur. Veri toplama sürecinde öğrencilerin bireysel olarak veri toplama aracına yanıt vermeleri sağlanmıştır. Veri toplama aracında verilen soruların rahat cevaplanılabilmesi için veri toplama aracına isimlerinin yazılmaması istenmiştir. Öğrencilerin veri toplama aracını doldururken zaman konusunda strese girmeden düşüncelerini rahat bir şekilde yansıtabilmesi için herhangi bir süre kısıtlamasına gidilmemiştir. Öğrencilerin hepsinin en geç bir ders saati içerisinde veri toplama aracını doldurdukları gözlemlenmiştir.

Veriler yazılı olarak toplanmıştır. Böylece öğrencilerin arkadaşları ile birlikte sınıf ortamlarında kendilerini daha rahat hissettikleri, gerçekten ne düşündüklerini mantıklı bir şekilde daha formel bir dil kullanarak ifade edebilecekleri düşünülmüştür. Bu yöntemle daha fazla katılımcıya ulaşma imkânı sağlanmıştır. Ayrıca bu süreç araştırmacı gözetiminde gerçekleştiği için öğrenciler, çalışmada merak ettiği konularda bilgi alabilmiştir. Öğrenciler araştırmacı ile etkileşime geçebildiği için öğrencilerin ciddiyetle veri toplama aracına yanıt verdikleri düşünülmüştür. Bu sayede hem çalışmanın geçerliğinin artırılması hem de veri kaybının önüne geçilmesi hedeflenmiştir.

2.3. Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının soru çözümleri ve sorular hakkında elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Betimsel analiz yaklaşımında, veriler önceden belirlenmiş temalara göre düzenlenip yorumlanır. Bu analizin asıl amacı okuyucuya özetlenmiş, düzenlenmiş ve yorumlanmış bulguları sistematik bir şekilde sunmaktır (Yıldırım and Şimşek, 2016). Bu araştırmada elde edilen veriler araştırma problemlerinde yer alan türev konusu doğrultusunda üç başlık altında incelenmiştir. Bunlar türevin geometrik anlamının izahı ve türev-eğim-teğet ilişkisi, ekstremum noktalarının tanımlanması ve bu noktaların türevle ilişkisi, asimptotun tanımı ve çeşitleridir. Bu kavramlar birbirinden ayrı düşünülemeyeceğinden birlikte analiz edilmiştir. Bu başlıklar altında incelenirken sorulan sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplar doğrultusunda doğru, kısmen doğru, yanlış ve cevap yok olarak kodlanmıştır. Bunlara bağlı olarak öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar tablo halinde sunulmuştur.

2.4. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

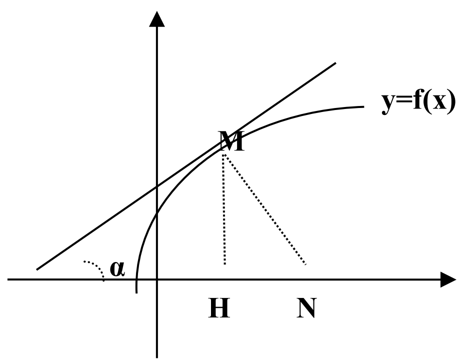
Araştırmada kullanılan soru formunu oluşturmak için Çinar, Yalçınkaya, Kurbanlı ve Şimşek (2013); Cengiz, Tarakçı, Aktaş, Kadakal, Şengül, Kaplan ve Kır'dan (2006) yararlanılmıştır. Soruların amaca uygunluğu için 3 uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu uzmanlardan 1 tanesi analizde, diğer ikisi de matematik eğitiminde akademisyendir. Verilerin ayrıntılı olarak raporlaştırılması, sonuçlara nasıl ulaşıldığının açıklanması geçerlik, araştırmada kullanılan stratejilere detaylıca yer verilerek diğer araştırmacıların benzer araştırmalarda bu stratejileri kullanmalarına imkân verilmesi de güvenirlik için alınabilecek önlemler arasındadır (Yıldırım and Şimşek, 2016). Bu çalışmada geçerlik ve güvenirliğin sağlanması için seçilen katılımcıların özellikleri, veri toplama aracının oluşturulması ve veri toplama süreci ayrıntılı olarak verilmiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının cevapları doğrudan alıntılarla ifade edilmiştir.

3. BULGULAR

Araştırmadan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarına sorulan sorular çerçevesinde sunulmuştur.

1.soru:

f: (a,b) $\rightarrow IR$ fonksiyonu x_0€(a,b) noktasında türevlenebilir fonksiyon ise, bu fonksiyonun grafiğine (x_0,f(x_0)) noktasındaki teğetin eğimi, türevin o noktada aldığı değerdir.



Yukarıda türevin geometrik anlamı ve grafiği verilmiştir. Verilen grafiği yorumlayınız.

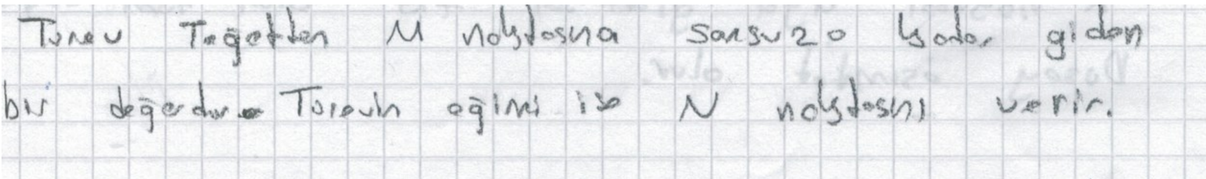
Birinci soruda öğrencilerin türevin geometrik anlamına ilişkin kavramsal bilgilerini ölçmek amaçlanmıştır. Bu amaçla sorulan soruya öğrencilerin verdikleri cevaplar doğru, kısmen doğru, yanlış ve cevap yok şeklinde kodlanmış ve bu şekilde tablolaştırılmıştır.

