



POLİTEKNİK DERGİSİ

JOURNAL of POLYTECHNIC



Stokastik veri zarflama analizi ile etkinlik ölçümü: Türkiye elektrik dağıtım şirketlerinin karşılaştırmalı analizi

Performance measurement with stochastic data envelopment analysis: Comparative analysis of Turkish electricity distribution companies

Yazar(lar) (Author(s)): Zühre AYDIN YENİOĞLU¹, Bilal TOKLU²

ORCID¹: 0000-0002-5992-4983

ORCID²: 0000-0001-5094-1501

Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article): Aydın Yenioğlu Z. ve Toklu B., “Stokastik veri zarflama analizi ile etkinlik ölçümü: Türkiye elektrik dağıtım şirketlerinin karşılaştırmalı analizi”, *Politeknik Dergisi*, 24(1): 87-101, (2021).

Erişim linki (To link to this article): <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

DOI: 10.2339/politeknik.621397

Stokastik Veri Zarflama Analizi ile Etkinlik Ölçümü: Türkiye Elektrik Dağıtım Şirketlerinin Karşılaştırmalı Analizi

Performance Measurement with Stochastic Data Envelopment Analysis: Comparative Analysis of Turkish Electricity Distribution Companies

Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Olasılık teorisi ile elektrik dağıtım birimlerinin performans ölçümü yapılmıştır. / Performance measurement of electricity distribution units were made within theory of probability.
- ❖ Veri analizinde gürültülü veriler, tek faktörlü simetrik hata yapısına dâhil edilmiştir. / Noisy data was included within the scope of single factor symmetric error structure for data analysis.
- ❖ Simetrik hata yapısı kapsamında modellerin doğrusal deterministik eşitleri elde edilmiştir. / (Within the symmetric error structure, the linear deterministic equations of the model were obtained.

Grafik Özet (Graphical Abstract)

$\alpha=0.5$ civarında stokastik VZA modelleri deterministik VZA modelleri tarafından doğrulanmış olur. / Stochastic DEA models are verified by deterministic DEA models around $\alpha = 0.5$.

	Stokastik BCC VZA	BCC VZA		Stokastik BCC VZA	BCC VZA
KVB1	0.9417	0.9417	KVB12	1.0000	1.0000
KVB2	1.0000	1.0000	KVB13	1.0000	1.0000
KVB3	0.7521	0.7521	KVB14	0.7530	0.7530
KVB4	1.0000	1.0000	KVB15	1.0000	1.0000
KVB5	1.0000	1.0000	KVB16	1.0000	1.0000
KVB6	1.0000	1.0000	KVB17	1.0000	1.0000
KVB7	1.0000	1.0000	KVB18	1.0000	1.0000
KVB8	1.0000	1.0000	KVB19	1.0000	1.0000
KVB9	0.4443	0.4443	KVB20	0.7818	0.7818
KVB10	1.0000	1.0000	KVB21	1.0000	1.0000
KVB11	1.0000	1.0000			

Çizelge . Girdi odaklı stokastik ve deterministik BCC VZA modellerinin doğrulanması /Validation of input-oriented stochastic and deterministic BCC DEA models

Amaç (Aim)

Elektrik dağıtım şirketlerinin verimlilik kıyaslamasında, veri analizlerine gürültünün, stokastik değişkenlerin ve olasılık teorisinin eklenmesi. /Adding noise, stochastic variables and probability theory to data analysis in efficiency benchmarking of electricity distribution companies.

Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Performans ölçümü ve verimlilik kıyaslaması, stokastik ve deterministik veri zarflama analizi modellerine simetrik hata yapısının dahil edilmesiyle yapılmıştır. / Performance measurement and efficiency benchmarking were made by including symmetric error structure in stochastic and deterministic Data Envelopment Analysis models.

Özgünlük (Originality)

Türkiye'de elektrik dağıtım birimlerinin performans karşılaştırması üzerine, stokastik veri zarflama analizlerinde simetrik hata yapısı kullanılarak yapılan ilk çalışmadır. / This is the first study on the performance benchmarking of electricity distribution units by using symmetric error structure within stochastic DEA in Turkey.

Bulgular (Findings)

Şans kısıtlı stokastik veri zarflama analizi modellerinin stokastik yapısının, deterministik yapıdan daha esnek bir verimlilik sınırına izin verdiğini söyleyebiliriz. / We can say that the stochastic structure of the chance-constrained stochastic data envelopment models allows a more flexible efficiency frontier than the deterministic structure.

Sonuç (Conclusion)

Şans kısıtlı stokastik modellerde, stokastik etkinliğin yüzde elliden fazla hata oranıyla sapabileceği gösterilmiş, stokastik etkinliği değerlendirmek için hata seviyelerine daha fazla dikkat edilmesi gerektiği gösterilmiştir. / It has been shown that stochastic efficiency can deviate with an error rate of more than fifty percent, and more attention should be paid to error levels to evaluate stochastic efficiency by chance constraint stochastic data envelopment analysis models.

Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

Stokastik Veri Zarflama Analizi ile Etkinlik Ölçümü : Türkiye Elektrik Dağıtım Şirketlerinin Karşılaştırmalı Analizi

Araştırma Makalesi /Research Article

Zühre AYDIN YENİOĞLU¹ , Bilal TOKLU²

¹ Enerji Piyasası Düzenleme Kurumu, 06530 Çankaya, Ankara, Türkiye

² Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü 06570 Maltepe, Ankara, Türkiye

(Geliş/Received : 17.09.2019; Kabul/Accepted : 18.02.2020)

ÖZ

Bu çalışmada, Türkiye’de bulunan 21 elektrik dağıtım şirketinin performans ölçümü ve etkinlik çerçevesinde kıyaslanması amaçlanmıştır. Dağıtım şirketlerinin rasgele girdi ve çıktı değişkenleri, stokastik girdiye ve çıktıya yönelik şans kısıtlı Banker, Charnes ve Cooper (BCC) Veri Zarflama Analizi (VZA) modellerine simetrik hata yapısı ile dâhil edilmiştir. Deterministik girdiye ve çıktıya yönelik BCC VZA modelleriyle stokastik modeller karşılaştırılmış, stokastik ölçüm değerleri, deterministik ölçüm değerleriyle doğrulanmıştır. Çalışmada, belirsiz verilerle çalışan stokastik VZA için şans kısıtlı problemler oluşturulmuş, stokastik modeller deterministik eşdeğerlerine dönüştürülmüş ve doğrusallaştırılmıştır. VZA modellerinde Türkiye’nin 21 elektrik dağıtım şirketi karar verme birimleri (KVB) olarak kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlarla, deterministik ve stokastik modellerin etkinlik sonuçlarına göre, etkin ve etkin olmayan elektrik dağıtım şirketleri belirlenmiştir. Amaç, analiz edilen verilerde istatistiksel gürültüyü VZA modellerine ekleyip, performans ölçümünü bu doğrultuda gerçekleştirmektir. Modellere gürültü unsuru tek faktörlü simetrik hata yapısı kapsamında dâhil edilmiş, modeller arasındaki farklı sonuçları incelemek amacıyla her hata seviyesi için modeller ayrı ayrı ele alınmıştır. Çalışma, Türkiye’de elektrik dağıtım şirketlerinin değerlendirilmesinde, simetrik hata yapısı ile stokastik verileri VZA’ya dâhil eden ilk yaklaşımdır.

Anahtar Kelimeler: Stokastik veri zarflama analizi, şans kısıtlı stokastik programlama, simetrik hata yapısı.

Performance Measurement with Stochastic Data Envelopment Analysis: Comparative Analysis of Turkish Electricity Distribution Companies

ABSTRACT

In this study, performance measurement and efficiency benchmarking of Turkey’s 21 electricity distribution companies were aimed. Random input and output variables of distribution companies are included in the stochastic input and output oriented chance constrained Banker, Charnes and Cooper (BCC) Data Envelopment Analysis (DEA) models within the symmetric error structure. Deterministic input and output oriented BCC DEA models were compared with the stochastic models and stochastic measurement values were verified with the deterministic measurement values. The chance-constrained problems were created by uncertain data for stochastic DEA, then stochastic models were converted to deterministic equivalents and were linearized. Turkey’s 21 electricity distribution companies have been accepted as decision-making units (DMUs) of DEA models. According to the efficiency results of deterministic and stochastic models, efficient and inefficient electricity distribution companies were determined. The objective is to add statistical noise to DEA models in the analyzed data and to obtain performance measurement in this direction. Noise element was included into the models within the scope of single factor symmetric error structure and the models were examined separately for each error level in order to examine the different results between the models. This study is the first approach that was performed to evaluate the power distribution companies to incorporate stochastic data into DEA within a symmetric error structure in Turkey.

Keywords: Stochastic data envelopment analysis, chance constrained stochastic programming, symmetric error structure.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Elektrik dağıtım şirketlerinin verimliliği çalışmaları, endüstri yapısı ve tarife ortamındaki reformların bir parçası olarak, dünya çapında çok sayıda kamu düzenleyicisinin, teşvik temelli programlarıyla 90’lı yıllardan bu yana artmıştır. Teşvik düzenlemesinin amacı, piyasa verimliliğinde iyileştirmeler sağlamaktır.

Bu yüzden eğilimleri anlamak, öngörülü olmak, taban çizgileri oluşturmak ve en iyi uygulamaları belirlemek düzenleyici faaliyetlerin ayırt edici özellikleri haline gelmiş, şirketler arası kıyaslamalarla performans analizleri, etkinlik ölçümü yaygınlaşmıştır.

