



Alınış Tarihi (Received): 19.02.2020
Kabul Tarihi (Accepted): 29.12.2020

Aç-Kapa Pratik Çarpma Yöntemi

Naim ÇAĞMAN^{1,*}

¹Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Tokat.

*Sorumlu yazar: naim.cagman@gop.edu.tr

ÖZET: Bu çalışmada, bilinen zihinden çarpma tekniklerinin hepsini kapsayan, adına *aç-kapa pratik çarpma yöntemi* diyeceğimiz, bir çarpma tekniği tanımlayacağız. Bu yeni yöntem, aslında bir zeka oyunudur. Bu oyunu oynayanlar, severek ve isteyerek sayılarla çarpmayı hızlı ve seri bir şekilde öğreneceklerdir.

Anahtar Kelimeler: Pratik Çarpma, Zihinden Çarpma, Zeka Oyunu, Aç-Kapa Pratik Çarpma Yöntemi.

Open-Close Practical Multiplication Method

ABSTRACT: In this study, we will define a practical multiplication technique that covers all known mind multiplication techniques, which we will call the open-close practical multiplication method. This method is actually a mind game. Those who play this game will as quickly as learn to multiplication of numbers by loving and willingness.

Keywords - Practical Multiplication, Mind Multiplication, Mind Games, Open-Close Practical M. Method.

1. Giriş

Bir toplumda, yeterince büyük iki sayının çarpılması gerektiğinde, çoğunun cep telefonundaki hesap makinesini açmaya çalıştığı sırada, çarpmayı zihinden yaparak sonucu söyleyen birisi bütün dikkatleri üzerine çekecektir.

Tarih boyunca, zihinden çarpma işleminin sırrını çözenler, bunu bir sihir gibi kullanarak gösteri malzemesi yapmışlardır. Matematikğin eğlenceli kısmıyla ilgilenen Amerikalı matematikçi Martin Gardner (1914-2010), Scientific American dergisindeki köşesinde 1956-1981 yılları arasın bu konuları işlemiştir. Nazif Depedelenlioğlu, bu köşede çıkan zihinden çarpma ile ilgili yazıları derleyerek bir makale (Depedelenlioğlu, 1981) yazmıştır.

Bahri Kaderoğlu, içinde birçok zihinden çarpma yöntemini içeren, Akıldan Çarpma Tekniği (Kaderoğlu, 1984) kitabını yazmış ve bu kitapta “Haklı olarak herkesin cebinde bir hesap makinesi taşıdığı günümüzde, akıldan çarpmanın ne önemi olabilir diyenlerimiz çıkabilir. Sözümler onlara değil, çünkü insan zekasının kendi sınırlarını zorlamasındaki güzelliği görebilen çok kişi var yeryüzünde” diyerek zihinden çarpmanın önemini vurgulamıştır.

Gençler belki fark etmezler ama belli bir yaşın üzerindeki insanların beyin hızı yaşlandıkça yavaşlar ve yaşlandıkça da beyin problemleri artar. Yaşlanmayı durduramayız ama, beynimizin

yaşlanmasını yavaşlatabiliriz. Bunun en etkili yolu, kitap okumak, bulmaca doldurmak, sudoku, satranç ve go gibi zeka oyunları oynayarak beyne egzersiz yaptırmaktır.

Zeka oyunları her yaşta oynanmalıdır. Yoksa problemler ortaya çıktıktan sonra oynananlar artık bir oyun değil birer tedavidir. Yani, gerçek zeka oyununu sağlıklı olanlar oynar, diğerleri oynanması gerektiğini anladıktan sonra oynadığını sanan hastalardır.

İnternete, pratik çarpma, akıldan çarpma veya zihinden çarpma gibi anahtar kelimeleri girersek, karşımıza yüzlerce yazı ve video çıkacaktır. Bunların hemen hemen hepsinde verilen çarpma işlemlerinin özel durumlar veya sınırlı bazı özel sayılar için olduğu görülecektir.

