Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 36:3 (2021) 1565-1579

Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi
Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University

Elektronik / Online ISSN : 1304 - 4915
Basılı / Printed ISSN : 1300 - 1884

Mathematical programming based heuristic approach for two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery

Önder Belgin[1]*, İsmail Karaoğlan[2], Fulya Altıparmak[3]
[1]Republic of Turkey Ministry of Industry and Technology, Ankara, 06510, Türkiye
[2]Industrial Engineering Department, Konya Technical University, Konya, 42250, Türkiye
[3]Industrial Engineering Department, Gazi University, Ankara, 06570, Türkiye

Highlights:

- The two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and deliveries (2E-VRPSD) is considered.
- A two-index node-based mixed integer programming (MIP) formulation is developed for the 2E-VRPSPD.
- A matheuristic based on Variable Neighborhood Descent Algorithm and MIP formulation is proposed to solve the problem.

Keywords:

- Logistics
- Two-Echelon Vehicle Routing Problem, Simultaneous Pickup and Delivery
- Matheuristic
- Variable Neighborhood Descent Search

Article Info:
Research Article
Received: 11.02.2020
Accepted: 27.09.2020

DOI:
10.17341/gazimmfd.687959

Correspondence:
Author: Önder Belgin
e-mail: onderbelgin@gmail.com
phone: +90 312 201 6533

Graphical/Tabular Abstract

This study considers the two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery (2E-VRPSPD). A two-index node-based mixed integer programming (MIP) formulation is proposed for the problem and the several variants of it introduced. The formulations are strengthened with valid inequalities adopted from the literature and a matheuristic algorithm based on variable neighborhood descent (VND) algorithm with local search (LS) and mathematical programming is proposed to solve the problems. According to the results of the computational analysis proposed matheuristic provides good quality results.

Problem Definition

- The problem is defined in detail and three additional variants of the problem are defined.

Proposed Mathematical Model

- A two-index node-based mixed integer programming (MIP) formulation is proposed for all variants of the problem.
- The formulations are strengthened using valid inequalities adopted from the literature.

Matheuristic Approach

- A matheuristic algorithm based on variable neighborhood descent (VND) algorithm with local search (LS) and mathematical programming is proposed to solve the problems.

Results

- 390 out of 564 test instances up to 10 depots and 100 customers are solved to optimality for the base problem of 2E-VRPSPD.
- Similar satisfactory results are obtained for other variants of the problem.

Figure A. Steps of the study

Purpose: The aim of the study is to examine the performance of proposed matheuristic on the two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery (2E-VRPSPD).

Theory and Methods:
The problem and its variants are formulated based on two-index node-based mixed integer program (MIP) and the formulations are strengthened with valid inequalities adopted from the literature. Then a matheuristic is proposed based on variable neighborhood descent (VND) algorithm with local search (LS) and mathematical programming. The performance of the matheuristic is analyzed in terms of the lower bound percentage gap, CPU time and number of optimum solutions.

Results:
According to the experimental studies, 390 out of 564 test instances up to 10 depots and 100 customers are solved to optimality for the base problem of 2E-VRPSPD. Similar satisfactory results are obtained for other variants of the problem.

Conclusion:
To obtain optimal routes for 2E-VRPSPD a mathueristic approach is proposed. In future studies, new valid inequalities can be utilized and different type of algorithms such as branch-and-cut, branch-and-price can be employed to obtain optimum or near-optimum solutions. Furthermore, other heuristic/metaheuristic methods can be used to obtain initial solutions for the matheuristic.

Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 36:3 (2021) 1565-1579

Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi
Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Elektronik / Online ISSN : 1304 - 4915
Basılı / Printed ISSN : 1300 - 1884

İki aşamalı eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi için matematiksel programlama tabanlı sezgisel yaklaşım

Önder Belgin[1]*, İsmail Karaoğlan[2], Fulya Altıparmak[3]
[1]Sanayi ve Teknoloji Bakanlığı, 06510 Çankaya Ankara, Türkiye
[2]Konya Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 42250 Selçuklu Konya, Türkiye
[3]Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06570 Maltepe Ankara, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- İki aşamalı eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi (2A-ETDARP) ele alınmıştır
- 2A-ETDARP için iki indisli düğüm tabanlı karma tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir
- Problemin çözümünde Değişken Komşu İniş Algoritması ve karma tamsayılı programlama modeline dayalı sezgisel (matsezgisel) kullanılmıştır

Makale Bilgileri
Araştırma Makalesi
Geliş: 11.02.2020
Kabul: 27.09.2020

DOI:
10.17341/gazimmfd.687959

Anahtar Kelimeler:
Lojistik, iki aşamalı araç rotalama problemi,
eş zamanlı topla-dağıt,
matsezgisel,
değişken komşu iniş arama

ÖZ

Bu çalışmada iki aşamalı eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi (2A-ETDARP) ele alınmıştır. 2A-ETDARP için iki indisli düğüm tabanlı karma tamsayılı programlama modeli geliştirilmiş ve bu model geçerli eşitsizlikler kullanılarak güçlendirilmiştir. Ayrıca, 2A-ETDARP'ın türevleri sunulmuş ve bunlar için karma tamsayılı programlama modelleri uyarlanmıştır. Problemi ve türevlerini çözmek için değişken komşu iniş algoritması ile yerel aramanın birlikte kullanıldığı bir genel amaçlı sezgisel ve matematiksel programlamaya dayalı bir sezgisel algoritma (matsezgisel) önerilmiştir. Önerilen matsezgiselin performansı, 2A-ETDARP ve türevleri üzerinde literatürde yer alan test problemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Deneysel çalışmalar sonucunda 10 depo ve 100 müşteriye kadar olan 564 test probleminin 390 tanesinde temel problem olan 2A-ETDARP için eniyi çözümler elde edilmiştir. Benzer tatmin edici sonuçlar problemin aynı veri setini kullanan diğer türevleri için de elde edilmiştir.

Mathematical programming based heuristic approach for two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery

H I G H L I G H T S

- The two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and deliveries (2E-VRPSPD) is considered
- A two-index node-based mixed integer programming (MIP) formulation is developed for the 2E-VRPSPD
- A matheuristic based on Variable Neighborhood Descent Algorithm and MIP formulation to solve the problem

Article Info
Research Article
Received: 11.02.2020
Accepted: 27.09.2020

DOI:
10.17341/gazimmfd.687959

Keywords:
Logistics, two-echelon vehicl routing problem,
simultaneous pickup and delivery, matheuristic,
variable neighborhood descer search

ABSTRACT

In this study, the two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery (2E-VRPSPD) is considered. A two-index node-based mixed integer programming (MIP) formulation is developed for the problem and then valid inequalities are used to strengthen the formulation. Moreover, several variants of the 2E-VRPSPD are introduced and the MIP formulation is adapted for these variants. To solve the problem and its variants, a matheuristic algorithm based on variable neighborhood descent algorithm with local search and mathematical programming is proposed. The performance of the proposed matheuristic is analyzed on 2E-VRPSPD and each variant of the problem using test problems derived from the literature. The experimental studies indicate that 390 out of 564 test instances up to 10 depots and 100 customers are solved to optimality for the base problem 2E-VRPSPD. Similar satisfactory results are also obtained for the other variants of the problem using same data sets.

*Sorumlu Yazar / Yazarlar / Corresponding Author / Authors: *onderbelgin@gmail.com, ikaraoglan@ktun.edu.tr, fulyaal@gazi.edu.tr / Tel: +90 312 201 6533

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Dağıtım sistemlerinin enküçük maliyet ve enbüyük müşteri memnuniyetini sağlayacak şekilde yönetilmesi tedarik zincirinin karlılığı üzerinde büyük öneme sahiptir. Bunun yanında günümüzün çevresel ve yasal zorunlulukları firmaları dağıtım sistemlerinde yeni stratejiler geliştirmeye zorlamaktadır. Bu stratejiler dağıtım şekli, araç kullanımı ve hiyerarşik seviye alanlarında geliştirilmektedir. *Doğrudan dağıtım* ve *çok aşamalı dağıtım* hiyerarşik seviyede yer alan ana stratejilerdir. Doğrudan dağıtım stratejisinde araçlar bir depodan hareket ederek ürünleri doğrudan müşteriye ulaştırırlar. Çok aşamalı dağıtım stratejisinde ise ürünler ara tesislerden geçerek müşterilere ulaştırılır [1]. Lojistikte çok aşamalı dağıtım uygulamalarına kargo hizmetleri, hipermarket ürün dağıtımı, otomobil yedek parça dağıtımı, e-ticaret, ev dağıtım hizmetleri ve kent lojistiğinde rastlanmaktadır. Bu çalışmada ele alınan iki aşamalı dağıtım sistemleri ise çok aşamalı dağıtım sistemlerinin basitleştirilmiş halidir.

Araç Rotalama Problemi (ARP), dağıtım sistemlerinde önemli bir problem türüdür. ARP, müşterilere hizmet götüren araç filosu için eniyi rotaların belirlenmesi problemi olarak tanımlanabilir. Çok aşamalı dağıtım problemine ilişkin literatür incelendiğinde araştırmacıların genellikle geleneksel ARP üzerine yoğunlaştıkları görülmektedir. Fakat uygulamada müşterilerin aynı anda karşılanmasını istedikleri toplama ve dağıtım talepleri olabilmektedir. Bu problem türü Eş Zamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (ETDARP) olarak bilinmektedir. ETDARP, literatürde geniş yer bulmaktadır ve ilk olarak Min [2] tarafından tanıtılmıştır. Konuyla ilgili olarak Berbeglia vd. [3] ile Parragh vd. [4] tarafından yapılan çalışmalar incelenebilir.

Bu çalışmada İki Aşamalı ARP (2A-ARP)'nin yeni bir türü olan İki Aşamalı ETDARP (2A-ETDARP) ele alınmıştır. Problem için iki indisli düğüm tabanlı karma tamsayılı programlama modeli geliştirilmiş ve model literatürden uyarlanan geçerli eşitsizlikler kullanılarak güçlendirilmiştir. Daha sonra, 2A-ETDARP'ın türevleri tanıtılmış ve bu türevler için tamsayılı programlama modelleri uyarlanmıştır. 2A-ETDARP, NP-zor sınıfında yer alan bir problemdir. Bu nedenle, orta ve büyük boyutlu 2A-ETDARP için makul sürelerde çözüm elde edebilmek amacıyla geliştirilen karma tamsayılı programlama modeline ve değişken komşu iniş algoritmasına dayalı bir sezgisel algoritma (matsezgisel) önerilmiştir. Matsezgiseller; genel rotalama problemi [5], lojistik dağıtım ağı tasarımı [6], zaman pencereli kırsal postacı problemi [7] ve zaman bağımlı seyahat süreli Çinli postacı problemi [8] gibi çeşitli rotalama problemlerine başarıyla uygulanmıştır. Önerilen matsezgiselin performansı literatürden elde edilen küçük, orta ve büyük boyutlu test problemleri üzerinde test edilmiştir. Temel 2A-ETDARP üzerinde yapılan deneysel çalışmalarda iki saatlik işlemci süresi sonucunda 10 depo ve 100 müşteriye kadar olan 564 test probleminin yarıdan fazlasında eniyi çözümlerin elde edildiği ve sapma değerinin %4 seviyesinde olduğu görülmüştür. Makalenin geri kalan kısmı şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde ilgili literatürün taramasına yer verilmiştir. Üçüncü bölüm, problemin tanımı ile karma tamsayılı programlama modeli ile geçerli eşitsizlikler üzerinedir. Dördüncü bölümde önerilen matsezgiselin ayrıntılı açıklamasına yer verilmektedir ve beşinci bölümde deneysel çalışmalara ilişkin hesaplama sonuçları sunulmuştur. Son bölümde ise sonuç ve gelecek araştırmalara ilişkin değerlendirmeler sunulmuştur.