Etkinliğin belirlenmesi için kıyaslama çalışmalarının kullanılması literatürde yaygındır. Etkinlik çalışmalarıyla şirketler için hedefler daha hassas bir şekilde oluşturulabilir. Türkiye elektrik dağıtım sektöründe, şirketlerin etkin işletme maliyetlerini

*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)
e-posta: zaydin@epdk.org.tr

belirlemek için kıyaslama teknikleri kullanılmaktadır. Bu tekniklerin ve metodolojilerin yanı sıra, stokastik faktörlerin ve çevresel özelliklerin, maliyet sınırındaki etkilerini incelemek gereklidir. Bu inceleme şirketlerin yönetsel kontrolü sağlamasına neden olacaktır. Stokastik faktörler ve belirsizlikler doğru karar verme süreçlerini olumsuz etkileyebilir. Bu nedenle, olasılıklar metodolojilere ve kıyaslama modellerine eklenerek karar verme süreçlerinde kesinlik sağlanmalıdır.

Bu çalışmada, gelecek planması için elektrik dağıtım şirketleri Karar Verme Birimleri(KVB) olarak değerlendirilip, KVB'lerin optimal ölçekte faaliyet gösterdikleri varsayımına dayanarak, deterministik VZA' daki yetersizliklerin üstesinden gelmek için girdiye ve çıktıya yönelik stokastik BCC modelleri kullanılmıştır. Stokastik modellere verilerdeki gürültüyü en aza indirmek amacıyla simetrik hata yapısı dahil edilmiş, modeller şans kısıtlı stokastik programlama formülleri ile genişletilmiştir. Şans kısıtlı stokastik VZA, kısıtların çok sık olmamakla birlikte esnetilmesine, elenmesine olanak tanımakta, böylece VZA'yı stokastik bir yapıya dönüştürmektedir. Bu kapsamda "Türkiye'de 21 elektrik dağıtım şirketi tarafından gerçekleştirilen elektrik dağıtım" üzerine teknik analiz yapılmıştır. Etkin olmayan KVB ya da KVB'ler belirlendikten sonra etkinliğin sağlanması amacıyla referans KVB'ler belirlenecek, bunlardan yola çıkılarak etkin olmayan KVB'ler için iyileştirme önerileri yapılacaktır.

Elektrik dağıtım şirketlerin 2011-2016 yılları arasındaki verilerinin incelendiği bu çalışmada temel amaç, performans etkinliklerini hem maliyet hem de teknik açıdan stokastik VZA kapsamında şans kısıtlı BCC modellerini kullanarak incelemektir. Çalışma ile elde edilen etkinlik değerlerine göre, şirketlerin maliyet ve teknik bazda optimum çalışıp çalışmadıkları ortaya konmaktadır.

Makalenin devamında; ilgili literatür bölüm 2'de "Literatür taraması" olarak gözden geçirilmiş, önerilen yaklaşım bölüm 3'te sunulmuştur. Elektrik dağıtım birimlerinin performansının değerlendirilmesine yönelik yaklaşımın uygulanması Bölüm 4'te, sonuçlar irdelenmiş ve gelecek için araştırma önerileri Bölüm 5'te yapılmıştır.

2. LİTERATÜR TARAMASI (LITERATURE SURVEY)

VZA, KVB'lerin etkinliğini değerlendirmek için kullanılan ve birden fazla çıktı elde etmek için birden fazla girdi kullanan bir tekniktir. VZA kavramsal olarak ilk önce Farrell [3] tarafından tanıtılmıştı, ancak daha sonra, yaklaşım ekonomi, yöneylem araştırmaları ve optimizasyon konularında literatürün temellerini atan Charnes vd. [4,5,7] tarafından uygulamalarda kullanıldı. Charnes, Cooper ve Rhodes [5], CCR modeli adı verilen ilk VZA modelini geliştirdi. Banker, Charnes ve Cooper [6], BCC modelinden ölçeğe göre değişken getiri modelini elde ederek CCR modelini elde etmek için VZA'yı genişletti.

Literatürde VZA ile ilgili pek çok çalışma vardır. Elektrik dağıtım şirketlerinin performans kıyaslamalarında en sık kullanılan kıyaslama modelleri şunlardır: Veri Zarflama Analizi (VZA; Charnes ve diğerleri, 1978), Stokastik Sınır Analizi (SFA; Aigner ve diğerleri, 1977; Meeusen ve van den Broeck, 1977), Düzeltilmiş Sıradan En Küçük Kareler Yöntemi(COLS) (Richmond, 1974) ve Stokastik Yarı Parametrik Olmayan Veri Zarflama Analizi (StoNED; Kuosmanen, 2006; Kuosmanen ve Kortelainen, 2012).

VZA'da rasgele verilerle çalışmanın temel avantajı, gelecekteki optimizasyon problemlerinde etkinliklerin öngörülebilmesidir. Girdilerin veya çıktıların rasgele veriler olarak kabul edildiği stokastik modeller, gelecekteki sorunların bu tür verileri analiz ederken ortaya çıkan belirsizlikleri veya dalgalanmaları hesaba katması için makul bir yaklaşım gibi görünmektedir. Bu modellerde, girdi ve çıktı değerlerinin ölçümü hata ve gürültüye maruz kalır. Verilerdeki gürültü genellikle sınır hesaplamalarında ve etkinlik sonuçlarında hatalara yol açabilir.

Land vd. [10,11], Cooper vd. [13], Sengupta [14], Huang ve Li [15], Olesen [16], Khodabakhshi [17,18,19] Behzadi vd. [7] ve Jahanshahloo vd. [20] çalışmalarında stokastik VZA (SVZA) modellerini kullanmışlardır.

Son çalışmalarda, SVZA yaklaşımıyla büyük ölçekli şans kısıtlı optimizasyon problemlerinin doğrusallaştırılması imkanı doğmuş, bu problemlerden doğru sonuçlar elde edilmesini sağlamıştır.

Literatürde elektrik dağıtım şirketlerinin performans ölçümünde; Omrani vd. [21], elektrik dağıtım şirketlerinin etkinlik değerlerini tahmin etmek için veri zarflama analizinden (VZA), düzeltilmiş normal en küçük karelerden (COLS) ve ana bileşen analizinden (PCA) oluşan entegre bir algoritma kullanmışlardır. Çalışmalarında 17 adet İran elektrik dağıtım birimi için şebeke uzunluğu, trafo kapasitesi ve çalışan sayısı girdi, müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı stokastik çıktı olarak kabul edilmiştir. Azadeh vd. [22] elektrik dağıtım birimlerinin etkinlik tahmini için entegre VZA, düzeltilmiş en küçük kareler (COLS), stokastik sınır analizi (SFA) ve temel bileşen analizi (PCA) yöntemlerini kullanmışlardır. Elektrik dağıtım birimlerinin değerlendirilmesinde en yaygın kullanılan göstergeler olarak çalışanları, işletme maliyetlerini, şebeke uzunluğunu, trafo kapasitesini, müşteri sayısını, servis alanını ve satılan enerji miktarını dikkate almışlardır. Azadeh vd. [1] İran'daki elektrik dağıtım birimlerinin performans değerlendirmesinde belirleyici bir yaklaşım sunmuşlardır. Önerilen yaklaşımlarında VZA ve PCA' ya yer verirken, hat uzunluğunu, trafo kapasitesini, çalışan sayısını, satılan enerji miktarını ve servis alanını çalışmalarında ana göstergeler olarak kabul etmişlerdir. Mullarkey vd. [23], İrlanda Cumhuriyeti'ndeki elektrik dağıtım şirketlerinin heterojenliğini kontrol etmek için orta gerilim enerji hatlarının diğer değişkenlerden daha iyi olduğunu savunmuştur. Bu çalışmalara uluslararası bir çalışma

ekleyecek olursak, 1999 yılı verileriyle İtalya, Hollanda, Norveç, Portekiz, İspanya ve Birleşik Krallık Avrupa ülkelerinden 63 dağıtım firmasının Jamasb ve Pollitt [4] tarafından performans kıyaslaması yapılmıştır. Gouveia vd. [24], 40 Portekiz elektrik şirketinin kıyaslanması için standart VZA modelleri ve değer tabanlı VZA yöntemi sonuçlarının karşılaştırılması üzerinde çalıştılar. Bu çalışmada, belirsizlikle başa çıkmak için, değer tabanlı VZA yöntemi, süper etkinlik kavramını içerecek şekilde uyarlanmıştır. Arcos-Vargas vd. [25], İspanya'daki elektrik dağıtım şirketlerinin performans değerlendirmesinde CCR ve BCC VZA modellerinde farklı göstergeler kullanmışlardır. Bu çalışma, düzenleyici kurumlara dağıtım ücretini belirleyebilmeleri için teorik bir çerçeveye sağlayan bir dizi model sunmayı amaçlamıştır.

Klasik VZA yönteminde girdi ve çıktılar deterministik olduklarından, gelecekteki tutarsızlıklara karşı öngörülemez durumlara yol açar. Klasik VZA'nın dezavantajı, stokastik VZA'nın hesaplamaya dahil edilmesiyle aşılabılır. Land vd. [11] çalışmalarında olduğu gibi, Charnes vd. [5] bir okul programının etkinliğini incelemek için stokastik VZA kullanılmıştır. Land vd. [11], stokastik VZA olasılığını öne sürerek kendi modellerini oluşturmuşlardır. VZA'nın stokastik modelini, çıktıların normal dağılımlı rasgele değişkenler olarak kabul edildiği şans kısıtlı programlama kapsamında tanıtmışlardır. Aynı çalışmada stokastik optimizasyon modelleri etkin KVB'leri belirlemek için deterministik eşdeğerlerine dönüştürülmüştür.

Şans kısıtlı kavramı, çıktı odaklı bir stokastik süper etkinlik modeli geliştirmek için Khodabakhshi [17] tarafından da çalışılmıştır. Khodabakhshi [17], 17 İran elektrik dağıtım şirketinin performans kıyaslaması için maliyet, çalışan sayısı, trafo gücü ve hat uzunluğunu girdi olarak, dağıtılan enerji miktarını, müşteri sayısını ve servis alanını çıktı olarak kullanıp stokastik VZA üzerinde çalışmıştır. Mirbolouki vd. [8], 2000 ve 2004 verilerine göre, 15 İran elektrik dağıtım biriminin etkinliğini ölçmek için şans kısıtlı programlama yaklaşımına dayanan bir stokastik CCR çarpan modeli geliştirmiştir. Çalışmada hat uzunluğu, taşıma kapasitesi ve çalışan sayısı girdi olarak seçilmiş, müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı stokastik çıktı olarak alınmıştır. Talluri [26], Olesen [16], Behzadi [7] de çalışmalarında şans kısıtlı VZA'yı kullanmışlardır.

