İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi
Istanbul University Journal of the School of Business Administration
Cilt/Vol:39, Sayı/No:2, 2010, 359-369
ISSN: 1303-1732 – www.ifdergisi.org

Portföy optimizasyonunda SVFM ile bulanık doğrusal olmayan model yaklaşımı

Ozan Kocadağlı [1]
İstatistik Bölümü,
Fen-Edebiyat Fakültesi
Mimar Sinan G.S. Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

Nalan Cinemre [2]
İstatistik Bölümü,
Fen-Edebiyat Fakültesi
Mimar Sinan G.S. Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

Özet

Hisse senedi piyasalarında doğru yatırım kararları alabilmek için göz önünde bulundurulması gereken en önemli iki faktör getiri ve risktir. Bu ikiliye ait bilgi açık ve kesin olmadığından, portföy optimizasyonunda kullanılan deterministik ve stokastik modeller yatırım kararları için yeterli olmamaktadır. Bu çalışmada, getiri ve risk için geliştirilen üyelik fonksiyonları yardımıyla "Bulanık Doğrusal Olmayan Portföy Modeli" geliştirilmiştir. Bu modelin kurulmasında ilk olarak, Konno ve Yamazaki'nin deterministik portföy modeli temel alınmıştır. İkinci aşama olarak, Konno ve Yamazaki'nin modelinin beklenen getiri kısıtı bulanıklaştırılmıştır. Beklenen getirinin bulanık olmasından dolayı riski ifade eden amaç fonksiyonu değerleri de bulanık sayı olarak kabul edilmiş ve böylece bulanık amaç ve kaynaklı doğrusal olmayan portföy modeli oluşturulmuştur. Ayrıca, önerilen modelin pazarın trendini de göz önünde bulundurması için, "Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli (SVMF)" ile uyumlu bir beta üyelik fonksiyonu oluşturulmuş ve bu fonksiyon yardımıyla modele, pazarın hassasiyetini içeren bir kısıt eklenmiştir. Uygulama kısmında, İMKB30 da işlem gören hisse senetlerinin kapanış değerleri kullanılarak, önerilen modelin performansı Markowitz ve Konno–Yamazaki modellerinin performanslarıyla karşılaştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: *Bulanık matematiksel programlama, doğrusal olmayan programlama, bulanık portföy optimizasyonu, Konno-Yamazaki portföy modeli, beta katsayısı, SVFM.*

A fuzzy nonlinear model approach with CAPM for portfolio optimization

Abstract

In the stocks markets, main factors which have to be considered to make accurate investment decisions are return and risk. Since the knowledge related this couple is not certain and precise, deterministic and stochastic models used in portfolio optimization are not sufficient for investment decisions. In this study, a new fuzzy nonlinear portfolio model is proposed by means of membership functions developed for return and risk. In construction of the mentioned model, Konno and Yamazaki's model is taken as reference model. As a second stage, expected return of this model is assumed to be fuzzy. Since the expected return is taken as fuzzy, the values of objective function which denote risk can also be accepted as fuzzy. For this reason the nonlinear programming model with fuzzy source and objective is constituted. Besides, in order to consider stocks market trend, the constraint, which includes sensitivity of market, is added in this model by means of membership function of portfolio beta that is consistent with Capital Asset Pricing Model (CAPM). In application part, using the closure data of stocks operated in

[1] *ozankocadagli@msgsu.edu.tr (O. Kocadağlı)*

[2] *cinemre@msgsu.edu.tr (N. Cinemre)*

ISE30 index, the performance of the proposed model is compared with ones of Markowitz and Konno-Yamazaki model.

Keywords: *Fuzzy mathematical programming, nonlinear programming, fuzzy portfolio optimization, Konno-Yamazaki portfolio model, beta coeffecient, CAPM.*

1. Giriş

Getirinin beklenen düzeyden farklı olmasına finans dalında risk denir. *Bir finansal varlığın getirisinin belirlenmesi genellikle sorun yaratmazken, riskinin değerlendirilmesi her biri farklı bir şekilde tanımlanan ve yorumlanan toplam riskin bileşenlerini oluşturulan sistematik ve sistematik olmayan riskin ölçülmesini gerektirir [1]*. Birden fazla finansal varlığa yatırım yapıldığında, yatırımın beklenen getiri yatırımı oluşturan finansal varlıkların beklenen getirilerinin toplamına eşittir. Ancak portföyün riski, finansal varlıkların getirileri arasındaki kovaryansa bağımlı olarak, finansal varlıkların risklerinin ağırlıklı ortalamasından farklı olabilmektedir. *Markowitz'e göre tek bir varlığın ya da bir portföyün etkin olabilmesi için, aynı risk düzeyinde başka hiç bir varlığın ya da portföyün daha yüksek getiri sağlamaması veya aynı getiri düzeyinde hiçbir varlığın ya da portföyün daha düşük riske sahip olmaması gerekir* [2].

