

ZAMAN SERİSİ ANALİZİ VE ÖNGÖRÜ MODELLERİ

Yrd. Doç. Dr. Işıl AKGÜL*

1. GİRİŞ

Bu çalışmada istatistik, ekonomi ve yöneylem araştırması alanlarında sıkça kullanılan zaman serisi yöntemleri ile ilgili genel bilgiler verilmekte ve örneklerle yöntemler açıklanmaktadır. Zaman serisine ait öngörü, birçok alanda karşımıza çıkmakta ve birden çok öngörü yönteminin söz konusu olduğu durumda en uygunun seçilmesi önem kazanmaktadır.

Bu makalede tek değişken (univariate) durumunda öngörü yaklaşımı üzerinde durulmakta; yani sadece bir zaman serisi değişken analize alındığında öngörü yöntemleri anlatılmakta ve bu yöntemler öngörüde kullanılmaktadır.

Zaman serisi analizinde ve öngörüde kullanılan yöntemleri beş ana başlık altında toplayabiliriz. Bunlar; "Karma Otoregresif-Hareketli Ortalamalar (ARMA)" yöntemi, "Filtre Yöntemleri", "düzleştirme (smoothing) Yöntemleri", Zaman Serisi Ayırıştırma (decomposition) Yöntemleri" ve "Yaygın Kullanılan Zaman Serisi Teknikler" olarak sıralanabilir.¹

2. bölümde zaman serisi ile ilgili kısa bir bilgi verilmektedir. 3. bölümde bazı zaman serisi öngörü yöntemleri tanımlanmakta ve bunlar kısaca anlatılmaktadır. 4. bölümde üçüncü bölümde söz edilen yöntemlerin uygulaması yapılmakta ve en iyi öngörüye karar vermek için kullanılan ölçüler ile seçim yapılmaktadır. 5. bölümde değerlendirme yapılmaktadır.

Geleneksel zaman serisi analiz metodları serinin trend, mevsimsel değişimler, diğer devri değişimler, düzensiz dalgalanmalar şeklindeki değişimleri ayırtmaktadır. Bu yaklaşım genellikle en iyi değildir, sadece değişikliğin trend ve/veya mevsimsellikten kaynaklanması durumunda önemlidir. Bu makalede değişimin kaynaklarından söz edilmeyecektir.

2. ZAMAN SERİSİ ANALİZİ

Zaman serisi, zaman içinde meydana gelen gözlemlerin bir araya toplanmasıdır ve birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Zaman serisi analiz ve öngörü yöntemleri anlatılmadan önce, zaman serisi analizde karşılaşılan bazı kavramların kısaca açıklanmasında yarar görülmektedir. Bu kavramlar; sürekli-kesikli zaman serileri, deterministik-stokastik model, serilerin durağan olup-durağan olmamaları şeklinde sıralanabilir. Zaman serileri genel olarak eğer gözlemler zaman içinde sürekli ise sürekli zaman serisi; eğer belirli bir zaman aralığındaki gözlemler söz konusu ise kesikli zaman serisi adını alırlar. Eğer zaman serisi tam olarak öngörülebiliyorsa, söz konusudur. "Üstel Düzleştirme" (exponential smoothing) yöntemleri, geleceği öngörmeye deterministik modelleri kullanırlar. Fakat birçok zaman serisi, analizde serinin geçmiş değerleri kullanılarak ancak kısmen öngörü yapılabilir. Burada gelecekte alınacak olan değerlerin bir olasılık dağılımının olduğu dikkate alınmaktadır. Sonuçta öngörüler bir güven bandı içinde verilir.²

"Otoregresif Geri Eleme" (Autoregressive Backward Elimination) yöntemi stokastik model kullanılmaktadır.

Zaman serisi analizde önemli kavramlardan birisi de "durağanlık" (stationarity) kavramıdır. Çünkü zaman serisi analizde kullanılan birçok yöntem ancak serinin durağan olması durumunda uygulanabilmektedir. Durağanlık, kısaca ortalamada sistematik değişme olmaması (trendin olmaması), varyansta sistematik değişme olmaması ve periodik değişmelerin ortadan kalkmış olması şeklinde tanımlanabilir. Eğer yukarıda sayılan özellikler seride varsa, zaman

* Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü Öğretim Üyesi

¹S.Makridakis(1976), "A Survey of Time Seires," International Statistical Review , Vol.44,No:1,s.28.

²J.Prins(1982), "Interactive Comparison for Forecasting Methods," Time Series Analysis içinde, ed.O.D.Anderson, North-Holland pub.Comp.:Amsterdam, s. 444.

serisinin durağan olduğundan bahsedilir.³ Ama ekonomik zaman serilerinden çok azı durağandır, seriler genellikle "Durağan Olmayan" (nonstationary) seridirler. Öyleyse durağan olmayan serilerin, durağan hale getirilmesi önem kazanmaktadır. Serinin durağan olup-olmadığı ile ilgili bilgi, serinin zamana karşı grafiğinin çizilmesi ile görülebilir. Ayrıca bu grafikten serinin trendi, mevsimsel dalgalanma, uç gözlemler (outliers) ve kesiklilik durumları da görülebilir ve grafikler, bilgisayarlar yardımı ile daha ayrıntılı olarak elde edilebilirler. Eğer seriden varyansın durağan olmadığı görülüyorsa, yani varyansta sistematik bir değişme varsa ve bu değişme ortalama ile beraber ise, serinin dönüştürülmesi önerilmektedir. Varyansta durağan olmama durumunda logaritmik dönüşüm önerilmektedir. Eğer sadece ortalamada durağan olmama söz konusu ise o zaman fark-alma ile dönüşüm önerilmektedir.⁴

Zaman serisi analizi, her alanda yaygın olarak kullanılan regresyon analizinden oldukça farklıdır. Zaman serisi analizde, birbirini takip eden gözlemler genellikle bağımsız değildir. Bu nedenle zaman dönemine dikkat etmek gereklidir. Bu bağımlılık öngörü sırasında önem kazanmaktadır, çünkü geçmiş gözlemlere dayanarak gelecek değerlerin öngörülmesi sırasında bağımlılık nedeni ile daha iyi öngörü şansı yaratmaktadır.

Analiz yapan öngörü yöntemleri içinden en iyiyi seçmek durumundadır. Öngörü yöntemleri en genel anlamda tek değişkenli (univariate) ve çok değişkenli (multivariate) öngörü yöntemleri şeklinde iki kısma ayrılıp incelenebilir.

Tek değişkenli öngörü yöntemleri, incelenecek olan zaman serisinin geçmiş gözlemlerine dayanır. Bu yöntemler genel olarak naive veya öngörü (projection) yöntemleri olarak adlandırılırlar. Çok değişkenli öngörü yöntemlerinde "açıklayıcı değişken" adı verilen bir veya daha çok sayıda değişkene bağlı olarak öngörü söz konusudur. Bunlar genel olarak "nedensel modeller" olarak adlandırılırlar.

Pratikte, iki yöntemin bileşimi sık olarak kullanılmaktadır.

Kullanılacak yöntemin seçimi; öngörünün ne amaçlı ve nerede kullanılacağına, zaman serisinin tipi ve özelliklerine, trendin olup-olmaması, mevsimselliğin olup-olmaması gibi, geçmişe ait ne kadar veri elde edilebileceğine, öngörü döneminin uzunluğuna, öngörülecek seri sayısı ve maliyetine ve analiz yapacak kişinin bilgi düzeyi ve bilgisayar programlarının elde edilebilirliğine bağlıdır. Çünkü bunlara dikkat etmeden yapılmaya başlanan veya yapılmasına karar verilen öngörü ya başarısız olacaktır veya bitirilmesi imkansız olacaktır.