1993 yılında Land vd.' ne göre [11], deterministik VZA'da tüm gözlemlerin etkinlik sınırının yalnızca bir tarafında yer alması gerekmektedir. Stokastik model ise gözlemlerin bu sınır etrafında stokastik olarak değişebilmesine, fakat büyük bir çoğunluğunun sınırın yalnız bir tarafında olmasına imkan vermektedir. Şans kısıtlı VZA, çıktıların rassal olarak belirlendiği varsayımına dayandığı için, VZA modeline göre daha esnek bir etkinlik sınırı oluşturmaktadır.

Sueyoshi [27], gelecek planlamaları için kullanılabilir bir CCR stokastik modeli ortaya koymuştur. Önerilen modelde eksik bilgi olduğunda stokastik çıktılar ile doğru

sonuçlar üretilebileceğini göstermiştir. Elektrik dağıtım şirketlerinde de, dağıtım şirketleri girdilerini kontrol edebilirken, dış etkenler ve belirsizlikler nedeniyle çıktıların kontrol edilememektedir. Sadjadi vd. [28] tarafından elektrik dağıtım şirketlerinin belirsiz girdileri ve çıktıları interaktif bir veri zarflama analiz modeline uygulanmıştır. Çalışmada şebeke uzunluğu, taşıma kapasitesi, çalışan sayısı, müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı kullanılmıştır. Başka bir çalışmada Sadjadi vd. [29] çıktı parametrelerindeki belirsizliği göz önünde bulundurarak yeni bir VZA metodu geliştirmiştir.

Bu çalışma ile birlikte modellere eklenen simetrik hata yapısı kavramı Brazdik [9] tarafından, stokastik VZA modeli içerisine eklenmiş, çalışma ile doğrusallaştırmaya ilişkin stokastik problem teknikleri kullanılarak modeller sunulmuştur. Önerilen stokastik modeller doğrusallaştırılmıştır. Bu nedenle, doğrusal ve doğrusal olmayan dışbükey optimizasyon problemlerini çözen belirli bir algoritma sınıfında olan iç nokta yöntemleri, modellerle ilişkili doğrusal programlama problemlerini çözmek için kullanılmıştır. Çalışmada, şans kısıtlı problemin lineer programlama problemine dönüşmesine izin veren bir simetrik hata yapısı tanımlanmıştır. VZA ekstrem uçlu bir teknik olduğundan, verilerde gürültü ölçüm hatasına ve önemli sorunlara neden olabilir, çünkü etkinlik sınırı bu hatalara duyarlıdır [9]. Bu nedenle, bu hataları birleştirmek için teorik girişimler yapılmıştır. Gstach [30], bir hayali sınırı tahmin etmek için VZA'nın kullanılmasını önermiştir. Parametrik olmayan bu sahte sınırın doğru olması için VZA tarafından tahmin edilen etkinliklere maksimum bir olasılık tekniği uygulamıştır. Gstach [30], bir üretim sürecinin sonucunun sadece etkin olmama durumunda bir maksimum değerden sapabileceğini değil, aynı zamanda kontrol edilemeyen hatalardan dolayı da sapabileceğini belirtmiştir. Bu nedenle, bu gürültülü ortamlarda VZA'nın güvenilirliği artabilmektedir. Çalışma, sınırlı gürültü bileşenine sahip, bağımsız ve normal dağılımlı veriler üretme varsayımını önermiştir. Bu varsayım, parametrik ve parametrik olmayan yaklaşımları üretim sınır tahminine karıştıran yaklaşımı mümkün kılmaktadır.

Brockett ve Golany [31] tarafından yayınlanan bir makalede, genel anlamda etkinlik kıyaslaması çalışmalarında gürültülü koşullar altında çalışma yapılması tavsiye edilmektedir.

Yapılan literatür taramasında elektrik dağıtım için sadece yurt dışında simetrik hata yapısı kapsamında stokastik veri zarflama ile yapılan çalışmalara rastlanmış, çoğunlukla deterministik veri zarflama yönteminin kullanıldığı saptanmıştır. Çalışmamızda şans kısıtlı VZA, Behzadi ve Mirbolouki [7] tarafından yapılan çalışmada olduğu gibi simetrik bir hata yapısı ile birleştirilmiştir. Bu çalışmada, girdi odaklı CCR şans kısıtlı VZA modeli aracılığıyla stokastik girdiler ve çıktılar modele eklenmiştir. Hat uzunluğu, taşıma kapasitesi ve çalışan sayısını girdi olarak, müşteri sayısı ve toplam elektrik satışını çıktı olarak kullanmışlardır. Makalelerinde, normal dağılımlı her rasgele değişkenin

simetrik bir hata yapısı kapsamında değerlendirilebileceğini bildirmişlerdir.

Literatür taramasının bir sonucu olarak, elektrik dağıtım şirketlerinin performans kıyaslaması için bu çalışmada kullanılan yöntem ve veri seti özellikleri ile literatürdeki benzer araştırmalar arasındaki fark aşağıda yer alan çizelgede sunulmuştur.

Yukarıda yer alan çizelgede görüldüğü gibi, elektrik dağıtım şirketlerinin performans ölçümlerinde literatürde verilerin rasgele kabul edildiği stokastik VZA çalışmaları sayıca azdır.

uzunluğu, en çok kullanılan çıktılar ise müşteri sayısı, dağıtılmış enerji ve hizmet alanı olmuştur.

3. DETERMİNİSTİK VE STOKASTİK VERİ ZARFLAMA YÖNTEMİ İLE KARŞILAŞTIRMALI ANALİZ (COMPARATIVE ANALYSIS WITH DETERMINISTIC AND STOCHASTIC DATA ENVELOPMENT METHOD)

Çalışma kapsamında; Türkiye'nin 21 elektrik dağıtım şirketinin üç stokastik girdi ve iki stokastik çıktı ile

Çizelge 1. Elektrik dağıtım birimlerinin değerlendirilmesi için önerilen yaklaşım ve diğer çalışmalar (Proposed approach and other studies for the evaluation of electricity distribution units)

	Model	Girdiler/Çıktılar	Veri Seti Zaman Periyodu	Verilerin Belirsizliği Durumu
Azadeh et al. [1]	Stokastik çıktı odaklı CCR VZA	Girdiler; hat uzunluğu, taşıma kapasitesi ve çalışanların sayısı, çıktılar; müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı	2001-2011	Çıktılar stokastik
Mirbolouki et al. [8]	Stokastik girdi odaklı CCR şans kısıtlı VZA	Girdiler; hat uzunluğu, taşıma kapasitesi ve çalışan sayısı, çıktılar; müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı	2000-2004	Girdiler ve çıktılar stokastik
Khodabakhshi [17]	Stokastik çıktı odaklı süper etkin model BCC şans kısıtlı VZA	Girdiler; hat uzunluğu, trafo kapasitesi ve çalışan personel değişkenleri, çıktılar; dağıtılan enerji ve servis alanı değişkenleri	2000	Girdiler ve çıktılar stokastik
Khodabakhshi and Kheirollahi [19]	Stokastik girdi odaklı süper etkinlik modeli BCC şans kısıtlı VZA	Girdiler; işletme maliyetleri, çalışan sayısı, trafo kapasitesi ve hat uzunluğu, çıktılar; müşteri sayısı ve servis alanı	2001	Girdiler ve çıktılar stokastik
Gouveia et al. [24]	Değer tabanlı (value based) VZA-BCC VZA	Girdiler; gelirler, arz kesintileri, olayların sayısı, müşteri başına şikayetler, çıktılar; müşteri sayısı, şebeke hattı uzunluğu	2004-2005	Deterministik ve stokastik girdi ve çıktılar
Arcos-Vargas et al. [25]	CCR ve BCC VZA modellerinde farklı göstergelerin kullanımı	Girdiler; hizmet karşılığı ödeme, gelirler, çıktılar; dağıtılan enerji miktarı, orta gerilimde kurulu güce eşdeğer kesinti süresi	2011	İsteğe bağlı (discretionary) ve isteğe bağlı olmayan (non-discretionary) girdi ve çıktılar
Sadjadi and Omrani [28]	Robust VZA	Girdiler; hat uzunluğu, transformator kapasitesi, çalışan sayısı, çıktılar; müşteri sayısı, toplam elektrik satışı	2004	Çıktılar stokastik
Omrani, Beiragh, Kaleibari [32]	Temel Bileşen Analizi (PCA) ve girdi odaklı CCR VZA	Girdiler; trafo kapasitesi, trafo sayısı, karasal hat uzunluğu, çalışan sayısı, alan, çıktılar; enerji dağıtım, enerji tüketimi, müşteri sayısı, sokak lambası sayısı	2010	Girdiler ve çıktılar stokastik
Önerilen Model	Simetrik hata yapısı kapsamında stokastik girdi odaklı ve çıktı odaklı BCC şans kısıtlı VZA	Girdiler; OPEX, hat uzunluğu, trafo gücü ve tepe yük değerleri, çıktılar; müşteri sayısı ve toplam elektrik satışı	2011-2016	Girdiler ve çıktılar stokastik

Sonuç olarak, literatür taramasında, Türkiye'de elektrik dağıtım şirketlerinin performansını stokastik veri zarflama metodolojisi ile ölçmeye yönelik bir çalışma bulunamamıştır.