Portföy oluşturmada başvurulan ve geleceği tahmin etme ilkesine dayanan klasik regresyon analizi ve trend analizi gibi teknikler, kullandıkları geçmiş dönem verilerinin istikrarsız olmasının yanında bu verilerin birçok makro (sistematik) ve mikro (sistematik olmayan) faktörün etkisi altında olmalarından ve bu faktörlerin tam olarak modele yansıtılamamasından dolayı eleştiri almaktadır [3, 4]. Bu nedenle, tek bir menkul kıymet yerine, portföy oluşturularak portföydeki her bir menkul kıymetin sahip olduğu riskler toplamından daha küçük bir risk elde edilmesi daha gerçekçi bir yaklaşımdır.

Bilindiği gibi Markowitz (1959)'in L_2 risk modeli, günümüzde geçerliliğini yitirmiş olsa da portföy seçimi için geliştirilen birçok model için referans olmuştur. *Markowitz'in modelinin günümüzde geçerliliğini yitirmesinin sebebi, kısa bir zaman aralığında incelenen hisselerin getirilerinin çoklu normal dağılmaması ve yatırımcıların risk algısının ortalama etrafında simetrik olmamasıdır* [5]. Dolayısıyla, günümüzde önerilen stokastik modellerin normal dağılım varsayımı ve verileri herhangi bir dağılıma uymaya zorlanması eleştiri almaktadır. Bu nedenle, stokastik problemlere alternatif olması bakımından ortalamadan mutlak sapmayı minimize etmeyi amaçlayan deterministik L_1 risk modelleri ön plana çıkmaktadır. *Ancak, özellikle bilginin açık veya kesin olmamasından kaynaklanan belirsizlik durumlarında, deterministik matematiksel modeller de yetersiz kalmaktadır. Bu tür durumlarda, olasılık teorisi üstün bir yaklaşım gibi görünse de tüm belirsizlikler rasgeleliğin beklenen özelliklerini taşımaz* [6]. *Ayrıca, analizlerin maliyeti ve/veya yapılma süresi gibi kısıtlar göz önünde bulundurulursa, karar alıcı bir olayın rasgeleliğini ifade etmek için tekrar tekrar deneyleri gözleme lüksüne de sahip değildir* [7]. Bulanık kümeler teorisi; belirsizlik kaynağı, sınıf üyeliklerinin tam olarak belirlenemediği durumlarda sözel ve sayısal bilgiyi kullanarak insan aklına en yakın modelin kurulmasına imkan vermektedir. Bu nedenle, karar vericiler kesin katsayı ve kaynaklara sahip doğrusal veya doğrusal olmayan bir modelin katsayılarının ve/veya kaynaklarının tümünü veya bir kısmını bulanık/kesin olmayan olarak ele alabilir. Nitekim son yıllarda portföy seçimine ilişkin birçok modelin bulanık formu önerilmiştir. Önerilen modeller, gerek amaç fonksiyonunun yapısı, gerek kısıtlar yönünden farklılık gösterdiği gibi modeli bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları bakımından da çeşitlilik göstermektedir. Örneğin Fang, Lai ve Wang (2005), Vasant (2005), Bozdağ ve Türe (2007), Kocadağlı (2008), Zarandi ve Yazdi (2008) yaptıkları çalışmalarda beklenen getiri ve risk için doğrusal olmayan; Kocadağlı (2006), Roy ve Mazumder (2007), Ertuğrul ve Pelitli (2008) ise beklenen getiri ve risk için doğrusal üyelik fonksiyonları kullanmışlardır. Bu çalışmada, beklenen getiri ve risk için doğusal olmayan üyelik fonksiyonlarının tercih edilmesinin yanında, bu konuyla ilgili diğer çalışmalardan farklı olarak riskin üyelik fonksiyonu kullanılan veriye bağlı olarak tasarlanmıştır. Risksiz bir portföy için hisse senetlerinin ilgili dönemdeki volatilitelerinin göz önünde bulundurulmasının yanında, pazarın ilgili dönemdeki trendini de hesaba katacak bir kısıt da portföy betalarının üyelik fonksiyonu yardımıyla modele eklenmiştir. Ayrıca çözüm için elde edilen memnuniyet seviyesi karar verici yerine, riskin, getirinin ve portföy betasının üyelik fonksiyonları tarafından belirlenmektedir.