Tablo 1. Türevin Geometrik Anlamı

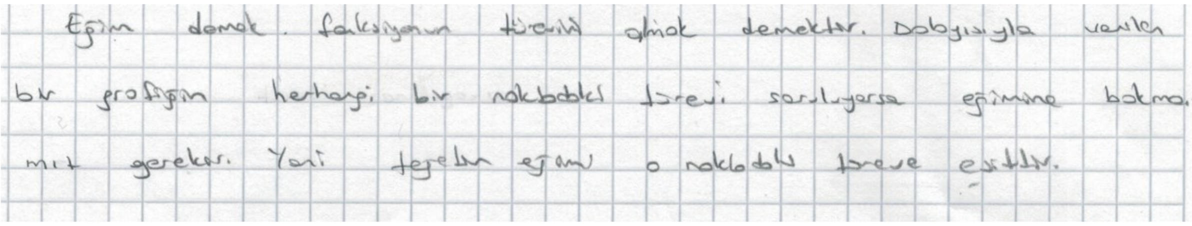
Türevin Geometrik Anlamı	**Öğretmen Adayları**
Doğru	$Ö_1$
Kısmen Doğru	$Ö_2$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{13}$, $Ö_{16}$, $Ö_{17}$, $Ö_{19}$
Yanlış	$Ö_{15}$, $Ö_{18}$, $Ö_{21}$, $Ö_{23}$
Cevap Yok	$Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$, $Ö_{14}$, $Ö_{20}$, $Ö_{22}$, $Ö_{24}$

Tablo 1'de öğrencilerin verdikleri cevaplara bakıldığında 24 öğretmen adayından 1 tanesi grafiği tam yorumlayabilmişken, 7 tanesi grafiği kısmen doğru yorumlamıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarından 4 tanesi verilen grafiği yanlış yorumlamış, geri kalan 12 kişiden ise bu soruya ilişkin herhangi bir cevap alınamamıştır. Türevin geometrik anlamına ilişkin kısmen doğru cevaplayan öğrencilerden 3 tanesi grafikten sadece normali yorumlamış ve denklemini vermiştir. Türevin geometrik anlamına ilişkin kısmen doğru cevaplayan öğrencilerden geri kalan 4 tane öğrenci ise grafikte verilen teğetin eğiminin m noktasındaki türeve eşit olduğunu söylemiştir.

Sorulan soruya yanlış cevap veren öğrencilerden 1 tanesi eğim için grafikteki karşı kenarın komşu kenara oranı olarak açıklarken; 1 tanesi ise teğet ve eğimin kesiştiği noktanın türevi alındığında eğiminin sıfır olacağını belirtmiştir. Grafiği yanlış yorumlayanlardan 1 kişi türevin teğetten m noktasına sonsuza kadar giden bir değer olarak belirtirken; diğer 1 kişi ise eğimlerin türevinin o değeri verdiğini açıklamıştır. Aşağıda öğrencilerin verdikleri cevaplara ilişkin örnekler sunulmuştur.



Şekil 1. $Ö_{18}$ adlı öğrencinin 1. Soruya verdiği cevap



Şekil 2. $Ö_9$ adlı öğrencinin 1. Soruya verdiği cevap

2.soru:

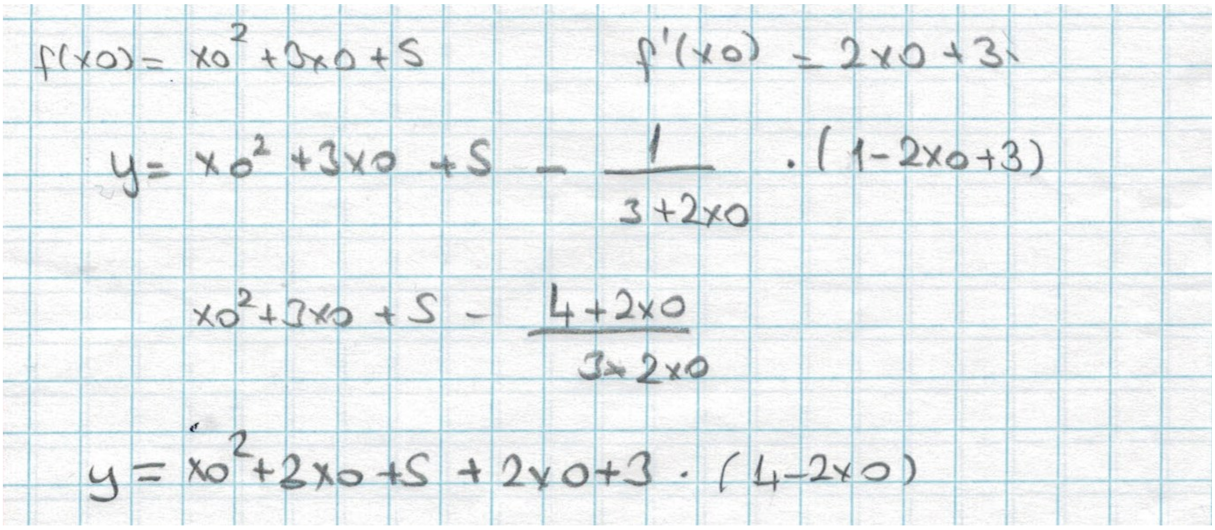
F(x)= x^2+3x+5 fonksiyonunun x=1 noktasındaki teğetinin ve normalinin denklemlerini bulunuz.

Verilen bu soruda öğretmen adaylarının türev- eğim- teğet ilişkisinde, teğet ve normal denklemleri için kullanılan formülü bilip bilmediklerini ve verilen soruyu işleme döküp dökemediklerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu soruyu öğretmen adaylarından 8 tanesi doğru cevaplandırmıştır. 2 öğretmen adayından cevap alınamamışken geriye kalan 14 öğretmen adayı ise soruyu eksik bir şekilde cevaplamıştır.

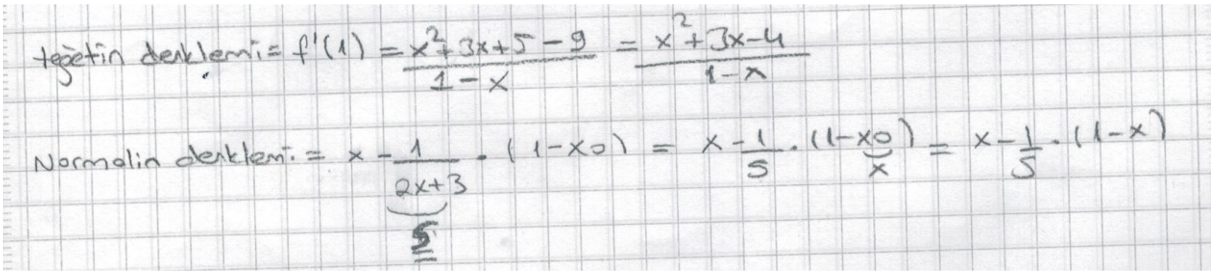
Tablo 2. Teğet ve Normal Denklemi

Teğet ve Normal Denklemleri	**Öğretmen Adayları**
Doğru	$Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$, $Ö_{13}$, $Ö_{15}$, $Ö_{21}$
Kısmen Doğru	$Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{16}$, $Ö_{17}$, $Ö_{18}$, $Ö_{19}$, $Ö_{22}$, $Ö_{23}$, $Ö_{24}$
Yanlış	
Cevap Yok	$Ö_{14}$, $Ö_{20}$