2. LİTERATÜR İNCELEMESİ (LITERATURE SURVEY)

2A-ARP, 2009 yılında Crainic vd. [9] tarafından kent lojistiği alanında yeni bir problem sınıfı olarak tanıtılmıştır. Bu tanıtımdan sonra 2A-ARP, farklı araştırmacılar tarafından ilgi görmüş ve problemin çözümünde kesin çözüm yöntemleri, sezgisel/metasezgisel algoritmalar ve matsezgisel algoritmalar kullanılmıştır.

2A-ARP'nin çözümü için dal-kesme algoritması (Jepsen vd. [10] ve Perboli [11]), ayrıştırma algoritması (Baldacci vd. [12]), dal-fiyat algoritması (Santos vd. [13]), matematiksel programlama ve kısıt programlamaya dayalı yaklaşım (Sitek ve Wikarek [14]) ve karma tamsayılı programlama modeli (Soysal vd. [15]) gibi kesin çözüm yöntemlerinin literatürde önerildiği görülmektedir. Sezgisel/metasezgisel algoritmalar, 2A-ARP'nin çözümünde en yaygın olarak kullanılan çözüm yaklaşımlarıdır. Bu sezgisel/metasezgisel algoritmalara örnek olarak; kümeleme tabanlı sezgisel ve hızlı kümeleme sezgiseli (Crainic vd. [16] ve Crainic vd. [17]), karma karınca kolonisi eniyilemesi (Meihua vd. [18]), adaptif büyük komşu arama algoritması (Hemmelmayr vd. [19] ve Grangier vd. [20]), genetik algoritma ve tabu arama algoritması (Kergosien vd. [21]), büyük komşu arama algoritması (Breunig [22]), GRASP ve değişken komşu iniş algoritmasına dayalı karma sezgisel algoritma (Zeng vd. [23]), karma genetik algoritma (Cetinkaya vd. [24] ve Ahmadizar [25]) ve GRASP (Crainic vd. [26]) verilebilir. Perboli vd. [27] ve Wang vd. [28] ise problemin çözümü için matsezgisel algoritmalar geliştiren araştırmacılardır.

ETDARP, Min [2] tarafından tanımlandıktan sonra literatürde geniş yer bulmuştur. Problemin çözümünde, dal ve fiyat algoritması (Dell'Amico vd. [29]), dal ve kesme algoritması (Subramanian vd. [30]) ve dal-kesme ve fiyat algoritması (Subramanian vd. [31]) gibi kesin çözüm algoritmaları kullanılmıştır. ETDARP'ın çözümü için kullanılan sezgisel/metasezgisel algoritmalar ise şu şekilde sıralanabilir: yerleştirme tabanlı sezgisel (Salhi ve Nagy [32], Dethloff [33]), bileşik sezgisel (Nagy and Salhi [34]), tabu arama ve değişken komşu iniş (Crispim ve Brandao [35]), tabu arama (Chen ve Wu [36], Montané ve Galvão [37], Bianchessi ve Righini [38], Zachariadis ve Kiranoudis [39], Wassan vd. [41]), büyük komşu arama (Ropke ve Pisinger [40]), karınca kolonisi algoritması (Gajpal ve Abad [42] ve Çatay [43]), parçacık sürüsü optimizasyonu (Ai ve Kachitvichyanukul [44], Göksal vd. [45]), tabu arama ve yönlendirilmiş yerel arama (Zachariadis vd.[46]), değişken uzunluklu bileşen rotası (Zachariadis vd. [47]), yinelemeli yerel arama (Subramanian vd. [48], Jun ve Kim [49]), genetik algoritma (Tasan ve Gen [50]), değişken komşu arama (Polat vd. [51]), adaptif yerel arama (Avci and Topaloglu [52]), adaptif komşuluk seçimine dayalı yinelemeli yerel arama iliştirilmiş (Li vd. [53]), değişken komşu arama ve karınca kolonisi sistemine dayalı karma algoritma (Kalayci ve Kaya [54]) ve evrimsel arı algoritması Gong vd. [55].

2A-ETDARP ilk olarak Belgin vd. [56] tarafından ele alınmış ve problemin çözümü için değişken komşu iniş ve yerel arama algoritmasına dayalı bir karma algoritma geliştirilmiştir. Deneysel çalışmalar sonucunda, 504 test probleminin 295'inde kısa sürelerde eniyi çözümler elde edilmiştir. Bu çalışmada ise karma tamsayılı programlama ile metasezgisel algoritma birleştirilerek önerilen matsezgisel aracılığıyla çözümler iyileştirilmiştir.

3. PROBLEMİN TANIMI VE MODEL
(PROBLEM DEFINITION AND MODEL)

Bu bölümde problemin tanımlanmasının ardından probleme ait karma tamsayılı model ve bu modeli güçlendirmek amacıyla kullanılan polinom ve üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikler sunulmaktadır. Buna ilave olarak, 2A-ETDARP'ın temel modeli üzerine 3 türevi ele alınarak bu türevlere ilişkin matematiksel modeller de verilmektedir.

2A-ETDARP genel olarak şu şekilde ifade edilebilir: *G(N,A)* tam bağlı (yani tüm düğüm çiftleri arasında bir ayrıtın mevcut olduğu) bir şebeke olsun. *N* düğümler kümesini, *A* ise ayrıtlar kümesini ifade etmektedir. Düğümler kümesi *N*, üç alt düğüm kümesinden oluşmaktadır: Ana depo düğümü N_0, m adet depodan oluşan $N_D$ve n adet müşteriden oluşan N_C kümesi. Bu durumda düğümler kümesi $N = N_0 \cup N_D \cup N_C$ şeklinde ifade edilebilir ve N kümesi $N_1(N_0 \cup N_D)$ ve $N_2\ (N_D \cup N_C)$ alt kümelerinden oluşmaktadır. Düğümler arasındaki ayrıtlar kümesi *A* ise birinci aşamada ana depo ile ara depolar arasındaki ayrıtlar alt kümesi $A_1(A_1 = \{i,j\}, i \neq j\ ve\ i,j \in N_0 \cup N_D)$ ve ikinci aşamada depolar ile müşteriler arasındaki ayrıtlar alt kümesi $A_2(A_2 = \{m,n\}, m \neq n\ ve\ m,n \in N_D \cup N_C)$'den oluşmaktadır. Bu durumda $A = A_1 \cup A_2$ şeklinde ifade edilebilir. Birinci aşamada (i,j) ayrıtının uzunluğunu (maliyetini) c_{ij}, ikinci aşamada (m,n) ayrıtının uzunluğunu (maliyetini) c_{mn} ifade etmektedir. Her m müşterisi, dağıtım talebi d_m ve toplama talebi p_m'ye sahiptir. Talepler doğrudan dağıtım yoluyla ana depodan karşılanmamakta, depolarda bütünleştirilmektedir. İkinci aşamada dağıtım talebi ara depodan müşteriye, toplama talebi ise müşteriden ara depoya taşınmaktadır. Birinci aşamada ise dağıtım talebi ana depodan ara depoya, toplama talebi ise ara depodan ana depoya taşınmaktadır. Taşımayı gerçekleştirecek araçlar, depolarda hazır olarak beklemektedir. Birinci aşamadaki araçlar CV_1, ikinci aşamadaki araçlar ise CV_2 kapasitesine sahiptirler ve birinci aşamadaki araçlar daha yüksek kapasiteye sahiptir ($CV_1 > CV_2$).

2A-ETDARP, müşterilerin ara depolardan hangisine atanacağının, ara depolara atanan müşterilere nasıl bir rota üzerinde hizmet verileceğinin ve ana depodan ara depolara hangi rota üzerinde hizmet verileceğinin en küçük maliyet ile belirlenmesi problemi olarak tanımlanabilir. Problemin varsayımları şu şekilde sıralanabilir:

- Müşterilerin ve ara depoların sayısı bilinmektedir.
- Müşterilerin talebi bilinmektedir ve bu talepler birbirinden bağımsızdır.
- Araçlar sınırlı bir kapasiteye sahiptir.
- Ara depolar müşterilerin, ana depo ise ara depoların talebini karşılamaktadır.
- Tek ürün tipi dikkate alınmaktadır.
- Yeniden sipariş söz konusu değildir.
- Ana depodan müşterilere direkt olarak ürün gönderilememektedir.

Problemin kısıtları ise şunlardır:

- Her müşteriye kesinlikle bir kez uğranmalıdır.
- Her ara depoya kesinlikle bir kez uğranmalıdır
- Her bir aşamadaki bir araç sadece bir kez kullanılmalıdır.
- Birinci aşamadaki bir rota ana depodan başlamalı ve tekrar ana depoda son bulmalıdır.
- İkinci aşamadaki bir rota bir ara depodan başlamalı ve tekrar aynı ara depoda son bulmalıdır.
- Rota üzerindeki herhangi bir hat üzerinde taşınan yük miktarı araç kapasitesini geçmemelidir.
- Ara depoya atanan müşterilerin talepleri toplamı depo kapasitesini geçmemelidir.

Yukarıda verilen tanımlamalara bağlı olarak 2A-ETDARP için düğüm tabanlı karma tamsayılı matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modele ilişkin karar değişkenleri ve ek değişkenler aşağıda verilmiştir.

Karar değişkenleri:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l} eğer\ araç\ 1.aşamada\ i\ düğümünden\ j \\ düğümüne\ hareket\ ederse\ (\forall i,j \in N_1) \end{array} \\ 0 & dd \end{cases}$$

$$y_{mn} = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l} eğer\ araç\ 2.aşamada\ m\ düğümünden\ n \\ düğümüne\ hareket\ ederse\ (\forall m,n \in N_2) \end{array} \\ 0 & dd \end{cases}$$

$$z_{mi} = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l} m\ müşterisi\ i\ ara\ deposuna\ atanmışsa \\ (\forall m \in N_C, \forall i \in N_D) \end{array} \\ 0 & dd \end{cases}$$

Ek değişkenler:

D_i : *i* ara deposuna atanan müşterilerin dağıtım talebi $(\forall i \in N_D)$,

P_i : *i* ara deposuna atanan müşterilerin toplama talebi $(\forall i \in N_D)$,

U_i : her iki aşamada *i* düğümüne girmeden hemen önce araçtaki dağıtılacak ürün miktarı $(\forall i \in N_2)$,

V_i : her iki aşamada *i* düğümünün çıkışında araçtaki toplanan ürün miktarı ($\forall i \in N_2$),

2A-ETDARP'a ait iki indisli düğüm tabanlı matematiksel model aşağıdaki gibidir.