Elektrik dağıtım şirketlerinin etkinlik kıyaslaması kapsamında literatürdeki çalışmalarda birçok farklı girdi ve çıktı kullanılmıştır. Jamasb ve Pollitt [2], elektrik dağıtım şirketlerinin performansını ölçmek için kullanılan en yaygın değişkenleri çalışmalarında tanımlamıştır. Çalışmalarına göre, en çok kullanılan girdiler analiz edilmiş işletme giderleri OPEX, sermaye harcamaları CAPEX, personel sayısı, trafo gücü ve hat

deterministik ve şans kısıtlı stokastik VZA modellerine simetrik hata yapısının dahil edilmesiyle performans analizi yapılmış, sonuçlar daha önceki deterministik VZA çalışmasında elde edilen analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Kullanılan veriler aşağıda verilmiştir.

Girdi Değişkenleri

1. Analiz Edilmiş İşletme Giderleri: Etkinlik hesabına esas işletme gideridir. (OPEX)
2. Trafo Gücü: Trafo kurulu gücünün MWe cinsinden miktarıdır.

3. Puant Yük: Elektrik tüketimin en yoğun olduğu MWe cinsinden değeridir.

Çıktı Değişkenleri

1. Abone Sayısı: Kurumumuza sunulan dağıtım sistemi kullanıcıları sayılarıdır.
2. Dağıtım Sistemine Giren Enerji Miktarı: İlgili mevzuatta tanımlanan dağıtım sistemine giren MWe cinsinden enerji miktarıdır.

Önerilen yaklaşımda dağıtım şirketlerinin 2011-2016 yılları arasında kaydedilen verileri kullanılmıştır. Veri setimiz Türkiye Enerji Piyasası Düzenleme Kurumu'ndan alınmıştır. Matematiksel modellerin stokastik ve deterministik sonuçları GAMS matematiksel programlama ve modelleme yazılımına uygulanarak elde edilmiştir.

Deterministik VZA'nın uygulama kolaylığı, çoklu girdi ve çıktılar kullanarak KVB'lerin etkinlik skorlarını ölçmesi gibi avantajları bulunurken, rassal hata terimi içermemekte, dolayısıyla veri ölçüm hataları modele aktarılıp etkinlik sınırları yanlış tespit edilmektedir. Bu nedenle klasik VZA modellerinde belirsizlik noktasında

etkin olarak değerlendirilen bir KVB, bu tür rasgele veriler göz önüne alındığında etkin olmayan hale gelebilir.

Çalışmayla; elektrik piyasalarındaki belirsizliklerin ana kaynaklarını tanımlamak, belirsizlik altında karar vermenin önüne geçmek, bu karar verme sürecini ele almak için matematiksel modelleri gözden geçirmek ve stokastik programlama ile ilgili bir uygulama sunmak amaçlanmıştır.

Literatürde geniş çapta tartışıldığı gibi, elektrik dağıtım şirketlerinin performans ölçümlerinde kullanılan verilerdeki ana belirsizlik kaynakları genel olarak, yakıt fiyatları, yakıt bulunabilirliği, enerji talebi, mevzuat ve kanunlarda öngörülemelik gibi düzenleyici konulardır.

Deterministik problemlerin çözümünde elde edilen çözümler genellikle, bu değişkenlerin beklenen değerlerinden farklı olan rasgele değişken değerleri için mümkün değildir. Deterministik çözümler, çok yönlü karar verme ve analizlerden yoksundur. Bazı parametreler hakkında bilgi eksikliği nedeniyle, olasılık teorisi modele aktarılmaktadır. Verideki belirsizliği gidermek için başarılı bir yöntem, deterministik verileri

Çizelge 2. Tahmini girdi parametreleri (Estimated input parameters)

KVB	Girdi1			Girdi2			Girdi3		
	Mean	Std_Dev	Variance	Mean	Std_Dev	Variance	Mean	Std_Dev	Variance
KVB1	3439.00	304.66	92820.66	185911744.00	23656915.40	559649646451814.00	1762.57	170.31	29005.71
KVB2	813.00	67.19	4514.84	136789334.00	71993787.21	5183105396383440.00	579.61	36.52	1333.80
KVB3	1439.00	160.29	25691.57	172211280.00	27054014.79	731919716258406.00	1491.94	64.70	4186.52
KVB4	3512.00	231.41	53550.30	209053750.00	43986648.32	1934825230770080.00	561.08	30.89	954.07
KVB5	6707.00	387.03	149795.36	491243784.00	65553798.56	4297300506031670.00	2098.33	1047.49	1097243.93
KVB6	10769.00	747.81	559221.95	490539910.00	27844715.50	775328181281462.00	4663.59	275.88	76109.68
KVB7	1065.00	58.95	3474.56	134277609.00	23107997.60	533979553225536.00	481.94	21.87	478.50
KVB8	1354.00	105.18	11063.50	171483054.00	5559505.72	30908103870464.10	561.33	44.71	1999.07
KVB9	3826.00	670.72	449869.32	399181806.00	56705235.97	3215483786553750.00	3851.67	218.74	47847.87
KVB10	1278.00	190.38	36245.32	141993652.00	6350977.12	40334910416893.30	403.49	199.42	39770.31
KVB11	7216.00	565.47	319754.81	242599902.00	35030340.75	1227124772941810.00	2899.17	251.14	63071.77
KVB12	4934.00	647.05	418667.81	222105761.00	12516549.35	156664007700391.00	1390.26	1081.61	1169888.22
KVB13	1217.00	68.88	4743.88	99594289.00	9771320.33	95478701026719.30	369.33	20.54	421.87
KVB14	3254.00	94.43	8917.60	314576799.00	47859508.99	2290532600627580.00	2135.99	147.25	21682.18
KVB15	1961.00	91.98	8460.05	155055496.00	2671017.72	7134335644503.00	1104.09	79.54	6327.33
KVB16	1976.00	130.80	17107.49	202064914.00	14913923.68	222425119456562.00	1648.04	68.14	4643.19
KVB17	5695.00	539.89	291482.23	399842323.00	121235920.84	14698148501526300.00	3134.13	236.15	55766.36
KVB18	1421.00	165.16	27277.66	110990000.00	22512854.66	506828624971485.00	1325.67	94.42	8914.67
KVB19	4139.00	307.89	94795.94	278923725.00	41499944.88	1722245424875050.00	1917.46	153.15	23453.68
KVB20	1393.00	96.35	9283.34	142461434.00	28650752.49	820865618435018.00	749.67	49.81	2480.67
KVB21	2344.00	346.09	119779.54	238342910.00	8459558.77	71564134519172.00	1123.84	18.91	357.51

zayıflık vardır, girdi ve çıktılarda rasgele değişikliklere izin vermez [33]. Deterministik çalışmalar sonucunda

rastgele değişkenlerle değiştirerek stokastik VZA ile sağlanabilir [17].

Araştırmada kullanılan veriler arasında; işletme ve bakım maliyetleri, işletme harcaması (OPEX), personel, idari maliyetler, malzemeler, üçüncü taraf hizmetleri, sigortalar, vergiler ve mevsimsel tepe yükü, sıcaklık ve tepe yükünün zaman dilimi değişiklikleri gibi diğer belirsizlik faktörleri yer almaktadır. Bu parametreler hakkında bilgi eksikliği nedeniyle belirsizlik teorisi modele aktarılmıştır. Bu çalışma da, Türkiye'nin elektrik piyasası çerçevesinde karar vermede hesaplanan

için veri zarflama sonuçları, şans kısıtlarının etkisiyle değişir.

Verilerin Analize Uygun Hale Getirilmesi (Analysis of Data)

Çalışmada kullanılan trafo gücü, puant yük, işletme giderleri, abone sayısı ve toplam satılan enerji girdilerinden ve çıktılardan elde edilen ortalama ve standart sapma değerleri aşağıdaki çizelgede yer almaktadır.

Çizelge 3. Tahmini çıktı parametreleri (Estimated output parameters)

KVB	Çıktı1			Çıktı2		
	Mean	Std_Dev	Variance	Mean	Std_Dev	Variance
KVB1	7316471.00	539189.78	290725619211.49	1838326.00	124023.19	15381750618.57
KVB2	3477428.00	161908.62	26214401426.62	598499.00	36932.45	1364006028.67
KVB3	1875126.00	239648.50	57431405142.77	830171.00	113954.85	12985708066.70
KVB4	7112063.00	660832.41	436699478718.61	1687866.00	93922.39	8821415050.57
KVB5	13064862.00	886153.75	785268471865.13	3705568.00	278765.64	77710280227.90
KVB6	21993282.00	1009144.02	1018371650462.02	4477189.00	334546.21	111921167179.90
KVB7	2252326.00	58568.69	3430291016.26	867575.00	37811.66	1429721365.77
KVB8	3092327.00	220742.51	48727255515.56	1183468.00	66552.07	4429177933.37
KVB9	5384669.00	939234.15	882160785559.03	1373547.00	254943.22	64996043781.10
KVB10	2584385.00	255618.14	65340631985.90	811754.00	57714.16	3330923785.07
KVB11	12877336.00	626053.29	391942719688.31	2736291.00	290321.55	84286605111.50
KVB12	10276188.00	575962.05	331732287468.03	2511023.00	183914.14	33824410418.97
KVB13	1968874.00	155113.92	24060326866.06	624615.00	36322.62	1319332871.37
KVB14	7178811.00	851951.20	725820854681.09	1818104.00	101406.04	10283184285.50
KVB15	5490401.00	342759.01	117483737284.82	1542960.00	86365.11	7458931777.47
KVB16	8124983.00	400747.69	160598707255.06	1522795.00	85783.91	7358878670.17
KVB17	12605873.00	1282046.34	1643642823752.60	3339914.00	222674.02	49583716997.60
KVB18	5874359.00	311958.34	97318006749.71	929968.00	51006.94	2601708074.67
KVB19	10009283.00	614333.55	377405715379.90	2770122.00	159424.50	25416170709.87
KVB20	1496625.00	128191.36	16433025011.07	549781.00	53381.78	2849614092.67
KVB21	4743914.00	46426.89	2155456096.42	1794627.00	111635.04	12462381663.47

belirsizliğe odaklanmıştır.