3. ZAMAN SERİSİ ÖNGÖRÜ YÖNTEMLERİ

Zaman serisi analizinde kullanılan teknikler sıralanacak olursa⁵

1. Karma Otoregresif - Hareketli Ortalama (ARMA) yöntemi; bu gruba Box-Jenkins yöntemi olarak da bilinen ARIMA yöntemi de girmektedir.
2. Filtre (süzme) modelleri
3. Düzleştirme (smoothing) yöntemleri
 - a. Basit üstsel düzleştirme yöntemi
 - b. Doğrusal olmayan üstsel düzleştirme yöntemleri
 - c. Holt'un 2-parametrelili doğrusal modeli
 - d. Brown'ın 1-parametrelili doğrusal modeli
 - e. Brown'ın 1-parametrelili ikinci dereceden düzleştirme modeli
 - f. Winter'ın doğrusal ve mevsimsel düzleştirme modeli
 - g. Harrison'un harmonik düzleştirme modeli
 - h. Düzleştirilmiş mevsimsel katsayılar yöntemi
4. Zaman serisi ayrıştırma (decomposition) yöntemleri

³R.McCleay and R.A.Hay (1983), Applied Time Series Analysis: for the Social Sciences, Sage Pub.Comp.:USA, s.43.

⁴R.McCleay and R.A.Hay(1983), s.52-53

⁵S.Makridakis(1976),s.28.

- a. Mevsim bileşeni
- b. Devri bileşen
- c. Rassal bileşen
5. Yaygın kullanılan zaman serisi yöntemleri
 - a. Naive öngörü yöntemleri
 - b. Trend analizi
 - c. Regresyon analizi
 - d. Otoregresif yöntem
 - e. Ağırlıklı Hareketli Ortalama öngörü yöntemi
 - f. Eşanlı denklem sistemleri
 - g. S-eğrisi analizi

şeklinde bir ayırım yapılabilir.⁶

Bu makalede yukarıda sıralanan yöntemlerden düzleştirme (smoothing); trend analizi ve naive öngörü yöntemleri anlatılacaktır.

3.1. DÜZLEŞTİRME YÖNTEMLERİ (SMOOTHING METHODS)

Düzleştirme yöntemleri, ağırlık olarak geçmiş değerleri içeren parametreleri modelde kullanan hareketli ortalamalar yönteminin özel bir durumudurlar. Kullanmalarındaki kolaylık ve basitlikleri nedeni ile yaygın kullanım alanı bulmuşlardır. Bu öngörü yöntemi ilk olarak C.C.Hold (1957) önermiştir ve sistematik bir trend göstermeyen ve mevsimsel olmayan zaman serileri için kullanmıştır.⁷ Daha sonra Brown(1959) ve Holt ve Winters(1960) tarafından yaygın kullanılması sağlanmıştır. Bu konuya diğer bir katkı da Winters(1960) tarafından mevsimsel üstsel düzleştirme modelinin kullanımı ile yapılmıştır. Harrison(1965)'un Harmonik düzleştirme modeli ile zaman serisi analizlerinin karakteristiği değişmiştir. Düzleştirme yöntemleri, genel olarak, zaman serisi verilerdeki dalgalanmaların filtre edilmesine izin verir ve bu yolla daha kesin öngörü sağlayabilirler. Seçilen yönteme göre öngörünün görünüşü farklı olmaktadır.

3.1.1. BASİT ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Bu tip düzleştirme modellerinde öngörü denklemi

$$X_t^* = F_{t+1} = (1-\alpha) \sum \alpha^i X_{t-i}$$

şeklinde gösterilir. α , hata terimlerinin karelerinin toplamını(SSE) minimum kılacak değer olarak seçilebilir.

Sistematik bir trendi ve mevsimselliği olmayan bir zaman serisinde ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), X_{n+1} in öngörülmesinde, geçmiş dönem değerlerinin ağırlıklı toplamı kullanılır. Öngörü denklemi

$$X_{n+1} = X(n,1) = c_0 X_n + c_1 X_{n-1} + c_2 X_{n-2} + \dots = \sum c_i X_{n-i}$$

dir. Burada c parametreleri, ağırlıklardır.

Ağırlıkların geriye doğru gidildikçe azalması anlamlıdır. Bu ağırlıklar geometrik ağırlıklar olabilir. Yani zaman geçtikçe sabit bir oranda azalmaktadırlar. Ağırlık toplamının 1 olması için ,

$$\left(\sum c_i = 1 \right), \\ c_i = \alpha(1-\alpha)^i$$

⁶Sıralanan bu yöntemler dışında kalan zaman serisi analiz ve öngörü yöntemleri vardır. Bunlar özel alanlarda kullanıldığı için sıralamaya alınmamıştır.

Bu makalede yukarıda sıralanan yöntemlerden düzleştirme (smoothing), trend analizi, ağırlıklı hareketli ortalama yöntemi anlatılacak ve bunlarla ilgili uygulama yapılacaktır.

⁷Gerçekte birçok zaman serisinde trend veya mevsim özellikleri görülebilir ama burada kastedilen bu etkilerin ölçülebilmesi ve durağan seri eldesi için düzeltilmesi kastedilmektedir. Bu etkilerden arındırılması durumunda üstsel düzleştirme yöntemlerinin birçok zaman serisine uygulanması mümkün olmaktadır.

Öneri, C:1 S:1

yazılır. α , sabit bir sayıdır ve $[0 < \alpha < 1]$ arasında değerler alabilir. Bu durumda

$$X(n,1) = \alpha X_n + (1-\alpha)X_{n-1} + (1-\alpha)^2 X_{n-2} + \dots$$

$$= \alpha X_n + (1-\alpha) X(n-1,1) \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Bu denklem hata düzeltme formunda

$$X(n,1) = \alpha [X_n - X(n-1,1)] + x(n-1,1) = \alpha e_n + X(n-1,1)$$

olarak yazılabilir.

Burada $e_n = X_n - X(n-1,1)$; n - zamanında öngörü hatasıdır.

Düzleştirme sabiti α 'nın değeri, verilen zaman serisinin özelliklerine bağlıdır. α -değeri pratikte 0.1 ve 0.3 olarak kullanılır ve uzun süreli geçmiş dönem verisine bağlı olarak öngörü yapar.

α 'nın değeri, HO süreci parametrelerinin eldesi için kullanılan yöntemle benzer bir yöntemle geçmiş verilerden elde edilir. α 'nın farklı değerleri için Öngörü Hatalarının Toplam Kareleri elde edilir; en küçük değeri veren α değeri seçilir ve bu modelde kullanılır. ⁸

3.1.2. DOĞRUSAL OLMAYAN ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMLERİ

Zaman serisi verilerin grafiği çizildiğinde değişkenin zaman içindeki seyrinin veya değişkenler arasındaki ilişkinin bir doğru olarak gösterilemeyeceği görüldüğünde daha iyi bir uyum, doğrusal olmayan fonksiyon ile sağlanıyorsa, doğrusal olmayan ilişkiler söz konusudur. Yaygın olarak kullanılan iki tip ilişki vardır. Bunlardan biri parabol, diğeri ise log-doğrusal fonksiyondur.

Parabolün genel gösterimi

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_1^2$$

şekindedir. Hesaplaması kolaydır ve bilgisayar programlarında da kolayca çözüm elde edilir.

Çözüm için 2-değişkenli regresyon modeli gibi düşünülür;

$$X_1^2 = X_2$$

olarak alınır ve denklem

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

şekline dönüştürülür. Tahmin, En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile yapılır.

Aynı şekilde değişkenin daha yüksek derecelerde daha iyi uyum sağladığı görülürse, eğri

$$Y = a + b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3$$

üçüncü dereceden parabol olarak gösterilir ve benzer dönüşümle 3-değişkenli regresyon modeli şeklinde çözüme gidilir.

Eğer analiz yapan

$$Q = \alpha P^{\beta_1} Y^{\beta_2}$$

şeklinde bir fonksiyonun kullanımını uygun görmüşse, denklemde parametrelerin doğrusal olmaması söz konusudur. Parametreleri doğrusal hale getirmek amacı ile denklemin iki taraflı logaritması alınarak doğrusal hale getirilir ve parametre tahminleri EKK yöntemi kullanılarak elde edilebilir. Analizde kullanılacak olan denklem

$$\ln Q = \ln \alpha + \beta_1 \ln P + \beta_2 \ln P$$

logaritmik-doğrusal hale girmiştir.

3.1.3. BROWN' IN ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Brown öngörü için basit (simple), doğrusal (linear) ve ikinci dereceden (quadratic) düzleştirme yöntemlerini önermektedir. Bu yöntem Brown'ın 1-parametrelili doğrusal modeli ve ikinci dereceden düzleştirme modeli olarak da adlandırılmaktadır.