$$Min\ Z = \sum_{(i,j)\in N_1} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(m,n)\in N_2} c_{mn}y_{mn} \quad (1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{j\in N_1} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N_D \quad (2)$$

$$\sum_{j\in N_1} x_{ij} = \sum_{j\in N_1} x_{ji} \qquad \forall i \in N_1 \quad (3)$$

$$U_j - U_i + CV_1 x_{ij} \leq CV_1 - D_j \qquad \forall i,j \in N_D, i \neq j \quad (4)$$

$$D_i \leq U_i \leq CV_1 \qquad \forall i \in N_D \quad (5)$$

$$V_i - V_j + CV_1 x_{ij} \leq CV_1 - P_j \qquad \forall i,j \in N_D, i \neq j \quad (6)$$

$$P_i \leq V_i \leq CV_1 \qquad \forall i \in N_D \quad (7)$$

$$U_i + V_i - D_i \leq CV_1 \qquad \forall i \in N_D \quad (8)$$

$$D_i = \sum_{m\in N_C} z_{mi} d_m \qquad \forall i \in N_D \quad (9)$$

$$P_i = \sum_{m\in N_C} z_{mi} p_m \qquad \forall i \in N_D \quad (10)$$

$$\sum_{i\in N_2} y_{mi} = 1 \qquad \forall m \in N_C \quad (11)$$

$$\sum_{i\in N_2} y_{im} = \sum_{i\in N_2} y_{mi} \qquad \forall m \in N_2 \quad (12)$$

$$\sum_{i\in N_D} z_{mi} = 1 \qquad \forall m \in N_C \quad (13)$$

$$y_{mi} \leq z_{mi} \qquad \forall i \in N_D, \forall m \in N_C \quad (14)$$

$$y_{im} \leq z_{im} \qquad \forall i \in N_D, \forall m \in N_C \quad (15)$$

$$y_{mn} + z_{mi} + \sum_{j\in N_D, j\neq i} z_{nj} \leq 2 \qquad \forall i \in N_D, \forall m,n \in N_C, m \neq n \quad (16)$$

$$U_n - U_m + CV_2 y_{mn} + (CV_2 - d_m - d_n) y_{nm} \leq CV_2 - d_m \qquad \forall m,n \in N_C, m \neq n \quad (17)$$

$$U_m \geq d_m + \sum_{n\in N_C} y_{mn} d_n \qquad \forall m \in N_C \quad (18)$$

$$U_m \leq CV_2 - (CV_2 - d_m) y_{mi} \qquad \forall i \in N_D, \forall m \in N_C \quad (19)$$

$$V_m - V_n + CV_2 y_{mn} + (CV_2 - p_m - p_n) y_{nm} \leq CV_2 - p_n \qquad \forall m,n \in N_C, m \neq n \quad (20)$$

$$V_m \geq p_m + \sum_{n\in N_C} y_{mn} p_n \qquad \forall m \in N_C \quad (21)$$

$$V_m \leq CV_2 - (CV_2 - p_m) y_{im} \qquad \forall i \in N_D, \forall m \in N_C \quad (22)$$

$$U_m + V_m - d_m \leq CV_2 \qquad \forall m \in N_C \quad (23)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \in N_D \quad (24)$$

$$y_{mn} \in \{0,1\} \qquad \forall m,n \in N_C \quad (25)$$

$$z_{mi} \in \{0,1\} \qquad \forall i, \in N_D, \forall m \in N_C \quad (26)$$

$$U_i, V_i \geq 0 \qquad \forall i \in N_2 \quad (27)$$

$$D_i, P_i \geq 0 \qquad \forall i \in N_D \quad (28)$$

Amaç fonksiyon (Eş. 1) her iki aşamadaki toplam taşıma maliyetini enküçüklemektedir. Eş. 2, birinci aşamada her ara deponun mutlaka bir kere ziyaret edilmesini sağlamaktadır. Eş. 3, birinci aşama için her düğüme giren ve çıkan ayrıtların sayısının eşit olmasını sağlamaktadır. Eş. 4, dağıtım turları için alt tur oluşumlarını engellemektedir. Eş. 5, U_i karar değişkenin alt ve üst sınırını belirlemektedir. Eş. 6, toplama turları için alt tur oluşumlarını engellemektedir. Eş. 7, V_i karar değişkenin alt ve üst sınırlarını belirlemektedir. Eş. 8, birinci aşamada rota üzerinde taşınan yük miktarının araç kapasitesinden küçük olmasını garanti etmektedir. Eş. 9 ve Eş. 10 ise birinci aşamada yer alan depoların toplama ve dağıtım taleplerinin ikinci aşamada bu depolara atanan müşterilerin toplama ve dağıtım taleplerinin toplamına eşit olmasını sağlamaktadır. Eş. 11, ikinci aşamada her müşterinin mutlaka bir kere ziyaret edilmesini, Eş. 12 ise ikinci aşama için her düğüme giren ve çıkan ayrıtların sayısının eşit olmasını sağlamaktadır. Eş. 13, her müşterinin bir ara depoya atanmasını garanti etmektedir. Eş. 14-Eş. 16, geçersiz rotaların oluşmasını engellemektedir (aynı depoda başlayıp sonlanmamak gibi). Eş. 17 ve Eş. 20, ikinci aşamadaki dağıtım ve toplama talepleri için akış eşitsizlikleridir ve alt turların oluşmasını engellemektedir. Eş. 18 ve Eş. 19, U_m değişkeninin alt ve üst sınırlarını, Eş. 21 ve Eş. 22 V_m, değişkeninin alt ve üst sınırlarını belirlemektedir. Eş. 23, ikinci aşamada rota üzerinde taşınan yük miktarının araç kapasitesinden küçük olmasını garanti etmektedir. Eş. 24- Eş. 28 ise karar değişkenlerine ilişkin işaret kısıtlarıdır.

3.1. 2A-ETDARP'ın Türevleri (Variants of the 2A-ETDARP)

2A-ETDARP ara depolarda kapasite sınırının olmadığı ve her iki aşamada eş zamanlı topla-dağıt faaliyetlerinin yer aldığı temel problemdir. Gerçek hayatta bu problemin çeşitli türevlerine rastlamak mümkün olabilir ve kullanılan karma tamsayılı programlama modeli bu türevlere uyarlanabilir. Örneğin, toplama faaliyetleri ara depolarda gerçekleştirilebilir ve ürünler ana depoya gönderilmeyebilir. Market zincirleri bu duruma örnek olarak verilebilir. Raf ömrü dolmuş ürünler müşterilerden toplanarak ara depolarda imha edilebilir ve böylelikle ara depolar ile ana depo arasındaki taşıma faaliyetleri elimine edilebilir. Kısacası, toplama faaliyetleri yalnız ikinci aşamada ortaya çıkabilir. Bu problem türü çalışmada $2A\text{-}ETDARP_2$ olarak adlandırılmıştır. Bu problem için modeldeki Eş. 6-Eş. 8 ve Eş. 10 kısıtları ile $P_i: \forall i \in N_D$ ve $V_i: \forall i \in N_D$ değişkenleri çıkarılmıştır.

2A-ETDARP'ın diğer türevi her bir ara deponun (CD_i) kadar bir kapasiteye sahip olması ve dağıtım ve toplama talepleri toplamının bu kapasiteyi aşmadığı modeldir. Bu problem $2E_{cap}$-VRPSPD olarak adlandırılmıştır ve 2A-ETDARP'a ait modele Eş. 29 eklenmiştir.

$$D_i + P_i \leq CD_i \qquad \forall i \in N_D \qquad (29)$$

2A-ETDARP'ın son türevi ise toplama faaliyetlerinin yalnız ikinci aşamada gerçekleştirildiği ve ara depoların kapasite sınırına sahip olduğu modeldir. Bu model ilk iki türevin bileşimidir ve $2E_{cap}$-VRPSPD$_2$ olarak adlandırılmıştır. Bu modelde Eş. 6-Eş. 8 ve Eş. 10 kısıtları kaldırılmış ve modele Eş. 29 eklenmiştir.

Çalışmada, matsezgiselin performans değerlendirilmesinde probleme ait tüm türevler dikkate alınmıştır.

3.2. Geçerli Eşitsizlikler (Valid Inequalities)

Geçerli eşitsizlikler, kesin çözüm algoritmalarının en güçlü bileşenlerinden biridir. Geçerli eşitsizlikler aracılığıyla çözüm uzayı daraltılarak karma tamsayılı programlama modelleri güçlendirilebilir. Modelde geçerli eşitsizliklerin yer almaması en iyi çözüme ulaşılması önünde bir engel olduğu anlamına da gelmemektedir. Geçerli eşitsizliklerin kullanımı, geçerli çözümleri içermeyen çözüm uzaylarının bir parçasının elimine edilmesini sağlar. Sonuç olarak, geçerli eşitsizlikler daha iyi kalitede çözümlere ulaşılmasına olanak verir. Bunun yanında, geçerli eşitsizlikler sezgisel algoritmaların performansını değerlendirmek için de kullanılabilir. Karma tamsayılı programlama modeli çözüm sonunda eniyi çözümü kapsayan alt ve üst sınırları verdiğinden, sezgisel yaklaşımın etkinliği alt sınır değeriyle karşılaştırılarak değerlendirilebilir. Sezgisel yaklaşımın çözümü alt sınır değerine ne kadar yakınsa çözüm kalitesi o kadar iyidir. Diğer durumda, sezgisel yaklaşım eniyi çözümü elde etse bile alt sınır değeri olmadan algoritmanın etkinliği kanıtlanamaz. Bu nedenle, geçerli eşitsizlikler sıkı alt sınırların elde edilmesinde kullanılabilir.

Önerilen matematiksel modeller için ikisi polinom büyüklükte, diğer ikisi üstel büyüklükte toplam 4 geçerli eşitsizlik kullanılmıştır. Kullanılan geçerli eşitsizlikler Belgin vd. [56] tarafından $2E_{cap}$-VRPSPD için uygulanan çalışmadan alınmıştır.

İlk geçerli eşitsizlik depolardan çıkan araç sayılarını alttan sınırlandırmaktadır.

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} y_{ki} \geq r_{2A\_ETDARP}(N_C) \qquad (30)$$

$r_{2A\_ETDARP}(N_C) = \left\lceil en\ büyük\ \left(\sum_{m \in N_C} d_m; \sum_{m \in N_C} p_m\right) / CV_2 \right\rceil$ ve $\lceil \bullet \rceil$, • sayısından büyük en küçük tamsayıdır. Bu geçerli eşitsizliğin bir benzeri Achutan, Caccetta ve Hill [30], tarafından ARP için kullanılmıştır. Uygun bir 2A-ETDARP çözümünde depolardan çıkan rota sayısı, hem toplama hem de dağıtım taleplerini karşılamalıdır. Diğer bir ifadeyle, 31 ve 32 kısıtları eş zamanlı sağlanmalıdır.