Soruyu eksik çözen öğretmen adaylarına bakıldığında genel olarak fonksiyonun teğetini türev alarak buldukları görülmüştür. Teğet ile normalin çarpımının -1 olduğunu belirterek de normalini cevaplandırmışlardır. Soruyu eksik çözen bu 14 öğretmen adayının 5 tanesi verilen fonksiyonun teğet ve normalinin denklemlerini nasıl bulacaklarına ilişkin herhangi bir durum belirtmezken, 9 tanesi de verilen fonksiyonun teğet ve normalinin denklemlerini nasıl bulacaklarına ilişkin formülleri yazmış fakat bu formülde hangi değeri nereye koyacaklarını belirtmemişlerdir. Buradan öğretmen adaylarının çoğunun formülü bildikleri fakat formülü uygulamada eksik oldukları görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin vermiş oldukları cevaplardan bazıları örnek olarak sunulmuştur



Şekil 3. $Ö_7$ adlı öğrencinin 2. Soruya verdiği cevap



Şekil 4. $Ö_{22}$ adlı öğrencinin 2. Soruya verdiği cevap

3.soru:

f:[a,b]→R fonksiyonu (a,b) aralığında türevli ve x_0 € (a,b) için x_0 noktasında yerel ekstremum değeri varsa, f '(x_0)=0 dır. Yani yerel ekstremum değerlerinde grafiğe çizilen teğetler x eksenine paraleldir.

Yukarıda verilen Fermat teoreminde geçen yerel ekstremum değerlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

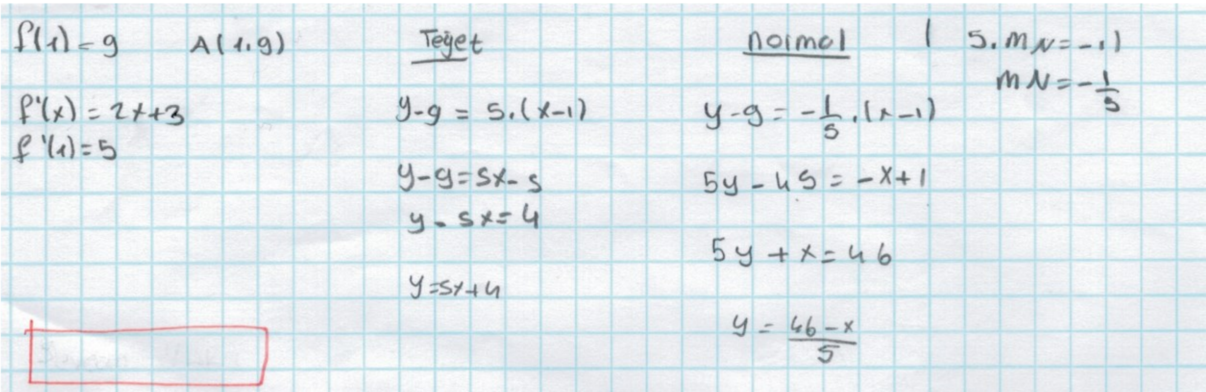
Bu soruda öğretmen adaylarının verilen fermat teoremindeki ekstremum noktalardan ne anladıklarını belirlemek amaçlanmıştır. Genel matematik dersinde fermat teoreminden önce ekstremum noktaların ne anlama geldiği açıklanmaktadır. Yani öğretmen adaylarının fermat teoremini anlamaları için bir fonksiyonun ekstremum noktalarının ne anlama geldiğini bilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin ekstremum noktalarına ilişkin ne bildikleri hakkında verdikleri cevaplar aşağıda tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Ekstremum Noktalar

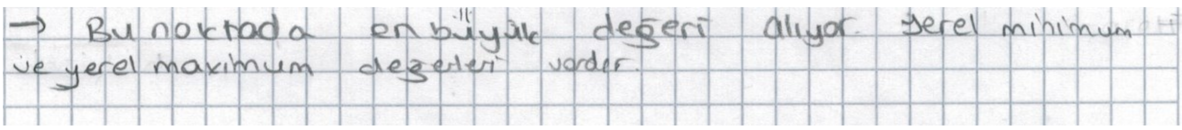
Ekstremum Noktalar	**Öğretmen Adayları**
Doğru	Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_{21}$
Kısmen Doğru	Ö$_4$, Ö$_6$, Ö$_8$, Ö$_{13}$, Ö$_{16}$, Ö$_{24}$
Yanlış	Ö$_2$, Ö$_5$, Ö$_7$, Ö$_9$, Ö$_{10}$, Ö$_{11}$, Ö$_{14}$, Ö$_{15}$, Ö$_{17}$, Ö$_{18}$, Ö$_{19}$ Ö$_{20}$, Ö$_{22}$
Cevap Yok	Ö$_1$, Ö$_{12}$, Ö$_{23}$

Yukarıdaki tabloya bakıldığında öğrencilere yöneltilen bu soru için 3 adaydan herhangi bir cevap alınamamıştır. Diğer öğretmen adaylarından 3'ü ekstremum noktayı doğru olarak açıklayabilmişken, 6'sı kısmen doğru olarak açıklayabilmiş; 12'si ise bu soruyu yanlış cevaplandırmıştır.

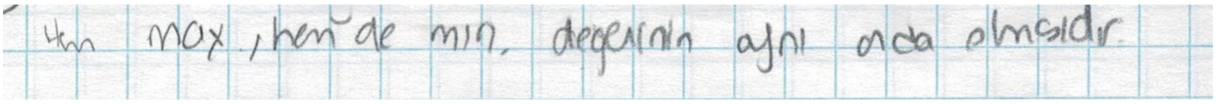
Kısmen doğru açıklayanlardan 2 kişi ekstremum noktayı sadece en büyük ve en küçük değer olarak belirtirken, 2 kişi de sadece en büyük değer olarak belirtmiştir. Geri kalan 2 kişi ise ekstremum noktayı grafikte türevin sıfır olduğu noktalar olarak belirtmiştir. Aşağıda öğrencierin vermiş oldukları cevaplardan birkaçı örnek olarak verilmiştir.