Veriler 2011-2016 yıllarına ait olup, modelde ortalama ve varyans değerleriyle modele eklenmiştir. Simetrik hata yapısı kapsamında $\bar{\sigma} = 1$ olduğunu varsayıp, $a_{ij} = \sqrt{Var(\bar{x}_{ij})}$ ve $b_{rj} = \sqrt{Var(\bar{y}_{rj})}$ elde ederiz. Girdi ve çıktı değerleri, stokastik VZA'nın ortalama sonuçlarına eşit ve deterministik VZA ile aynı olmalıdır. 0 ile 1 arasında farklı α değerleri atanarak farklı veri zarfları elde edilir. $\alpha = 0.5$ olduğunda, dağılım fonksiyonunun tersi 0'a eşittir.

Deterministik ve stokastik modellerin sonuçları bu α değeri ile karşılaştırıldığında, sonuçların aynı olduğu bulunmuştur. α 'nın 0, 5'ten farklı olduğu hata seviyeleri

Deterministik Girdiye ve Çıktıya Yönelimli BCC Modelleri (Deterministic Input and Output oriented BCC Models)

VZA modelleri üretim sürecinin tanımına ve araştırılan probleme göre, "girdiye yönelik" (input oriented) veya "çıkıya yönelik" (output oriented) olarak oluşturulabilirler. "Girdiye yönelik"; belirli bir çıktıyı en az girdi kullanarak üretmeye gayret etmektir. Girdiye yönelik modellerde, çıktılara dokunulmaksızın girdilerin minimize edilmesi söz konusudur. Çıktıya yönelik modellerde ise belirli bir girdi bileşimiyle en fazla çıktının üretilmesi hedeflenmektedir. Bu nedenle çıktıya yönelik modellerde girdilere müdahale edilmeksizin çıktılardan artırılması söz konusudur.

Üretim birimlerinin etkinlik ölçümlerinde, üretim yapmakta oldukları ölçek türü de, etkinlik ölçümünde ve kıyaslamada kullanılacak VZA modelinin türünün belirlenmesinde önem taşımaktadır. CCR model ölçeğe göre sabit getiriyi esas almaktadır. Bir birimlik girdi değişimi, çıktıda da bir birimlik değişime neden olmaktadır. BCC modeli ise ölçeğe göre değişken getiriyi esas almaktadır. BCC model, CCR modele konvekslik kısıtı eklenmesi ile türetilmiştir. Konvekslik kısıtı, CCR modelin, orijini en kuzeybatıdaki birim ile birleştiren etkin sınırının, orijinden geçme zorunluluğunu gevşeterek, BCC etkin sınırının karar birimlerini CCR etkin sınırına göre daha sıkı zarflamasına neden olmaktadır.

Çalışmada kullanılan girdi odaklı BCC modelin matematiksel denklemi aşağıda verilmiştir. Buna göre; n adet homojen KVB'nin ($KVB_j, j = 1, \dots, n$) m adet girdiden x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$) olarak, s adet çıktıyı y_{rj} ($r = 1, 2, \dots, s$) olarak ürettiğini, $x_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$ ve $y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$ vektörlerinin de pozitif ve sıfır değerini almayan vektörler olduklarını kabul edelim. Buna göre; Banker, Charnes and Cooper 'ın [6] 1984'te önerdiği BCC üretim kümesi aşağıdaki gibidir:

$$T_{BCC} = \{(X, Y) \mid \sum_{j=1}^n (X_j \lambda_j) \leq X, \sum_{j=1}^n (Y_j \lambda_j) \geq Y, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

BCC etkinlik skorları girdi odaklı model (1)' den elde edilebilir. Burada, x_{ij} , j karar biriminin i girdisinden kullandığı miktarı; y_{rj} , j karar biriminin r çıktısı üretim düzeyini; λ_j , j karar birimine ait yoğunluk katsayısını vermektedir. $\lambda_j \geq 0$, ölçeğe göre sabit getiri varsayımını temsil etmektedir. θ_0 ise, teknik etkinlik ölçütüdür. Ölçeğe göre değişen getiri için, $\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1$, ölçeğe göre artmayan getiri için, $\sum_{j=1}^n (\lambda_j) \leq 1$ kısıtları modellere eklenebilir. Bir KVB birimi teknik etkinliğe sahip ise; $\theta_0^* = 1$, etkin değil ise $\theta_0^* < 1$ olacaktır.

Buna göre aşağıda girdi odaklı BCC model verilmiştir.

$$\begin{aligned} \min \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta_0 x_{i0} \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - y_{r0} - s_r^+ = 0 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0, i=1, 2, \dots, m, r=1, 2, \dots, s, \\ j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

Burada; s_i^- , s_r^+ gevşek değişkenleri temsil ederken, $\varepsilon > 0$ "non-Archimedian" sabiti olarak bilinen ve 10^{-6}

civarında, ihmal edilebilir, gerçek sayı olmayan bir değerdir.

Çıktı odaklı BCC modeline ilişkin model aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \max \theta_0 + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{i0} \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - \theta_0 y_{r0} - s_r^+ = 0 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0, i=1, 2, \dots, m, r=1, 2, \dots, s, \\ j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

Şans Kısıtlı Stokastik Girdiye ve Çıktıya Yönelimli BCC Modelleri (Chance Constrained Stochastic Input and Output Oriented BCC Models)

Stokastik çerçevede, üretim olasılığı seti girdilerin ve çıktıların ortalama değerleri ile tanımlanır. Daha fazla model geliştirmede, şans kısıtlı problemde deterministik eşdeğerine dönüşüm sağlanacaktır. Gerçek üretim olasılığı seti, gerçek üretim fonksiyonu kullanılarak oluşturulabilir.

Parametrik olmayan VZA yönteminde bu fonksiyon bilinmemektedir. Bu nedenle, CCR üretim fonksiyonunun, üretim olasılık kümesi Charnes vd. [5] ve BCC üretim fonksiyonunun, üretim olasılık kümesi Banker vd. [6] tarafından aşağıdaki haliyle kullanılmıştır. $P = \{(X; Y) \mid Y \geq 0, X \geq 0\}$ olasılık kümesi

$$P = \{(X; Y) \mid \sum_{j=1}^n (\lambda_j X_j) \leq X, \sum_{j=1}^n (\lambda_j Y_j) \geq Y; \lambda_j \geq 0\}$$

Stokastik VZA yönteminde, girdilerin ve çıktıların rasgele değişkenler oldukları varsayılar, $\tilde{x}_j = (\tilde{x}_{1j}, \dots, \tilde{x}_{mj})$ ve $\tilde{y}_j = (\tilde{y}_{1j}, \dots, \tilde{y}_{sj})$ j adet karar verme biriminin rasgele girdi ve çıktı değerlerinin beklenen girdi ve çıktı değerlerine karşılık gelen vektörlerini temsil eder.

Çalışma kapsamında bütün girdi ve çıktı bileşenlerinin normal dağılıma sahip oldukları kabul edilmiştir.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{ij} \sim N(x_{ij}, \sigma_{ij}^2), \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \tilde{y}_{rj} \sim N(y_{rj}, \sigma_{rj}^2), \quad r = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (3)$$

Bu notasyon doğrultusunda, çıktıların ve girdilerin rassal olduğu varsayımıyla, Cooper, Deng, Huang ve Li [13] girdi odaklı şans kısıtlı stokastik BCC modelini aşağıdaki gibi tanıtmıştır:

Minimize θ

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \\ P \left(\sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \lambda_j \leq \theta \tilde{x}_{i0} \right) \geq 1 - \alpha, \\ i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$P\left(\sum_{j=1}^n \tilde{y}_{rj} \lambda_j \geq \tilde{y}_{r0}\right) \geq 1 - \alpha, \quad r=1, \dots, s, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

Yukarıdaki modelde, P olasılık ölçüsünü, α ise 0 ile 1 arasındaki hata seviyesini gösterir.

Çıktı odaklı şans kısıtlı stokastik BCC modeli, aşağıdaki gibidir:

Maximize θ
 s.t.
 $P\left(\sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \lambda_j \leq \tilde{x}_{i0}\right) \geq 1 - \alpha,$
 $i = 1, \dots, m$

$$P\left(\sum_{j=1}^n \tilde{y}_{rj} \lambda_j \geq \theta \tilde{y}_{r0}\right) \geq 1 - \alpha,$$

$$r=1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1 \quad (5)$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

Şans kısıtlı etkinlik tanımı “karar verme birimi $\theta^* = 1$ ve tüm alternatif optimal çözümlerde gevşek değişkenler sıfır olduğu zaman stokastik etkindir” [6] şeklindedir.

Şans Kısıtlı Stokastik Modellerin Deterministik

Eşitleri (Deterministic equivalents of chance constrained stochastic models)

Yukarıda deterministik ve şans kısıtlı stokastik VZA modellerine değinilmişti. Bu bölümde ise stokastik modellerin deterministik eşitleri sunulacaktır. Deterministik yaklaşımda başlangıç verileri, amaç kurallarının etkisi altında gelişirler ve bu durumda deterministik yapıya sahiptirler. Fakat bu sistemlerin deterministik gelişimleri sadece bir eğilimdir ve rasgele faktörlerle bozulurlar.