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} y_{ki} \geq \left\lceil \sum_{i \in N_C} d_i / CV_2 \right\rceil \qquad (31)$$

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} y_{ki} \geq \left\lceil \sum_{i \in N_C} p_i / CV_2 \right\rceil \qquad (32)$$

İkinci geçerli eşitsizlik, sadece iki müşteri arasında alt tur oluşumunu engelleyen ve Gezgin Satıcı Problemi için geliştirilen alt tur eleme kısıtlarının özel bir halidir. Bu eşitsizlik, Dantzig, Fulkerson ve Johnson [31] tarafından geliştirilmiştir.

$$y_{lm} + y_{ml} \leq 1 \qquad \forall l, m \in N_D \qquad (33)$$

Üçüncü geçerli eşitsizlik ise ARP için kullanılan büyük çoklu-yıldız kısıtlarının (large multi-star inequality) 2A-ETDARP'a uyarlanması ile elde edilmiştir. [57, 58]. Buna göre, bir müşteri gurubuna hizmet verecek araç sayısı ilgili müşteri gurubunun hem toplama hem de dağıtım taleplerini rota içinde uygunluğa bakılmaksızın ayrı ayrı karşılamak zorundadır. Bu duruma ilişkin ifade Eş. 34 ve Eş. 35'in sol tarafında yer almaktadır. Bunun yanında, eğer bu düğüm kümesine başka müşteri(ler)den geliniyorsa ya da bu düğüm kümesinden başka müşteri(ler)e gidiliyorsa bu müşterilerin de toplama ve dağıtım talepleri karşılanmak zorundadır. Bu durum Eş. 34 ve Eş. 35'in sağ tarafında ifade edilmektedir.

$$\sum_{m \in S} \sum_{n \in N_C/S} y_{mn} \geq (1/CV_2) \left(\sum_{m \in S} d_m + \sum_{m \in S} \sum_{n \in N_C/S} d_m (y_{mn} + y_{nm})\right) \qquad \forall S \subseteq N_C, S \neq \emptyset \qquad (34)$$

$$\sum_{m \in S} \sum_{n \in N_C/S} y_{mn} \geq (1/CV_2) \left(\sum_{m \in S} p_m + \sum_{m \in S} \sum_{n \in N_C/S} p_m (y_{mn} + y_{nm})\right) \qquad \forall S \subseteq N_C, S \neq \emptyset \qquad (35)$$

Dördüncü geçerli eşitsizlik ise ilk olarak Laporte, Nobert ve Pelletier [59] tarafından ARP için kullanılan kapasite ve alt tur eleme kısıtının 2A-ETDARP'ye uyarlanmış bir şeklidir. Belirli bir müşteri kümesi içerisinde alt turların oluşmasını engelleyen bu geçerli eşitsizlik aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{(m,n) \in S} y_{mn} \leq |S| - r_{2A-ETDARP}(S) \qquad \forall S \subseteq N_C, S \geq 2 \qquad (36)$$

$r_{2A\_ETDARP}(S)$ Eş. 30'daki gibi hesaplanmıştır.

4. ÖNERİLEN MATSEZGİSEL (PROPOSED MATHEURISTIC)

ETDARP, NP-zor sınıfında bir problem olduğundan 2A-ETDARP da bu sınıfta bir problemdir ve özellikle büyük boyutlu problemler için eniyi çözümün makul bir sürede elde edilmesi oldukça zordur. Matsezgiseller NP-zor problemlerin çözümünde kullanılan güçlü yaklaşımlardan biridir. Matsezgiseller, metasezgisel ve matematiksel programlama tekniklerinin bir arada kullanıldığı sezgisel yaklaşımlardır [60]. Bu tekniklerin birlikte kullanımına ilişkin çok sayıda yöntem bulunmaktadır [61].

Bu çalışmada, iki aşamalı bir matsezgisel önerilmiştir. Birinci aşamada değişken komşu iniş-yerel arama (DKİ_YA) algoritması ile elde edilen geçerli başlangıç çözümleri, ikinci aşamada geçerli eşitsizliklerle güçlendirilmiş karma tamsayılı programlama modeli kullanılarak iyileştirilmektedir.

Önerilen matsezgiselin genel yapısı Şekil 1'de verilmektedir. Matsezgisel, DKİ_YA algoritması ile başlamaktadır. DKİ_YA ile elde edilen sezgisel çözüm karma tamsayılı programlama modelinde başlangıç çözümü olarak alınmakta ve geçerli eşitsizlikleri elde etmek için gevşetilmiş karma tamsayılı programlama modeli kullanılmaktadır. Ardışık olarak 10 defa alt sınırlarda iyileşme görülmediğinde modele yeni kesmelerin eklenmesi durdurulmaktadır. Son olarak geçerli eşitsizlikleri içeren ve DKİ_YA ile elde edilen başlangıç çözümüne sahip karma tamsayılı programlama modeli çözülerek iyileştirilmiş sonuçlar elde edilmektedir.

```
Begin
  DKİ_YA kullanarak geçerli çözüm elde et
  Çözümü karma tamsayılı programlama modeline üst sınır olarak ekle
  Gevşetilmiş 2A-ETDARP modelini çöz ve alt sınırları elde et
    Repeat
      Ayrıştırma algoritmasını kullanarak yeni kesmeler elde et
      Kesmeleri gevşetilmiş modele ekle
      Elde edilen alt sınırı önceki alt sınırla karşılaştır
   Until (alt sınırda ardışık olarak 10 defa iyileşme olmaması durumu)
   Karma tamsayılı programlama modelini çöz
   Tamsayılı çözümü en iyi çözüm olarak kabul et
```

Şekil 1. Matsezgiselin genel yapısı
(General structure of matheruristic)

4.1. DKİ_YA Algoritması (DKİ_YA Algorithm)

İyi bir başlangıç çözümü, karma tamsayılı modelde arama yapılacak düğüm sayısının azaltılması ve eniyi çözüme hızlı şekilde ulaşılmasını sağlamaktadır. Önerilen matsezgiselde kullanılmak üzere geçerli başlangıç çözümü üreten bir karma metasezgisel algoritma geliştirilmiştir. Bu metasezgisel algoritma, Değişken Komşu İniş (DKİ) ve Yerel Arama (Yİ) algoritmalarına dayalı olup, DKİ_YA olarak adlandırılmıştır. DKİ_YA'nın temel işleyiş prensibi, durdurma koşulu sağlanıncaya kadar DKİ ile elde edilen geçerli bir çözümün YA ile iyileştirilmesine dayanmaktadır. DKİ, Değişken Komşu Arama (DKA) algoritmasının bir varyasyonudur ve NS_1, …, NS_{max} komşuluk yapılarının sistematik olarak değiştirilmesine dayanır. YA ise mevcut çözümde iyileşme elde edilmeyinceye kadar komşu çözümler içinde arama gerçekleştirir.

4.1.1. Geçerli başlangıç çözümü (Initial feasible solution)

Başlangıç çözümünün elde edilmesinde ilk olarak müşteriler ara depolara atanır ve rotalar oluşturulur. Atamalar yapılırken müşteriler ve ara depolar arasındaki uzaklıklar dikkate alınarak en yakın ara depoya atama gerçekleştirilir. $2E_{cap}$-$VRPSPD$ ve $2E_{cap}$-$VRPSPD_2$ problemlerinde müşterilerin toplam talepleri ara deponun kapasitesini aşıyorsa, en yakın ikinci ara depoya atama yapılır. Müşterilerin depoya atanmasından sonra, En Yakın Komşu Sezgiseli (EYKS) kullanılarak her bir aşamadaki rotalar oluşturulur. EYKS, ara depoya en yakın müşterinin seçilmesiyle başlar ve atanan son müşteriye en yakın müşteriyi araç kapasitesi aşılıncaya kadar ekler. Araç kapasitesi aşıldığında araç ara depoya döner ve yeni bir rota oluşturulur. Bu adımlar, tüm müşteriler rotalara atanıncaya kadar devam eder.

4.1.2. Çözümlerin DKİ_YA ile iyileştirilmesi
(Improvement of the solutions by DKİ_YA)

Geçerli bir başlangıç çözümünün elde edilmesinin ardından, bu çözüm DKİ_YA algoritması ile 9 farklı komşuluk yapısı uygulanarak iyileştirilmiştir. Bu komşuluk yapıları; Kaydırma (1,0), Kaydırma (2,0), Yer değiştirme (1,1), Yer değiştirme (2,1), Yer değiştirme, 2-Opt, Yerleştirme, Depo değiştirme ve Depo kaydırma olarak sıralanmaktadır. İlk 4 komşuluk yapısı rotalar arası yapılar, daha sonra gelen üçü rota içi yapılar ve son iki tanesi depolar arası yapılar olarak gruplandırılabilir. Kullanılan bu komşuluk yapılarına ilişkin ayrıntılar aşağıda verilmiştir:

Kaydırma (1,0): c müşterisi bulunduğu r_1 rotasından alınarak aynı ya da farklı bir ara depoya bağlı olan r_2 rotasındaki eniyi konuma kaydırılır.

Kaydırma (2,0): c_1 ve c_2 müşterileri bulundukları r_1 rotasından alınarak aynı ya da farklı bir ara depoya bağlı olan r_2 rotasındaki eniyi konuma kaydırılırlar.

Yer değiştirme (1,1): Rassal olarak seçilen ve farklı rotalarda yer alan (r_1 ve r_2) c_1 ve c_2 müşterilerinin bulundukları rotalar birbirleriyle değiştirilir.

Yer değiştirme (2,1): r_1 rotasında yer alan ve rassal olarak seçilen ardışık c_1 ve c_2 müşterilerinin yeri, r_2 rotasında yer alan c_3 müşterisi ile değiştirilir.

Yer değiştirme: Rassal olarak seçilen ve r rotasında yer alan c_1 ve c_2 müşterilerinin yerleri değiştirilir.

2-Opt: r rotasında yer alan, c_1 ile c_2 ve c_3 ile c_4 müşterileri arasındaki birbiriyle ardışık olmayan iki hat kaldırılarak, yerine c_1 ile c_3 ve c_2 ile c_4 müşterileri arasında yeni hatlar oluşturulur. Böylece, rota içinde c_1 ile c_4 müşterileri arasında kalan kısım ters çevrilmiş olur.

Yerleştirme: Rassal olarak seçilen c müşterisi bulunduğu rotada başka bir konuma yerleştirilir.

Depo değiştirme: Rassal olarak seçilen ve j ara deposunda yer alan r rotası k ara deposuna kaydırılır.

Depo kaydırma: Farklı ara depolarda yer alan r_1 ve r_2 rotalarının bağlı oldukları ara depolar birbiriyle değiştirilir.

DKİ_YA algoritması EYKS ile elde edilen başlangıç çözümüyle başlar. Her iterasyonda DKİ algoritması ile elde edilen eniyi çözüm, YA algoritması ile iyileştirilir. DKİ ve YA algoritmalarının ardışık kullanımı, durdurma koşulu sağlanıncaya kadar devam ettirilir. DKİ algoritmasının her iterasyonunda, *Kaydırma (1,0), Kaydırma (2,0), Yer değiştirme (2,1), 2-Opt, Yerleştirme, Depo değiştirme ve Depo kaydırma* komşuluk yapıları rassal seçilerek kullanılırlar. Seçilen komşuluk yapısı kullanılarak $2x|N_C|$ sayıda geçerli çözüm üretilir ve daha sonra birinci aşamada geçerli çözüm elde etmek için EYKS kullanılır. DKİ için durdurma koşulu sağlandığında bulunan çözüm, YA algoritması ile *Yer değiştirme (1,1)* ve *Yer değiştirme* komşuluk yapıları kullanılarak iyileştirilir. YA aşamasında da $2x|N_C|$ sayıda geçerli çözüm üretilir bu çözümler arasından eniyi çözüm seçilir. Tüm komşuluk yapılarının kullanılması sonucunda elde edilen çözüm mevcut çözümü iyileştirmişse, bu çözüm DKİ_YA için diğer iterasyonda başlangıç çözümü olarak kullanılır. DKİ ve YA algoritmalarının ardışık kullanımları sonucunda mevut çözümde iyileşme elde edilmezse algoritma sonlandırılır ve mevcut çözüm eniyi çözüm olarak kabul edilir.