2. Konno – Yamazaki Doğrusal Programlama Modeli

Bu çalışmada geliştirilen model için Hiroshi Konno ve Hiroaki Yamazaki'nin (1991) Markowitz'in modeline alternatif olarak önerdiği Doğrusal Programlama modeli temel alınmıştır. Bu model aşağıdaki gibidir [4, 5]:

Amaç fonksiyonu: $$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^{T} y_t / T \tag{1}$$

Kısıtlar:

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T \tag{2}$$

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \tag{5}$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad y_t \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{6}$$

Burada, (2) ve (3) ile gösterilen kısıtlar, $y_t - \sum_{j=1}^{n} |a_{tj}| x_j \geq 0$ eşitsizliğindeki mutlak değerin sonucudur. Ayrıca, T = incelenen dönem sayısı; t = incelenen herhangi bir dönem; ρ = beklenen getiri oranı; r_j = j. hisse senedinin T dönemdeki beklenen getiri oranı; r_{tj} = j. senedin t. dönemde gerçekleşen getiri oranı; x_j = j. hisse senedinin toplam yatırım içindeki payı; u_j = j. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı; M_0 = toplam yatırım miktarı; y_t = yardımcı değişken ve $a_{tj} = r_{tj} - r_j$, j. hisse senedinin t. dönemde gerçekleşen getiri oranı ve beklenen getiri oranı (ortalama getiri) arasındaki farktır. Bu fark, ortalamadan sapmadır ve riski ifade eder. Modeldeki amaç fonksiyonu, beklenen getiriden sapma olarak ifade edilen riski minimize etmek için kullanılmaktadır. Belirli bir getiri seviyesinde (ρM_0), y_t yardımcı değişkenlerinin minimize edilmesiyle, riski ifade eden a_{tj}'lerin de ilgili kısıtlar yardımıyla minimize edileceği yukarıdaki modelden kolayca görülebilir.

3. Bulanık Matematiksel Programlama Yaklaşımı

Konno–Yamazaki portföy modeli, beklenen bir getiri seviyesinde ortalama getirisinden (r_j) sapması en küçük hisse senetlerini belirlemede etkin bir yöntemdir ve sadece belirli bir getiri seviyesindeki anı fotoğraflamaktadır. Ancak bu model, karar vericilere farklı getiri ve risk kombinasyonlarında nasıl bir portföy oluşturulabileceği hakkında herhangi bir bilgi vermemektedir. Riske karşı kayıtsız olan yatırımcılar riskle pek ilgilenmeyip yatırım kararlarını sadece beklenen getiriye göre aldıklarından bu tür yatırımlar için Konno – Yamazaki portföy modeli farklı getiri seviyelerinde çözülerek de sonuca gidebilir. Ancak, beklenen getiri sayısal olarak bir süreklilik arz ettiğinden karar verici için belirsizlik içermektedir. Örneğin % 3 ve % 4'lük beklenen getiri seviyeleri arasında hisse senedi sayısına bağlı olarak birçok risk seviyesi olabilir. Ayrıca, riskten kaçan ve riski seven yatırımcılar için risk ve getiri arasında bir tercih söz konusudur. Bu bağlamda, beklenen getirideki artıma bağlı olarak katlanılabilecek risk düzeyinden daha yüksek bir risk alınabilir veya çok düşük bir riskle makul bir getiri beklenebilir.

Görüldüğü gibi getiri ve risk faktörleri, yatırımcılar tarafından kesin ve doğru bir şekilde değerlendirilmelidir. Bu nedenle, bu çalışmada getiri ve riskin bulanık olduğu göz önünde bulundurularak, getiri ve risk için oluşturulan üyelik fonksiyonları ve bulanık matematiksel programlamada kullanılan yaklaşımlar yardımıyla maksimum getiri ve minimum risk altında etkin bir portföy oluşturulmaya çalışılmıştır.

Konno – Yamazaki modelinde, (4) ile açıklanan eşitsizliğin sağ taraf sabiti olan beklenen getiri oranının (ρ) bulanık olduğu varsayılırsa, Konno – Yamazaki doğrusal programlama modeli, bulanık kaynaklı bir modele dönüşür [4, 8]. Beklenen getirinin artması yatırımcıların memnuniyetini arttıracağından beklenen getirinin üyelik fonksiyonu bu tutum göz önünde bulundurularak oluşturulabilir. Ayrıca,*"insan algısıyla fiziksel birimler arasında üstel bir ilişki söz konusu olduğundan"* [9], getirinin üyelik fonksiyonu Zimmerman ve Zysno'nun uzaklık fonksiyonundan esinlenerek aşağıdaki gibi tasarlanmıştır (bkz. Şekil 1):

$$\mu_\rho(x) = 1 / 1 + [\exp(- c_{sbt} [\sum_{j=1}^{n} r_{j_{max}} x_j - \rho M_0])] \qquad (7)$$

Burada $r_{j_{max}}$, j. hisse senedinin T dönemdeki maksimum getiri seviyesini, c_{sbt} ise düzleştirme parametresini ifade etmektedir. Üyelik fonksiyonunda $r_{j_{max}}$'ların kullanılmasının sebebi karar vericilerin yüksek getirili senetlere olan ilgilerinin yüksek olmasıdır. Beklenen getirinin bulanık olduğu varsayıldığından, Konno - Yamazaki'nin beklenen getiri kısıtının bulanık biçimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir [4],[8]:

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \tilde{\rho} M_0 \qquad (8)$$

Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeline (SVFM) göre, bir hisse senedinin riskini sistematik ve sistematik olmayan risk olarak ifade etmek mümkündür. Burada sistematik risk, hisse senedinin fiyatı ile pazar fiyatı arasındaki korelasyonun büyüklüğünü gösteren beta katsayısı ile tanımlanır [10]. Buna göre pazarın betası "1" olarak kabul edilirse, artan pazarlarda bir portföyün betasının "1"den büyük olması portföyün pazardan daha fazla getiri sağlayacağı, azalan pazarlarda ise daha fazla kaybettireceği anlamına gelmektedir. Pazarın betasının "1"den küçük olması ise yukarıdaki durumun tam tersini ifade etmektedir. Portföyün "1"e eşit olması ise, portföyün pazarla aynı yönde hareket edeceğini göstermektedir. Ancak SVMF modeline göre beklenen getiri ile sistematik risk arasında pozitif bir korelasyon söz konusu olduğundan, portföy betasının "1"den büyük olması riski arttırmaktadır. Tersine, artan bir pazarda portföy betasının "1"den küçük olması ise daha az risk ve pazardan daha az bir getiri anlamı taşımaktadır. Negatif beta değerleri ise portföyün pazarla ters yönde hareket ettiğinin bir göstergesi kabul edilmektedir. Bu çeşit belirsizlik ortamlarında, beta katsayısı için oluşturulucak üyelik fonksiyonu, beklenen getiri ve riskin üyelik fonksiyonları ile birlikte en iyi portföyün belirlenmesine yardımcı olacaktır. Aşağıda, üyelik fonksiyonları oluşturulurken göz önünde bulundurulması gereken durumlar özetlenmiştir:

- Pazarda artış eğilimi var ve dalgalanmalar az ise, portföy betası için üyelik fonksiyonunun en iyi değeri "1"den büyük bir değer etrafında olacak şekilde,

- Pazarda artış eğilimi var ve dalgalanmalar mevcut ise portföy betası için üyelik fonksiyonunun en iyi değeri "1" olacak şekilde,

- Pazarda düşüş eğilimi var ise portföy betası için üyelik fonksiyonunun en iyi değeri negatif bir değer etrafında olacak şekilde tasarlanabilir.

Bu çalışmada baz alınanan dönemde pazarın artış eğiliminde olduğu gözlenmiş ve hisse senetlerinin betalarının "1"den düşük olduğu saptanmıştır. Betaların "1"den düşük olması, artan bir pazarda oluşturulacak portföyün daha az getiri sağlayacağı anlamına geldiğinden, üyelik fonksiyonu en iyi değeri "1" olarak belirlenmiş ve ilgili üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$\mu_\beta(x) = [\exp(c_{sbt} [\sum_{j=1}^{n} 0{,}01*\beta_j\, x_j - 1])^2]^{-1} \tag{9}$$

Verdegay'a göre bulanık kaynaklı modeller aşağıdaki modele denktir [9]:

<u>Verdegay'ın modeli</u>:

Min Z

Öyle ki;

$$x \in X_\alpha$$

Burada X_α, $\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere α - kesim kümesidir:

$$X_\alpha = \{x \mid \forall i,\ \mu_i \geq \alpha,\ x \geq 0\} \tag{10}$$

Sırasıyla (7) ve (9) eşitliği ile verilen beklenen getirinin ve potföy betasının üyelik fonksiyonları, Verdagay'ın modelindeki X_α'da yerine konulursa, aşağıdaki eşitsizlikler elde edilir:

$$1 / 1 + [\exp(-c_{sbt}\ [\sum_{j=1}^{n} r_{j_{max}} x_j - \rho M_0]\,)] \geq \alpha \tag{10}$$

$$[\exp(c_{sbt} [\sum_{j=1}^{n} 0{,}01*\beta_j\, x_j - 1])]^{-1} \geq \alpha \tag{11}$$

(10) eşitsizliğinden dolayı Verdegay'ın bulanık kaynaklı modeli, parametrik bir modeldir. Böylece, bu varsayımdan Konno-Yamazaki'nin deterministik modeli, doğrusal olmayan parametrik bir modele dönüşür [4, 8]:

Model 1:

Amaç fonksiyonu: Min Z = $\sum_{t=1}^{T} y_t / T$ (12)

Kısıtlar: $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ t = 1, 2, …, T (13)

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T \qquad (14)$$

$$1 / 1 + [\exp(-c_{sbt} \; [\sum_{j=1}^{n} r_{j_{max}} x_j - \rho M_0]))] \geq \alpha \qquad (15)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \qquad (16)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad y_t \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \qquad (17)$$