Model (4) te yer alan BCC stokastik modelin deterministik eşiti aşağıda sunulmuştur. [11]

Minimize θ
 s.t.
 $\text{Min } \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$
 s.t.
 $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- - \phi^{-1}(\alpha) v_i = \theta x_{i0},$
 $i = 1, \dots, m$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ + \phi^{-1}(\alpha) u_r = y_{r0},$$

$$r=1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1 \quad (6)$$

$$v_i^2 = \sum_{j \neq 0} \sum_{k \neq 0} \lambda_j \lambda_k \text{cov}(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{ik}) + 2(\lambda_0 - \theta) \sum_{j \neq 0} \lambda_j \text{cov}(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{i0}) + (\lambda_0 - \theta)^2 \text{var}(\tilde{x}_{i0}),$$

$$u_r^2 = \sum_{j \neq 0} \sum_{k \neq 0} \lambda_j \lambda_k \text{cov}(\tilde{y}_{rj}, \tilde{y}_{rk}) + 2(\lambda_0 - 1) \sum_{j \neq 0} \lambda_j \text{cov}(\tilde{y}_{rj}, \tilde{y}_{r0}) + (\lambda_0 - 1)^2 \text{var}(\tilde{y}_{r0}),$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad v_i \geq 0, \quad u_r \geq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$r=1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m$$

Doğrusal olmayan karesel programlama modeli olan model (6) da ϕ standart normal dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonu olup $\phi^{-1}(\alpha)$ bu fonksiyonun α seviyesindeki tersidir. Daha önce belirttiğimiz gibi; optimal çözüm için herhangi bir KVB α seviyesinde $\theta^* = 1$ olduğunda stokastik etkindir.

Model (5) te yer alan BCC stokastik modelin deterministik eşiti örnek olarak aşağıda sunulmuştur. [11]

Max $\theta + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$
 s.t.
 $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- - \phi^{-1}(\alpha) v_i = x_{i0},$
 $i = 1, \dots, m$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ + \phi^{-1}(\alpha) u_r = \theta y_{r0},$$

$$r=1, \dots, s \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1$$

$$v_i^2 = \sum_{j \neq 0} \sum_{k \neq 0} \lambda_j \lambda_k \text{cov}(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{ik}) + 2(\lambda_0 - 1) \sum_{j \neq 0} \lambda_j \text{cov}(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{i0}) + (\lambda_0 - 1)^2 \text{var}(\tilde{x}_{i0}),$$

$$u_r^2 = \sum_{j \neq 0} \sum_{k \neq 0} \lambda_j \lambda_k \text{cov}(\tilde{y}_{rj}, \tilde{y}_{rk}) + 2(\lambda_0 - \theta) \sum_{j \neq 0} \lambda_j \text{cov}(\tilde{y}_{rj}, \tilde{y}_{r0}) + (\lambda_0 - \theta)^2 \text{var}(\tilde{y}_{r0}),$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad v_i \geq 0, \quad u_r \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m$$

Simetrik Hata Yapısına Dayalı Stokastik Etkinlik
 (Stochastic Productivity Based on Symmetric Error Structure)

Çalışmada yer alan, karar verme birimlerinin stokastik girdilerini ve çıktılarını aşağıdaki gibi düşünelim:

$$\tilde{x}_{ij} = x_{ij} + a_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\tilde{y}_{rj} = y_{rj} + b_{rj} \bar{\xi}_{rj}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (8)$$

Burada a_{ij} ve b_{rj} pozitif gerçek değerlerdir. $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ve $\bar{\xi}_{rj}$ ise normal dağılıma sahip rasgele değişkenlerdir.

$$\bar{\varepsilon}_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\bar{\xi}_{rj} \sim N(0, \sigma^2)$$

Bu nedenle $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ve $\bar{\xi}_{rj}$ girdi ve çıktıların ortalama değerlerine kıyasla, girdi ve çıktı hatalarıdır. Normal dağılım simetrik olduğu için, (8) de yer alan ifadeler, simetrik hata yapıları olarak adlandırılır. Böylece aşağıda yer alan eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \bar{x}_{ij} &\sim N(x_{ij}, \bar{\sigma}^2 a_{ij}^2) \\ \bar{y}_{rj} &\sim N(y_{rj}, \bar{\sigma}^2 b_{rj}^2) \end{aligned}$$

Normal dağılımlı her rassal değişken simetrik hata yapısı kapsamında değerlendirilebilir. Her KVB'nin i. girdisinin ve r. çıktısının bağımsız olduğunu düşünelim.

$$\begin{aligned} Cov(\bar{\varepsilon}_{ij}, \bar{\varepsilon}_{ik}) &= 0, \quad i = 1, \dots, m, \\ Cov(\bar{\xi}_{rj}, \bar{\xi}_{rk}) &= 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad j \neq k \end{aligned} \quad (9)$$

(8) ve (9) ifadeleri göz önünde bulundurulunca her karar verme birimi için aynı hata oranı düşünülür, böylece $\bar{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_{ij}$ ve $\bar{\xi}_r = \bar{\xi}_{rj}$ olur.

Şimdi (4). modelde i. girdi kısıtını düşünelim,

$$\begin{aligned} P\left(\sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij} \lambda_j \leq \theta \bar{x}_{i0}\right) &\geq 1 - \alpha, \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (10)$$

Burada $\bar{h}_i = \sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij} \lambda_j - \theta \bar{x}_{i0}$ olsun. (8) ve (9) göz önüne alınarak;

$$\bar{h}_i = \left(\sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij} \lambda_j - \theta \bar{x}_{i0}\right) + \bar{\varepsilon}_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0}\right)$$

elde edilir.

Böylece;

$$\bar{h}_i \sim N\left(\left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - \theta x_{i0}\right), \bar{\sigma}^2 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0}\right)^2\right)$$

olur.

Yukarıda yer alan ifade ve normal dağılım özelliğine göre; (10). ifadede yer alan stokastik kısıt aşağıdaki gibi deterministik eşitime dönüştürülebilir.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} \left|\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0}\right| \leq \theta x_{i0} \quad (11)$$

Aynı şekilde; (4). modelde i. çıktı kısıtını düşünelim,

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} \left|\sum_{j=1}^n b_{rj} \lambda_j - b_{r0}\right| \geq y_{r0} \quad (12)$$

Böylece (4). modelin deterministik eşiti aşağıdaki gibi olur.

Min θ

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} \left|\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0}\right| \leq \theta x_{i0},$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} \left|\sum_{j=1}^n b_{rj} \lambda_j - b_{r0}\right| \geq y_{r0}, \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1$$

$$\begin{aligned} \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad r = 1, \dots, s, \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned}$$

Model (13) doğrusal olmayan bir programlama modelidir ve aşağıda yer alan dönüşümlerle doğrusal bir yapıya kavuşturulabilir. [7]

$$\begin{aligned} \left|\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0}\right| &= (p_i^- + p_i^+), \\ i &= 1, \dots, m, \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0} = (p_i^+ - p_i^-), \quad p_i^+ p_i^- = 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\begin{aligned} \left|\sum_{j=1}^n b_{rj} \lambda_j - b_{r0}\right| &= (q_r^- + q_r^+), \\ r &= 1, \dots, s, \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n b_{rj} \lambda_j - b_{r0} = (q_r^+ - q_r^-), \quad q_r^+ q_r^- = 0, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j) = 1$$

$$p_i^+, p_i^-, q_r^+, q_r^- \geq 0$$

Yukarıda yer alan ifadeleri (4). ifadeye yerleştirirsek;

Min θ

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} (p_i^- + p_i^+) \leq \theta x_{i0},$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} (q_r^- + q_r^+) \geq y_{r0},$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j - \theta a_{i0} = (p_i^+ - p_i^-)$$

$$\sum_{j=1}^n b_{rj} \lambda_j - b_{r0} = (q_r^+ - q_r^-)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (\lambda_j) &= 1 \\ q_r^+ q_r^- &= 0, \quad p_i^+ p_i^- = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad r = 1, \dots, s, \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$p_i^+, p_i^-, q_r^+, q_r^- \geq 0$$

elde edilir.

Yukarıda yer alan model $q_r^+ q_r^- = 0$, $p_i^+ p_i^- = 0$ kısıtlarının varlığı nedeniyle doğrusal değildir. (10). modelde optimal temel çözüm algoritmalarının kullanılması varsayımıyla $q_r^+ q_r^- = 0$, $p_i^+ p_i^- = 0$ kısıtlarının kaldırılması, doğrusal modeli ve doğrusal modelin optimal sonuçlarını sağlar. Bu kısıtların kaldırılmasıyla simetrik hata yapısı kapsamında (6). modelin doğrusal deterministik eşiti aşağıdaki gibi olur.

$$\theta^*(\alpha) = \min \theta$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j - \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} (p_i^- + p_i^+) &\leq \theta x_{i0} , \\
\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j + \phi^{-1}(\alpha) \bar{\sigma} (q_r^- + q_r^+) &\geq y_{r0} , \\
\sum_{j=1}^n a_{ij}\lambda_j - \theta a_{i0} &= (p_i^+ - p_i^-) \\
\sum_{j=1}^n b_{rj}\lambda_j - b_{r0} &= (q_r^+ - q_r^-) , \\
\sum_{j=1}^n (\lambda_j) &= 1
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad r = 1, \dots, s, \\
i &= 1, \dots, m
\end{aligned}$$

$$p_i^+, p_i^-, q_r^+, q_r^- \geq 0$$

Bu modelde; her $\alpha < 0.5$ için $0 < \theta^*(\alpha) \leq 1$ elde edilir.

4. BULGULAR (RESULTS)

Bazı durumlarda, bir KVB'nin etkin olmaması durumunun, verimsiz çalışmasından mı yoksa KVB'nin uygun olmayan koşullarda çalışmasından mı kaynaklandığını incelemek gerekir. CCR modeli tarafından sağlanan genel teknik etkinlik, ölçek etkisini dikkate almadığından, BCC modeli, ölçeğe göre değişken getiri altında saf teknik etkinliği ifade eder. Bu çalışma performans analizinde ölçek etkisini dikkate aldığından BCC yaklaşımı üzerinde durulmuştur. Girdilerin ve çıktıların uygulanmasıyla elde edilen deterministik modellerin sonuçları aşağıda yer alan çizelgede verilmiştir.