Şekil 5. Ö$_2$ adlı öğrencinin 3. Soruya verdiği cevap



Şekil 6. Ö$_4$ adlı öğrencinin 3. Soruya verdiği cevap



Şekil 7. $Ö_7$ adlı öğrencinin 3. Soruya verdiği cevap

4. soru:

f fonksiyonu x=a noktasındaki sağdan ya da soldan limitlerinden en az biri sonsuz ise x=a doğrusu bir düşey asimptottur.

f fonksiyonu x noktası için sağdan ve soldan sonsuz limitlerinde bir b noktasına gidiyorsa y=b doğrusu bir yatay asimptottur.

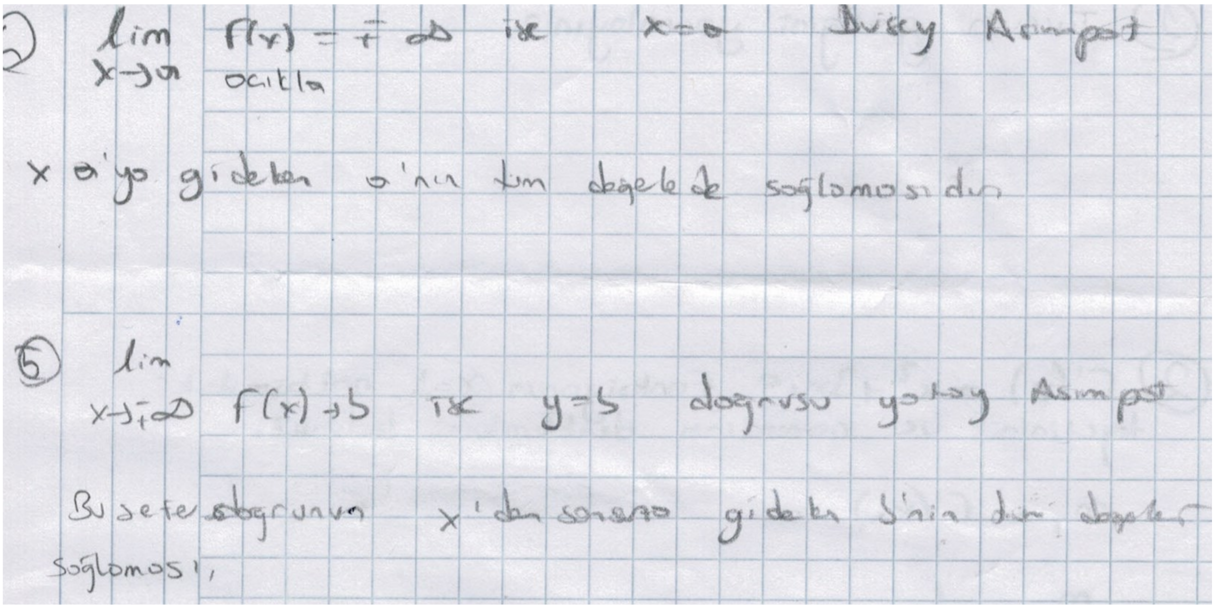
Yukarıda düşey ve yatay asimptotun tanımı verilmiştir. Bu tanımdan ne anladığınızı açıklayınız.

Öğrencilere bu sorunun sorulmasındaki amaç; fonksiyon grafiği çiziminde yatay ve düşey asimptotlara ilişkin yaptıkları işlemlerin kavramsal boyutunun bilip bilmemelerini tespit etmektir. Bu soru için verilen yanıtlara göre düşey asimptot ve yatay asimptota ayrı ayrı bakılmış ve cevaplar doğru ve yanlış olarak kodlanmıştır. Aşağıda tablo halinde sunumu verilmiştir.

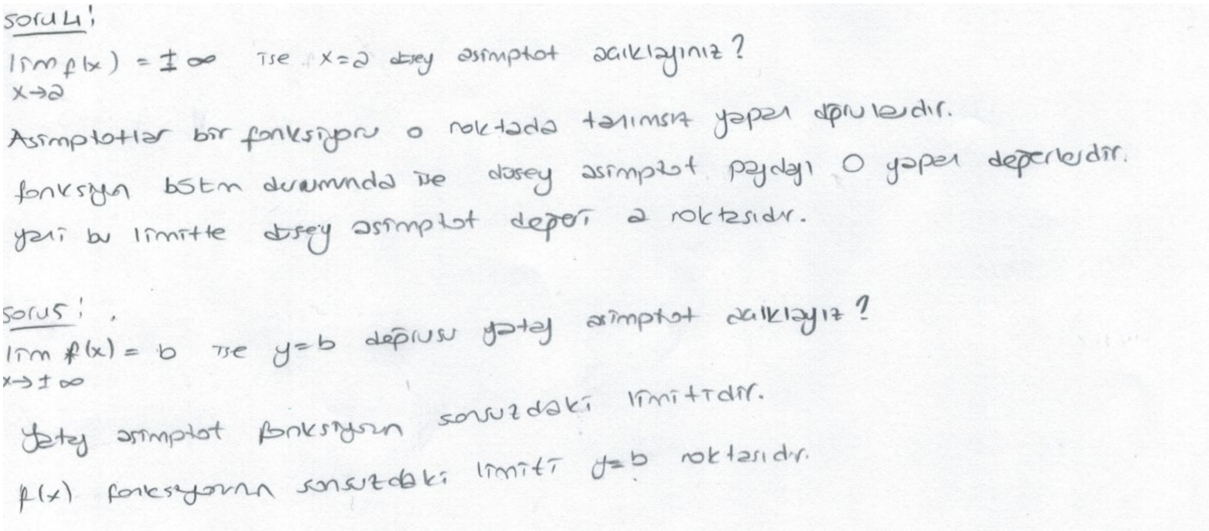
Tablo 4. Yatay ve Düşey Asimptot

Yatay Asimptot	**Öğretmen Adayları**
Doğru	$Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{13}$, $Ö_{14}$, $Ö_{15}$, $Ö_{16}$, $Ö_{18}$, $Ö_{19}$, $Ö_{23}$
Yanlış	$Ö_1$, $Ö_5$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{17}$, $Ö_{20}$, $Ö_{21}$, $Ö_{22}$, $Ö_{24}$
Düşey Asimptot	$Ö_2$, $Ö_5$, $Ö_7$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{14}$, $Ö_{15}$, $Ö_{17}$, $Ö_{18}$, $Ö_{19}$, $Ö_{20}$, $Ö_{22}$,
Doğru	$Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{13}$, $Ö_{14}$, $Ö_{15}$, $Ö_{16}$, $Ö_{17}$, $Ö_{18}$, $Ö_{19}$, $Ö_{20}$, $Ö_{23}$
Yanlış	$Ö_{24}$, $Ö_{22}$, $Ö_{21}$