Burada, bilinen zihinden çarpma tekniklerinin hepsini kapsayan, adına *Aç-Kapa yöntemi* diyeceğimiz, bir pratik çarpma tekniği tanımlayacağız. Aç-Kapa yöntemi, aslında bir zeka oyunudur. Bu oyunu oynayanlar, çarpmayı hızlı ve seri bir şekilde yaparak adeta sayılarla dans etmeyi öğrenecektir.

Bu oyun, rakamların basamak değeri artırılarak veya süre kısıtlaması yaparak her yaş grubuna uygun hale getirilebilir ve hiçbir materyale gerek duymadan her mekanda oynanabilir. Bu oyunu iyi anlamak için önce küçük basamaklı sayılarla yazarak çalışılmalı ve daha sonra zihinden yapma aşamasına geçip bolca pratik yapılmalıdır.

2. Sayıların Çaprazlama Değeri

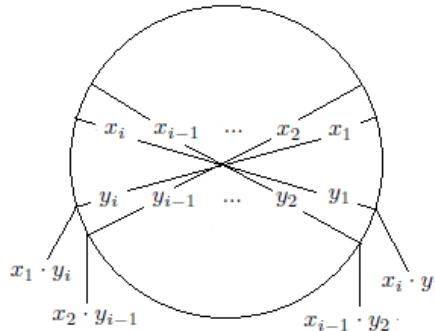
En az biri *i*-basamaklı iki tane $x_i \dots x_2 x_1$ ve $y_i \dots y_2 y_1$ sayılarından

$$\frac{x_i \dots x_2 x_1}{y_i \dots y_2 y_1} = x_i y_1 + x_{i-1} y_2 + \dots + x_2 y_{i-1} + x_1 y_i$$

şeklinde elde edilen sonuca bu sayıların **çaprazlama değeri** denir. Farklı basamaklı sayıları bu formda yazmak için basamak sayısı küçük olan sayının soluna yeterince sıfır yazılır. Çaprazlama değerini pratik olarak bulma için sayılar aşağıdaki gibi alt alta yazılarak aralarına bir çizgi çizilir.

$$\frac{x_i \dots x_2 x_1}{y_i \dots y_2 y_1}$$

Bu çizgi, Şekil 1'deki gibi sanki bir çemberin çapı olarak hayal edilir.

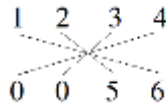


Şekil 1. Hayali çember
Figure 1. Imaginary circle

Hayali çemberin çapı merkezi etrafında saat yönünde bir ucu x_i rakamına diğer ucu y_1 rakamına gelecek şekilde döndürülür. Böylece çapın her iki ucundaki rakamlarla çaprazlama değerinin ilk terimi " $x_i y_1$ " elde edilir. Çapın bir ucu x_{i-1} rakamına gelecek şekilde bir basamak daha döndürürse diğer ucu y_2 rakamına geleceğinden ikinci terim " $x_{i-1} y_2$ " elde edilir. Benzer biçimde Şekil 1'de görüldüğü gibi çark merkezi etrafında basamak basamak 180° döndürülürse çaprazlama değerinin bütün terimleri elde edilmiş olur. Örneğin, 1234 ve 56 sayılarının çaprazlama değerinin

$$\begin{array}{r} 1234 \\ 0056 \end{array} = 1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 0 + 4 \times 0 = 16$$

olduğu Şekil 2'deki hayali çemberin her bir terim için dönen çapından görülmektedir.



Şekil 2. Hayali çemberin çapları.
Figure 2. The diameters of the imaginary circle

3. Aç-Kapa Yöntemi

Sayıların çarpımını pratik olarak zihinden bulmak için basamaklarını hayali olarak kapatılarak ve açarak açıkta kalan kısımların çaprazlama değeriyle aşağıdaki gibi çarpımın basamak değerini bulma işlemine **Aç-Kapa** yöntemi diyeceğiz.