Bu model $\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere, beklenen getirinin α memnuniyet seviyeleri göz önüne alınarak çözülebilir ve α'nın belirli bir değeri için hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği bulunabilir. Ancak, giriş bölümünde bahsedildiği gibi amaç, çeşitli getiri ve risk kombinasyonları arasından bir optimum çözüme ulaşmak olduğundan, bu model yeterli değildir. Werner, bulanık kaynaklar ve bulanık eşitsizlik kısıtlarından dolayı Model 1'in amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini ileri sürmüştür. Bunun için Model 1, sırasıyla $\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ (ya da sırasıyla en küçük ve en büyük α^*) için çözülerek minimum Z^0 ve Z^1 amaç fonksiyonu değerleri elde edilir. Beklenen getiri değeri arttırıldığında risk değerleri de artacağından $Z^1 > Z^0$ olur. Yatırımcılar riske karşı duyarlı olduğundan, risk arttığında memnuniyetleri azalacaktır. Bunun için amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu, Z^0 ve Z^1 değerlerinin kullanılmasıyla doğrusal olmayan monoton azalan bir üyelik fonksiyonu olarak tasarlanmıştır (bkz. Şekil 2):

$$\mu_Z(x) = 1/\exp[c_{sbt}(Z - Z^0)]^2], \qquad Z^0 \leq Z \leq Z^1 \qquad (18)$$

Beklenen getirinin (μ_ρ), portföy betasının (μ_β) ve amacın (μ_Z) üyelik fonksiyonları yardımıyla optimal bir çözüm elde etmek için Bellman ve Zadeh'in max-min operatörü kullanılabilir. Şöyle ki [4, 8],

$$\text{“}max_{x\geq 0}\, \alpha, \; \alpha = min[\, \mu_Z(x), \mu_\rho(x), \mu_\beta(x)]\text{”} \qquad (19)$$

olmak üzere, max - min operatörünün kullanılmasıyla problem çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşür [11]:

$$\max_{x\geq 0} \min \; [\, \mu_Z(x), \mu_\rho\, (x), \mu_\beta(x)] \qquad (20)$$

(20) ifadesi de aşağıdaki probleme denktir [9]:

Werners'in modeli:

Maks. α

$$\mu_Z(x) \geq \alpha, \quad \mu_\rho(x) \geq \alpha, \quad \mu_\beta(x) \geq \alpha \quad \alpha \in [0, 1], x \geq 0$$

Üyelik fonksiyonlarının Werners'in modeline yerleştirilmesiyle, aşağıdaki bulanık amaç ve bulanık kaynaklı doğrusal olmayan programlama modeli elde edilir:

Model 2:

$$\text{Maks.} \quad \alpha \tag{21}$$

$$1/\exp\,[(c_{sbt}[\sum_{t=1}^{T} y_t / T - Z^0]^2 \geq \alpha, \tag{22}$$

$$1/1+\exp(-c_{sbt}[\sum_{j=1}^{n} r_{j_{max}} x_j - \rho M_0]) \geq \alpha \tag{23}$$

$$[\exp(c_{sbt}[\sum_{j=1}^{n} 0{,}01 * \beta_j x_j - 1])^2]^{-1} \geq \alpha \tag{24}$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0, \qquad y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T \tag{25}$$

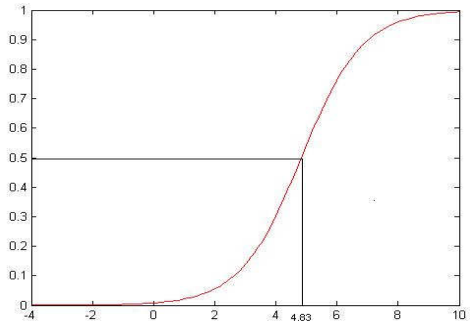
$$Z^0 \leq \sum_{t=1}^{T} y_t / T \leq Z^1 \tag{26}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0, \quad 0 \leq x_j \leq u_j, \quad y_t \geq 0, \quad \alpha \in [0, 1] \tag{27}$$

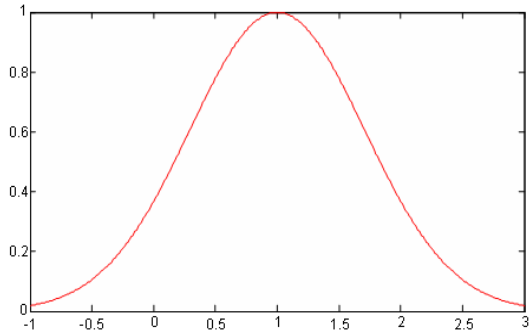
Bu model yardımıyla karar vericiler, (22)-(24) eşitsizliklerinde kullanılan üyelik fonksiyonları yardımıyla hem risk hem de getiri düzeylerini eş anlı değerlendirerek optimal bir çözüme ulaşabilirler. Böylece, α^* optimal memnuniyet seviyesi, kullanılan üyelik fonksiyonları yardımıyla belirlendiği gibi, risk ve beklenen getiri arasındaki denge hisse senedi verilerine bağlı olarak da sağlanmaktadır.