Çizelge 4. Deterministik VZA modelleriyle elde edilen sonuçlar (Results of deterministic DEA models)

	BCC Girdiye Yönelimli	BCC Çıktıya Yönelimli
KVB1	0.9417	1.0826
KVB2	1.0000	1.0000
KVB3	0.7521	1.4872
KVB4	1.0000	1.0000
KVB5	1.0000	1.0000
KVB6	1.0000	1.0000
KVB7	1.0000	1.0000
KVB8	1.0000	1.0000
KVB9	0.4443	1.8461
KVB10	1.0000	1.0000
KVB11	1.0000	1.0000
KVB12	1.0000	1.0000
KVB13	1.0000	1.0000
KVB14	0.7530	1.2456
KVB15	1.0000	1.0000
KVB16	1.0000	1.0000
KVB17	1.0000	1.0000
KVB18	1.0000	1.0000
KVB19	1.0000	1.0000
KVB20	0.7818	2.0311
KVB21	1.0000	1.0000

Yukarıda yer alan çizelgede görüldüğü gibi, her iki deterministik modelde KVB1, KVB 3, KVB 9, KVB 14, KVB 20' nin dışındaki KVB'ler kalıcı olarak etkindir. Yani, bu KVB birimleri ölçeğe göre değişken getiri altında saf teknik etkindirler.

KVB 1, KVB 3, KVB 9, KVB 14, KVB 20' nin bir otorite, düzenleyici tarafından kontrol edilmesi gerektiği anlaşılmıştır.

Çizelge 5. Farklı α değerlerinde stokastik girdi odaklı BCC VZA sonuçları (Results of stochastic input oriented BCC DEA at different α values)

	$\alpha=0.005$	$\alpha=0.02$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.6$
KVB1	0.992	0.990	0.989	0.987	0.979	0.968	0.955	0.941	0.725
KVB2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.799
KVB3	0.899	0.879	0.856	0.829	0.796	0.777	0.764	0.752	0.453
KVB4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.636
KVB5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.607
KVB6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
KVB7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.847
KVB8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.779
KVB9	0.834	0.716	0.640	0.599	0.546	0.508	0.475	0.444	0.096
KVB10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.819
KVB11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.717
KVB12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.786
KVB13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.689
KVB14	0.841	0.819	0.806	0.795	0.781	0.772	0.764	0.752	0.377
KVB15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.014
KVB16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.561
KVB17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.555
KVB18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.518
KVB19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.869
KVB20	0.808	0.807	0.806	0.803	0.798	0.793	0.788	0.781	0.582
KVB21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.721

Çalışmada elektrik dağıtım şirketlerinin değerlendirilmesinde, farklı hata seviyelerinde stokastik VZA modelleri uygulanmıştır. Stokastik modellerin farklı α seviyelerinde her KVB için etkinlik skorları Çizelge 5 ve 6'da gösterilmektedir

ölçeğe göre değişken getiri altında saf teknik etkin olduklarını gösterir.

Stokastik Modellerin Doğrulanması (Validation of Stochastic Models)

Önerilen model diğer modeller tarafından

Çizelge 6. Farklı α değerlerinde stokastik çıktı odaklı BCC VZA sonuçları (Results of stochastic output oriented BCC DEA at different α values)

	$\alpha=0.005$	$\alpha=0.02$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.6$
KVB1	1.009	1.011	1.013	1.016	1.026	1.037	1.058	1.087	3.028
KVB2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	7.506
KVB3	1.159	1.192	1.222	1.253	1.310	1.372	1.434	1.487	11.987
KVB4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	3.131
KVB5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.693
KVB6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
KVB7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	9.815
KVB8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	7.160
KVB9	1.129	1.250	1.345	1.444	1.577	1.680	1.763	1.846	4.227
KVB10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	8.630
KVB11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.709
KVB12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	2.145
KVB13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	11.268
KVB14	1.115	1.142	1.163	1.183	1.206	1.220	1.233	1.246	3.123
KVB15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	4.023
KVB16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	2.954
KVB17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.770
KVB18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	4.839
KVB19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	2.206
KVB20	1.733	1.769	1.796	1.821	1.853	1.887	1.967	2.031	14.850
KVB21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	4.679

BCC modellerinde etkinlik skoru olan 1'e eşitlik tam etkinlik anlamına gelir. Diğer taraftan, skor 1'den düşükse, etkin olmama durumu söz konusudur. Çizelgelerden görüldüğü gibi, $\alpha=0.6$ civarı hata seviyeleri elektrik dağıtım birimlerinin etkinlik değerlerini düşürmektedir.

Sonuçlar hata seviyesi 0.5'ten 0.6'ya yükseldiğinde elde edilen etkinlik değerlerinin azaldığını göstermiştir. Çizelgeler elektrik dağıtım birimlerinin etkinliğinin, hata seviyesi yarıdan daha yüksek iken saptığını göstermektedir. Ek olarak, her bir KVB'nin etkinliği, azalan hata seviyeleri ile birlikte artmıştır. Bu nedenle, α değerleri arttığında, etkin birim sayısının azalacağı açıktır. Sonuçlara göre, deterministik ve stokastik BCC VZA modellerinde KVB1, KVB 3, KVB 9, KVB 14 ve KVB 20, 0.5 anlamlılık düzeyinde etkin değilken, diğer KVB'ler kalıcı olarak etkin olmuştur. Genel olarak, KVB 1, KVB 3, KVB 9, KVB 14 ve KVB 20 dışındaki birimlerin gelecekteki kararlar ve planlamalar için kıyaslama ve performans ölçümünde referans alınabilecek birimler olarak seçilebileceğini söyleyebiliriz. Hem deterministik hem de stokastik modellerde aynı sonuçları elde etmemiz KVB lerin

doğrulanmalıdır. Bu çalışmada, deterministik koşullar altındaki stokastik VZA modellerinin sonuçlarının tutarlı olduğunu göstermek için, deterministik VZA modellerinin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Stokastik modellerde girdilerin ve çıktıların ortalaması alınıp modele eklenince ve $a_{ij} = \sqrt{Var(\bar{x}_{ij})} = 0$, $b_{rj} = \sqrt{Var(\bar{y}_{rj})} = 0$ olarak alınınca, deterministik VZA modelleri ile validasyon sağlanıyor olmalıdır. Çizelge 7 ve 8 bize bu koşullar altında stokastik ve deterministik modellerin sonuçlarını sunmaktadır. Buna göre, deterministik BCC ve stokastik BCC modelleri $\alpha=0.5$ civarında aynı sonuçları verirler. Böylece, stokastik VZA modelleri deterministik VZA modelleri tarafından doğrulanmış olur.

Çizelge 7. Girdi odaklı stokastik ve deterministik BCC VZA modellerinin doğrulanması (Validation of input-oriented stochastic and deterministic BCC DEA models)

	Stokastik BCC VZA	BCC VZA
KVB1	0.9417	0.9417
KVB2	1.0000	1.0000
KVB3	0.7521	0.7521
KVB4	1.0000	1.0000
KVB5	1.0000	1.0000
KVB6	1.0000	1.0000
KVB7	1.0000	1.0000
KVB8	1.0000	1.0000
KVB9	0.4443	0.4443
KVB10	1.0000	1.0000
KVB11	1.0000	1.0000
KVB12	1.0000	1.0000
KVB13	1.0000	1.0000
KVB14	0.7530	0.7530
KVB15	1.0000	1.0000
KVB16	1.0000	1.0000
KVB17	1.0000	1.0000
KVB18	1.0000	1.0000
KVB19	1.0000	1.0000
KVB20	0.7818	0.7818
KVB21	1.0000	1.0000

Çizelge 8. Çıktı odaklı stokastik ve deterministik BCC VZA modellerinin doğrulanması (Validation of output-oriented stochastic and deterministic BCC DEA models)

	Stokastik BCC VZA	BCC VZA
KVB1	1.087	1.087
KVB2	1.000	1.000
KVB3	1.487	1.487
KVB4	1.000	1.000
KVB5	1.000	1.000
KVB6	1.000	1.000
KVB7	1.000	1.000
KVB8	1.000	1.000
KVB9	1.846	1.846
KVB10	1.000	1.000
KVB11	1.000	1.000
KVB12	1.000	1.000
KVB13	1.000	1.000
KVB14	1.246	1.246

KVB15	1.000	1.000
KVB16	1.000	1.000
KVB17	1.000	1.000
KVB18	1.000	1.000
KVB19	1.000	1.000
KVB20	2.031	2.031
KVB21	1.000	1.000

5. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS)

Stokastik programlama, stokastik verileri içeren optimizasyon problemlerinin modellenmesi ve çözümü için bir yaklaşımdır. Şans kısıtlı programlama yaklaşımı, stokastik programlamanın en önemli yöntemlerinden biridir. Şans kısıtlı stokastik VZA modelleri, klasik VZA modellerine göre, daha esnek bir etkinlik sınırı yaratır, çünkü girdilerin ve/veya çıktıların rastgele belirlendiği varsayımına dayanır.

Çalışmada, doğrusal olmayan stokastik BCC modellerinin deterministik eşitleri, verilerdeki gürültü dikkate alınarak simetrik hata yapısıyla doğrusal modellere dönüştürülmüştür.