Brown yönteminde zaman serisi veriler, tercih edilen düzleştirme tipine bağlı olarak bir, iki veya üç defa düzleştirilir. Yöntem, incelenecek olan zamana serisine (X_1, X_2, X_3, \dots) ait düzleştirilmiş serilerin (S_1, S_2, S_3, \dots) hesaplanmasında kullanılır.

Bu işlemler sırasında aynı düzleştirme sabitini kullanırlar. Bu sabit, α olarak bilinir ve hata terimleri (artıkların) varyanslarını minimize eden değer olarak bulunur. α , 0 ile 1 arasında

⁸ C. Chatfield(1989) " The Analysis of the Time Series: An Introduction," Chapman and Hall Pub.Comp.:USA.,,s.70.

değerler alabilir. [$0.0 < \alpha < 1.0$]

α 'nın değerinin küçük olması, önceki gözlemlere daha fazla ağırlık verildiğini gösterir.

Brown'ın Doğrusal Düzleştirme Yöntemi verilere doğrusal bir trend varsayarak öngörü sağlar, İkinci-dereceden düzleştirme yöntemi ise verinin 2.dereceden bir polinomial olarak karakterize edilen bir trendle belirlendiğini varsayar.

Brown'ın 1-parametrelili doğrusal modeli, mevsimsel olmayan öngörü sağlar. Brown'ın modeli aşağıdaki üç denklem ile tanımlanabilir.

$$X_t^* = a X_{t-1} + (1-a) X_{t-1}^*$$

$$X_t^* = a X_t + (1-a) X_{t-1}^*$$

ve X_t^* , ikili üstsel düzleştirme ise öngörü modeli

$$F_{t+i} = 2 X_t^* - X_t + \frac{a}{(1-a)} (X_t^* - X_t) i$$

dir.

Brown'ın 1-parametrelili ikinci dereceden (quadratic) düzleştirme modeli ise trendin doğrusal olmadığı ve ikinci dereceden olduğu durumlarda kullanılmaktadır.

Brown'ın yönteminde öngörünün yapılışı şu şekilde özetlenmektedir.⁹

Her bir $i=1,2,3,\dots,n$ değeri için aşağıdaki iki basamak, düzleştirilmiş seriyi hesaplamada kullanılır, eğer verilerden elde edilen veya araştırmacı tarafından belirlenen değerler A,B,C, ise, ilk olarak, bir dönem ileri için S_i hesaplanır.

$$S_i = A + B + 5 C$$

İkinci olarak A, B ve C katsayıları düzeltilir ve kontrol (update) edilir.

$$A = X_i + (1-\alpha)^3 (S_i - X_i)$$

$$B = B + C - 1.5 (\alpha)^2 (2-\alpha) (S_i - X_i)$$

$$C = C - (\alpha)^3 (S_i - X_i) \text{ gibi.}$$

Eğer A,B,C nin başlangıç değerleri (initial values) aşağıdaki gibi ise;

$$A = X_1 - B - 0.5 C$$

$$B = X_2 - X_1 - 1.5 C$$

$$C = X_1 - 2X_2 + X_3$$

öngörü aşağıdaki denklem kullanılarak yapılır.

$$F = A + B (t) + C (t)^2 / 2$$

buradaki A;B;C, düzeltme ve kontrol etme katsayıları.

$t = 1$ için bir dönem ileriye dönük, $t=2$ iki dönem ileriye dönük öngörü sağlanacaktır.

3.1.4. HOLT'UN DOĞRUSAL ÜSTEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Bu yöntem Holt'un 2-parametrelili doğrusal modeli olarak da bilinmektedir.

Holt yönteminde zaman serisi veri, iki ayrı düzleştirici sabit kullanılarak iki kere düzleştirilir. Bu sabitler α ve β olarak bilinirler. Bunlardan α , orjinal veriden elde edilen tahmini düzleştirir ve "düzleştirme sabiti" olarak adlandırılır. α ise "doğrusal düzleştirme" sabitidir ve tahmin edilen trendi düzleştirir.

Her iki sabit de 0 ile 1 arasında değerler alabilmektedir; $0 < \alpha < 1$; $0 < \beta < 1$.

Holt'un önerdiği model;

$$X_t^* = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha) (X_{t-1}^* + b_{t-1}^*)$$

şeklindedir. Bu denklemde

$$b_t^* = \beta (X_t^* - X_{t-1}^*) + (1-\beta) b_{t-1}^* \text{ ve}$$

$F_{t+\tau} = X_t^* + b_t^* (r)$ dir. τ ise istenen öngörü dönemidir.

3.1.5. WINTERS'IN MEVSİMSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

⁹ J. Prins(1982), s.448.

Eğer serinin hem trendi, hemde mevsimsel değişmesi varsa öngöründe Winters'in (1960) önerdiği yöntem kullanılır; bu yöntem, Holt modeline bir parametre ve bir mevsimsellik denklemi eklenmektedir, Holt yönteminin bir uzantısıdır Winters'in mevsimsel düzeltme yöntemi daha sonra Holt-Winters üstsel düzeltme yöntemi olarak bilinen yöntem şekline girmiştir. Modelde üstsel düzeltme ile düzeltilen edilen trend ve mevsimsel terim kullanılmaktadır.

Winters'in mevsimsel düzeltme yönteminde zaman serisi veri, 3 kere düzeltilir. Yöntemde üç sabit kullanılmaktadır ve bunlar α , γ ve β olarak bilinirler. α , orjinal seriyi düzeltir ve "düzeltme sabiti" olarak ; γ , mevsim etkisini düzeltir ve "mevsimsel düzeltme sabiti" olarak ; β ise trendi düzeltir ve "doğrusal düzeltme sabiti" olarak adlandırılır. Bu parametreler 0 ile 1 [$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$] arasında değer almaktadır.

Winters'in modeli

$$X_t^* = a \frac{X_t}{S_{t-L}^*} + (1-a) (X_{t-1}^* + b_{t-1}^*)$$

şeklindedir. Bu denklemden L; mevsimsellik uzunluğudur.

$$b_t^* = b (X_t^* - X_{t-1}^*) + (1-b) b_{t-1}^*$$

$$S_t^* = \gamma \frac{X_t^*}{S_{t-L}^*} + (1-\gamma) S_{t-L}^*$$

dir. Öngörü için

$$F_{t+\tau} = (X_t^* + \tau b_t^*) S_{t-L+\tau}^*$$

denklemini kullanılır.

3.1.6. HOLT-WINTERS ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Winters(1960) 'in çalışmasına dayanılarak elde edilmiş olan bu yöntemde trend ve mevsimsellik terimi, üstsel düzeltme yöntemi düzeltilmektedir.

Bu yöntem, üçlü üstsel düzeltme yöntemi olarak da bilinir. Çünkü üç tane düzeltme ve kontrol denklemi vardır.¹⁰ Bunlar

$$sa_t = \alpha s_t / f_{t-p} + (1-\alpha) sa_{t-1} + r_{t-1} \quad (1)$$

$$f_t = \beta s_t / sa_t + (1-\beta) f_{t-p} \quad (2)$$

$$r_t = \gamma(sa_t - sa_{t-1}) + (1-\gamma) r_{t-1} \quad (3)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Denklemden;

t= cari dönem

p= 12 aylık mevsimsel dönem (period of seasonality)

s_t = en son gözlem

sa_t = t dönemindeki bugünkü ortalama

f_t = t-dönemi için tahmin edilen mevsimsel faktörler

r_t = " " " " " trend terimi

α, β, γ , ağırlıklardır ve sınırları [0-1] arasındadır. Bu ağırlıklar, düzeltme sabiti olarak adlandırılırlar ve doğrusal olmayan EKK yöntemi ile tahmin edilirler.

t-zamanı için öngörü

$$s_{t,h} = (sa_t + hr_t) f_{t-p+h} \quad h=1,2,\dots,p$$

denklemini ile hesaplanır.

(1) nolu denklem, basit üstsel düzeltme denklemi olarak adlandırılır. Trend ve mevsimsellik faktörleri kullanılmaz.