4. Uygulama

Bu çalışmada, İMKB30 da Nisan 2008'de işlem gören 30 hisse senedinin 42 seanstaki kapanış değerleri kullanılarak, bulanık doğrusal olmayan matematiksel programlama yaklaşımıyla en iyi portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Bunun için hisse senetlerinin artış yüzdeleri bulunmuş ve her bir hisse senedinin beklenen getirisi hesaplanmıştır. (7)'deki üyelik fonksiyonunun parametreleri c_{sbt} = 1, M_0 = 100, beklenen getiri oranı olarak hisse senetlerinin en yüksek getiri oranlarının ortalaması (% 4,83) ve en yüksek getiriler ($r_{j_{max}}$) göz önünde bulundurularak beklenen getirinin üyelik fonksiyonu Şekil 1'deki gibi oluşturulmuştur. Portföy betasının üyelik fonksiyonu, c_{sbt} = 1 için Şekil 2'deki gibi oluşturulmuştur.

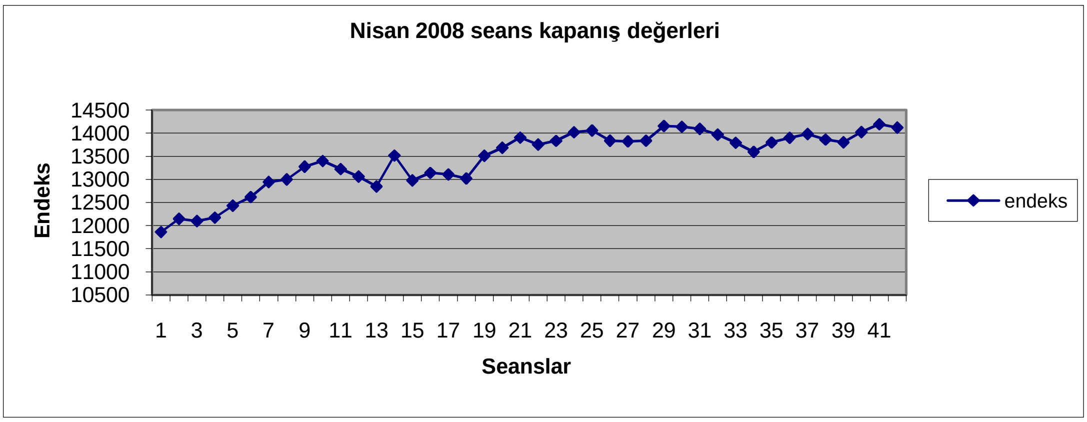


Şekil 1 Getirinin Üyelik Fonksiyonu



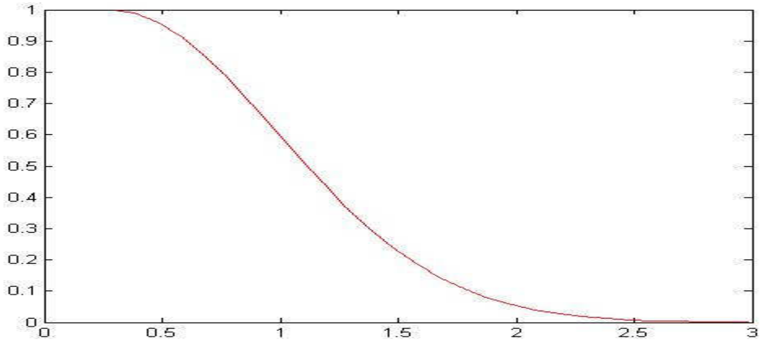
Şekil 2 Portföy Betasının Üyelik Fonksiyonu

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonunun oluşturulmasında kullanılan beklenen getiri seviyesi, İMKB30 endeksinin trendinin gözönünde bulundurulması ile en yüksek getirilerin ortalaması olarak alınmıştır. Bu değer tutucu bir yatırımcı için en küçük getirilerin ortalaması, makul bir yatırımcı için de tüm getirilerin ortalaması olarak alınabilir. Şekil 3'de İMKB 30 endeksinin ilgili dönemdeki trendi görülmektedir. Portföy betasının üyelik fonksiyonu da yukarıdaki beta değeri ile ilgili açıklamalar dikkate alınarak oluşturulmuştur.



Şekil 3 Nisan 2008 İMKB 30 Endeksi

Getirinin üyelik fonksiyonunun Model 1 de kullanılması ve sırasıyla $\alpha = 0$ ve $\alpha = 0,99$ alınarak minimize edilen risk değerleri $Z^0 = 0,28$ ve $Z^1 = 1,16$ olarak bulunmuştur. Bu değerler (18)'deki fonksiyonda yerine konularak ve $c_{sbt} = 1$ alınarak amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu Şekil 4'deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4 Riskin (Amaç Fonksiyonun) Üyelik Fonksiyonu

Son olarak gerekli değerler Model 2'de yerine konularak optimal $\alpha^* = 0,53$ seviyesinde yatırım yapılması gereken hisse senetleri ve bunların yatırım oranları Tablo 1'deki gibi bulunmuştur. Ayrıca, portföyün beklenen getirisi %4,93; riske karşılık gelen amaç fonksiyonu değeri ise 0,60 olarak elde edilmiştir. Bulunan sonuçların tutarlılığı açısından %4,93 getiri seviyesinde ($\rho = 4,93$) en iyi çözüm, Konno–Yamazaki ve Markowitz modeli ile araştırılmış, ilgili modellerin belirledikleri portföylerin riski ifade eden standart sapmaları ve beta değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 1 Model 2'nin Belirlediği Yatırım Payları (%)