BCC modeli, KVB'lerin etkinlik-üretim sınırına göre saf teknik etkinliğini tahmin etmek için kullanılır. Bu nedenle, BCC sonuçları ile teknik etkinlik skorları elde edilir. Bu çalışmada verilerin belirsizliği göz önüne alınarak, dağıtım şirketlerinin yerelde teknik etkinliği araştırılıp, şans kısıtlı stokastik BCC girdi ve çıktı odaklı yöntemle elde edilen sonuçlarla, hata oranı yüzde elliden fazla iken stokastik verimliliğin olumsuz olabileceği gösterilmiştir. Ayrıca, her KVB'nin verimliliği, azalan hata seviyesi için artmıştır. KVB 1,3,9,14,20 sonuçlara göre, verimsiz iken diğer KVB'ler daimi verimli çıkmışlardır. Bir KVB, en düşük hata seviyesinde etkin değilse, KVB daimi verimsiz olacaktır. Bununla birlikte, bir hata seviyesindeki verimli birimler, diğer hata seviyelerinde verimsiz olabilir. Bu sonuçlar, stokastik verimliliği değerlendirmek için hata seviyesine daha fazla dikkat edilmesi gerektiğini vurgular. Sonuç olarak; deterministik BCC girdi ve çıktı odaklı verimlilik değerleri ile stokastik BCC girdi ve çıktı odaklı verimlilik değerleri literatürde yer aldığı ve diğer çalışmalarda gösterildiği gibi tutarlılık göstermiş olup, stokastik modelden beklenen verimlilik değerlerindeki artış çalışma ile sağlanmıştır.

Analizler sonucunda ve kullanılan girdi ve çıktı parametrelerine göre, refah düzeyi yüksek bölgelerde yer alan dağıtım şirketlerinin, refah düzeyi düşük bölgelerde yer alan dağıtım şirketlerine göre, kaynaklarını daha etkin kullandıkları ve maliyetlerini daha iyi yönettikleri görülmektedir. Etkinlik düzeyi düşük olan dağıtım şirketlerinin modellerde kullanılan girdileri ve çıktıları göz önüne alınırsa, müşteri sayısı ve dağıtılan enerji miktarı düşüklüğü etkisizlik nedeni olarak görünmekle birlikte, bu parametre değerlerinin artırılması ile etkin olmama durumlarının giderileceği söylenebilir.

Şans kısıtlı stokastik BCC yöntemleriyle elde edilen sonuçlara göre, stokastik etkinliğin yüzde elliden fazla hata oranıyla sapabileceği gösterilmiştir. Bir KVB en düşük hata seviyesinde etkin değilse, KVB kalıcı olarak etkin değildir. Bununla birlikte, bir hata seviyesindeki etkin birimler, diğer hata seviyelerinde etkin olmayabilir. Bu sonuçlar, stokastik etkinliği değerlendirmek için hata seviyelerine daha fazla dikkat edilmesi gerektiğini göstermektedir. Sonuç olarak, BCC teknik etkinlik sonuçları arasında önemli bir fark olmadığı için, Türkiye'nin elektrik dağıtım şirketlerinin ölçekte etkili olduğunu söyleyebiliriz.

Çalışmada yer alan ve elektrik dağıtım şirketlerinin performans ölçümleri için kullanılan, simetrik hata yapısındaki stokastik BCC etkinlik bulguları literatürde yapılan çalışmalar ile tutarlılık göstermektedir. Deterministik modellere kıyasla, stokastik modellerden beklenen etkinlik değerlerinde kıyaslama çalışma tarafından sağlanmıştır. Bu çalışma bize verilerdeki belirsizlikleri, gürültüyü ve rassal değişkenleri de dikkate alan stokastik modellerin, enerjide karar verme birimlerinin veya kamu hizmetlerinin performansının ölçülmesinde kullanılabileceğini göstermektedir. Gelecek çalışmalarda, enerjide karar verme birimleri etkinliği için diğer VZA modellerinde rassal değişkenlerin ve simetrik hata yapısının modellere uygulanması önerilebilir. Ayrıca girdi ve çıktı parametre değerlerindeki değişimlerin modellemeye etkisi incelenebilir.

ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Azadeh,A., Motevali, Haghghi, S., Zarrin, M., Khaefi, S.,. Performance evaluation of Iranian electricity distribution units by using stochastic data envelopment analysis. *Electrical Power and Energy Systems* 73: 919–931, (2015).
- [2] Jamasb, T., Pollitt, M.,. Benchmarking and Regulation: *International Electricity Experience. Utilities Policy*, 9: 107–130,(2001).
- [3] Farrell MJ.,. The measurement of productive efficiency. *J R Stat Soc Ser A. Gen*, 120: 253-90, (1957).
- [4] Charnes, A., Cooper, W. W.,. Chance-Constrained Programming. *Management Science*, 6(1): 73-79, (1959).
- [5] Charnes, A., Cooper, WW., Rhodes, E.,. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2: 429-444, (1978).
- [6] Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W.,. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30: 1078– 1092, (1984).
- [7] Behzadi, MH., Mirbolouki, M., . Symmetric Error Structure in Stochastic DEA. *Int. J. Industrial Mathematics* 4: 335-343,(2012).
- [8] Mirbolouki, M., Behzadi, MH., Korzaledin, M.,. Multiplier ,models in stochastic DEA. *Data Envelopment Analysis and Decision Science*, Article ID: dea-00044,(2014).
- [9] Brazdik, F.,. Stochastic Data Envelopment Analysis: Oriented and Linearized Models. Joint workplace of the Center for Economic Research and Graduate Education, Charles University, Prague, and the Economics Institute of the Academy of Sciences of the Czech Republic,(2004).
- [10] Land, C. K., Lovell, C. A. K.,Thore, S.,. Productive Efficiency under Capitalism and State Socialism: An Empirical Inquiry Using Chance-Constrained Data Envelopment Analysis. *Technological Forecast Social Change*, 46: 139-152, (1994).
- [11] Land, C. K., Lovell, C. A. K., Thore, S.,. Chance-Constrained Data Envelopment Analysis. *Managerial and Decision Economics*, 14: 541-554, (1993).
- [12] Demireli E., Özdemir A. Y., Seçilmiş Avrupa Ülkelerinde Makroekonomik Performans Ölçümü: Şans Kısıtlı Veri Zarflama Analizi İle Bir Uygulama, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 37: (2013)
- [13] Cooper, WW., Deng, H., Huang, Z., Li, SX.,. Chance constrained programming approaches to congestion in stochastic data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 155: 487-501,(2004).
- [14] Sengupta, JK.,. Efficiency analysis by stochastic data envelopment analysis. *Applied Economics Letters* 7: 379-383,(2002).

- [15] Huang, Z., Li, SX.. Stochastic DEA models with different types of input-output disturbances. *Journal of Productivity Analysis* 15: 95-113,(2001).
- [16] Olesen, OB.. Comparing and Combining Two Approaches for Chance Constrained DEA. Discussion paper, The University of Southern Denmark,(2002).
- [17] Khodabakhshi, M.. An Output Oriented Super-Efficiency Measure in Stochastic Data Envelopment Analysis: Considering Iranian Electricity Distribution Companies. *Computers & Industrial Engineering* 58: 663–671,(2010).
- [18] Khodabakhshi, M., Asgharian, M.. An input relaxation measure of efficiency in stochastic data envelopment analysis. *Applied Mathematical Modelling* 33: 2010-2023,(2008).
- [19] Khodabakhshi, M., Kheirollahi, H.. Measuring technical efficiency of Iranian electricity distribution units with stochastic data envelopment analysis. *Iranian Conference on Applied Mathematical Modelling*, (2010).
- [20] Jahanshahloo, GR., Behzadi, MH., Mirbolouki, M.. Ranking Stochastic Efficient DMUs based on Reliability. *International Journal of Industrial Mathematics* 2: 263-270,(2010).
- [21] Omrani, H., Azadeh, A., Ghaderi, SF., Abdollahzadeh, S.. A Consistent Approach for Performance Measurement Of Electricity Distribution Companies. *Int J Energy Sect Manage* 4: 399–416,(2010).
- [22] Azadeh, A., Ghaderi, SF., Omrani, H., Eivazy, H.. An integrated DEA–COLS–SFA algorithm for optimization and policy making of electricity distribution units. *Energy Policy* 37: 2605–2618,(2009).
- [23] Mullarkey, S., Caulfield, B., McCormack, S., Basu, B.. A framework for establishing the technical efficiency of Electricity Distribution Counties (EDCs) using Data Envelopment Analysis. *Energy Conversion and Management*, 94: 112-123,(2015).
- [24] Gouveia, M.C., Dias, L.C., Antunes, C.H., Boucinha, J., Inácio, C.F.. Benchmarking of maintenance and outage repair in an electricity distribution company using the value-based DEA method. *Omega*, 53: 104-114, (2015).
- [25] Arcos-Vargas, A., Núñez-Hernández, F., Villa-Caro G.. A DEA analysis of electricity distribution in Spain: An industrial policy recommendation. *Energy Policy*, 102: 583–592, (2017).
- [26] Talluri, S., Narasimhan, R., Nair, A.. Vendor performance with supply risk: a chance-constrained DEA approach. *International Journal of Production Economics* 100(2): 212–222, (2006).
- [27] Sueyoshi, T.. Stochastic DEA for restructure strategy: an application to a Japanese petroleum company. *Omega* 28: 385–398,(2000).
- [28] Sadjadi, SJ., Omrani, H., Makui, A., Shahanaghi, K.. An interactive robust data envelopment analysis model for determining alternative targets in Iranian electricity distribution companies. *Expert Syst Appl* 38: 9830–9839,(2011).
- [29] Sadjadi, S.J., Omrani, H.. Data Envelopment Analysis With Uncertain Data: An Application For Iranian Electricity Distribution Companies. *Energy Policy* 36: 4247–4254.
- [30] Gstach, D., 1998. Another approach to data envelopment analysis in noisy environments: DEA+. *Journal of Productivity Analysis* 9: 161-176, (2008).
- [31] Brockett PL , Golany B.. Using Rank Statistics for Determining Programmatic Efficiency Differences in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 42(3): 466-472, (1996).
- [32] Omrani, H., Beiragh, R.G., Kaleibari, S.S.. Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. *Electrical Power and Energy Systems*, 64: 617-625,(2015).

- [33] Jacobs, R., "Alternative Methods to Examine Hospital Efficiency: Data Envelopment Analysis And Stochastic Frontier Analysis", *Health Care Management Science*, 4(2): 2, 103-115, (2001).