(1) ve (2) veya (1) ve (3) ikili (double) üstsel düzeltme olarak adlandırılır. Ya trend, yada mevsimsellik faktörü kullanılmaz. (1)(2) ve (3) üçlü üstsel düzeltme (triple exp.sm) olarak

¹⁰ J. Prins(1982), ss.446-447.

adlandırılır. Holt-Winters'in düzleştirme yönteminde öngörünün yapılış şekli şöyle özetlenebilir.¹¹

Aylık verilerle çalışılmakta iken L_t , T_t ve I_t sırası ile yerel seviye, trend ve mevsim endexini gösterebilir. T_t nin cari değerlerde aylık olarak artması veya azalması beklenir.

Eğer mevsim değişiklikleri modelde çarpım halinde ise düzeltme ve kontrol etme denklemleri

$$L_t = \alpha (X_t / I_{t-12}) + (1-\alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma (L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma) T_{t-1}$$

$$I_t = \beta (X_t / L_t) + (1-\beta) I_{t-12}$$

olarak yazılır ve t-dönem öngörüsü

$$X(t,k) = (L_t + k T_t) I_{t-12+k}; \quad k=1,2,\dots,12 \text{ için}$$

ile elde edilmektedir.

Hata düzeltme formunda

$$T_t = T_{t-1} + \alpha \gamma e_t / I_{t-12}$$

yazılır ve düzleştirme parametresi artık $(\alpha \gamma)$ olmaktadır.

Kullanıcının izlemesi gereken sıra ise şöyle sıralanmaktadır:

İlk olarak serinin L_t , T_t ve I_t ile ilgili başlangıç değerleri elde edilmelidir.

Sonra eldeki geçmiş dönemi kapsayan zaman serisi verilerden Σe_t^2 'yi minimum yapacak olan α, γ, β değerleri tahmin edilmelidir. Mevsimsel indisin düzenli bir aralık içinde normalize edilip edilmeyeceğine karar verilmelidir ve otomatik olan veya olmayan yaklaşımdan biri seçilir. Çözüm sağlanmış olur.

3.2. NAİVE ÖNGÖRÜ

Öngörü, öngörülecek olan değişkenin sadece geçmiş değerlerini kullanılarak yapılır ve diğer değişkenlerle ilişkisi dikkate alınmaz.

Bir ürünün satışı ile ilgili öngörü için, o ürünün sadece geçmişteki satış miktarları veya değerleri ele alınır ve bu bilgiler kullanılarak öngörü yapılır. Çabukluk sağladığı ve masrafsız olduğu için kullanılır. Burada gelecek dönemde geçmişteki ile aynı olacağı varsayılır. Naive öngörü, standart bir karşılaştırma aracı olarak görülebilir.

Basit öngörü modeli olarak adlandırılan modelde incelenen değişkenin sadece geçmiş değerleri gereklidir, istatistiksel bir yöntem kullanılmaz. Geçmiş dönemin, bugünün en iyi göstergesi olduğu kabul edilir ve öngörü

$$X_{t+1} = X_t$$

şeklinde ifade edilir. X_t , zaman serisi verinin bugünkü değeri, X_{t+1} ise öngörü değeridir.

Eğer öngörüsü yapılacak olan serinin kesin bir trendi gözleniyorsa, öngörü trendin yönüne göre yapılır.

Örneğin

$$X_{t+1} = X_t + (X_t - X_{t-1})$$

şeklindeki bir öngörü modelinde, bugünkü değerine en son iki dönemin gözlenen değerlerinin dönemden döneme gösterdiği değişiklik eklenir veya

$$X_{t+1} = X_t (X_t / X_{t-1})$$

şeklindeki model, değişim oranının son iki dönem değerlerindeki mutlak değişmeden daha önemli olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Öngörü yapacak kişi mutlak değişimin veya değişim oranının önemli görülmesine göre modelini seçecektir.

$$\text{Ayrıca } X_{t+1} = X_t + \frac{\sum [X_{t-i} - X_{t-(i+1)}]}{n+1}; \text{ mutlak değişme}$$

$$X_{t+1} = X_t \left[\frac{\sum X_{t-i}}{X_{t-(i+1)}} \right] \frac{1}{n+1}; \text{ değişim oranı}$$

şeklindeki modellerden birini de seçebilir. Burada n, değişim sayısıdır ve sonuçlar n 'in

¹¹ C.Chatfield(1989), s s.70-71

değerine göre farklılık gösterecektir.¹² Bu modellerin öngöründe başarılı olmaları, seçilen dönemdeki trendin güçlü olması ile mümkündür. Eğer verideki değişiklikler trendden daha önemli ise, bu değişiklikler öngörüyü de etkileyecektir.

3.3.TREND ANALİZİ veya TREND EĞRİSİNİN EKSTRAPOLASYONU

Trend; ortalamada görülen uzun-dönemdeki değişmeler şeklinde tanımlanabilir. En basit trend, [Doğrusal Trend + Şok] şeklinde gösterilir. Bu durum

$$X_t = a + b T_t + e_t \quad (1)$$

olarak ifade edilir. Denklemda a ve b, parametreleri gösterir. e_t ise 0 ortalama ve sabit varyansla normal dağılan rassal hata terimidir.

Bu modelde trend terimi ($a+bT_t$) dir. Bazen de trend olarak b eğimi kabul edilmektedir; bu durumda trend, bir birim zamanda ortalama seviyede meydana gelen değişme olarak tanımlanmaktadır. (1) nolu denklem, zamanın deterministik bir fonksiyonu şeklindedir ve global doğrusal trend olarak adlandırılır. Ayrıca trend, doğrusal olmayabilir. Örneğin ikinci dereceden (quadratic) olabilir. Zaman serisi verilerde sınır varsa sık kullanılan yöntemdir.

Ayrıca tek bir değişken durumunda öngörü için en uygun metoddur. Öngörü yapılırken, geçmiş ekonomik önceliklerde, şartlarda, gelecekte önemli değişiklik olmayacağı varsayımı yapılır. Bu teknikte zaman serisinin (bağımlı değişken) geçmiş değerleri kullanılarak geleceğe ait değerleri elde edilir. Daha etkin sonuçlara ulaşmak için örnek hacminin nisbeten geniş olması (en az 20) gereklidir.

Zaman serisi analizde sık kullanılan bir yöntem olan trend ekstrapolasyonu, regresyon analizi yöntemi kullanılarak yapılır. Bu basit formda bağımsız değişken zamandır ve bağımlı değişken öngörülecek olan değişkendir. Regresyon analizinde bağımlı değişkenin gösterdiği eğilime göre eğrinin uyumu bulunur, parametreler tahmin edilmiş olur.

Uzun-dönem öngörüsü için, zaman serisinin trend eğrisi veya büyüme eğrisinin uyumunun bulunması ve ekstrapolasyonunun bulunması yararlıdır. Eğri polynomial, üstel, logistic veya Gompertz eğrisi şeklinde olabilir. En az 7-10 yıllık geçmiş dönem verisine gerek vardır ve eldeki dönem sayısının yarısından fazla dönemi kapsayacak öngörü yapılmamasını önerirler.

Analizi yapan kişi veriye iyi uyum gösteren birkaç eğri bulabilir, bu durumda farklı öngörü yapma durumundadır.

Doğrusal veya doğrusal olmayan (curvilinear) trend, EKK yöntemi ile elde edilir ve öngöründe bulunmak için trend doğrusunu ekstrapolate edilir.

Eldeki zaman serisi verilere doğrusal, quadratic, üstel-kuvvet eğrisi, Gompertz eğrisi uygulanır. Trend ekstrapolasyonunda kullanılan fonksiyonlardan bazıları aşağıda gösterilmektedir.

Basit doğrusal büyüme fonksiyonu

$$Y_t = \alpha + \beta T$$

İkinci dereceden (quadratic) trend:

$$Y_t = \alpha + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2$$

Üstel- kuvvet eğrisi denklemi

$$Y_t = \exp(a+bT)$$

Bileşik (compound) büyüme fonksiyonu

$$Y_t = \alpha e^{\beta T}$$

Gompertz eğri denklemi

$$\text{Log } Y_t = \alpha - \beta r T$$

Logistik eğri denklemi

$$Y_t = \alpha / (1 + \beta e^{-eT})$$

Doğrusal büyüme fonksiyonu, verinin sabit olmayan bir hızda artması veya azalması durumunda kullanılır. Trendin bir birim zamanda sabit bir miktarda (β) arttığı varsayılır. Bileşik büyüme fonksiyonu sonuçta yüzde (%) olarak büyüme hızını (oranını) verir. Gompertz eğri denkleminde α, β ve r parametrelerdir ve $0 < r < 1$ dir.