En az biri n -basamaklı $x_n \dots x_2 x_1$ ve $y_n \dots y_2 y_1$ sayıları verilsin. Bu sayıların çarpımı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{array}{r} x_n \dots x_2 x_1 \\ \times y_n \dots y_2 y_1 \\ \hline z_{2n} \dots z_2 z_1 \end{array}$$

$1 \leq k \leq 2n$ için Aç-Kapa yöntemiyle hesaplanacak z_k^* değerlerine z_k rakamının **eldeli değeri** denir. z_k^* eldeli değerinin birler basamağı çarpımın z_k rakamını ve diğer kısmı e_k eldesini verir ve $e_0=0$ kabul edilir. O halde,

$$z_k = z_k^* \pmod{10} \text{ ve } e_k = \lfloor z_k^* 10^{-1} \rfloor$$

Aç-Kapa yöntemi, açma ve kapama olmak üzere iki aşamadan oluşur. Eldeli değerlerin bir kısmı açma aşamasında diğerleri de kapama aşamasında elde edilir.

Aç Aşaması: Çarpanlar aşağıdaki gibi alt alta yazılır. Bir nesne ile rakamlar kapatılır veya kapatıldığı hayal edilir. Kapatılan çarpanların basamakları sağdan sola doğru basamak basamak açılır. Aşağıdaki gibi $1 \leq i \leq n$ için kapatılan sayılar i -basamak sola doğru açılırsa açılan sayıların çaprazlama değeri i -inci basamağın eldeli değerini verir.

$$z_i^* = \frac{x_n \dots x_{i+1} x_i \dots x_2 x_1}{y_n \dots y_{i+1} y_i \dots y_2 y_1} + e_{i-1}$$

Böylece $z_n^*, \dots, z_2^*, z_1^*$ değerleri elde edilir.

Kapa Aşaması: Bu aşamada açık olan çarpanların basamakları sağdan sola doğru basamak basamak kapatılır. Aşağıdaki gibi $1 \leq i \leq n$ için sayılar i -basamak sağdan sola doğru kapatılırsa soldaki açık kalan sayıların çaprazlama değeri $(n+i)$ -inci basamağın eldeli değerini verir.

$$z_{n+i}^* = \frac{x_n \dots x_{i+1} \boxed{x_i \dots x_2 x_1}}{y_n \dots y_{i+1} \boxed{y_i \dots y_2 y_1}} + e_{n+i-1}$$

Bütün basamaklar kapanınca çaprazlama değeri sıfır alınır. Böylece kalan $z_{2n}^*, \dots, z_{n+2}^*, z_{n+1}^*$ değerleri de elde edilir.

4. Algoritma

n -haneli iki sayıyı zihinden çarpmak için:

1. Çarpımları sağa yaslı olarak alt alta yaz,
2. Çarpanları farklı basamaklı ise aynı haneli yapmak için eksik olanın soluna sıfır ekle,
3. Bütün sayıları kapat,
4. Çarpanların 1-inci basamaklarını aç,
5. Açılan sayıların çaprazlama değerini bul,
6. Çaprazlama değerinin 1-inci basamağını çarpımın 1-inci basamağı ve kalan kısımlarını da elde olarak kaydet,
7. Çarpanların 2-inci basamaklarını aç,
8. Açılan sayıların çaprazlama değerini bul,
9. Çaprazlama değerine 1-inci basamağın eldesini ekleyerek çarpımın 2-inci basamağının eldeli değerini bul,
10. 2-inci basamağın eldeli değerinin 1-inci basamağı çarpımın 2-inci basamağı ve kalan kısımlarını da elde olarak kaydet,
11. Bu işleme bütün sayılar açılana kadar devam et,
12. Bütün sayılar açıldıktan sonra çarpanların 1-inci basamaklarını kapat,
13. Açık kalan sayıların çaprazlama değerini bul,
14. Çaprazlama değerine bir önceki basamağın eldesini ekleyerek çarpımın $(n+1)$ -inci basamağının eldeli değerini bul,
15. $(n+1)$ -inci basamağın eldeli değerinin 1-inci basamağını çarpımın $(n+1)$ -inci basamağı ve kalan kısımlarını da elde olarak kaydet,
16. Bu işleme bütün sayılar kapanana kadar devam et,
17. Bütün sayılar kapandıktan sonra işlemi bitir.