AKBNK	AKGRT	ARCLK	ASYAB	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN	HALKB
15,90	0,00	0,00	16,31	0,00	0,00	15,94	0,00	0,00	0,00
HURGZ	**IHLAS**	**ISCTR**	**ISGYO**	**KCHOL**	**KRDMD**	**MIGRS**	**PETKM**	**PTOFS**	**SAHOL**
0,00	9,24	0,00	0,00	0,00	0,00	20,19	0,00	0,00	0,00
SISE	**SKBNK**	**TCELL**	**THYAO**	**TKFEN**	**TSKB**	**TUPRS**	**ULKER**	**VAKBN**	**YKBNK**
0,00	0,00	0,08	6,79	15,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tablo 1'den yatırım yapılması gereken hisse senetleri ve yatırım payları (%) görülmektedir. Burada, sekiz hisse senedine belirtilen oranlarda yatırım yapıldığında Model 2'nin amaç fonksiyonuna göre 0,60 lık bir risk düzeyinde %4,93 lük bir getiri elde edilebileceği söylenebilir.

Tablo 2 Modellerin Karşılaştırılması

Model / Portföy	Standart Sapma	Beta
Model 2	7,05678E-05	0,19757
Konno – Yamazaki	5,09116E-05	0,03958
Markowitz	3,94899E-05	0,04212

Tablo 2'de analizde kullanılan modellerin belirledikleri porföylerin standart sapmaları ve beta katsayıları verilmiştir. Tablo 2'den, "4,93"lük bir beklenen getiri düzeyinde Markowitz'in modelinin en düşük standart sapmalı, önerilen modelin ise en yüksek beta katsayılı portföyü belirlediği söylenebilir. Üç modelin belirledikleri portföylerin riskleri sırasıyla yaklaşık binde 0,07; 0,05 ve 0,04 tür.

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada riskin, getirinin ve portföy betasının üyelik fonksiyonları yardımıyla risk ve getiri eş anlı değerlendirilerek optimal bir karar alınmıştır. Bu karar farklı beklenen getiri seviyelerine karşılık gelen riski saptamaya gerek kalmadan yapılmıştır. Nitekim Konno-Yamazaki'nin modeli hisse senedi sayısındaki artışa bağlı olarak riski belirlemek için yapılacak analizlerin sayısını arttıracağı gibi hassas bir çözümü de zorlaştıracaktır. Bu çalışmada öncelikle Model 1 kullanılarak minimum ve maksimum risk değerleri bulunmuş ve elde edilen bu risk aralığı yardımıyla riske ait üyelik fonksiyonu oluşturulmuştur. Model 2 yardımıyla da beklenen getiri, risk ve portföy betasının üyelik fonksiyonları birlikte değerlendirilerek optimal α^* bulunmuş ve bu değere karşılık gelen en iyi portföy saptanmıştır. Böylece, farklı getiri ve risk seviyelerinin nasıl değerlendirilmesi gerektiği sorusunun yanıtı sağlanmış olup, Konno–Yamazaki modelindeki beklenen getiri ve risk karmaşası giderilmiştir. Ayrıca, Model 2 ile belirlenen en iyi portföyün beklenen getiri seviyesinde, Markowitz ve Konno–Yamazaki modelleri test edilmiş ve bu modellerin belirledikleri portföylerin standart sapmaları ve beta katsayıları elde edilmiştir. Tablo 2'den görüldüğü gibi önerilen model, "4,93" lük bir getiri seviyesinde diğer modellerin aynı getiri seviyesinde belirledikleri portföylerin riskinden az da olsa daha büyük bir risk içerse de, diğer modellerin portföylerinin betalarından daha iyi bir beta değerine ulaşmıştır. Nitekim Şekil 3'ten İMKB30 endeksinin trendinin yukarı doğru olması bu sonucu desteklemektedir. Ayrıca, getirinin üyelik fonksiyonunda beklenen getiri seviyesinin düşürülmesi veya farklı c_{sbt} değerleri kullanılarak modelin daha az bir risk ile kestirimler yapması da sağlanabilir.