¹²R.K.Chisholm and G.R.Whitaker(1974), Forecasting Methods,Dördüncü basım, Richard D.Irwin Inc.:USA, s.12.

Doğrusal, parabolik, ve diğer polinomial formların tahminleri EKK yöntemi ile yapılır. Compound büyüme fonksiyonu söz konusu ise iki tarafın logaritmasının alınmasından sonra, ilişki log-doğrusal forma girer ve tahminde EKK yöntemi kullanılır.

Trend eğrilerinin karşılaştırmasını yapmak için sabit büyüme hızına sahip olan değişkenler yarı-logaritmik kordinata düz bir çizgi olarak işaretlenir ve diğer değişkenlerin trendleri ile kolayca karşılaştırılabilir duruma gelirler.

3.4. OTOREGRESİF YÖNTEM

Zaman serisi verilerin birbirini takip eden gözlem değerleri birbirine sıkı bir şekilde bağlıdır ve bunlar seriden yaratılan bağımsız şoklar veya hata terimleri olarak düşünülürler. Bu şokların, 0 ortalama ve sabit varyansa sahip normal dağılımdan rassal olarak çekilmiş oldukları varsayılır. ($a_t, a_{t-1}, a_{t-2}, \dots$)

olarak gösterilen rassal şoklar mühendislikte Beyaz Gürültü (White Noise) olarak adlandırılırlar. Eğer

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

ise, X değişkeninin p -inci dereceden Otoresif (AR(P)) olduğu söylenir.

Denklemden ;

X_t = ortalamadan sapma

ϕ_j : katsayılar

a_t : t -dönemi şokudur

Bu denklem tipi, çoklu regresyona benzer fakat burada X_t nin bağımsız değişkenler üzerine değil, kendi geçmiş değerleri ($X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$) üzerine regresyonu söz konusudur,¹³

AR yönteminde karşımıza iki kavram çıkar. Bunlar Otokorelasyon fonksiyonu (OKF) ve durağanlık (stationarity) kavramlarıdır. Bir seride ;

a) eğer ortalama sistematik bir değişme yoksa, yani trendi yoksa

b) eğer varyansında sistematik bir değişme yoksa

c) sistematik değişme düzeltilebilir ise

serinin durağan olduğu söylenir. Seriyi durağan hale getirmek için orjinal serinin farkının alınması, çoğu zaman durağan seri elde etmeyi sağlar.

Durağan p -inci dereceden (AR(P)) modelin Teorik OKF ' nu

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} + \dots + \phi_p r_{k-p}$$

dir. Bu denklemlerden elde edilen set, Yule-Walker denklemleri olarak adlandırılır.¹⁴

3.5. AĞIRLIKLIL HAREKETLİ ORTALAMA (AHO) ÖNGÖRÜ YÖNTEMİ

Kısa dönemli öngörü için kullanılan AHO yöntemi, basit veya üstel olarak öngörülecek değişkenin ağırlıklı hareketli ortalamasını kullanarak ekstrapolasyon yapar. Bu teknikte, mevsim değişimleri, farklı trend şekilleri tahmin edilebilir ve yöntem belli bir derecede esnekliğe izin verir.

Bu yöntemde yeni değişken,

$$S = B(S_t + a S_{t-1} + a^2 S_{t-2} + \dots)$$

şeklinde bir denklem kullanarak elde edilir, incelenen değişkenin geçmişte gözlenen değerlerinin ağırlıklı ortalaması olarak hesaplanır ve "düzeltilmiş değer" (smoothed value) olarak adlandırılır.

Bu denklemden S , değişkenin düzeltilmiş değeri; S_t ise gözlenen değerdir. a ve B ise pozitif sabitlerdir; örneğin $a = 1-B$ ve B , düzeltme sabitidir.

Değişkenin geçmiş değerlerine ait ağırlık, a 'nın belirli dereceleri ile B 'nin çarpımı şeklinde elde edilir. Eğer bu değerler fraksiyonel ise, o zaman geçmiş değerlerin ağırlığı, geriye gittikçe azalır. Bu aslında ekstrapole etme olayı ile tersttir, çünkü regresyonda tüm yılların

¹³ J. Prins(1982), s. 448.

¹⁴ J. Prins(1982), s. 449

önemi parametreleri tahmin ederken eşit değerdedir ve dolayısı ile öngöründe de eşit değerde önemlidirler.

Bu yöntemde serinin geçiş değerlerinin ağırlıklı hareketli ortalaması alınmaktadır. Ağırlıklar geometrik olarak azalmaktadır, yani bugünden en uzağa gidildiğinde en küçük ağırlık söz konusudur. Geometrik seri,

$1, (1-\alpha), (1-\alpha)^2, (1-\alpha)^3, \dots, (1-\alpha)^n$

şeklinde gösterilir. Ağırlıklı hareketli ortalama

$$X_t^* = \frac{1X_t + (1-\alpha)X_{t-1} + (1-\alpha)^2 X_{t-2} + \dots + (1-\alpha)^{n-1} X_{t-(n-1)}}{1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^3 + \dots + (1-\alpha)^{n-1}}$$

olarak hesaplanır. X_t^* , ortalama değeri göstermektedir.

Hesaplanan X_t^* değeri, gözlem değerlerinin (X_t) düzleşmiş öngörülerini verir.

4. ZAMAN SERİSİ ÖNGÖRÜ YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI

Zaman serisi öngörü yöntemlerinden düzleştirme (smoothing) yöntemleri, trend analizi ağırlıklı hareketli ortalama yöntemi üzerinde durulmuş ve bunlarla ilgili bilgi verilmiştir. Bu yöntemlerin uygulamasını yapmak amacı ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Endeksi (İMKB) değişken olarak seçilmiş ve 1986-1993 dönemleri arası aylık veriler kullanılarak yöntem tahminleri sonucu yapılan öngörülerle ilgili hata terimlerine ait bilgiler, başarılarını karşılaştırmak amacı ile aşağıda özetlenmiştir. Öngörü dönemi, 12 ay olarak alınmıştır.

4.1. YÖNTEMLERDEN ELDE EDİLEN ÖNGÖRÜ BİLGİLERİ

4.1.1. TREND ANALİZİ:

Tahmin edilen denklem	-2074.65 + 107.788 T
ORTALAMA HATA (OH)(ME)	7.21201E-13
ORTALAMA HATA KARE(OHK)(MSE)	6.22305E+6
ORTALAMA MUTLAK HATA(OMH)(MAE)	1675.92
ORTALAMA MUTLAK YÜZDE HATA(OMYH)(MAPE)	240.778
ORTALAMA YÜZDE HATA(OYH)(MPE) - SAPMA	114.079

4.1.2. ÜSTSEL KUVVET EĞRİSİ

Tahmin edilen denklem	EXP(4.9464 + 0.047708 T)
OH	117.249
OHK	2.90515E+6
OMH	1089.57
OMYH	42.2152
OYH veya SAPMA	-11.6043