4.2. Başlangıç Doğrusal Model (Initial Linear Formulation)

Başlangıç doğrusal model Eş. 24 - Eş 26 numaralı kısıtların 0-1 arasında sürekli değer alacak şekilde gevşetilmesiyle elde edilir. Gevşetilmiş çözüm, karma tamsayılı model için alt sınırı verir. Eş. 30 ve Eş. 33 ile verilen polinom büyüklükteki kısıtlar karma tamsayılı modelde doğrudan uygulanırlar.

4.3. Ayrıştırma Algoritması (Separation Algorithm)

Polinom büyüklükteki geçerli eşitsizlikler karma tamsayılı modelde doğrudan kullanılabilirken üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikler için ayrıştırma algoritmasına ihtiyaç vardır. Bu amaçla, üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikleri bozan düğüm kümelerini elde etmek amacıyla Karaoglan vd. [62] tarafından önerilen *Açgözlü Sezgisel Yaklaşım* kullanılmıştır. Bu sezgisel, ilgili kısıt gruplarını bozan aday kümenin (τ) oluşturulması ve ilgili kısıtın bozulup bozulmadığının kontrolüne dayanmaktadır. İlk olarak, rassal seçilen bir düğüm τ kümesine eklenir. Bir sonraki adımda, ilgili kısıtı bozması en muhtemel düğüm belirlenerek (ilgili kısıtın artık değerini enküçükleyen müşteri düğümü) τ kümesine eklenir ve kısıtın bozulup bozulmadığı kontrol edilir. Bütün müşteriler teker teker τ kümesine eklenerek bu işlemler tekrarlanabilir. Bu adımlar alt sınır değerlerinde ardışık olarak 10 defa iyileşme olmayıncaya kadar tekrarlanır. Eş. 34-Eş. 36 ile verilen geçerli eşitsizlikler için kullanılan *Açgözlü Sezgisel Yaklaşım*'ın adımları Şekil 2'de verilmektedir.

4.4. Tamsayılı Çözüm (Integer Solution)

GAMS ara yüzüne sahip CPLEX çözücüsü kullanılarak tüm geçerli eşitsizlikleri içeren ve DKİ_YA ile elde edilen geçerli başlangıç çözümü (üst sınır) kullanan matematiksel model 2 saat süre ile çalıştırılır.

5. SAYISAL ANALİZ (COMPUTATIONAL ANALYSIS)

Bu bölümde sayısal analizlere ilişkin sonuçlar verilecektir. İlk olarak, karma tamsayılı matematiksel modelde kullanılan geçerli eşitsizliklerin küçük, orta ve büyük boyutlu problemler üzerindeki etkisi incelenecektir. Daha sonra, önerilen matsezgiselin temel problem olan 2A-ETDARP üzerindeki performansı değerlendirilecektir. Son olarak, önerilen matsezgiselin 2A-ETDARP'ın türevleri üzerindeki performansı incelenecektir. Karma tamsayılı model ve gevşetilmiş doğrusal model, GAMS ara yüzüne sahip CPLEX (versiyon 10.2) kullanılarak çözülmüştür. DKİ_YA algoritmasının kodlanmasında C++ programlama dili kullanılmıştır. Analizler Intel Xeon 3.16 GHz işlemciye sahip (1 GB RAM ile birlikte) bir bilgisayar kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

5.1. Test Problemleri (Test Problems)

Karma tamsayılı model ve matsezgiselin performansını değerlendirmek amacıyla 6 alt setten oluşan test problemi seti kullanılmıştır. Setler, 2A-ARP için oluşturulmuş olan test problemlerinden türetilmiştir. Set 1, Set 2 ve Set 3 Christofides ve Eilon [63] tarafından ARP için oluşturulan test problemlerinden türetilmiştir. Set 4, Set 5 ve Set 6 ise sırasıyla Crainic et al. [17], Hemmelmayr et al. [19] ve Baldacci et al. [12] tarafından oluşturulan veri setlerinden üretilmiştir. Tablo 1'de veri setine ilişkin özellikler verilmektedir. Tabloda, ara depo sayısı $|N_D|$, müşteri sayısı $|N_C|$, birinci aşamadaki araçların kapasitesi CV_1 ve ikinci aşamadaki araçların kapasitesi CV_2 ile gösterilmiştir.

Prosedür: Kısıtların ayrıştırılması (Eş.34-Eş.36)
Girdi: Karma tamsayılı modelin doğrusal çözümü (x^*, y^*, z^*)
Çıktı: Bozulmuş kısıtlar

Adım 0: Müşterilerin yarısını rassal olarak seç ve Ω kümesine ekle.
Adım 1: 1.1-1.3 adımlarını Ω kümesindeki tüm müşteriler için tekrarla
Adım 1.1: $\tau \leftarrow s$
Adım 1.2: $\sum_{l\in\tau}\sum_{m\epsilon N_{C/\tau}} y^*_{lm} > 0$ ise Adım 1'e git.
diğer durumda ilgili kısıtın artık değerini minimize eden *t* müşterisini seç.
$artık_{34} = (\frac{1}{CV_2})(\sum_{m\in(\tau\cup t)} d_m + \sum_{n\in N_C/(\tau\cup t)} d_n(y^*_{mn} + y^*_{nm})) - \sum_{m\in(\tau\cup t)}\sum_{n\in N_C/(\tau\cup t)} y^*_{mn}$
$artık_{35} = (\frac{1}{CV_2})(\sum_{m\in(\tau\cup t)} p_m + \sum_{n\in N_C/(\tau\cup t)} p_n(y^*_{mn} + y^*_{nm})) - \sum_{m\in(\tau\cup t)}\sum_{n\in N_C/(\tau\cup t)} y^*_{mn}$
$artık_{36} = |\tau \cup t| - r_{2S-ETDARP}(\tau \cup t) - \sum_{(m,n)\in(\tau\cup t)} y^*_{mn}$
Adım 1.3: $\tau \leftarrow \tau \cup t$, τ kümesi için ilgili kısıtın bozulup bozulmadığını kontrol et, Adım 1.2'ye git.

Şekil 2. Eş. 34-Eş. 36 kısıtları için ayrıştırma algoritması (Separation algorithm for the constraints (34) to (36))

Tablo 1. Test problemlerinin özellikleri
(Characteristics of test problems)

Set	Problem Sayısı	$\lvert N_D \rvert$	$\lvert N_C \rvert$	CV_1	CV_2
1	66	2	12	15000	6000
2	6	2	21	15000	6000
	6	2	32	20000	8000
	6	2	50	400	160
	3	4	50	400	160
3	6	2	21	15000	6000
	6	2	32	20000	8000
	6	2	50	400	16
4	18	2	50	25000	10000
	18	3	50	25000	10000
	18	5	50	25000	10000
5	3	5	100	1054	300
	3	10	100	1076	300
6	3	4, 5 ve 6	50	1280	320
	3	4, 5 ve 6	75	1120	280
	3	4, 5 ve 6	100	896	224

Bu makalede ele alınan problemin eş zamanlı topla-dağıt özelliği nedeniyle, toplama ve dağıtım taleplerine ihtiyaç vardır. Toplama ve dağıtım talepleri, orijinal talepler kullanılarak elde edilmiştir. Taleplerin elde edilmesinde, Salhi ve Nagy [32] ve Angelelli ve Mansini [64] tarafından önerilen talep ayırma yöntemleri kullanılmıştır. Salhi ve Nagy [32] tarafından önerilen talep ayırma yöntemine göre, her müşteri için koordinatlarına bağlı bir oran $r_m = \min\left(\frac{x_m}{y_m}; \frac{y_m}{x_m}\right)$ dikkate alınmış, orijinal talep değerleri bu oran kullanılarak toplama ve dağıtım talebi olarak ayrıştırılmış; q_i, i müşterisinin orijinal talebi olmak üzere, $d_i = r_i * q_i$ ve $p_i = q_i - d_i$ olarak elde edilmiştir. Bu yöntem ile elde edilen problemler, X tipi problem olarak adlandırılmıştır. Benzer şekilde, her müşterinin elde edilen taleplerinin yerleri değiştirilerek ($p_i = r_i * q_i$ ve $d_i = q_i - p_i$), Y tipi problemler elde edilmiştir. Bu yöntem ile elde edilen problemler bundan sonra SN olarak adlandırılacaktır. Angelelli ve Mansini [62] tarafından önerilen talep ayırma yönteminde ise orijinal talep değerleri dağıtım talebi olarak kabul edilmekte, toplama talebi ise müşteri numarasının tek ya da çift olmasına göre değişmektedir; $d_i = q_i$ eğer *i* çift ise $p_i = \lfloor (1-\gamma) q_i \rfloor$, eğer *i* tek ise $p_i = \lfloor (1+\gamma) q_i \rfloor$. Bu ayırma işlemlerinde $\gamma = 0{,}2$ alındığında Z tipi ve $\gamma = 0{,}8$ alındığında ise W tipi problemler elde edilmiştir. Bu yöntem ile elde edilen problemler ise AM olarak adlandırılacaktır. Set 1 içinde yer alan test problemlerinde, depo ve müşterilere ait koordinat bilgileri yerine bu birimler arasındaki uzaklıklar yer aldığından yalnızca W ve Z tipi talep değerleri hesaplanabilmiştir.

5.2. Geçerli Eşitsizliklerin Etkisi *(Effects of Valid Inequalities)*

Geçerli eşitsizliklerin bireysel ve birleşik etkisi, temel problem olan 2A-ETDARP üzerinde incelenmiştir. Problemin diğer türevleri için de benzer sonuçlar elde edilebilir. Alt sınır yüzdesel sapma değeri (ΔLB), geçerli eşitsizliklerin etkisini incelemek amacıyla performans göstergesi olarak belirlenmiştir. ΔLB, gevşetilmiş modelin alt sınır değeri (*AS*) ile üst sınır değeri (*ÜS*) arasında yüzdesel sapmadır. *UB* değeri enfazla 2 saat süreyle çalıştırılmış matsezgiselin en iyi/en uygun değeridir. Her bir test problemi için ΔLB değeri $[(UB - LB)/UB]x100$ ifadesi kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 2. Geçerli eşitsizliklerin 2A-ETDARP test problemleri üzerindeki bireysel etkisi
(Individual effects of valid inequalities on the 2A-ETDARP test instances)

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	Problem Sayısı	Ortalama ΔLB				
			DP	DP+(30)	DP+(33)	DP+(34,35)	DP+(36)
Ara depo ve müşteri sayısı	2-12	132	31,64	29,34	31,64	17,35	13,22
	2-21	48	23,73	22,00	23,71	18,91	8,92
	2-32	48	25,42	24,50	25,42	31,49	18,16
	2-50	120	26,76	23,12	15,93	25,87	24,25
	3-50	72	25,12	24,28	25,12	25,46	24,67
	4-50	16	16,05	14,92	14,29	15,94	14,40
	5-50	76	34,87	34,35	20,72	33,80	34,31
	6-50	4	16,04	16,04	15,86	17,61	14,14
	4-75	4	44,65	44,65	44,53	44,65	29,51
	5-75	4	30,69	30,54	30,69	31,00	29,49
	6-75	4	38,65	38,40	36,91	40,28	37,46
	4-100	4	43,50	42,56	43,32	50,33	42,20
	5-100	16	59,19	58,69	55,50	55,54	53,79
	6-100	4	54,41	54,09	53,17	57,07	53,50
	10-100	12	87,31	87,08	86,27	85,94	86,31
Talep Ayırma Stratejisi	W-Z	348	33,69	31,19	31,96	28,15	24,56
	X-Y	216	26,14	25,52	17,39	25,73	21,96
Ortalama			30,80	29,02	26,38	27,23	23,56

Tablo 2 ve Tablo 3'te geçerli eşitsizliklerin bireysel ve birleşik etkisine ilişkin sonuçlar yer almaktadır. Tablolardaki ilk üç sütunda problem parametreleri (ara depo sayısı ve müşteri sayısı, talep ayırma stratejisi), parametre değerleri ve test problemlerinin sayısı yer almaktadır. Ara depo sayısı 2 ile 10 arasında değişirken, müşteri sayısı 12 ile 100 arasında değişmektedir. Talep ayırma yöntemleri ise AM (W-Z) ve SN (X-Y)'dir. Tablolardaki dördüncü sütunlar geçerli eşitsizlikleri içermeyen doğrusal programlama modeli (DP) ile elde edilen ortalama ΔLB değerini, diğer sütunlar ise eklenen geçerli eşitsizlikler sonucunda elde edilen ortalama ΔLB değerlerini göstermektedir. Örneğin; DP+30, Eş.30 ile verilen geçerli eşitsizliğin eklenmesi ile elde edilen doğrusal programlama modelini ifade etmektedir.