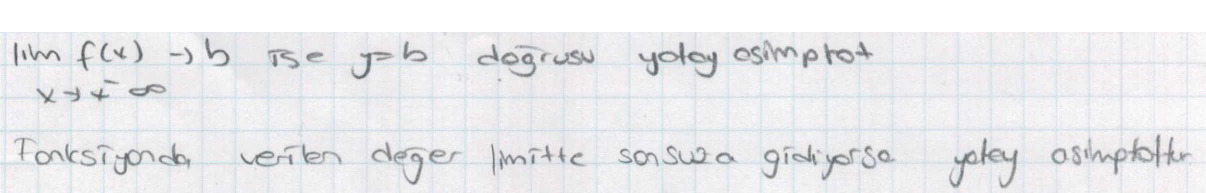
4. soru için yukarıdaki tabloya bakıldığında öğrencilerden 19'unun düşey asimptotun tanımını doğru anladıkları görülürken 13'ünün de yatay asimptotun tanımını doğru anladıkları görülmüştür. 9 öğrenci yatay asimptotun tanımını yanlış yorumlarken, 3 öğrenci de düşey asimptotu yanlış yorumlamıştır. Bunun yanında öğrencilerden $Ö_6$ ve $Ö_{12}$ olmak üzere 2 kişiden bu soru hakkında herhangi bir cevap alınamamıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlardan bazıları aşağıda verilmiştir.



Şekil 8. $Ö_{24}$ adlı öğrencinin 4. Soruya verdiği cevap



Şekil 9. $Ö_{19}$ adlı öğrencinin 4. Soruya verdiği cevap



Şekil 10. $Ö_{11}$ adlı öğrencinin 4. Soruda yatay asimptot için verdiği cevap

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Analiz ve Genel Matematik dersi içerisinde geometrik açıdan en zengin kavramlardan biri de türevdir. Türevin tanımı geometrik bir kavram olan teğet doğrusu üzerine inşa edilmektedir. Ayrıca, türev ünitesinde yer verilen konuların büyük kısmı yine fonksiyon grafiği ile teğet doğrusu arasındaki ilişkilere dayanmaktadır. Türev konusu alan bilgisi bağlamında incelendiğinde; türev alma kuralları biliniyor ve verilen farklı fonksiyonlar için söz konusu kurallar uygulanıp türev alınabiliyor ise türev kavramı ile ilgili olarak işlemsel bilgiye sahip olunduğu söylenebilir. Fakat türev kavramının cebirsel ve geometrik gösterimleri anlamlandırılamıyor ve birbiri ile ilişkilendirilemiyor veya türev kavramı gerçek yaşam durumlarında kullanılamıyorsa, türev kavramı ile ilgili olarak kavramsal bilgiye yeterli düzeyde sahip olunduğu söylenemez. Literatürde yer alan araştırmalar da öğrencilerin bir fonksiyonun bir noktadaki türevi ile grafiğine çizilen teğet doğrusu arasındaki ilişkiyi kurmada sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir (Orton, 1983).

Bu çalışmada öğretmen adaylarının türev konusundaki matematik alan bilgileri; işlemsel ve kavramsal bilgi boyutlarında incelenmiştir. Bu bağlamda türevin geometrik anlamı ve türev-eğim-teğet ilişkisi, ekstremum noktalarının tanımlanması ve bu noktaların türevle ilişkisi, asimptotun tanımı ve çeşitleri ile ilgili sorulan sorulara öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Öğretmen adaylarının türev konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgilerini ayrıntılı bir şekilde tespit edebilmek için öğretmen adaylarına ilk olarak türevin geometrik anlamı sorulmuştur. Türevin geometrik anlamında bir eğri üzerindeki kirişin zamanla teğet doğrusuna nasıl dönüştüğü ifade edilir. Bu süreçte türev ile eğim kavramları arasındaki ilişki de ortaya çıkmaktadır. Türevle eğim arasındaki ilişkiden kasıt türevin geometrik anlamıyla sembolik anlamı arasındaki ilişkidir. Türevin formel tanımında yer alan formüle aslında türevin geometrik anlamını ifade ederken ulaşıldığı da söylenebilir. Bu bağlamda fen bilgisi öğretmen adaylarının türevin geometrik anlamının izahına ve türev-eğim-teğet ilişkisine yönelik konu alanı bilgileri incelendiğinde öğretmen adaylarından 12'sinin türevin geometrik anlamının izahını yapamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarından sadece 1 tanesi türevin geometrik anlamını tam açıklayabilmişken, 7 tanesi kısmen doğru açıklayabilmiş geri kalan 4'ü ise yanlış açıklamıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının 23 tanesinin de fonksiyon eğrisine çizilen teğet doğrusunu tanımlamada eksik bilgiye sahip oldukları görülmektedir.