4.1.3. BROWN'IN ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME MODELİ

4.1.3.1. BROWN'IN BASİT ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

$\alpha = 0.1$ alındığında, yani geçmiş değerlere verilen önem arttığında

OH	1086.45
OHK	5.9230E6
OMH	1165.98
OMYH	9.7721
OYH veya SAPMA	22.7721

Öneri, C:1 S:1

$\alpha = 0.8$ alındığında, yani geçmiş değerlere verilen önem azaldığında

OH	263.978
OHK	794800
OMH	471.35
OMYH	14.4431
OYH veya SAPMA	4.44965

$\alpha = 0.5$ alındığında, yani geçmiş değerlere verilen önem aynı ise

OH	387.943
OHK	1.24871E6
OMH	592.667
OMYH	17.2097
OYH veya SAPMA	6.7315

$\alpha = 0.3$ alındığında, yani geçmiş değerlere verilen önem arttığında

OH	564.752
OHK	2.22861E6
OMH	770.996
OMYH	21.6555
OYH veya SAPMA	9.98345

4.1.3.2. BROWN'IN DOĞRUSAL ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

$\alpha = 0.1$ alındığında,

OH	515.332
OHK	2.88446E6
OMH	903.328
OMYH	27.5793
OYH veya SAPMA	5.05874

$\alpha = 0.8$ alındığında,

OH	37.3644
OHK	760002
OMH	533.757
OMYH	17.0624
OYH veya SAPMA	0.13197

$\alpha = 0.5$ alındığında,

OH	85.6932
OHK	520437
OMH	439.988
OMYH	14.2921
OYH veya SAPMA	1.01096

$\alpha = 0.3$ alındığında,

OH	178.646
OHK	647494
OMH	482.81
OMYH	16.0078
OYH veya SAPMA	2.53542

4.1.3.3. BROWN'IN İKİNCİ DERECEDEDEN ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

$\alpha = 0.1$ alındığında

OH	340.431
OHK	1.68357E6
OMH	753.975
OMYH	25.1313
OYH veya SAPMA	2.10473

$\alpha = 0.8$ alındığında

OH	-4.60928
OHK	1.76384E6
OMH	767.976
OMYH	23.6667
OYH veya SAPMA	-0.13782

$\alpha = 0.5$ alındığında,

OH	9.8752
OHK	24173
OMH	8.452
OMYH	7.1934
OYH veya SAPMA	-0.17713

$\alpha = 0.3$ alındığında,

OH	61.9008
OHK	505807
OMH	444.831
OMYH	15.3188
OYH veya SAPMA	1

4.1.4.HOLT'UN DOĞRUSAL ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME MODELİ

$\alpha = 0.1 \beta = 0.1$ alındığında

OH	581.645
OHK	4.78E6
OMH	1165.2
OMYH	37.8609
OYH veya SAPMA	-6.7087

$\alpha = 0.1 \beta = 0.3$ alındığında

OH	521.85
OHK	3.39177E6
OMH	1145.82
OMYH	41.4807
OYH veya SAPMA	2.52638

$\alpha = 0.1 \beta = 0.9$ alındığında

OH	297.963
OHK	1.5838E6
OMH	793.883
OMYH	4.9559
OYH veya SAPMA	5.30745

$\alpha = 0.9 \beta = 0.1$ alındığında

OH	132.148
OHK	580109
OMH	448.81
OMYH	14.8046
OYH veya SAPMA	0.207598

$\alpha = 0.7 \beta = 0.1$ alındığında

OH	166.451
OHK	626316
OMH	466.88
OMYH	15.5647
OYH veya SAPMA	0.29133

$\alpha = 0.5 \beta = 0.1$ alındığında

OH	222.903
OHK	811348
OMH	517.128
OMYH	17.4661
OYH veya SAPMA	0.31996

$\alpha = 0.5 \beta = 0.5$ alındığında

OH	92.3335
OHK	525212
OMH	458.256
OMYH	15.6813
OYH veya SAPMA	0.65644

$\alpha = 0.9 \beta = 0.9$ alındığında

OH	30.6443
OHK	842923
OMH	562.159
OMYH	18.0268
OYH veya SAPMA	-0.03851

$\alpha = 0.7 \beta = 0.7$ alındığında

OH	53.4168
OHK	585553
OMH	474.777
OMYH	15.6702
OYH veya SAPMA	0.09804

$\alpha = 0.9 \beta = 0.7$ alındığında

OH	39.5511
OHK	713447
OMH	522.176
OMYH	16.9223
OYH veya SAPMA	0.02584

$\alpha = 0.3 \beta = 0.9$ alındığında

OH	89.8535
OHK	580842
OMH	506.233
OMYH	18.3947
OYH veya SAPMA	0.6766

4.1.5.WINTERS'IN DOĞRUSAL VE MEVSİMSSEL ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

$\alpha = 0.1 \beta = 0.1 \gamma = 0.1$ alındığında

OH	661.97
OHK	5.5292E6
OMH	1341.74
OMYH	38.9932
OYH veya SAPMA	-0.91009

$\alpha = 0.5 \beta = 0.5 \gamma = 0.1$ alındığında

OH	85.9632
OHK	590502
OMH	517.057
OMYH	17.07
OYH veya SAPMA	0.99301

$\alpha = 0.9 \beta = 0.7 \gamma = 0.6$ alındığında	
OH	19.7719
OHK	821128
OMH	606.68
OMYH	18.8385
OYH veya SAPMA	-0.25721

$\alpha = 0.9 \beta = 0.7 \gamma = 0.1$ alındığında	
OH	28.1918
OHK	812122
OMH	581.306
OMYH	18.3879
OYH veya SAPMA	-0.17403

$\alpha = 0.7 \beta = 0.7 \gamma = 0.1$ alındığında	
OH	41.1551
OHK	642981
OMH	524.425
OMYH	16.6246
OYH veya SAPMA	0.06006

$\alpha = 0.9 \beta = 0.5 \gamma = 0.1$ alındığında	
OH	41.837
OHK	702772
OMH	538.43
OMYH	17.0823
OYH veya SAPMA	0.07977

4.2. HANGİ ÖNGÖRÜ YÖNTEMİ SEÇİLMELİDİR?

Artan öngörü talebi üzerine birçok öngörü teknikleri geliştirilmiştir. Hepsinin özel kullanım yerleri vardır ve uygun-doğru tekniğin seçimi dikkat isteyen bir iştir.¹⁵ Uygulanacak metodun seçimi birçok faktöre bağlıdır. Geçmiş verilerin eldesinin mümkün olup-olmaması, öngörünün içeriği, öngörülecek dönem, harcanacak olan ve ayrılabilir olacak zaman, öngörünün maliyeti ve getirisi yöntem seçerken karşımıza çıkan ve kararımızı etkileyecek olan faktörlerdir.

Başarılı bir öngörü için şu soruların cevaplandırılması gereklidir.¹⁶

1. Öngörünün amacı nedir ve nasıl kullanılacaktır?

2. Öngörüsü yapılacak sistemin bileşenleri ve dinamikleri nedir?

3. Geleceği belirlemede geçmiş ne kadar önemlidir?

Öngöründe kullanılacak yöntemin seçimi, Reid 'e (1971) göre öngörünün dayanacağı geçmiş verilere bağlıdır.¹⁷

Özetle yazılırsa;

Eğer $n > 50$ ise yani gözlem sayısı 50 den büyükse ;

- *Seride mevsimsellik varsa ve seri durağansa
- *Seride mevsimsellik var ama seri durağan değilse
- *Seride mevsimsellik yoksa ve seri durağan ise
- *Seride mevsimsellik yoksa ve seri durağan değilse

KULLANILACAK YÖNTEM

BOX-JENKINS
BOX-JENKINS
BOX-JENKINS
BOX-JENKINS

Eğer $n < 50$ ise yani gözlem sayısı 50 den küçükse ;

- *Seride mevsimsellik varsa ve seri durağansa
- *Seride mevsimsellik varsa ve seri durağan değilse
- *Seride mevsimsellik yoksa ve seri durağansa
- *Seride mevsimsellik yoksa ve seri durağan değilse

HOLT-WINTERS
BOX-JENKINS
BROWN
BOX-JENKINS

¹⁵ J.C.chambers,S.K.Mullick and D.D.Smith(1971), "How to Choose the Righth Forecasting Technique," Harward Business Review,(July-August 1971) ,s.45.

¹⁶ J.C.Chambers,S.K.Mullick and D.D.Smith(1971),s.46-47

¹⁷ .R:D.Reid(1971), " A comparison of Forecasting Techniques on economic Time Series," Proceedings of the 1971 confenece on Forecasting.

4.3. ÖNGÖRÜ YÖNTEMLERİNİ KARŞILAŞTIRMA KRİTERLERİ

Tek değişkenli öngörü yöntemleri arasından seçim yapabilmek için verilen zaman serisine uygulanan öngörü metodlarından elde edilen öngörünün kesinliğini karşılaştırmak amacı ile bazı karşılaştırma kriterleri vardır.

Öngörü modelleri arasından seçim yapabilmek için aşağıdaki kriterler önerilmektedir.