Tablo 2'de yer alan sonuçlara göre, geçerli eşitsizliklerin karma tamsayılı modelde daha sıkı alt sınırlar elde etmede etkili olduğu anlaşılmaktadır. Orijinal modelde ortalama ΔLB değeri %30,80 iken Eş.30, Eş. 33, Eş 34-35 ve Eş.36 numaralı geçerli eşitsizliklerin eklenmesiyle ortalama ΔLB değerleri sırasıyla %29,02; %26,38; %27,23 ve %23,56 olarak elde edilmiştir. Eş. 36, alt sınırlar üzerinde en yüksek etkiye sahiptir ve modelde kullanılan geçerli eşitsizlikler alt sınırların iyileştirilmesinde pozitif etkiye sahiptir.

Geçerli eşitsizliklerin birlikte kullanımı, alt sınırlar üzerindeki etkiyi artıracaktır. Tablo 3'te geçerli eşitsizliklerin birleşik etkileri verilmiştir. Buna göre, tüm geçerli eşitsizliklerin eklenmesiyle ortalama ΔLB değeri %15,18'e gerilemiştir.

5.3. Önerilen Matsezgiselin 2A-ETDARP Üzerindeki Performansı
(Performance of the Proposed Matheuristic on the 2A-ETDARP)

Bu makalede ele alınan problem üzerinde daha önce literatürde yapılmış bir çalışma bulunmadığından, önerilen matsezgiselin performansı orijinal karma tamsayısı modelin performansı (MM) ile karşılaştırılacaktır. Yüzdesel sapma değeri (YSD), çözüm süresi (ÇS) ve eniyi çözüm sayısı (#Opt) matsezgiselin performans kriterleri olarak kullanılmıştır. YSD, $[(UB - LB)/LB]x100$ ifadesi kullanılarak hesaplanmıştır. UB ve LB değerleri her bir problemin önerilen çözüm yaklaşımıyla elde edilen üst ve alt sınır değerleridir. *ÇS*, her bir problemin çözüm süresini ifade etmekte olup, karma tamsayısı matematiksel modellerin çözüm süresi 2 saat ile sınırlandırılmıştır. *#Opt* ise eniyi çözümün elde edildiği test problemi sayısını vermektedir. Problem büyüklüğü ve talep ayırma stratejisine bağlı olarak; orijinal karma tamsayısı modelin performansı (MM), geçerli eşitsizlikleri içeren karma tamsayılı matematiksel modelin performansı (MM+GE), metasezgiselin performansı (DKİ_YA) ve matzsezgiselin performansının karşılaştırılmasına ilişkin sonuçlar Tablo 4'te özetlenmiştir. Tamamında kısa sürede eniyi çözümlerin elde edildiği 12 müşteri ve 2 ara depoya sahip test problemlerine ilişkin sonuçlar bu tabloda sunulmamıştır. Bu nedenle tabloda 432 test problemine ait sonuçlar verilmiştir.

Genel olarak, matsezgisel çözüm kalitesi açısından diğer çözüm yaklaşımlarına göre daha iyi bir performans

Tablo 3. Geçerli eşitsizliklerin 2A-ETDARP test problemleri üzerindeki birleşik etkisi
(Integrated effects of valid inequalities on the 2A-ETDARP test instances)

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	Problem Sayısı	Ortalama ΔLB				
			DP	DP+ (30)	DP+ (30,33)	DP+ (30,33-35)	DP+ (30,33-36)
Ara depo ve müşteri sayısı	2-12	132	31,64	29,34	29,34	8,64	2,39
	2-21	48	23,73	22,00	21,98	20,01	8,75
	2-32	48	25,42	24,50	24,50	24,41	13,41
	2-50	120	26,76	23,12	12,29	13,10	10,01
	3-50	72	25,12	24,28	24,28	24,26	23,76
	4-50	16	16,05	14,92	13,16	12,65	10,09
	5-50	76	34,87	34,35	20,23	20,22	19,59
	6-50	4	16,04	16,04	15,86	15,86	12,84
	4-75	4	44,65	44,65	44,53	29,01	26,11
	5-75	4	30,69	30,54	30,54	30,50	27,93
	6-75	4	38,65	38,40	36,66	36,66	34,03
	4-100	4	43,50	42,56	42,38	42,38	39,96
	5-100	16	59,19	58,69	55,02	54,47	51,77
	6-100	4	54,41	54,09	52,85	65,08	51,65
	10-100	12	87,31	87,08	86,05	87,98	85,01
Talep Ayırma Stratejisi	W-Z	348	33,69	31,19	29,47	21,79	16,33
	X-Y	216	26,14	25,52	16,77	16,46	13,32
Ortalama			30,80	29,02	24,61	19,74	15,18

Tablo 4. MM, MM+GE, DKİ_YA ve matsezgiselin 2A-ETDARP test problemleri üzerindeki performansı
(Performance of the MM, MM+GE, DKİ_YA and matheuristic on the 2E-VRPSPD test instances)

TAS	Parametre Değeri	MM			MM+GE			DKİ_YA			Matsezgisel		
		YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op
X-Y	2-21	2,11	2156	20/24	2,11	2156	20/24	2,11	10	20/24	2,11	1890	20/24
	2-32	3,91	6624	8/24	3,91	6279	8/24	3,89	21	8/24	3,84	4441	11/24
	2-50	2,53	6600	38/60	2,37	3297	38/60	2,34	31	38/60	2,25	2815	38/60
	3-50	0,00	5212	36/36	0,00	812	36/36	0,00	27	36/36	0,00	131	36/36
	4-50	1,24	7200	4/8	1,24	7119	4/8	0,30	52	5/8	0,27	2324	6/8
	5-50	0,00	6249	38/38	0,00	1763	38/38	0,00	38	38/38	0,00	943	38/38
	6-50	1,74	7200	1/2	1,74	7200	1/2	0,03	21	1/2	0,00	13	2/2
	4-75	11,75	7200	0/2	11,75	7200	0/2	8,62	62	0/2	8,62	7200	0/2
	5-75	10,79	7200	0/2	10,79	7200	0/2	6,50	71	0/2	5,11	7200	0/2
	6-75	35,78	7200	0/2	22,71	7200	0/2	10,59	61	0/2	3,46	7200	0/2
	4-100	56,15	7200	0/2	44,25	7200	0/2	26,08	75	0/2	24,31	7200	0/2
	5-100	68,10	7200	0/8	53,41	7200	0/8	37,49	165	0/8	15,69	7200	0/8
	6-100	103,88	7200	0/2	75,00	7200	0/2	51,33	72	0/2	29,80	7200	0/2
	10-100	681,54	7200	0/6	638,85	7200	0/6	274,72	256	0/6	8,21	7200	0/6
	Ort, toplam	*24,91*	*5910*	145/216	*22,64*	*3429*	145/216	*11,30*	*42*	146/216	*2,77*	*2559*	151/216
W-Z	2-21	2,23	5529	14/24	2,23	5403	14/24	2,18	9	14/24	1,94	2473	17/24
	2-32	12,99	7200	1/24	12,87	7200	1/24	12,86	28	1/24	12,58	6848	2/24
	2-50	11,36	6960	28/60	10,93	6035	28/60	10,80	51	28/60	10,20	3455	32/60
	3-50	1,65	6414	25/36	1,65	5485	25/36	1,58	44	25/36	1,38	2335	28/36
	4-50	4,86	7200	4/8	4,86	7200	4/8	1,95	57	5/8	1,95	3394	5/8
	5-50	3,46	7184	17/38	2,79	7014	18/38	2,04	70	18/38	1,61	3517	22/38
	6-50	11,19	7200	0/2	11,19	7200	0/2	9,58	36	1/2	9,58	3612	1/2
	4-75	54,81	7200	0/2	38,83	7200	0/2	16,59	104	0/2	13,53	7200	0/2
	5-75	57,37	7200	0/2	42,87	7200	0/2	16,38	120	0/2	9,42	7200	0/2
	6-75	59,72	7200	0/2	45,85	7200	0/2	19,92	104	0/2	15,10	7200	0/2
	4-100	68,79	7200	0/2	61,69	7200	0/2	33,46	126	0/2	27,49	7200	0/2
	5-100	94,31	7200	0/8	78,76	7200	0/8	38,02	278	0/8	22,95	7200	0/8
	6-100	102,56	7200	0/2	79,62	7200	0/2	47,40	122	0/2	39,91	7200	0/2
	10-100	197,38	7200	0/6	155,06	7200	0/6	100,30	433	0/6	26,78	7200	0/6
	Ort, toplam	*18,17*	*6814*	89/216	*15,47*	*6358*	90/216	*10,89*	*68*	92/216	*7,69*	*3962*	107/216
	Ort, toplam	*21,54*	*6362*	234/432	*19,06*	*4894*	235/432	*11,09*	*55*	238/432	*5,23*	*3261*	258/432