Sonuç olarak, önerilen modelin tutarlılığı saptandığı gibi üyelik fonksiyonları yardımıyla getiri ve risk daha kısa sürede ve daha doğru değerlendirilmiştir. Ayrıca, önerilen modelin, başka çeşit üyelik fonksiyonlarına da açık olması modelin diğer üstün tarafını göstermektedir. Sırasıyla beklenen getiri, portföy betası ve riskin üyelik fonksiyonlarını gösteren (7), (9) ve (18)'deki c_{sbt}'lerin ne olması gerektiği karar vericiler için bir soru işareti olabilir. Bu durumun üstesinden; getiri, risk ve trend üçlüsü göz önünde bulundurularak izlenilecek bilinçli bir strateji yardımıyla gelinebilir. Örneğin borsadaki dalgalanmaların yoğun olduğu dönemlerde riskin üyelik fonksiyonundaki c_{sbt}'nin değeri yüksek, getirinin c_{sbt}'si ise düşük tutulabilir. Dalgalanmaların az olduğu dönem de ise c_{sbt}'ler için tam tersi bir durum uygulanabilir. Böylece, üyelik fonksiyonları yardımıyla piyasalara göre hareket edilebilir. Bu çalışmada c_{sbt}'ler için "1" değeri alınarak üyelik fonksiyonlarının içerdiği üstel fonksiyonun sağladığı hassasiyet yeterli görülmüştür. Ayrıca, riskin üyelik fonksiyonunda üstel fonksiyonun karesi kullanılarak riske olan hassasiyet getiriye göre arttırılmıştır.

Kaynakça

[1] S. Canbaş ve H. Doğukanlı, *Finansal Pazarlar; Finansal Kurumlar ve Sermaye Pazarı Analizleri*. Beta, İstanbul, 2001, pp.287-288.

[2] J. C. Francis, *Investments*. McGraw-Hill International Editions, New York, 1991, p.239.

[3] M. Atan ve S. Duman, Konno–Yamazaki Portföy Modelinin Doğrusal Programlama Yardımıyla Çözümlenmesi, *4. İstatistik Kongresi*, İstatistik Mezunları Derneği ve Türk İstatistik Derneği, Antalya (2005).

[4] O. Kocadağlı, *Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımıyla Portföy Oluşturulması, Ya-em 2006, Bildiriler Kitabı ve CD'si.* İzmit - Kocaeli, 2006, pp.355-359.

[5] H. Konno and H. Yamazaki, Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37, 5, 519-531 (1991).

[6] T.J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. McGraw-Hill, Inc., Singapore, 1997, p.4.

[7] Y.M. Mansur, *Fuzzy Sets and Economics*. Edvard Elgar Publishing Company, Oklahoma, 1995, p.2.

[8] O. Kocadağlı, *Optimal Hisse Senetlerinin Belirlenmesinde Bulanık Doğrusal Olmayan Portföy Modeli, Ya-em 2008 Bildiriler Kitabı ve CD'si*, İstanbul, 2008, p.144.

[9] Y. Lai, C.L. Hwang, *Fuzzy Mathematical Programming*. Siprenger-Verlag, Berlin, 1992, p.80-88.

[10] T. Korkmaz, M. Pekkaya, *Excel Uygulamalı Finans Matematiği*, Ekin Kitapevi, Bursa, 2005, p.523.

[11] L.X. Wang, *A Course in Fuzzy - Systems and Control*. Prentice-Hall Inc, Eastbourne, 1997, pp.384-385.

[12] B. Werners, An Interactive Fuzzy Programming System, Fuzzy Set and Systems. *European Journal of Operation Research*. 31 (1987).

[13] H.J. Zimmermann, Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions. *Fuzzy Sets and Systems*. 1 (1978).

[14] H.M. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments.* John Wiley & Sons, New Jersey, 1959.

[15] İ. Ertuğrul, D. Pelitli, Portföy Analizinde Bulanık Mantık Yaklaşımı*.* İktisat, İşletme ve Finans Dergisi. 23, 265, 91-113 (2008).

[16] J.L. Verdegay, Fuzzy Mathematical Programming, in *Approximate Reasoning Decision Analysis (*Gupta, M. M. and Sanches, E. Eds.), North Holland, Amsterdam, 1982.

[17] J. Watada, Fuzzy Portfolio Model for Decision Making in Investment, in Dynamical Aspects in *Fuzzy Decision Making* (Y. Yoshida Eds.). Physica-Verlag, Heidelberg, 2001.

[18] K.F. Reilly, *Investment Analysis and Portfolio Management*. The Dryden Press, Chicago, 1989, p.256.

[19] M. Bartholomew-Bigs, *Nonlinear Optimization with Financial Applications*. Kluwer Academic Publishers, 2005.

[20] M.V. Vasant, *Solving fuzzy linear programming problems with modified S-curve membership function*. World Scientific Publishing Co., Inc, 2005.

[21] N. Bozdağ, H. Türe, Bulanık Doğrusal Programlama ve İMKB Üzerine Bir Uygulama, *8. Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi*. Malatya. (2007).

[22] T.K. Roy, S.K. Mazumder, Multi–objective Mean-variance-skewness model for portfolio Optimization, *Advanced Modelling and Optimization*. 9 (2007).

[23] Y. Fang, et al., *Fuzzy Portfolio Optimization*, Springer-Verlag, Berlin, 2008, pp.63-77.

[24] Y. Fang, et al., Portfolio Rebalancing Model With Transaction Cost Based on Fuzzy Decision Theory. *European Journal of Operational Research.* (2005).

[25] M.H. Fazel, E.H. Yazdi, *A Type-2 Fuzzy Rule Based Expert System Model for Portfolio Selecetio.* Atlantis Press, 2008.