A. Model kabul edilebilir nitelikte mi? Bunun için orjinal veriler ile model tarafından işaretlenen veriler arasındaki fark ile elde edilen artıklar(residuals) incelenir. Artıkların varyansı, artıkların karesinin toplamının ortalamasıdır ve öngörü başarısı için bu varyansın küçük olması gereklidir.; fakat küçük olmanın ölçüsü nedir? Bu ölçüt, artık varyansının orjinal varyans ile karşılaştırması sonucu, ondan küçük olmasıdır. orjinal varyans, orjinal veriler ile ortalamasından (mean) farklarının karelerinin ortalamasıdır.

Bu varyanlar arasındaki ilişki;

[1 - Artık Varyansı / Orjinal Veri Varyansı]
şeklinde verilmektedir.¹⁸

Bu oranını, modelin iyi bir model olduğunun söylenebilmesi için bire yakın olması gereklidir. Burada parametre sayısının mümkün olan en azda olması gereklidir, çünkü parametre sayısı arttıkça artık varyansı küçülür.

B. Parametre tahminleri gerçek verilere mi dayanmaktadır? Elde edilen parametrelerin 0'a eşit olması durumunda hipotez red edilebilir mi? Eğer böyle değilse, kötü parametreler kullanarak kötü bir öngörü elde edilir.

C. Öngörünün eğimi kabul edilebilir mi? Öngörü eğiminin orjinal verilerin eğimi ile benzerlik göstermesi gereklidir. Bu da ancak gözlem ile olur. Bu istatistiksel bir kriter değildir ama pratikte çok önemlidir.

D. Öngörü hatalarının analizi:

Öngörünün başarısında kullanılan bir kriterde öngörü hatalarının analizidir. Eğer X_t , t-
döneminde gerçekleşen değerleri gösteriyorsa ve X_t^* , belli bir zaman dönemi için yapılan
öngörü ise, öngörü hatası

$$e_t = X_t - X_t^*$$

şeklinde gösterilir. Eğer öngörü sapmasız ise $E(e_t)=0$ olacaktır. Bu istenen durum olması
yanısıra her zaman gerçekleşmez. Eğer model doğru seçilmişse büyük öngörü hatası söz konusu
olmaz. Bu nedenle ölçüt olarak "Beklenen Mutlak Hata" (BMH) (Expected Absolute Error) veya
"Beklenen Hata Kare" (BHK) veya "Ortalama Hata Kare" (OHK) kullanılır.

BMH; $E\{ | e_t | \} = E\{ | X_t - X_t^* | \}$ ve OHK; $E(e_t^2) = E\{ (X_t - X_t^*)^2 \}$ olarak tanımlanır.

E. Sinyal Testi:

Diğer bir öngörü başarısı ölçüsü yani öngörünün sapmasız olmasını gösteren "Sinyal
testi" dir. Bu ölçüt; beklenen öngörü hatasının (BÖH) öngörü hatasından ortalama mutlak
sapması olarak ifade edilen beklenen hata kare (BHM) gibi bir değere bölünmesi ile elde edilir.

Eğer öngörü sapmasız ise

sinyal testi sonucu sıfıra yakın bir değer elde edilecektir.¹⁹

F: Ortalama Hata Kare (OHK) (Mean Squared Error):²⁰

¹⁸ J.Prins(1982), s. 453

¹⁹ S.Makridakis(1976),s. 53

²⁰ J.Prins(1982),s.454

Öngörü değerleri ile gerçek değerler arasındaki farkların karelerinin ortalamasıdır. Bu değerlerin mümkün olan en küçük olması gereklidir. Bazı araştırmacılar OHK hesabında tüm gözlemleri değil, sadece son n-gözlemi alarak hesaplama yaparlar.

İlk öngörü ile elde edilmiş verilerin ilki arasındaki karşılaştırma, "birinci -basamak-öngörüsü" veya "bir-basamak-ileri-öngörü" olarak adlandırılır. OMYH ve MYH ; (dönem öngörü hatası / Gerçek gözlem değeri) oranı kullanılarak hesaplanır. Ortalama hata(OH)(ME)'nin 0 'a yakın olması beklenir. Eğer OH = 0 ise, en iyi öngörünün elde edilmiş olduğu söylenir.

OHK ve OMH değerleri, farklı yöntemlerle yapılan öngörülerin karşılaştırılmasında ve düzleştirme sonucu elde edilen öngörülerin karşılaştırılmasında kullanılan iki ölçüttür.

4.4.YÖNTEMLERİN KARŞILAŞTIRMASI VE YORUM

Düzleştirme yöntemlerinin tahmini sonucu yapılan öngörülerin karşılaştırılması , zaman serisi analizde temel hedef olan öngörünün başarılı olması için gereklidir. Çünkü doğru yöntem, çoğu zaman iyi öngörü demektir. Düzleştirme sonucu yapılan öngörülerde kullanılacak olan birçok kriter içinde en iyi kriter Ortalama Hata Kare (OHK) (MSE) ve Ortalama Mutlak Hata (OMH) (MAE) dir. Ayrıca Ortalama Hata (OH) (ME) değerinin de 0'a yakın, hatta sifira eşit çıkması iyi öngörü demektir. Ortalama Mutlak Yüzde Hata(OMYH)(MAPE) de bu arada verilmiştir. OMYH değeri küçük olan yöntem ve öngörü başarılı olmaktadır.

4.4.1. TREND VE KUVVET EĞRİSİ KARŞILAŞTIRMASI

Serimizin grafiğine baktığımızda serinin zaman içinde sürekli arttığı görülmektedir. Ayrıca serinin hem ortalamasının, hem de varyansının zamana bağlı olduğuda görülmektedir. Artışın bir trendinin olduğu noktasından hareketle trend denklemi ve üstsel kuvvet eğrisi denklemi elde edilmiş ve grafiklerine bakıldığında iyi bir uyum sağlamadıkları görülmüştür. Her iki denklemle ilgili bilgi ve yapılan 12-dönemlik öngörü ile ilgili hata terimleri analizi sonuçları IV. bölümde verilmiştir. Trend ve kuvvet eğrisi ile yapılan öngörü sonucunda elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında kuvvet eğrisinin daha iyi bir uyum sağladığı ve daha başarılı bir öngörü sağladığı anlaşılmaktadır. Trend denklemi ile elde edilen öngörü değerlendirmesinde kuvvet eğrisine sadece OH değerinde bir üstünlük sağladığı görülmektedir. Diğer tüm ölçütlerde kuvvet eğrisi daha küçük değerler sağlamıştır.

4.4.2. DÜZLEŞTİRME YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRMASI

Düzleştirme yöntemlerini aralarında karşılaştırmadan önce "düzleştirme sabiti " nin çeşitli değerler alması durumunda tahmin edilen yöntemler, bunlardan elde edilen öngörü değerleri kullanılarak yöntemler kendi içlerinde karşılaştırılacak ve daha sonra yöntemler arası karşılaştırma yapılacaktır.

4.4.2.1. BROWN'İN ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

A. BROWN'İN BASİT ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Düzleştirme sabiti olarak bilinen a'nın alacağı değerlere göre öngörünün değişeceği bilinmektedir. Bu amaçla a'ya 0.8 (geçmiş dönemlere az önem verilmesi olarak ifade edilir) ile 0.1 (geçmiş dönemlere verilen önem artar şeklinde ifade edilir) arasında değerler verilmiş ve elde edilen öngörü sonuçları bölüm 4.1.3.1 de verilmiştir. Tüm öngörü karşılaştırma ölçütleri bakımından a = 0.8 değerlerine üstünlük sağlamıştır.

B. BROWN'İN DOĞRUSAL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

a 'nın yine aldığı çeşitli değerlere göre öngörü karşılaştırması yapıldığında a=0.5 ve a=0.8 olması durumunda öngörü başarısı diğerlerine göre oldukça iyidir.Sonuçlar bölüm 4.1.3.2. de görülmektedir.

C: BROWN'İN İKİNCİ DERECEDEDEN DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Yine a=0.8 ve a=0.3 alındığında en iyi öngörü elde edildiği sonuçlardan (bölüm 4.1.3.3 de)

görülmektedir.