sergilemektedir. Matsezgisele ait ortalama YSD %5,23 iken bu değer MM, MM+GE ve DKİ_YA için sırasıyla %21,54; %19,06 ve %11,09 olarak gerçekleşmiştir. Bununla birlikte, matsezgisel ile 432 test probleminin 258'inde eniyi çözümler elde edilirken MM, MM+GE ve DKİ_YA'da sırasıyla 234, 235 ve 238 test probleminde eniyi çözümler elde edilmiştir. Tabloda yer alan ÇS değerleri de umut verici düzeydedir. Beklediği üzere en düşük ortalama ÇS değeri 55 sn. ile DKİ_YA ile elde edilmiştir. Matsezgiselin ortalama ÇS değeri diğer matematiksel tabanlı modeller olan MM ve MM+GE'ye göre düşüktür. Tablo 4'te eniyi çözüm elde edilen ve edilemeyen tüm test problemlerine ait ortalama ÇS değerleri yer almaktadır. Önerilen çözüm yaklaşımlarını daha nesnel bir şekilde karşılaştırmak amacıyla, eniyi çözümlerin elde edildiği test problemlerine ait ÇS değerleri de incelenmiştir. Bu değerler tabloda yer almamaktadır ve matsezgisel için bu değer 604 sn. iken MM, MM+GE ve DKİ_YA için sırasıyla 5653 sn., 2960 sn. ve 31 sn. olarak gerçekleşmiştir. Elde edilen sonuçlar, matsezgiselin orijinal ve güçlendirilmiş matematiksel modele göre tüm performans kriterleri açısından daha iyi bir performansa sahip olduğunu; yeterli süreye sahip olunduğunda DKİ_YA'ya göre de daha iyi sonuçlar elde edilebileceğini göstermektedir. Ayrıca, Tablo 4'te problem parametrelerinin performans kriterleri üzerindeki etkisi de görülebilmektedir. Problemin boyutu büyüdükçe, yöntemlerin performansı düşmektedir. 75 ve daha fazla müşteriye sahip olan test problemleri için eniyi çözümler elde edilememiştir. Matsezgisel, ortalama %5,23 düzeyinde bir YSD'ye sahiptir ve bu durum matsezgiselin eniyi çözüme yakın sonuçlar elde ettiğini göstermektedir. Ayrıca, 100 müşteriye sahip test problemleri için YSD %8,21 ile %39,91 arasında değişmektedir. Bu durumun alt sınır değerlerinin zayıflığından kaynaklandığı düşünülmektedir. Daha önce belirtildiği gibi, probleme ilişkin daha önceden elde edilmiş alt sınırlar bulunmadığından dolayı matsezgisel ile elde edilen alt sınırlar kullanılmaktadır. Bir diğer parametre olan talep ayırma stratejisi de çözüm yaklaşımlarının üzerinde etkilidir. AM stratejisi ile elde edilen YSD, ÇS ve #Opt değerleri, SN stratejisi ile elde edilen değerlerden daha kötüdür. AM stratejisi ile elde edilen dağıtım ve toplama talep değerleri SN stratejisi ile elde edilenlerden daha yüksek olduğundan, talep miktarı arttıkça problemin zorluğunun arttığı sonucuna varılabilir. Tabloda verilen sonuçlar ile geçerli eşitsizliklerin karma tamsayılı matematiksel model üzerindeki etkileri de değerlendirilebilir. Buna göre, tüm performans kriterleri açısından MM+GE ile elde edilen sonuçlar MM'e göre daha iyidir. YSD değerleri her bir yaklaşım için aynı alt sınır değerleri kullanılarak hesaplandığından dolayı, bu kriterler arasında YSD en önemli bir kriterdir. MM ile elde edilen YSD %21,54 iken, MM+GE ile bu değer %19,06 olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar, geçerli eşitsizliklerin çözüm uzayında bazı kısmi çözümlerin elendiğini ve kaliteli çözümler elde etmede pozitif bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Son olarak, Tablo 4 başlangıç çözümünün karma tamsayılı model üzerindeki etkisi üzerine de bilgi vermektedir. Önerilen matsezgisel, MM+GE ve DKİ_YA'nın kombinasyonu olarak düşünülebilir ve DKİ_YA matsezgiselden kaldırıldığında çözüm prosedürü MM+GE'ye indirgenmiş olur. MM+GE, DKİ_YA ve matsezgisel için YSD sırasıyla %19,06; %11,09 ve %5,23'tür. Bu sonuçlar iyi bir başlangıç çözümünün karma tamsayılı modelin çözüm kalitesini önemli ölçüde etkilediğini göstermektedir.

5.4. Önerilen Matsezgiselin 2A-ETDARP'ın Diğer Türevleri Üzerindeki Performansı *(Performance of the Proposed Matheuristic on Other Variants of the 2A-ETDARP)*

Önerilen matsezgisel, 2A-ETDARP'ın diğer türevlerine kolaylıkla uyarlanabilir. 2A-ETDARP'ın diğer türevleri, veri seti üzerinde küçük değişiklikler yapılarak elde edilmiştir. Örneğin, ara depoların kapasite sınırları $CD_i = \frac{1,5}{|N_C|} * \sum_{i \in N_C} d_m$ eşitliği kullanılarak elde edilmiştir. Bu ifade, $2A_{cap}$-ETDARP and $2A_{cap}$-ETDARP$_2$ problemleri için ara depoların kapasite sınırlarının müşterilerin toplam taleplerinin 1,5 katının bu ara depolara dağıtılmasıyla elde edildiği anlamına gelmektedir.

Tablo 5'te matsezgiselin talep ayırma stratejisi ve problem boyutuna bağlı olarak performansı sunulmaktadır. Buna göre, önerilen metasezgisel umut verici sonuçlar vermektedir. Talep ayırma stratejisi ve problem boyutunun

Tablo 5. Matsezgiselin 2A-ETDARP'ın türevlerine ait hesaplama sonuçları
(Computational results of the matheuristic on all variants of 2A-ETDARP)

TAS	Parametre	2A-ETDARP			$2A_{cap}$- ETDARP			2A- ETDARP$_2$			$2A_{cap}$- ETDARP$_2$		
	Değeri	YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op	YSD	ÇS	#Op
X-Y	2-21	2,11	1890	20/24	0,86	1382	22/24	0,00	169	24/24	0,00	463	24/24
	2-32	3,84	4441	11/24	5,56	5454	7/24	0,54	2473	20/24	2,71	3897	13/24
	2-50	2,25	2815	38/60	4,61	5795	14/60	0,21	861	55/60	2,65	4226	27/60
	3-50	0,00	131	36/36	1,36	2039	26/36	0,00	45	36/36	3,21	3729	18/36
	4-50	0,27	2324	6/8	0,31	1685	7/8	0,00	496	8/8	0,00	618	8/8
	5-50	0,00	943	38/38	2,32	3576	20/38	0,45	1235	35/38	2,85	3820	19/38
	6-50	0,00	13	2/2	4,63	3619	1/2	0,00	2122	2/2	0,00	3345	2/2
	4-75	8,62	7200	0/2	2,53	7200	0/2	1,64	3750	1/2	1,06	3794	1/2
	5-75	5,11	7200	0/2	8,08	7200	0/2	0,00	1574	2/2	1,72	5391	1/2
	6-75	3,46	7200	0/2	10,22	7200	0/2	2,84	7200	0/2	4,12	7200	0/2
	4-100	24,31	7200	0/2	7,36	7200	0/2	11,47	7200	0/2	1,13	7200	0/2
	5-100	15,69	7200	0/8	6,60	7200	0/8	10,93	7200	0/8	13,77	7200	0/8
	6-100	29,80	7200	0/2	7,76	7200	0/2	7,74	7200	0/2	2,27	7200	0/2
	10-100	8,21	7200	0/6	10,30	7200	0/6	18,98	7200	0/6	31,96	7200	0/6
	Ort, toplam	*2,77*	*2559*	151/216	*3,55*	*4234*	97/216	*1,35*	*1511*	183/216	*3,57*	*3757*	113/216
W-Z	2-12	0,00	2	132/132	0,00	3	132/132	0,00	4	132/132	0,00	10	132/132
	2-21	1,94	2473	17/24	2,04	2432	18/24	0,08	720	23/24	0,00	911	24/24
	2-32	12,58	6848	2/24	13,30	6990	2/24	2,14	3942	13/24	1,84	3099	16/24
	2-50	10,20	3455	32/60	10,90	4313	26/60	2,51	2922	36/60	2,18	3653	30/60
	3-50	1,38	2335	28/36	1,83	3413	21/36	0,00	43	36/36	1,45	2017	26/36
	4-50	1,95	3394	5/8	2,06	3889	4/8	0,00	1275	8/8	0,00	2194	8/8
	5-50	1,61	3517	22/38	2,86	4196	17/38	0,14	587	37/38	1,31	2503	26/38
	6-50	9,58	3612	1/2	0,00	1403	2/2	0,00	303	2/2	5,32	7200	0/2
	4-75	13,53	7200	0/2	10,48	7200	0/2	1,15	7200	0/2	3,20	7200	0/2
	5-75	9,42	7200	0/2	13,92	7200	0/2	4,83	7200	0/2	3,03	7200	0/2
	6-75	15,10	7200	0/2	8,95	7200	0/2	1,87	7200	0/2	10,07	7200	0/2
	4-100	27,49	7200	0/2	29,66	7200	0/2	12,68	7200	0/2	10,50	7200	0/2
	5-100	22,95	7200	0/8	22,35	7200	0/8	19,18	7200	0/8	12,64	7200	0/8
	6-100	39,91	7200	0/2	30,09	7200	0/2	19,53	7200	0/2	3,73	7200	0/2
	10-100	26,78	7200	0/6	25,51	7200	0/6	20,02	7200	0/6	27,12	7200	0/6
	Ort, toplam	*4,77*	*2460*	239/348	*4,97*	*2800*	222/348	*1,62*	*1423*	287/348	*1,76*	*1981*	262/348
	Ort, toplam	*4,00*	*2498*	390/564	*4,43*	*3349*	319/564	*1,51*	*1457*	470/564	*2,45*	*2661*	375/564

etkisi bir önceki bölümde verilen sonuçlar ile benzerdir. Buna göre, problemin boyutu ve talep miktarı arttıkça çözüm zorluğu artmaktadır.

Tablo 5'ten problemin türevlerinin zorluk düzeylerine ilişkin bilgiler de elde edilebilmektedir. Tüm performans kriterlerine göre 2A-ETDARP'ın kapasite kısıtlı türevleri için elde edilen sonuçlar, kapasite kısıtsız türevleri için elde edilen sonuçlardan daha kötüdür. $2A_{cap}$- ETDARP ve $2A_{cap}$-$ETDARP_2$ için elde edilen YSD sırasıyla %4,43 ve %2,45 iken, bu değer 2A-ETDARP ve 2A- $ETDARP_2$ için sırasıyla %4,00 ve %1,15'tir. Bu durum, ara depoların kapasiteye sahip olmasının problemin çözüm zorluğunu artırdığı anlamına gelmektedir. Ayrıca, toplama faaliyetlerinin yalnız ikinci aşamada olduğu problemlerde çözüm zorluğu azalmaktadır.

6. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu makalede, iki aşamalı eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi (2A-ETDARP) ele alınmıştır. Ele alınan problem için düğüm tabanlı bir karma tamsayılı matematiksel model geliştirilmiş ve bu model, literatürde ARP ile yer seçimi rotalama problemi için geliştirilmiş geçerli eşitsizlikler kullanılarak güçlendirilmiştir. Problemin çözümü için iki aşamalı bir matsezgisel önerilmiştir. İlk aşamada, DKİ_YA algoritması ile geçerli bir çözüm elde edilmiş ve bu çözüm geçerli eşitsizliklerle güçlendirilmiş karma tamsayılı matematiksel model kullanılarak iyileştirilmiştir. Geçerli eşitsizliklerin ve önerilen matsezgiselin performansını değerlendirmek amacıyla 564 test probleminden oluşan bir veri seti aracılığıyla ele alınan problem ve türevleri ile deneysel çalışmalar yapılmıştır. Yapılan analizlerin sonucuna göre, 2A-ETDARP temel probleminde 564 test probleminin 390'ı için eniyi sonuçlar elde edilmiş ve ortalama YSD %4,00 olmuştur. Temel problemin diğer türevleri olan $2A_{cap}$- ETDARP, 2A-$ETDARP_2$ ve $2A_{cap}$- $ETDARP_2$ için eniyi çözüm sayısı sırasıyla 319, 470 ve 375 iken, ortalama YSD sırasıyla %4,43; %1,51 ve %2,45'tir. Bu sonuçlar, önerilen matsezgisel algoritmanın 2A-ETDARP'ın çözümünde tercih edilebilecek bir yaklaşım olduğunu göstermektedir.