Öğretmen adaylarının türevin geometrik anlamı ve türev-eğim-teğet ilişkisine yönelik konu alan bilgilerini eksik ve yanlış dile getirmelerine yönelik bulgu literatürde Bingölbali, Monaghan ve Roper (2007) ile Açıkyıldız ve Gökçek (2015)'in, üniversite düzeyinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarını inceleme amacıyla gerçekleştirdikleri araştırmada, öğrencilerin büyük bölümünün fonksiyon grafiğine çizilen teğet yardımıyla fonksiyonun türev değerini bulmada başarılı olamadıklarını ve kavramın geometrik boyutuna ilişkin cebirsel boyuta nazaran daha zayıf anlamalar gerçekleştirdikleri ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin türevin geometrik anlamıyla ilgili öğrenme zorluklarından birisi de fonksiyonun bir noktadaki türevinin fonksiyona o noktada çizilen teğet doğrusunun denklemiyle açıklanmasıdır (Amit and Vinner, 1990; Ferrini-Mundy and Graham, 1991; Gür and Barak, 2007; Orton, 1983). Aspinwall, Shaw ve Presmeg (1997)' in yaptığı araştırmada üniversite seviyesinde öğrencilerin uygulamayı gerektiren sorularda başarı göstermesine rağmen yalnızca grafiksel temsili verilen bir fonksiyonun türev fonksiyonu hakkında çıkarım yapmayı gerektiren sorularda başarı sergileyemedikleri görülmüştür. Bu çalışmada öğretmen adaylarının, bir fonksiyonun teğet ve normal denklemlerini bulmaları ile ilgili soruya verilen cevaplar incelendiğinde teğet ve normali bulmak için türevi alabildikleri ve istenilen denklemlerin formüllerini yazdıkları görülmüştür. Fakat yazdıkları formüllerde verilen değerlerin hangi noktayı temsil ettiğini cevaplandıramamışlardır. Bu soru ile ilgili elde edilen bulgulara bakıldığında öğretmen adaylarının gerekli formülleri bilmeleri ve türevi uygulayabilmeleri; konu alan bilgisinde işlemsel bilgilerinin kavramsal bilgilerine göre daha iyi olduğu söylenebilir. Fakat formülleri verip buldukları değerleri yerlerine koyamamaları ve istenilen teğet ve normal denklemlerini bulamamaları işlemsel bilgilerinin de yeterli olmadığını göstermektedir. Bu sonuç öğretmen adaylarının türevi sezgisel olarak anlayamadıkları (Kertil, 2014), kavramsal anlama yerine işlemsel anlamayı tercih ettikleri ve grafiksel ve sözel temsiller yerine cebirsel temsilleri kullandıkları yönündeki çalışma sonuçlarını desteklemektedir (Duru, 2006; Baştürk, 2010; Açıkyıldız, 2013; Santos and Thomas, 2001).

Öğrenciler teoremleri, kuralları ve formülleri ezberleyerek sadece işlemsel ve sınırlı bilgilerle hareket edip bir noktadaki türev ve eğim kavramları ile fonksiyonların grafikleri arasındaki ilişkiyi açıklayamamaktadır. Aspinwall ve Miller (2001)'e göre bu durum, yapılan türev öğretiminin sadece teorem ve formüllerin ezberlenmesi üzerine dayandığının bir göstergesidir. Öğrencilere yapılan bu öğretim onların türev konusundaki sınırlı kavram bilgilerinden hareketle gerekli kalıcı öğrenmelerine ket vurmaktadır. Yapılan bu çalışmada Öğretmen adaylarına fermat teoremi verilmiş ve buradaki ekstremum noktalardan ne anladıkları sorulmuştur. Alınan cevaplara bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunun ekstremum noktayı maksimum nokta ve grafikte türevin sıfır olduğu noktalar olarak belirttikleri görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının verilen teoreme bakarak bir fonksiyonun maksimum ve minimum noktada türevinin sıfır olacağını gördüklerini fakat bu maksimum ve minimum noktaların ne anlama geldiklerini tam olarak bilmediklerini göstermektedir. Öğretmen adaylarının ekstremum noktaların ne anlama geldiğini bilmemesi verilen teoremleri anlamlandıramadıklarını ve bunlarla ilgili soruları kavramsal boyutları olmadan çözebilecekleri ya da kavramsal boyut olmadığı için hiç çözemeyeceklerini göstermektedir. Öğretmen adayları türev kavramını fonksiyonların artan veya azalan olma durumlarıyla ilişkilendirememekte, birinci ve ikinci türev kavramlarını bu bağlamda kullanmakta güçlük çekmektedirler. Alan yazında yer alan farklı çalışmalarda da (Açıkyıldız, 2013; Amit and Vinner, 1990; Amoah and Laridon, 2004; Aspinwall and Miller, 1997; Baker, Cooley and Triguros, 2000; Berry and Nyman, 2003; Bezuidenhout, 1998; Duru, 2006; Ferrini-Mundy and Graham, 1991, 1994; Hacıömeroğlu, 2007; Kertil, 2014; Orton, 1983; Park, 2011; Thompson, 1994; Ubuz, 2001; Kurt and Yiğitcan, 2017) söz konusu sonuçlara benzer sonuçların elde edildiği görülmektedir. Bu çalışmalardan biri olan Kurt ve Yiğitcan (2017), öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili çeşitli zorluklar yaşadıklarını, birinci ve ikinci türev arasındaki ilişkiyi anlamlandırmakta problemler yaşadıklarını ifade etmektedir.

Öğrencilerin yatay ve düşey asimptotlarla ilgili işlemsel bilgilerini yeterli hale getirebilmek için rasyonel bir fonksiyonda düşey asimptotun arandığını ve paydayı sıfır yapan noktanın düşey asimptot olduğunu; yatay asimptotun ise payın derecesinin paydanın derecesinden bir küçük veya eşit olduğu zamanlarda arandığı ve payın derecesinin paydanın derecesine bölümü olarak ifade edildiğine rastlanılmaktadır. Fakat yatay ve düşey asimptotla ilgili formel tanımlarda ne demek istendiğine ilişkin gerekli açıklamalara pek fazla yer verilmemektedir. Bu durum öğrencilerin asimptotlarla ilgili kavramsal bilgilerinin yeterli olmamasına sebep olmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının yatay ve düşey asimptotlara yönelik konu alanı bilgileri incelendiğinde 19 öğretmen adayının düşey asimptotun tanımını doğru anladıkları görülürken 13 öğretmen adayının da yatay asimptotun tanımını doğru anladıkları görülmüştür.9 öğretmen adayı yatay asimptotun tanımını yanlış yorumlarken, 3 kişi de düşey asimptotu yanlış yorumlamıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarından 2 kişiden ise bu soru hakkında herhangi bir cevap alınamamıştır. Aspinwall ve Miller (2001) yaptıkları çalışmada türev öğretiminin genellikle formüllere ve teoremlerin üzerine dayandığını belirtmişlerdir. Bu durum türevin, ekstremum noktaların, dönüm noktasının, asimptot kavramının ve çeşitlerinin tanımının formel olarak verildiği ve işlemsel bilgilerini geliştirmenin öncelikli olduğu bulgusu ile örtüşmektedir.

Genel olarak farklı çalışmaların sonuçları ile bu çalışmadan elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, ülkemizdeki öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili olarak kavramsal bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının türevin uygulamalarına yönelik konu alan bilgileri yapılan çalışmalara göre değerlendirildiğinde; türevi daha çok cebirsel olarak anladıkları (Orhun, 2012; Kertil, 2014), sezgisel olarak anlayamadıkları (Açıkyıldız, 2013), kavramsal bilgi yerine işlemsel bilgiyi tercih ettikleri görülmektedir (Duru, 2006). Adayların, türevin teğetin eğimi olduğunu, ezberi bir bilgi olarak kabaca ifade ettikleri fakat bu bilgiyi anlamlandırmakta ve kullanmakta güçlük çektikleri görülmektedir.