5. Uygulama

$2345 \times 678 = z_8 \dots z_2 z_1$ çarpma işlemi pratik olarak yapalım. Yani, $i = 1, 2, \dots, 8$ için sırasıyla z_i rakamlarını bulalım. Burada $n = 4$.

Açma Aşaması:

$$z_1^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 0 = 5 \times 8 + 0 = 40 \text{ olduğundan } z_1 = 0, e_1 = 4$$

$$z_2^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 4 = 4 \times 8 + 5 \times 7 + 4 = 71 \text{ olduğundan } z_2 = 1, e_2 = 7$$

$$z_3^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 7 = 3 \times 8 + 4 \times 7 + 5 \times 6 + 7 = 89 \text{ olduğundan } z_3 = 9, e_3 = 8$$

$$z_4^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 8 = 2 \times 8 + 3 \times 7 + 4 \times 6 + 5 \times 0 + 8 = 69 \text{ olduğundan } z_4 = 9, e_4 = 6$$

Kapama Aşaması:

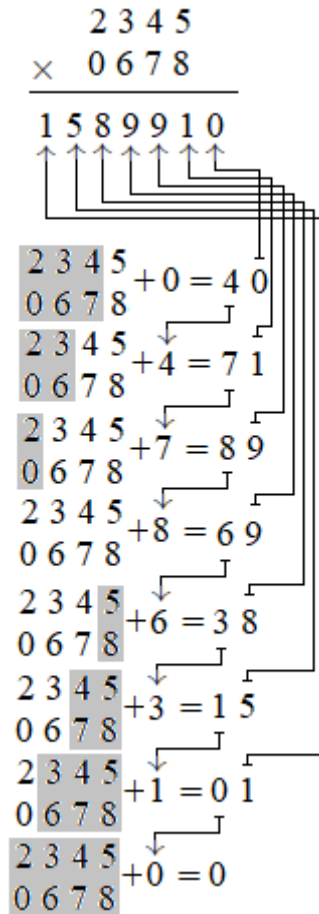
$$z_5^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 6 = 2 \times 7 + 3 \times 6 + 4 \times 0 + 6 = 38 \text{ olduğundan } z_5 = 8, e_5 = 3$$

$$z_6^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 3 = 2 \times 6 + 3 \times 0 + 3 = 15 \text{ olduğundan } z_6 = 5, e_6 = 1$$

$$z_7^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1 \text{ olduğundan } z_7 = 1, e_7 = 0$$

$$z_8^* = \begin{array}{r} 2345 \\ 0678 \end{array} + 0 = 0 \times 0 + 0 = 0 \text{ olduğundan } z_8 = 0, e_8 = 0$$

Buradan $2345 \times 0678 = 01589910$ olur. Bu çarpım Şekil 3'deki çarpım çizelgesinde daha net görülmektedir.



Şekil 3. Çarpım Çizelgesi
Figure 3. Multiplication Chart

6. Sonuç

Dikkat edilirse zihinden çarpma işlemi tamamen çarpımın basamaklarının eldeli değerlerine bağlıdır. Her ne kadar en genel haliyle matematiksel olarak yazmak için sembollere boğduğumuzdan dolayı biraz karmaşık gelse de biraz pratik yaptıktan sonra çok kolay olduğu görülecektir. Hatta Şekil 3'deki çarpım çizelgesine bakmak bile bütün yöntemi anlamaya yetecektir.

7. Kaynaklar

Depedelenlioğlu, N., 1981. Yıldırım Gibi Çarpmak, Bilim ve Sanat Dergisi, Sayı 10, Sayfa 30.

Kaderoğlu, B., 1984. Akıldan Çarpma Tekniği, Serpil Tuncay Matbaacılık, İzmir.