Gelecek çalışmalarda, problemin alt sınırlarını iyileştirmek amacıyla yeni geçerli eşitsizlikler geliştirilebilir. Bunun yanında eniyi ya da eniyiye yakın çözümler elde etmek için dal-kesme, dal-fiyat gibi kesin çözüm yöntemleri kullanılabilir. Ayrıca, matsezgiselde başlangıç çözümü olarak kullanmak amacıyla farklı sezgisel/metasezgisel yöntemler kullanılabilir ve çözüm için farklı stratejiler uygulanabilir. Örneğin, 2A-ETDARP bağlantılı iki farklı ETDARP problemi olarak düşünülebilir ve matsezgisel ile çözümde ayrıştırma stratejilerinden yararlanılabilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Sitek, P., Wikarek, J., A novel integrated approach to the modelling and solving of the two-echelon capacitated vehicle routing problem. Production & Manufacturing Research, 2 (1), 326-340 2014.
2. Min, H., The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. Transportation Research Part A: General, 23, 377-386, 1989.
3. Berbeglia, G, Cordeau, J.F., Gribkovskaia, I., Laporte, G., Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey. TOP, 15, 1-31, 2007.
4. Parragh, S.N., Doerner, K.F., Hartl, R.F. A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportation between customers and depot. Journal für Betriebswirtschaft, 58 (1), 21-51, 2008.
5. Corberán, A., Letchford, A.N., Sanchis, J. M., A cutting plane algorithm for the general routing problem, Math. Program, 90, 291-316, 2001.
6. Shu, J., Wang, G., Zhang, K., Logistics distribution network design with two commodity categories. Journal of the Operational Research Society, 64, 1400-1408, 2013.
7. Monroy-Licht, M., Amaya, C.A., Langevin, A., The rural postman problem with time windows, CIRRELT, 2013 (69), 1-20, 2013.
8. Sun, J., Meng, Y., Tan, G., An integer programming approach for the Chinese postman problem with time-dependent travel time. Journal of Combinatorial Optimization, 29 (3), 565-588, 2015.
9. Crainic, T.G., Ricciardi, N., Storchi, G., Models for evaluating and planning city logistics systems. Transportation Science, 43, 432-454, 2009.
10. Jepsen, M., Ropke, S., Spoorendonk, S., A Branch-and-cut algorithm for the symmetric two-echelon capacitated vehicle routing problem, Transportation Science, 47, 23–37, 2013.
11. Perboli, G., New families of valid inequalities for the two-echelon vehicle routing problem. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 36, 639-646, 2010.
12. Baldacci, R., Mingozzi, A., Roberti R., Wolfler Calvo, R., An exact algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem, Operations Research, 61 (2), 298-314, 2013.
13. Santos, F.A., Cunha, A.S., Mateus, G.R., Branch-and-price algorithms for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. Optimization Letter, 7, 1537-1547, 2013.
14. Sitek, P., Wikarek, J., A novel integrated approach to the modelling and solving of the two-echelon capacitated vehicle routing problem, Production & Manufacturing Research, 2 (1), 326-340, 2014.
15. Soysal, M., Bloemhof-Ruwaard, J.M., Bektas, T., The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. 32nd International Journal of Production Economics, 164, 366-378, 2015.
16. Crainic, T.G., Mancini, S., Perboli, G., Tadei, R., Clustering based heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. CIRRELT, 2008 (46), 1-28, 2008.
17. Crainic, T.G., Perboli, G., Mancini, S., Tadei, R., Two-echelon vehicle routing problem: A satellite location analysis. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2, 5944-5955, 2010.

18. Meihua, W., Xuhong, T., Shan, C., Shumin, W., Hybrid ant colony optimization algorithm for two echelon vehicle routing problem. Procedia Engineering, 15, 3361-3365, 2011.
19. Hemmelmayr, V.C., Cordeau, J.F., Crainic, T.G., An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics. Computers & Operations Research, 39, 3215-3228, 2012.
20. Grangier, P., Gendreau, M., Lehuédéa, F., Rousseau, L.M., An adaptive large neighborhood search for the two- echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. European Journal of Operational Research, 254, 80-91, 2016.
21. Kergosien, Y., Lente, C.H., Billaut, J.C., Perrin, S., Metaheuristic algorithms for solving two inter connected vehicle routing problems in a hospital complex. Computers &Operations Research, 40, 2508-2518, 2013.
22. Breunig, U., Schmid, V., Hartl, R.F., Vidal, T., A large neighbourhood based heuristic for two-echelon routing problems. Computers & Operations Research, 76, 208-225, 2016.
23. Zeng, Z., Xu, W., Xu, Z., Shao, W., A hybrid GRASP+VND heuristic for the two- echelon vehicle routing problem. Mathematical Problems in Engineering, 1-11, 2014.
24. Cetinkaya, C., Karaoglan, I., Gokcen, H., Two-stage vehicle routing problem with arc time windows: A mixed integer programming formulation and a heuristic approach. European Journal of Operational Research, 230, 539-550, 2013.
25. Ahmadizar, F., Zeynivand, M., Arkat, M., Two-level vehicle routing with cross-docking in a three-echelon supply chain: A genetic algorithm approach. Applied Mathematical Modelling, 39, 7065-7081, 2015.
26. Crainic, T. G., Mancini, S., Perboli, G., Tadei, R., GRASP with path relinking for the two-echelon vehicle routing problem. Advances in Metaheuristics, Operations Research/Computer Science Interfaces Series, 53, 113-125, 2013.
27. Perboli, G., Tadei, R., Vigo, D., The two-echelon capacitated vehicle routing problem: Models and math-based heuristics, Transportation Science, 45 (3), 364-380, 2011.
28. Wang, K., Shao, Y., Zhou, W., Matheuristic for a two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations in city logistics service. Transportation Research Part D, 57, 262-276, 2017.
29. Dell'Amico, M., Righini, G. and Salani, M., A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection. Transportation Science, 40, 235-247, 2006.
30. Subramanian, A., Uchoa, E., Pessoa, A. and Ochi, L.S., Branch-and-cut with lazy separation for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Operations Research Letters, 39 (5), 338-341, 2011.
31. Subramanian, A., Uchoa, E., Pessoa, A., Ochi, L., Branch-cut-and-price for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Optimization Letters, 7, 1569-1581, 2013.
32. Salhi, S., Nagy, G., A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. Journal of the Operational Research Society, 50, 1034-1042, 1999.
33. Dethloff, J., Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. OR-Spektrum, 23, 79-96, 2001.
34. Nagy, G., Salhi, S., Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. European Journal of Operational Research, 162, 126-141, 2005.
35. Crispim, J., Brandao, J., Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls. Journal of the Operational Research Society, 56, 1296-1302, 2005.
36. Chen, J.F., Wu, T.H., Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. Journal of the Operational Research Society, 57, 579-587, 2005.
37. Montane, F.A.T, Galvão, R.D., A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. Computers & Operations Research, 33 (3), 595-619, 2006.
38. Bianchessi, N., Righini, G., Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery. Computers & Operations Research, 34, 578-594, 2007.
39. Zachariadis, E.E., Kiranoudis, C.T., A local search metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries. Expert Systems with Applications, 38, 2717-2726, 2011.
40. Ropke, S., Pisinger, D., A unified heuristic for a large class of Vehicle Routing Problems with Backhauls. European Journal of Operational Research, 171, 750-775, 2006.
41. Wassan, N., Wassan, A. H., Nagy, G., A reactive tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries. Journal of Combinatorial Optimization, 15, 368-386, 2008.
42. Gajpal, Y., Abad, P., An ant colony system (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup. Computers & Operations Research, 36, 3215-3223, 2009.
43. Çatay, B., A new saving-based ant algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Expert Systems with Applications, 37 (10), 6809-6817, 2010.
44. Ai, T.J., Kachitvichyanukul, V., A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Computers & Operations Research, 36, 1693-1702, 2009.
45. Goksal, F.P., Karaoglan, I., Altiparmak, F., A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Computers & Industrial Engineering, 65, 39-53, 2009.
46. Zachariadis, E.E., Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup service.

Expert Systems with Applications, 36 (2), 1070-1108, 2009.

47. Zachariadis, E.E., Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., An adaptive memory methodology for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries. European Journal of Operational Research, 202, 401-411, 2010.

48. Subramanian, A., Drummond, L.M.A., Bentes, C., Ochi, L.S., Farias, R.A., parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Computers & Operations Research, 37, 1899-1911, 2010.

49. Jun, Y., Kim, B.I., New best solutions to VRPSPD benchmark problems by a perturbation based algorithm, Expert Systems with Applications, 39, 5641-5648, 2012.

50. Tasan, A.S., Gen, M., A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries. Computers & Industrial Engineering, 62, 755-761, 2012.

51. Polat, O., Kalayci, C.B., Kulak, O., Gunther, H.O., A perturbation based variable neighborhood search heuristic for solving the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery with time limit. European Journal of Operational Research, 242 (2), 369-382, 2015.

52. Avci, M., Topaloglu, S., An adaptive local search algorithm for vehicle routing problem with simultaneous and mixed pickups and deliveries. Computers & Industrial Engineering, 83, 15-29, 2015.

53. Li, J., Pardalos, P.M., Sun, H., Pei, J., Zhang, Y., Iterated local search embedded adaptive neighborhood selection approach for the multi-depot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. Expert Systems with Applications, 42, 3551-3561, 2015.

54. Kalayci, C.B., Kaya, C., An ant colony system empowered variable neighborhood search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Expert Systems with Applications, 66, 163-175, 2016.

55. Gong, G., Deng, Q., Gong, X., Zhang, L., Wang, H., Xie, H., A bee evolutionary algorithm for multiobjective vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Mathematical Problems in Engineering, 1-21, 2018.

56. Belgin, O., Karaoğlan, I., Altiparmak, F., Two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: Mathematical model and heuristic approach. Computers & Industrial Engineering, 115, 1-16, 2018.

57. Gouveia, L., A result on projection for the vehicle routing problem. European Journal of Operational Research, 85, 610-624, 1995.

58. Letchford, A.N., Salazar-Gonzalez, J.J., Projection results for vehicle routing. Mathematical Programming, 105, 251-274, 2006.

59. Laporte, G., Nobert, Y., Pelletier, P., Hamiltonian location problems. European Journal of Operational Research, 12, 82-89, 1983.

60. Boschetti, M., Maniezzo V., Roffilli M., Röhler A.B., Matheuristics: optimization, simulation and control. In: Blesa M., Blum C., Raidl G., Roli A. and Sampels M. (Editors) Hybrid metaheuristics, Lecture Notes in Computer Science, vol 6373, Springer, Berlin, 171-177, 2010.

61. Archetti, C., Speranza, M.G., A survey on matheuristics for routing problems. EURO Journal on Computational Optimization, 2 (4), 223-246, 2014.

62. Karaoglan, I., Altiparmak, F., Kara, I., Dengiz, B., A branch and cut algorithm for the location-routing problem with simultaneous pickup and delivery. European Journal of Operational Research, 211, 318-332, 2011.

63. Christofides, N., Eilon, S., An algorithm for the vehicle dispatching problem. Operational Research Quarterly, 20 (3), 309-318, 1969.

64. Angelelli, E., Mansini, R., Quantitative approaches to distribution logistics and supply chain management. A. Klose, M. G. Speranza, and L. N. Van Wassenhove (Editors), Berlin: Springer-Verlag, 249-267, 2002.