4.4.3. HOLT'UN DOĞRUSAL ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME YÖNTEMİ

Holt'ta iki düzleştirme sabiti olduğu bilinmektedir. Bunlardan a, orjinal veriden elde edilen öngörü düzleştirir ve "düzleştirme sabiti" olarak bilinir. b ise tahmin edilen trendi düzleştirir ve "doğrusal düzleştirme sabiti" olarak bilinir. Burada çözümlerde hangi büyüklükte olmaları durumunda öngörü başarısının artacağını görmek amacı ile her iki sabite de çeşitli değerler verilmiş, elde edilen öngörü başarı kriterleri ile karşılaştırmaları yapılmaktadır. Burada da a ve b sabitlerinin aldıkları değerlerin büyümesi ile elde edilen öngörü başarıları artmıştır. Sonuçlar bölüm 4.2.3.3. de gösterilmektedir. En iyi öngörü sağlayan büyüklükler, (a= 0.9 , b = 0.9) ve (a= 0.5 , b = 0.5) olması durumunda elde edilmiştir. a ve b 'nin 0.7 ile 0.9 arasında değer almaları durumunda öngörü başarıları yüksek çıkmıştır.

4.4.4. WINTERS'ın DOĞRUSAL VE MEVSİMSEL ÜSTSEL DÜZLEŞTİRME MODELİ

Winters' yönteminde üç sabit vardır. Holt'da sözü edilen sabitlere ilaveten mevsim etkisini düzleştiren ve "mevsimsel düzleştirme sabiti" adı verilen bir sabit daha , g , eklenmiştir. Serinin hem trendinin, hemde mevsimsellik özelliğinin olması durumunda kullanılmaktadır. Buradada sabitlere farklı değerler verilmiş ve öngörü sonuçları bölüm 4.1.5. de verilmiştir. Sonuçların karşılaştırılması durumunda sabitlerin (a=0.9, b=0.7 ve g=0.6) ve (a=0.7, b=0.7 ve g=0.1) değerlerini almaları sonucu yapılan öngörünün en başarılı olduğu tüm kriterlere bakıldığında görülmektedir. Geçmiş değerlere verilen önemin azalması şeklinde ifade edilen bu değerler, diğer tüm büyüklüklere üstünlük sağlamıştır.

4.5. YÖNTEMLERİN KARŞILAŞTIRMASI

Tüm yöntemleri, kendi içlerinde sabitlerin aldıkları değerler karşısındaki başarılarını test ettikten sonra şimdide her grup içinde en iyi olarak seçilen öngörü ele alarak yöntemler arasında en iyi öngörü hangisinin sağladığına bakılacaktır.

Trend ve kuvvet eğrisi ile yapılan öngörüler diğer yöntem öngörü başarı kriterlerinden büyüktür. Bu nedenle her iki yöntemde karşılaştırma dışı kalmaktadırlar. Düzleştirme yöntemleri arasında her yöntemin kendi içinde en başarılı öngörü veren şekilleri kısaca özetlenecek olursa:

BROWN

Basit Düzleştirme yöntemi

a=0.8 OH= 263.9 OMYH=14.44 OMH=471.35 OHK=794800

Doğrusal düzleştirme yöntemi

a=0.8 OH=37.36 OMYH=17.06 OMH=533.75 OHK=760002

a=0.5 OH=85.69 OMYH=14.29 OMH=439.98 OHK=520437

İkinci dereceden düzleştirme

a=0.8 OH= -4.60 OMYH=23.66 OMH=767.97 OHK=1.76E6

a=0.3 OH=61.90 OMYH=15.31 OMH=444.83 OHK=505807

HOLT

a=0.9 b=0.9 OH=30.64 OMYH=18.02 OMH=562.15 OHK=842923

a=0.5 b=0.5 OH=92.33 OMYH=15.68 OMH=458.25 OHK=525112

WINTERS

a=0.9 b=0.7 g=0.6 OH=19.77 OMYH=18.83 OMH= 606.68 OHK=821128

a=0.7 b=0.7 g=0.1 OH=41.15 OMYH=16.62 OMH=524.42 OHK=642981

Öngörü karşılaştırmalarında yaygın olarak kullanılan OMYH ölçütüne göre en iyi öngörü veren yöntemin Brown'ın doğrusal düzeltme yöntemi olduğu görünmektedir. Ama düzeltme yöntemlerinin karşılaştırılması sırasında OH, OHK ve OMH kriterleri daha önem kazanmaktadır. Bu ölçütler açısından yöntemler karşılaştırıldığında;

OH ölçütünün en küçük olduğu yöntem $a=0.8$ için Brown'ın doğrusal düzeltme yöntemidir. Winters'in yönteminde $a=0.9$ $b=0.7$ $g=0.6$ değerleri aldığımda yine iyi bir öngörü eldesi söz konusu görülmektedir. OMH ölçütüne göre en iyi öngörü Brown'ın doğrusal düzeltme yönteminin ($a=0.5$ değeri alması durumunda) sağladığı görülmektedir.

Holt'un yöntemide ($a=0.5$ $b=0.5$ değerleri ile) iyi bir öngörü sağlamaktadır. OHK ölçütü ele alındığında yine Brown'ın doğrusal düzeltme yöntemi ($a=0.5$ değeri alması durumunda) en iyi öngörü sağlayan yöntem olmaktadır. Holt'un yöntemide ($a=0.5$ $b=0.5$ değerleri ile) yine iyi öngörü sağlamaktadır.

Tüm ölçütleri bir arada ele aldığımızda Brown'ın doğrusal düzeltme yönteminin ($a=0.5$ değeri alması ile) en iyi öngörü sağlayan yöntem olduğunu söyleyebiliriz. Bunun yanı sıra zaman serimizde trendin varlığını ele alan ve trendi düzeltme işleminden geçiren Holt'un doğrusal üstsel düzeltme yöntemi de ($a=0.5$ $b=0.5$ değerleri ile) iyi öngörü sağlayan yöntem olarak alınabilir. Serimizde mevsimsellik özelliğinin olmaması veya çok az olması nedeni ile Winters'in düzeltme yönteminden iyi öngörü elde edilememiştir.

5. DEĞERLENDİRME

Zaman serisi analizi ve öngörü yöntemleri tüm bilim dallarında yaygın olarak kullanım alanı bulmuş ve hala bulmaktadır. Veri sorunu olması durumunda öngörü yapma olanağı tanınması yaygın kullanım nedenlerinden biridir. Artan öngörü talebi ile de birçok öngörü teknikleri geliştirilmiştir. Tüm yöntemlerin farklı kullanım yerleri vardır ve uygun tekniğin seçimi dikkat isteyen bir işdir. Bu makalede zaman serisi analizde tek değişkenli öngörü yöntemleri üzerinde durulmuş; düzeltme yöntemleri, trend analizi, naive yöntem açıklanmıştır. Öngörü yöntemlerinin başarılarının karşılaştırılabilmesi için İMKBE aylık verileri alınmış ve 1986-1993 döneminde çeşitli öngörü yöntemlerinin başarı ölçütleri hesaplanmış; bunların karşılaştırılması yapılmıştır. 1986-1993 yılları arasında İMKBE verilerinin analizinden en iyi öngörü sağlayan yöntem, Brown'ın Doğrusal Üstsel Düzeltme yöntemi olarak bulunmuştur. Bunun yanı sıra Holt'un Doğrusal Üstsel Düzeltme yöntemi de öngörü başarısı yüksek olan yöntem olarak görülmektedir.

KAYNAKÇA

- Anderson,O.D.(1977). "A Commentary on "A Survey of Time Series," International Statistical Review.Vol.45,ss.273-297.
- Chambers J.C., S.K.Mullick ve D.D.Smith(1971). " How to Choose the Righth Forecasting Technique," Harward Business Review(July-August 1971),ss.45-74
- Chatfield,C.(1989). The Analysis of the Time Series:an Introduction. Chapman and Hall Pub.Comp.:USA.
- Chisholm,R.K and G.R.Whitaker(1974). Forecasting Methods. Richard D.Irwin Inc.:USA
- Makridakis, S. (1976)." A Survey of Time Seires," International Statistical Review Vol.44.No:1,ss.20-70.
- McCleay,R and R.A.Hay (1983). Applied Time Series Analysis: for the Social Sciences.Sage Pub.Comp.:USA.
- Prins,J.(1982). "Interactive Comparison for Forecasting Methods," Time Series Analysis İçinde ed.O.D.Anderson. North-Holland Pub.Comp.:Amsterdam,ss.443-462.
- Reid,R.D.(1971). " A comparison of Forecasting Techniques on Economic Time Series," Proceedings of the 1971 confenece on Forecasting.