KAYNAKÇA

Açıkyıldız, G. (2013). *Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Kavramını Anlamaları Ve Yaptıkları Hatalar.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.

Açıkyıldız, G. and Gökçek T. (2015). Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Teğet İlişkisi İle İlgili Yaptıkları Hatalar. *Öğretim Teknolojileri ve Öğretmen Eğitimi Dergisi, 4(2).*

Akkaya, R. and Durmuş, S. (2010). İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Çalışma Yapraklarının Etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, (27).*

Aksu, Z., Konyalıoğlu, A. C. and Kul, Ü. (2018). Pre-Service Mathematics Teachers' Conceptual Knowledge of Binary Operation. *Khazar Journal of Humanities and Social Sciences, 21(4).*

Amaç, R. and Didiş Kabar, M. G. (2019). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirde Harflerin Kullanımı Ve Cebirsel İşlemler İle İlgili Öğrenci Hatalarına Yönelik Farkındalıkları. *Egitimde Nitel Araştırmalar Dergisi,7(4),1525-1552.*

Amit, M. and Vinner, S. (1990). Some Misconception in Calculus: Anecdotes Or the Tip Of An İceberg?. In G. Booker & T.N. Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the 14th Annual Meeting of the International Group of Psychology of Mathematics Education (pp. 3-10).* Cinvestav, Mexico.

Ball, D.L. (2003). *What Mathematical Knowledge Is Needed For Teaching Mathematics?* Prepared for the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education, Washington, D.C. Available at http://www.ed.gov/inits/mathscience.

Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G.(2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*. 59(5), 389-407.

Baki, A. and Kartal, T. (2004). Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2(1), 27-46.*

Bingölbali, E. (2013). Türev Kavramına İlişkin Öğrenme Zorlukları ve Kavramsal Anlama için Öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri (s. 223-252)*. Pegem Akademi, Ankara.

Bingolbali, E., Monaghan, J. and Roper T. (2007). Engineering Students' Conceptions of The Derivative And Some İmplications for Their Mathematical Education. *International Journal of Mathematical Education, 38(6), 763-777.*

Cengiz, N., Tarakçı, Ö., Aktaş, M., Kadakal, M., Şengül, S., Kaplan, A. and Kır, E. (2006). *Genel Matematik*. Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Chmiliar, l. (2010). Multiple-case designs. *In A. J. Mills, G. Eurepas & E. Wiebe (Eds.), Encyclopedia of Case Study Research (pp 582-583).* USA: SAGE Publications.

Çinar, C., Yalçınkaya, İ., Kurbanlı, A., S. and Şimşek, D. (2013). *Genel Matematik, (3. Basım). Konya: Dizgi Ofset.*

Doruk, M., Duran, M. and Kaplan, A. (2018). Lisans Öğrencilerinin Türev Tanımıyla İlgili Yorumları ve Türeve Yükledikleri Anlamlar. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18 (2), 834-856.*

Duru, A. (2006) *Bir Fonksiyon ve Onun Türevi Arasındaki İlişkiyi Anlamada Karşılaşılan Zorluklar.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.

Ergene, B. (2011). *Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Çoklu Temsiller Bileşeninde İncelenmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.

Evans, R. B. (2011). Elementary Teachers' Mathematical Content Knowledge, Efficacy and Problem Solving Abilities in Alternative Certification. Northeastern Educational Research Association(NERA) Annual Conference, 2.

Gökçek, T.and Açıkyıldız, G. (2016). Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Kavramıyla İlgili Yaptıkları Hatalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, Vol.7 No.1, 112-141.*

Gür, H. and Barak, B. (2007). Ortaöğretim 11. Sınıf Öğrencilerinin Türev Konusundaki Hata Örnekleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 7(1), 453-480.*

Habre, S. and Abboud, M. (2006). Students' Conceptual Understanding of A Function and İts Derivative in An Experimental Calculus Course. *The Journal of Mathematical Behavior, 25(1), 57-72.*

Hacıömeroğlu, E. S. (2007). *Calculus students' Understanding of Derivativegraphs: Problems of Representations in Calculus*. Unpublisheddoctoraldissertation, Florida StateUniversity.

Hashemi, N., Abu, M.S., Kashefi, H. and Rahimi, K. (2014). Undergraduate Students' Difficulties in Conceptual Understanding of Derivation. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 143, 358-366.*

Hill, H. C.,Ball, D. B., and Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in*

Mathematics Teacher Education. 39(4). 372-400.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C. and Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41(2), 169–202.*

Kadıoğlu, E. and Kamali, M. (2003). *Genel Matematik.* (3. Basım). Erzurum: Bakanlar Matbaacılık.

Karakuş D. and Konyalıoğlu A. C. (2018). Ekstremum ve Dönüm Noktaları Kavramlarındaki Hataların Düzeltilmesinde GeoGebra Kullanımı. *Nef efmed*, *cilt.12, 254-275.*

Kertil, M. (2014). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Bir Model Geliştirme Ünitesi Aracılığı İle Türevi Anlamaları.* Yayımlanmamış doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye.

Konyalıoğlu A. C. , Kaplan A. , Işık A. and Hızarcı S. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının İntegral Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, cilt.6, 1-8.*

Konyalıoğlu A. C., Kaplan A. and Işık A. (2011). Türev Kavramının Kavramsal Öğrenimi Üzerine Bazı Tespitler. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, cilt.22, 317-328.*

Kurt Erhan, G. and Yiğitcan Nayir, Ö. (2017). Investigation of The Concept of Activity in Different Dimensions According to The Perspective Of Pre-Service Teachers. *İnternational Journal of Social Sciences and Educational Research, 3(1), 283-296.*

Ma, L.(1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri.* Ankara: Öğretmenlik Yetiştirme Genel Müdürlüğü.

Mumcu, Y., H. (2018). Matematiksel İlişkilendirme Becerisinin Kuramsal Boyutta İncelenmesi: Türev Kavramı Örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, Vol.9 No.2, 211-248.*

Olkun, S. and Toluk, Uçar, Z. (2014). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara: Eğiten Kitap.

Orhun, N. (2012). Graphical Understanding in Mathematics Education: Derivative Functions and Students' Difficulties. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 55, 679-684.*

Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev Konusunda Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarıları ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye.

Park, J. (2011) *Calculus İnstructors' and Students' Discourses on The Derivative* (Doctoral Dissertation). Retrieved from http://www.dbpia.co.kr/Journal/ArticleDetail/NODE01601032

Rowland, D. R. and Jovanoski, Z. (2004). Student İnterpretation of The Terms in First-Order Ordinary Differential Equations in Modeling Contexts. *International Journal of Matheamtical Education in Science and Technology, 35(4), 505-516.*

Rowland, T., Jared, L. and Thwaites, A. (2011). Secondary Mathematics Teachers' Content Knowledge: The Case of Heidi. In M. Pytlak, T. Rowland and E. Swoboda (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2827-2837. Rzeszow, Poland: University of Rzeszow.

Santos, A.G.D. and Thomas, M.O.J. (2001). Representational Fluency and Symbolisation of Derivative. *Proceedings of the Sixth Asian Technology Conference in Mathematics (pp. 282-291),* Melbourne, Australia.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth And Teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.

Stockero, S. L., Rupnow, R. L. and Pascoe, A. E. (2017). Learning to Notice İmportant Student Mathematical Thinking in Complex Classroom İnteractions. *Teaching and Teacher Education*, *63*, 384-395.

Toluk Uçar Z. (2011). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 2(2), 87-102.*

Turan, S., B. (2016). *Matematik Öğretmen Adaylarının Limit, Süreklilik Ve Türev İle İlgili Kavramsal Yapıları*. Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya, Türkiye.

Ubuz, B. (2001). First Year Engineering Students' Learning of Point of Tangency, Numerical Calculation of

Gradients, and The Approximate Value of A Function at A Point Through Computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 20(1), 113-137.*

Warburton, R. (2012). Continuous and Discrete Knowledge: Analysing Trainee Teachers' Mathematical Content Knowledge Change Through "Knowledge Maps." *Proceedings of the British Society for Research Into Learning Mathematics, 32(1). 53–58.*

Yeşilyurt, C. (2020). Sosyal Bilişim Matematik: Amacı, Yöntemi ve İçeriği. *Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, Cilt. 24 Sayı 1, s385-395. 11p.*

Yıldırım, A. and Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* (10.Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK] (2018b). Fen Bilgisi Öğretmenliği Lisans Programı. https://www.memurlar.net/common/news/documents/749268/fen_bilgisi_ogretmenligi_lisans_programi.pdf Yetistirme-Lisans-Programlari/Fen_Bilgisi_Lisans_Programi.pdf adresinden erişilmiştir.

Zandieh, M.J. (2000). A Theoretical Framework for Analyzing Student Understanding of The Concept of Derivative. In E. Dubinsky, S. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.), *CBMS Issues in Mathematics: Research in Collegiate Mathematics Education, 4(8), 103-127.*

EXTENDED SUMMARY

Purpose

Although much work has been done on the knowledge that a teacher should have, it still has an important place today (Ball, Thames & Phelps, 2008; Shulman, 1986). In the studies conducted, it is seen that the quality of the teacher and the quality of mathematics education are related. This relationship affects student success proportionally (Fennema & Franke, 1992; Hill, Rowan & Ball, 2005; Ma, 1999).

In the literature, the subject area information is generally divided into operational and conceptual information (Olkun & Toluk-Uçar, 2014). In the field knowledge that a teacher should have, they should know the process and concept information, as well as the relationships between them and the underlying causes (Shulman, 1986; Ball, 1990). In this study, it is aimed to evaluate the science teachers' field knowledge about derivative subject on the basis of operational and conceptual information.

Methodology

How the conceptual and operational knowledge levels of pre-service teachers are and the relationships between this information are aimed to be revealed. For this, pre-service teachers were asked questions about derivatives and asked for in-depth information about their knowledge on this subject. In this research, a case study model, which is one of the qualitative research methods, was used. The participants of the study are 24 second grade students studying at the science education department of a public university in the Central Anatolia Region at the end of the spring semester of the 2019-2020 academic year.

Findings

The data obtained in this study were analyzed under three titles in line with the derivative issue in the research problems. These are the explanation of the geometric meaning of the derivative and the derivative-slope-tangent relationship, the definition of the extremum points and their relation with the derivative, the definition and types of the asymptote. Since these concepts cannot be considered separately, they are analyzed together. While examining under these headings, the questions asked were coded as correct, partially correct, wrong and no answer in line with the answers given by the students. Accordingly, the answers given by the students are presented in a table.

In order to determine the operational and conceptual information of prospective teachers about derivatives in detail, prospective teachers were first asked about the geometric meaning of the derivative. When the pre-service science teachers' subject area information related to the explanation of the geometric meaning of the derivative and the derivative-slope-tangent relationship was examined, it was seen that 12 of the prospective teachers could not explain the geometric meaning of the derivative. While only one of the teacher candidates could fully explain the geometric meaning of the derivative, 7 could explain it partially correctly, and the remaining 4 incorrectly explained. In addition, 23 of the teacher candidates seem to have incomplete information in defining the tangent line drawn on the function curve.

When the answers given to the question related to finding the tangent and normal equations of a function were examined, it was seen that prospective teachers could take the derivative to find the tangent and normal and write the formulas of the desired equations. But they could not answer to which point the values given in their formulas represent.

The teacher candidates were given the fermat theorem and asked what they understood from the extreme points here. Looking at the answers received, it is seen that most of the teacher candidates stated the extreme point as the maximum point and the graph's zero point. When teacher candidates' subject area information for horizontal and vertical asymptotes were examined, it was seen that 19 pre-service teachers correctly understood the definition of vertical asymptote. In addition, 2 of the prospective teachers could not receive an answer about this question.

Conclusion and Discussion

In this study, it is seen that derivative education is generally based on formulas and theorems. This shows that the definition of derivative, extreme points, turning point, asymptote concept and varieties is given formally and it is a priority to develop operational information.

Generally, when comparing the results of different studies with the results obtained from this study, it can be said that the conceptual knowledge of prospective teachers and teachers in our country about the concept of derivative is not sufficient. When the teacher candidates' information about the subject of the derivative is evaluated according to the studies; it is observed that they understand the derivative more algebraically (Orhun, 2012; Kertil, 2014), they cannot understand it intuitively (Açıkyıldız, 2013), and they prefer transactional information instead of conceptual information (Duru, 2006). It can be seen that the candidates, the derivative is the slope of the tangent, they roughly express the memorization as an information, but they have difficulty in understanding and using this information.